

411

LES

COURBURES DU GÉOÏDE

DANS LE

TUNNEL DU SIMPLON;

PAR

M. MARCEL BRILLOUIN.



5607/206.



Les courbures du géoïde dans le tunnel du Simplon;

PAR M. MARCEL BRILLOUIN.

1. M. Eötvös a indiqué en 1896 (*Ann. de Wiedemann*) le moyen de mesurer les dérivées secondes du potentiel newtonien à la surface de la Terre (¹). En particulier, la différence des courbures principales du géoïde et leur direction se déterminent en observant les déviations d'un balancier rectiligne horizontal suspendu à un fil de torsion, pour diverses orientations de l'appareil; en principe, c'est une balance de Cavendish dont les masses attirantes constituées par les inégalités du sol sont fixes; on change leur action sur le balancier en faisant tourner toute la balance dans différents azimuts au lieu de faire tourner les masses attirantes autour de la balance.

J'ai donné, depuis plusieurs années déjà, à l'appareil imaginé par M. Eötvös une forme particulièrement adaptée aux mesures rapides (²). Le balancier a 33^{cm} de longueur et pèse environ 200^g; il est formé d'une tige de cuivre terminée par deux disques épais orientés dans le plan de la suspension; chacun de ces disques est entouré d'un cylindre mince de 5^{cm} environ de longueur, qui se meut entre des cylindres fixes avec moins de 2^{mm} de jeu, ce qui amortit rapidement les oscillations par le même mécanisme que dans la balance de Curie. Le balancier est supporté par un ruban de torsion en platine iridié de 35^{cm} de longueur, 0^{mm},4 de largeur et 0^{mm},025 d'épaisseur environ. La durée d'une oscillation complète est de 559 secondes quand l'amortissement est supprimé.

(¹) Voir aussi Eötvös, *Congrès international de Physique*, t. III, 1900, p. 371-390.

(²) *Notice sur les travaux scientifiques* de M. Brillouin, p. 51. Gauthier-Villars.
B.

MTA
KIK



Au balancier est fixé le spath mobile de la combinaison biréfringente qui me sert à lire les déviations ⁽¹⁾; la lame demi-onde et le second spath sont fixés à la partie inférieure d'une colonne métallique creuse dont l'axe est occupé par le fil de torsion, suspendu à la partie supérieure de la colonne. Cette colonne repose dans le reste de l'appareil par l'intermédiaire de couches d'ouate et de feutre, qui ne transmettent aucune vibration. Le reste de l'appareil optique est fixé à la boîte extérieure.

Une triple enceinte métallique établit l'uniformité de la température intérieure lorsque la variation de la température extérieure n'est pas trop rapide. Tout l'appareil est mobile autour d'un axe vertical; il est muni de niveaux et d'une lunette auxiliaire pour fixer l'azimut.

L'appareil étant installé sur un solide trépied en bois, on fait des mesures de déviation dans 5 azimuts de 45° en 45°, la dernière servant de contrôle. Chacune de ces mesures exige seulement 20 à 25 minutes; avec la durée de déballage, de mise en place et d'emballage, chaque station exige à peu près 3 heures. L'appareil emballé pèse environ 50^{kg}; il est aisément porté, en palanquin, par deux hommes, et le trépied par un troisième.

Dans mon appareil, une division (0",93 environ) correspond à une différence des courbures ($R_1^{-1} - R_2^{-1}$) égale à $1,25 \cdot 10^{-12}$ (C. G. S.). L'ellipsoïde donnerait seulement quatre divisions.

2. Grâce à l'aimable intervention de M. Guillaume, et à la courtoisie de la Commission géodésique suisse, j'ai pu mettre à profit une interruption de 5 jours dans les travaux du tunnel du Simplon, employée par cette Commission à une mesure rapide de la longueur du tunnel au moyen des fils *invar*. Il ne m'appartient pas de parler du remarquable succès de cette mesure, mais je tiens à dire quel excellent souvenir je garde de l'accueil cordial que m'ont fait MM. Gautier, Riggerbach et Rosenmund, et de l'aide empressée que j'ai trouvée auprès des ingénieurs du tunnel, MM. Rolla, Isaak et Peter, ainsi que de la Compagnie des Chemins de fer fédéraux.

Le tunnel principal est orienté sensiblement du Nord-Ouest au Sud-Est; il a un peu moins de 20^{km}, des chambres de 3^m sur 3^m et 2^m,50 de hauteur sont creusées de kilomètre en kilomètre sur le côté Ouest; de 5^{km} en 5^{km} elles sont remplacées par des chambres plus grandes de 4^m sur 6^m. C'est au centre de chacune de ces chambres que j'ai fait mes mesures. Au milieu du tunnel est une station de garage, dont je me suis tenu éloigné. J'ai fait aussi deux mesures dans l'axe de la voie.

Ces cavités, tunnel et chambres, produisent à elles seules, indépendamment du relief extérieur, une action considérable, différente suivant

⁽¹⁾ *Mesure des très petits angles de rotation (Comptes rendus, t. CXXXVII, 1903, p. 786).*

qu'il s'agit du tunnel, des petites chambres, ou des grandes chambres. Mais la symétrie de ces cavités donnerait aux rayons de courbure principaux du géoïde la direction parallèle et perpendiculaire au tunnel. Le Tableau suivant contient la torsion, en divisions de mon appareil, pour l'azimut perpendiculaire au tunnel, et à 45° de cet azimut; dans ce dernier azimut, l'action du tunnel se combine avec celle des masses extérieures; je la discuterai plus tard; mais dans le premier azimut, perpendiculaire au tunnel, l'action est entièrement due au relief extérieur de la chaîne qui surmonte le tunnel, et indépendante du tunnel.

Tableau des résultats.

Petites chambres (depuis Brigue).	Torsion		Grandes chambres.	Torsion	
	perp. au tunnel.	à 45° du tunnel.		perp. au tunnel.	à 45° du tunnel.
km 1.....	+ 50	+476	km 8.....	-72	+410
2.....	- 6	+449	13.....	+27	+569
4.....	0	+236			
5.....	-131	+263	Voie		
6.....	-232	+213	près de		
7.....	-109	+200	16.....	+78	-931
11.....	- 83	+273	près de		
12.....	- 39	+201	17.....	+77	-991
14.....	+ 4	+287			
15.....	- 26	+389	Observatoire de Brigue, au nord du		
16.....	+ 61	+495	Rhône.		
17.....	+ 94	+314		-610	+270

Les observations dans le tunnel, au nombre de 16, ont pu être effectuées en 5 séjours de 13 à 16 heures chacun, transports compris; pour 3 d'entre elles, il a été fait, à titre de contrôle, 8 azimuts. En général, l'incertitude ne dépasse pas 5 divisions; elle dépasse un peu 10 divisions au kilomètre 2 et sur la voie; un peu plus à l'observatoire, mal clos.

L'ellipticité du géoïde dépasse 50 à 100 fois celle de l'ellipsoïde; elle est très variable en grandeur et en direction dans l'intérieur du tunnel, et très différente de ce qu'elle est à l'extérieur. L'examen des résultats de la première colonne suffit à l'établir; les grandes variations dans la seconde colonne le confirment.

(9 avril 1906.)

Les courbures du géoïde dans le tunnel du Simplon (1);

PAR M. MARCEL BRILLOUIN.



J'ai donné, dans une Note parue aux *Comptes rendus* le 9 avril 1906, les résultats sommaires que je venais d'obtenir au tunnel du Simplon. Ces résultats, tirés des lectures *brutes*, montrent l'influence des actions extérieures, tant par les variations des torsions à 45° de l'axe du tunnel que par l'existence de torsions parallèlement à l'axe du tunnel.

Pour en déduire la différence des courbures du géoïde dans le tunnel, il faut faire subir à ces lectures un assez grand nombre de corrections d'inégale importance et étalonner l'appareil en valeur absolue.

1° Les cylindres amortisseurs s'écartent notablement du plan vertical de symétrie de mon balancier. Il en résulte une réduction de sensibilité dans le rapport de 1 à 1,0029.

2° La compensation de la différence de marche due à la rotation du spath épais lié au balancier est produite par la rotation d'un quartz moins épais. Cette rotation est commandée par une vis tangente micrométrique; un même nombre de divisions du tambour micrométrique ne correspond pas à un même angle de rotation du quartz; d'où une première correction, géométrique, dite *correction de tangence*. En outre, le retard produit par le quartz dépend de l'incidence, variable dans une étendue de $\pm 30^\circ$ à partir de la normale; d'où une deuxième correction, dite *correction d'incidence*, qu'on peut calculer d'après la taille et l'épaisseur du quartz, au moyen de ses deux indices de réfraction connus.

Chaque lecture isolée doit être soumise à ces deux corrections. On peut les faire

(1) Sur le rapport de M. Darboux, l'Académie a décidé que ce Mémoire, dont les deux Notes insérées dans les *Comptes rendus* donnent un résumé complet, serait inséré dans le *Recueil des Savants étrangers*.

séparément par les procédés théoriques que je viens d'indiquer, ou bien en une seule fois par un procédé expérimental de graduation en lumière monochromatique.

3° Pour le spath lui-même, il y a une petite correction d'incidence dépendant de la construction, mais invariable pendant toute une série de mesures.

4° Enfin on observe en lumière blanche, en pointant la frange achromatique ; il y a donc une correction de dispersion, d'ailleurs uniforme dans toute l'étendue de l'échelle. Cette correction peut être faite d'après les indices de réfraction du quartz et du spath en fonction de la longueur d'onde ; toutefois elle comporte un certain élément d'appréciation physiologique du caractère *incoloré*, qui rend nécessaire un contrôle expérimental direct. L'étalonnage théorique de la vis micrométrique en angle du spath a donc été contrôlé par des observations angulaires directes. Le résultat final est le suivant :

Après corrections de tangence et d'incidence, une division de la vis micrométrique vaut $0'',865$ du balancier.

La durée d'oscillation permet, en tenant compte de la correction 1°, de tirer, des mesures ainsi corrigées, la différence $\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$, dans les conditions de l'observation.

Pour que le résultat soit intéressant il faut le rapporter à l'axe géométrique du tunnel, ce qui est assez difficile ; il faut en outre le corriger d'un certain nombre de petites attractions parasites provenant de tas de sable, dalles, talus de ballast dans les chambres, etc.

Après toutes ces corrections, on obtient les résultats suivants pour le géoïde tel qu'il est dans le tunnel du Simplon.

R_1 et R_2 sont supposés mesurés en kilomètres, α_1 est l'azimut de la courbure R_1 , à droite du tunnel.

Les deux colonnes R'_1 , R'_2 sont calculées en faisant l'hypothèse arbitraire que la somme des courbures $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, sur laquelle l'appareil ne renseigne pas, est la courbure moyenne de l'ellipsoïde. Ces valeurs montrent bien la grandeur des influences en jeu, si l'on se rappelle que le rayon équatorial est 6377^{km} et le rayon polaire 6355^{km} .

Le géoïde dans le tunnel du Simplon.

Kilomètre.	α_1 .	$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$.	R'_1 .	R'_2 .
Observat. N.	-36.25^0	730.10^{-7}	5170^{km}	8310^{km}
1	4.00	554	5420	7750
2	- 0.25	510	5480	7620
4	- 1.20	275	5860	6990

(7)

Kilomètre.	α_1 .	$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$.	R'_1 .	R'_2 .
5	- 14.45 ^{0'}	342. 10 ⁻⁷	5750 ^{km}	7150 ^{km}
6	- 24.25	370	5700	7230
7	- 15.25	272	5870	6980
8 G	- 6.00	479	5530	7530
11	- 11.20	332	5760	7130
12	- 6.20	234	5930	6890
13 G	+ 0.40	670	5250	8110
14	- 0.40	325	5780	7120
15	- 2.20	422	5620	7370
16 voie	+ 1.45	1068	4720	9670
16	+ 2.30	542	5440	7710
17 voie	+ 2.10	1130	4690	9980
17	+ 8.10	356	5730	7200
18 G	+ 1.10	717	5190	8270

Pour aller plus loin, il reste à calculer, d'après les données de construction, l'action propre de la cavité du tunnel et des chambres. Ce qui restera sera encore considérable, comme le montre la grandeur des angles α_1 , qui seraient tous nuls sous la seule influence des cavités du tunnel. Enfin, sur ce résidu, il restera à discerner la part due au relief de la montagne et celle due aux excès ou défauts de densité interne.

La description de l'appareil, la discussion minutieuse des corrections et l'étalonnage, les observations dans le tunnel du Simplon et l'indication des multiples améliorations de détail dont l'appareil est susceptible, forment la matière du Mémoire dont l'Académie m'a fait l'honneur de décider l'impression aux *Mémoires des Savants étrangers*.

(10 septembre 1906.)