

# Gyűrűrendszerek dinamikája kiterjedt égitestek körül

Kovács Tamás

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar, Elméleti Fizikai Tanszék, 1117 Budapest,  
Pázmány Péter sétány 1A  
tkovacs@general.elte.hu, +36709416566

Naprendszerbeli óriásbolygó körül gyűrűt először a 17. század elején figyelt meg *Galileo Galilei*. Kezdetben egyáltalán nem volt biztos, hogy amit Galilei lát, az a Szaturnusz körülvevő gyűrűrendszer. Később *Christiaan Huygens* és *Giovanni Domenico Cassini* megfigyelései tették egyértelművé, hogy a gázóriás gyűrűjét egyenlítője felett több, réssel elválasztott, különálló gyűrű alkotja. A csillagászati műszerek fejlődésével, valamint további óriásbolygók felfedezésével világossá vált, hogy nem csak a Szaturnuszt veszi körül, hanem a gázóriások mindegyikéhez tartozik – igaz, fizikai paramétereikben más és más – gyűrűrendszer.

A közelmúlt Naprendszerrel kapcsolatos felfedezései közé sorolhatjuk, hogy mind kentaur-típusú objektumok<sup>1</sup>[1], mind pedig Neptunuszon túli törpebolygók [6] körül is felfedeztek gyűrűket. Ez utóbbiakra példa a (10199) Chariclo és a (136108) Haumea. Önmagában véve nagyon érdekes az a tény, hogy ilyen kis égitestek körül is kialakulhat és valószínűleg hosszú ideig ott is maradhat gyűrűrendszer. Mindemellett számtalan kérdést felvet e gyűrűrendszerek létezése. Ebben a munkában a Haumea törpebolygó gyűrűjének dinamikai vizsgálatát mutatjuk be egy egyszerű dinamikai modellen keresztül.

## A Haumea

A Haumea 2005-ben felfedezett törpebolygó a Kuiper-övben. Pályája (átlagos távolsága a Naptól 43,2 CSE) túlnyúlik a Neptunusz pályáján, így keringési ideje is hosszú: nagyjából 285 év. Tengely körüli forgása viszonylag gyors, kb. 4 óra, sűrűsége  $\sim 1,8 \text{ g/cm}^3$ , tömege  $4 \times 10^{21} \text{ kg}$ . A mérések azt mutatják, hogy alakja leginkább egy háromtengelyű ellipszoiddal közelíthető, amelynek féltengelyei  $a = 1161 \pm 30 \text{ km}$ ,  $b = 852 \pm 4 \text{ km}$ ,  $c = 513 \pm 16 \text{ km}$ . A törpebolygó körül két kisebb hold is kering, a Hi'iaka és a Namaka, rendre 40000 és 25000 km távolságban. Magyar közreműködéssel 2017-ben [6, 7] publikálták a Ha-

umea körül felfedezett, nagyjából kör alakú, 70 km széles gyűrűt, amely a megfigyelések alapján 2287 km-re kering a bolygó egyenlítői síkjában. Érdekes megállapítás volt továbbá, hogy a gyűrű pozíciójából fakadóan, az alkotó részecskék Haumea körüli keringési periódusa éppen a harmada a törpebolygó tengely körüli forgásának. Ezt 3:1-es középmozgás-rezonanciának nevezzük. A továbbiakban ennek a 3:1-es rezonanciának a részletesebb vizsgálatával foglalkozunk.

## Numerikus modell

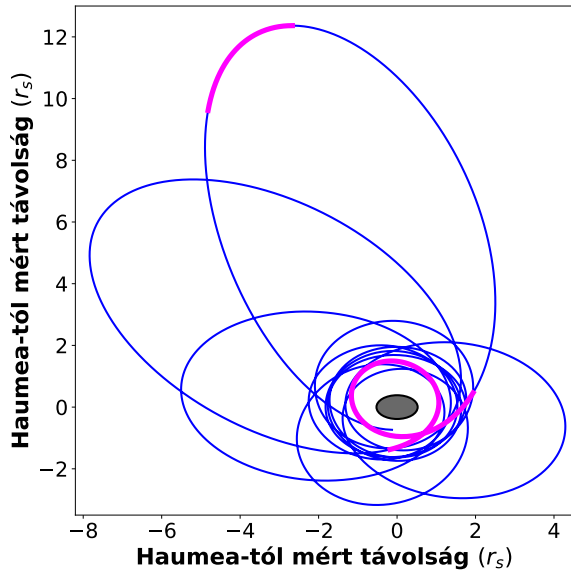
A gyűrű dinamikáját számítógépes modell segítségével vizsgáljuk, amelynek során egy nagyobb tömegű központi égitest körül követjük sok egymással nem kölcsönható, tömeg nélküli részecske mozgását. Ez lényegében gravitációs kéttest-problémák vizsgálata, ami sok érdekességet nem hordoz magában. Van azonban néhány dolog, amit nem hagyhatunk figyelmen kívül, még ha egyszerűsített képpel tárgyaljuk is a problémát:

1. a gyűrű az égitest méreteihez képest olyan közel kering, hogy a Haumeát már nem tekinthetjük pontszerűnek, így az alakjából adódó deformációt figyelembe kell venni a gravitációs erő számolásakor;
2. a napszél a gyűrűt alkotó részecskékre, azok méretétől függően, sugárnyomás formájában extra hatást gyakorol.

A fenti két hatás figyelembevételével a kéttest-probléma megoldása már jelentősen eltér a Kepler-pályától, dinamikailag színes képet festve a gyűrűt alkotó részecskék mozgásáról, (1. ábra). Nézzük meg most kvantitatívan a fent vázolt hatásokat, illetve a mozgásegyenleteket!

Első körben vezessünk be két paramétert, melyek segítségével a pontszerű gravitációs potenciálhoz mérten tudjuk jellemezni az egyes hatások fontosságát [3]. A lapultsági paraméter ( $W$ ), amely a központi égitest alakjából származó extra gravitációs tagot jellemzi a pontszerű esethez

<sup>1</sup>A kentaurok az óriásbolygók távolságában a Nap körül keringő kis égitestek. Mozgásuk bonyolult a bolygókkal való szoros találkozások következtében.



1. ábra. A Haumea egyenlítői síkjába vetített egyetlen részecske pályája. A kezdő pozíció:  $x_0=1,75$ ,  $y_0=0$ ; a kezdősebesség körpályát definiál. A két vastagon jelzett szegmensben a törpebolygó alakjából származó gravitációs potenciál (közelebbi ív), illetve a napszél keltette sugárnyomás (távolabbi ív) a domináns hatás. A pálya többi szakaszán ezek „versengenek” egymással.

viszonyítva:

$$W = -\frac{3}{2}C_{20} \left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{n}{n_{\odot}}, \quad (1)$$

ahol  $C_{20}$  és  $R$  a második zonális harmonikus (lásd lentebb), illetve a Haumea átlagos sugara,  $n$  pedig a gyűrűrészecske középmozgása (gyakorlatilag a szögsebessége) a törpebolygó körül. A rendszer Nap körüli mozgását  $n_{\odot}$  jellemzi. Habár a fenti képlet forgási ellipszoidra érvényes, nagyságrendileg helyesen adja meg a Haumea háromtengelyű közelítésére vonatkozó értékeket.

A sugárnyomási paraméter ( $C$ ) értéke a napszél hatását méri a központi bolygó pontszerű gravitációs hatásához képest:

$$C = \frac{9}{8} \frac{n}{n_{\odot}} Q \frac{F_{\odot} r^2}{GMc^3}. \quad (2)$$

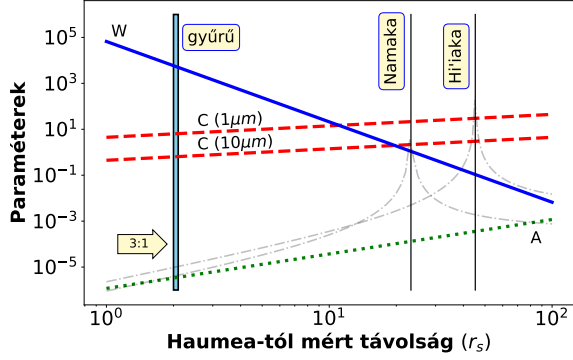
A  $Q$  hatékonysági paraméter különböző anyagokra az optikai tulajdonságaiktól függ, így például ideálisan abszorbeáló részecskékre értéke 1-nek vehető.  $F_{\odot}$  a Haumea Naptól való távolságában érvényes sugárzási fluxus,  $r$  a részecskék gyűrűbeli pozíciója,  $G$  a gravitációs állandó,  $M$  a Haumea tömege és  $c$  a fénysebesség. A részecskékre jellemző paraméterek továbbá a sűrűségük ( $\rho$ ) és méretük ( $s$ ). A 2. ábrán jól látható a fenti paraméterek nagyságrendjének változása a Haumeától mért távolság függvényében. Megjegyzendő továbbá, hogy (2) alapján minél kisebb a részecskék mérete, annál jelentősebb a sugárnyomás.

Nézzük most meg a mozgásegyenleteket kiegészítve a fenti extra hatásokkal! A gyűrűrészecske mozgását a törpebolygóhoz rögzített forgó koordináta-rendszerben írjuk fel. A dimenziótlan alakhoz bevezetjük a problémára jellemző karakterisztikus távolságegységet  $r_s = 1107$  km, ami annak a távolságnak felel meg, ahol a ponttömeg gravitációs hatása éppen megegyezik a centripetális gyorsulással:

$$r_s = (\mu/\omega_H^2)^{1/3}, \quad (3)$$

ahol  $\omega_H$  a Haumea forgási szögsebessége. Időegységnek a Haumea forgási periódusát ( $T_H$ ) választva kapjuk, hogy  $\mu = GM = 1$ .

A Haumea potenciálját annak csonkolt gömbfüggvényesorával jellemezhetjük [2], melyben  $C_{20} \leq 0$  a zonális rész, míg  $C_{22} \geq 0$  az egyenlítő ellipticitásából származó járulékok, amelyek a



2. ábra. A számolásokban  $W$  (folytonos) és  $C$  (szaggatott) járulékat vesszük figyelembe. A Naptól származó árapály erő ( $A$  pontozott), valamint a holdak gravitációs hatása (pontozottszagatott) a szimulációk során elhanyagolható mértékű. Az  $r_s$  távolságegység a (3) képlet szerinti definíció.

tehetetlenségi főtengelekhez vannak rendelve:

$$\begin{aligned} C_{20} &= -0.5(2I_{zz} - I_{xx} - I_{yy})/r_s^2 = -0.1274, \\ C_{22} &= 0.25(I_{yy} - I_{xx})/r_s^2 = 0.0256. \end{aligned} \quad (4)$$

Itt a Haumea tömegével normáltunk, és  $I_{ii}$  a megfelelő tehetetlenségi főtengelek,  $I_{xx} \leq I_{yy} \leq I_{zz}$ . A dimenziótlan mozgásegyenletek az alábbi alakot öltik [4]:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} &= x - \frac{x}{r^3} + \frac{\partial U}{\partial x} + F_{x, \text{rp}}, \\ \ddot{y} + 2\dot{x} &= y - \frac{y}{r^3} + \frac{\partial U}{\partial y} + F_{y, \text{rp}}, \\ \ddot{z} &= -\frac{z}{r^3} + \frac{\partial U}{\partial z} + F_{z, \text{rp}} \end{aligned} \quad (5)$$

az  $U$  normalizált potenciállal

$$U = -\frac{C_{20}(x^2 + y^2 - 2z^2)}{2r^5} + \frac{3C_{22}(x^2 - y^2)}{r^5}, \quad (6)$$

ahol  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  a részecske pozíciója. Az (5) egyenletek jobb oldalán az utolsó tagok a sugárnyomásból származó járulékat írják le a következő módon

$$\mathbf{F}_{\text{rp}} = m_p \dot{\mathbf{v}} = \frac{F_{\odot} A Q}{c} \hat{\mathbf{r}}(t), \quad (7)$$

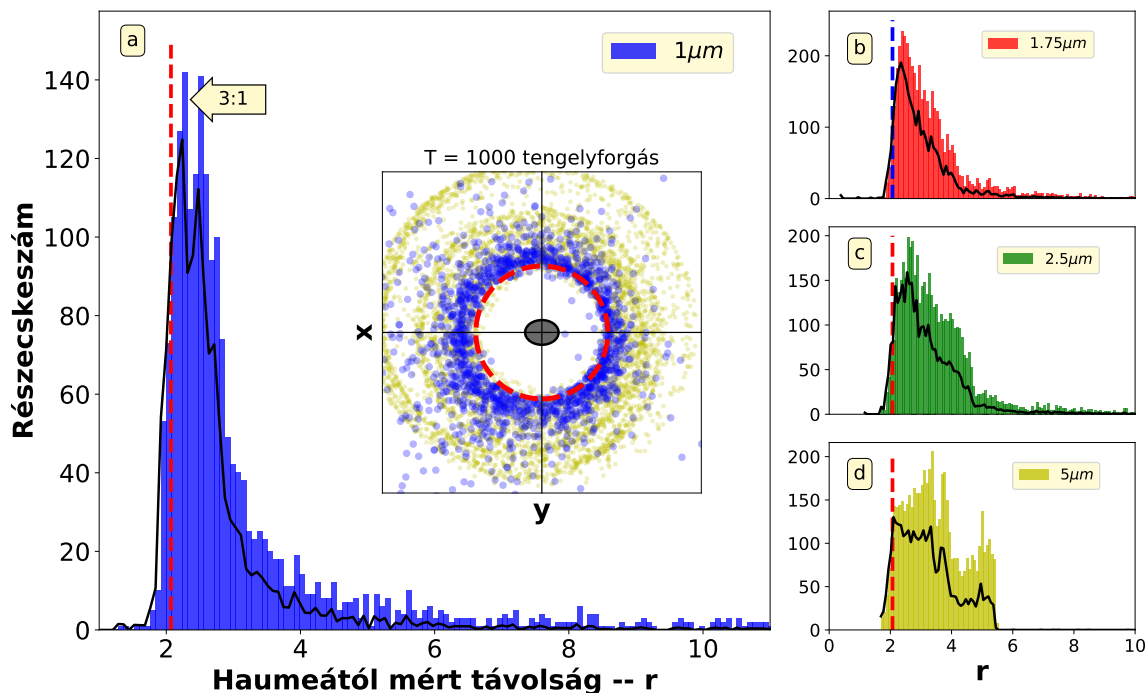
$m_p = (4\pi/3)\rho_s^3$  a  $\mathbf{v}$  sebességgel mozgó részecske tömege,  $A$  a keresztmetszete, és  $\hat{\mathbf{r}}(t)$  a sugárzás irányába mutató egységvektor. Az együttforgó

rendszerben  $\mathbf{F}_{\text{rp}}$  időfüggő. A számolások során az egyes részecskék gömb alakúak, és sűrűségük  $1 \text{ g/cm}^3$ .

### A gyűrűrészecskék dinamikája

A fenti egyenletek ismeretében már könnyen számolható a gyűrűt alkotó részecskék mozgása. A kezdeti konfiguráció az egyes szimulációk során a következő: 10000 teszt részecskét az egyenlítő síkjában fekvő  $r \in [1; 5]$ ,  $\theta \in [0; 2\pi]$  gyűrűben helyezük el, és Kepler-körpályának megfelelő sebességgel indítjuk. Kezdetben rövidebb ( $T_H = 1000$ ) ideig tartó számolásokban követjük a különböző méretű ( $1, 1.75, 2.5, 5 \mu\text{m}$ ) részecskéket [5]. A 3. ábrán a szimuláció leteltével a részecskék radiális eloszlását ábrázoltuk. Látható, hogy nagyobb részecskeméret esetén a gyűrű sugárirányban kiterjedtebb lesz (zöld, sárga). Az (a) paneleken a rendszert felülnézetből is láthatjuk. A kisebb méretű szemcsék (kék) főként egy szűk sávban koncentrálnak, míg az  $5 \mu\text{m}$ -esek (sárga) spirális alakzatba rendeződnek. A nagyobb távolságokra ( $r > 25$ ) eljutó részecskék a Haumeával való szoros megközelítés eredményeként kiszóródnak a rendszerből. Minden egyes panelen függőleges szaggatott vonallal jelöltük a 3:1-es rezonancia elméletileg jóslott helyzetét. Levonhatjuk tehát a következtetést, ha egy szűk, a megfigyelésekkel összhangban levő, gyűrűt szeretnénk kapni, akkor mikrométer környéki vagy attól kisebb részecskéket kell modelleznünk. Felmerülhet a kérdés, hogy miért nem vizsgálunk kisebb méretű szemcséket, hiszen akkor talán még közelebb lennénk a mérési eredményekhez. A számolások azt mutatják, hogy a  $0.7\text{-}0.8 \mu\text{m}$ -es tartomány alatt már a sugárnyomás hatására nem alakul ki összefüggő gyűrűrendszer, hanem a részecskék rendezetlen pályán elhagyják a törpebolygó környezetét.

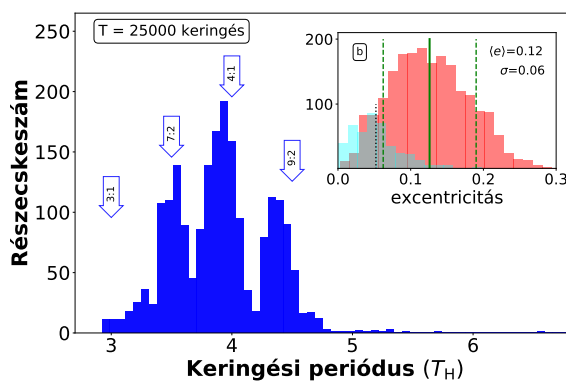
Dinamikailag érdekes kérdés, vajon miként rendeződnek a részecskék éppen a 3:1-es rezonanciába. Ennek megfejtésére az  $1 \mu\text{m}$ -es szemcsék mozgását vizsgáltuk hosszabb időre. A Haumea forgási periódusának 25000-szereséig integrált rendszerben 60 ezer részecske sorsát követtük nyomon. A 4. ábrán szintén a részecskék eloszlását tüntettük fel, most azonban a központi égitest forgásidejének függvényében. Ez lehetővé teszi, hogy lássuk, melyik rezonanciák populáltak az  $1 \mu\text{-os}$  részecskék által. Az ábrából világosan kitűnik, hogy a 3:1-es középmozgás-rezonancia szinte teljesen üres, míg a mellette lévő 7:2, 4:1, illetve 9:2-es rezonanciák jelentős mennyiségű részecskét kötnek meg.



3. ábra. A részecskék méret szerint radiálisan kiátlagolt eloszlása.

Ha ténylegesen ez a helyzet, akkor már csak azt kell megmagyarázni, miért látjuk mégis a 3:1-es középmozgás-forgási periódus arányánál a gyűrűt a Haumea körül. A választ a 4. ábra (b) paneljén találjuk, amelyen a részecskék pályaeccentricitásának eloszlását mutatjuk az integrálás végén. Emlékeztetünk, hogy minden részecske körpályán kezdte a mozgást, majd az extra hatások (a törpebolygó lapultsága, sugárnyomás) által a kezdeti nulla excentricitás átlagosan 0,12-re nőtt. Ez azt mutatja, hogy a feltevést, miszerint a gyűrű kör alakú, felül kell vizsgálni. Abban az esetben, amit a szimuláció is mutat, ha excentrikus gyűrűvel van dolgunk, a részecskék az  $r = a(1 - e^2)/(1 + e \cos v)$  kifejezésnek megfelelő ( $a$  : fél-nagy tengely,  $e$  : excentricitás,  $v$  : valódi anomália) radiális távolságban helyezkednek el a központi égitesthez viszonyítva. Ennek következtében a gyűrű a 3:1-es rezonancia környékén figyelhető meg, de valójában az excentrikus pályák miatt más középmozgás rezonanciákba csapdázódnak a részecskék.

Még egy jelenséget érdemes megemlíteni. A felfedezést közlő cikkben rámutatnak, hogy a gyűrű vastagsága nem állandó. A megfigyelés során ki tudták mérni, hogy a gyűrű radiális kiterjedése a mérés elején 74 km, míg a végén 44 km volt. A



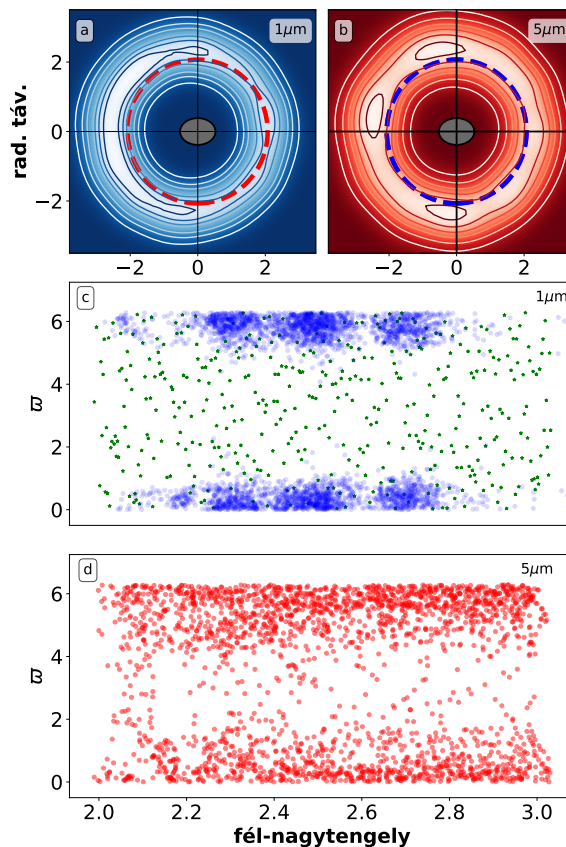
4. ábra. (a) A szimuláció végén megmaradt  $1 \mu\text{m}$ -es részecskék eloszlása a keringési idő függvényében. (b) Ugyanezen részecskék excentricitáseloszlása (piros). A világoskék hisztogram a sugárnyomás nélküli esetben az eloszlás, azaz jóval kevesebb részecske marad a rendszer része, és azok átlagos pályalapultsága is kisebb, mint sugárnyomás jelenlétében.

5. ábra (a) és (b) paneljén a részecskék felületi sűrűségét tüntettük fel szintvonalas hőterképeken. A két ábra közti fő különbség a részecskék méretében van, kék:  $1\ \mu\text{m}$ , piros:  $5\ \mu\text{m}$ . Látható, hogy a 3:1-es rezonancia helyét jelző szaggatott vonalhoz képest a kisebb szemcseméret esetén jelentősebb az eltérés. Továbbá, szintén az  $1\ \mu\text{m}$ -es esetben a Haumeától balra megnő a gyűrű sugárirányú kiterjedése az átellenes oldalhoz képest. Az  $5\ \mu\text{m}$ -es részecskékre ez kevésbé markánsan jelenik meg, az excentricusság pedig teljesen eltűnik. A modellre alapuló számítások így alátámasztják a megfigyelési eredményeket.

Az irodalomból ismert továbbá, hogy excentrikus gyűrűrendszerekben az egyes ellipszisek nem véletlenszerűen állnak a térben, hanem fél nagytengelyeik igyekeznek közel azonos irányba rendeződni. Erre a viselkedésre több magyarázat is létezik. Egyesek szerint a részecskék közti kölcsönös gravitációs hatásnak tulajdonítható, mivel a mi modellünk nem tartalmazza ezt az effektust, más úton kell keresnünk a pályák rendeződésének – és ezzel együtt a gyűrű szélesedésének – okát.

A Kepler-problémában a mozgás pályaeleméi nem változnak időben. A mi esetünkben azonban a gravitációs potenciál Haumea alakjából származó járuléka, valamint a Naptól származó sugárnyomás is a kezdeti pályaelemek megváltozását eredményezi. A sugárnyomás hatása, hogy az egyes gyűrűrészecskék excentricitása növekszik a mozgás során. Minél kisebb a szemcsék mérete, annál intenzívebb a hatás. Ennek eredményeképpen bizonyos hányaduk közel kerül a Haumeához, így vagy nekiütözik a felszínének és elnyelődik, vagy kidobódik a rendszerből. Másrészt a már excentrikus részecskékre a gravitációs potenciál zonális és egyenlítői járuléka olyan hatással vannak, hogy igyekeznek a pályaellipszisek pericentrumait (Haumeához legközelebb eső pontjait) egy helyre gyűjteni. Ezenkívül a központi törpebolygó forgásából adódóan bizonyos középmozgás-rezonanciák protektívek a részecskék számára, mások pedig nem kötik meg a gyűrűt alkotó szemcséket, lásd ismét a 4. ábrát.

Az 5. ábra (c) és (d) paneljén az egyes részecskeméretre tartozó ellipszisek iránya látható. A  $\varpi$  mennyiség nem más, mint egy referencia irányhoz viszonyítva az ellipszisek fél nagytengelyének iránya. Mind az  $1\ \mu\text{m}$ -es, mind az  $5\ \mu\text{m}$ -es esetben jól látni a szignifikáns rendeződést  $\varpi \sim 350^\circ$  körül  $\pm 70^\circ$  ingadozással ( $1\ \mu\text{m}$ ). Ami még érdekesebbé teszi a dolgot, hogy amennyiben



5. ábra. (a)-(b) A Haumea gyűrűrendszerének felületi sűrűsége felülnézetből. A szaggatott vonal a 3:1-es rezonancia helyét jelöli, középen a törpebolygó méretarányos sziluettje. (c)-(d) Az integrálás során megmaradó részecskék ellipsziséjét jellemző térbeli irányultság ( $\varpi$ ) a fél nagytengely függvényében,  $1$  és  $5\ \mu\text{m}$ -es részecskék esetén.

„kikapcsoljuk” a sugárnyomást, a pályák térbeli rendeződése nem következik be, hiszen ennek feltétele a már gerjesztett excentrikus mozgás. A (c) paneleken a zöld pontok felelnek meg ennek a változatnak. Ezzel kimutattuk tehát, hogy a részecskékre ható extra gravitációs, valamint szoláris eredetű perturbációk csatolt mechanizmusként alakítják a gyűrű komplex dinamikáját.

#### Kitekintés

A fentiekben bemutatott egyszerű dinamikai modell egy háromtengelyű ellipszoid körül keringő gyűrűrendszer részecskéinek leírására első közelítésben tökéletesen alkalmas, hiszen a megfigyelések nagy részét helyesen adja vissza, és magyarázatul szolgál a jelenségekre. Pontosabb képet kaphatunk azonban, ha realiztikusabb szá-

mításokat végzünk, amelyben a részecskék tudnak egymásról a kölcsönös gravitációs vonzásuk által, továbbá a részecskék közti ütközést és összetapadást is modellezhetjük. Még árnyaltabb képet kaphatunk a gyűrű szerkezetéről, ha egyfajta tömeg- és méreteloszlást feltételezünk a szemcsékre, a mágneses, illetve a Naptól származó egyéb perturbációkat már meg sem említve. Ezek további vizsgálata szakdolgozat vagy TDK-munka formájában érdekes eredményekre vezethet.

A munkát az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-18-4 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programja támogatta.

### Irodalom

1. Braga-Ribas F., et al.: A ring system detected around the Centaur (10199) Chariklo. *Nature* 508 (2014) 72-75
2. Érdi B., Mesterséges holdak mozgása. Egyetemi jegyzet, Eötvös Kiadó Budapest (1983)
3. Hamilton D. P., Krivov A. V.: Circumplanetary Dust Dynamics: Effects of Solar Gravity, Radiation Pressure, Planetary Oblateness, and Electromagnetism. *Icarus* 123 (1996) 503-523
4. Hu W., Scheeres D. J.: Numerical determination of stability regions for orbital motion in uniformly rotating second degree and order gravity fields. *Planetary and Space Science* 52 (2004) 685-692
5. Kovács T., Regály Zs.: Dynamics of Haumea's dust ring. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 479 (2018) 4560-4565
6. Ortiz J. L., et al.: The size, shape, density and ring of the dwarf planet Haumea from a stellar occultation. *Nature* 550 (2017) 219-223
7. <https://www.csillagaszat.hu/hirek/magyar-kutatok-a-nature-ben-gyurus-torpebolygo-a-neptunuszon-tul/>



Kovács Tamás csillagász, az ELTE Elméleti Fizikai Tanszékének munkatársa. Doktori értekezését égi mechanikából írta. Jelenlegi érdeklődési területei a nemlineáris dinamikai rendszerek, idősor-analízis, komplex hálózatok, valamint fázistérbeli transzport statisztikus fizikai leírása és ezek csillagászati alkalmazásai. Bolyai-ösztöndíjas. A Fizika Tanítása Doktori Iskola aktív témavezetője.