az összes szakirodalom ismeretét tételezze föl, hanem hogy megfordítva ebbe bevezessenek és tájékoztatásul szolgáljanak. Ezekben még a hazai tudományos törekvések és az általok elért eredmények közvetetlen és gyors közzétételét fogjuk eszközölni. Bő irodalmi rovatban, a bibliographián kivül, az e téren föllépő fontosabb új jelenségek részletes ismertetését adjuk. Végre az egyetemi oktatás szükségei számára még egy utolsó rovatban föladattárt inditunk meg, melyben részint eredeti, részint a hasonló irányú külföldi lapokból vett kisebb, de önálló megfejtést igénylő problémák lesznek közölve; leginkább azért, hogy a beérkező megfejtések közlésével az e téren működőket egymáshoz közelebb hozzuk, működési irányukat ismertessük és igy hazai tudományunkba pezsgőbb életet hozzunk.

Szólunk pedig a vállalatban mindenek előtt pályatársainkhoz, kik tudományuk általános és hazai fejlődését gonddal kisérni kötelességüknek tartják, szólunk azon technikai szakemberekhez, kik a gyakorlat igényei közt az elmélet fontosságáról meg nem feledkeznek, hanem fönntartani kivánják a kettő összefüggését; szólunk végre haladottabb egyetemi hallgatóinkhoz, és a mennyiségtan és természettudományok minden barátjához, ki e tudományok mai állásáról tudomást kiván szerezni és e szakok önálló művelője akar lenni.

A »Müegyetemi Lapok« szerkesztősége.

ÚJ MÓDSZER
A CAPILLARITÁSI TÜNEMÉNYEK TANULMÁNYOZÁSÁRA.

B. Eötvös Loránd, egyetemi tanártól.

(Előterjesztetett a m. t. akadémia III-dik osztályának 1876. január 10-diki ülésén.)

A capillaritás tana folyadékok alakjával foglalkozik s igy feladata a geometria körébe esik. Ez okozta, hogy e téren az elmélet jóval megelőzte a kisérleti kutatást, úgy hogy ez utóbbi jóformán csak az elmélet által megállapitott tételek utólagos ellenőrzésével foglalkozik.

Laplace, Poisson, Gauss[1]) s a többiek, kik a capillaritás elméle-

---

[1]) *Laplace.* Théorie de l' action capillaire. Külön lenyomat a »Mécanique céleste« 10-dik részéből. Paris, 1806.

Gauss. Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibri. Gottingae, 1830. Újabban kiadva Gauss összes munkáinak 5-dik kötetében.

Poisson. Nouvelle théorie de l' action capillaire. Paris, 1831.

A. Beer. Mathematische Theorie der Elasticität u. Capillarität. Leipzig, 1869.

A. Mousson. Bemerkungen über die Theorie der Capillar-Erscheinungen. Poggendorff's Annalen 142. (Az elmélet elemi tárgyalása.)

tével foglalkoztak, bár különböző utakon, ugyanazon két alaptételhez jutottak.

Az első alaptétel súlyos folyadékokra nézve, melyek részben szilárd testekkel érintkezhetnek, de melyekre a nehézségen kivül egyéb külső erő nem hat, következő alakban fejezhető ki:

Legyenek x, y, z egy pontnak derékszögű összrendezői va'amely folyadék szabad felületén, ϱ_1 és ϱ_2 a főgörbületi sugarak e pontban, x' y' z' egy másik pontnak összrendezői ugyanzon folyadék szabad felületén, ϱ'_1 és ϱ'_2 a főgörbületi sugarak az x' y' z' pontban, akkor az összrendező tengelyrendszer xy sikját viszintesen fektetve s a z tengelyt merőlegesen felfelé, tehát a nehézség irányával ellentett irányba állitva, lesz:

$$\left(\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}\right)-\left(\frac{1}{\varrho'_1}+\frac{1}{\varrho'_2}\right)=\frac{2(z-z')}{a^2} \qquad 1)$$

hol a^2 egy a folyadék nemétől és hőmérsékétől függő mindig positiv állandót jelent s a görbületi sugarak positivoknak tekintetnek akkor, ha a folyadékból kifelé, negativoknak akkor, ha a folyadékba befelé vannak irányitva. [1])

A capillaritás elméletének *második alaptétele* azt mondja, hogy a szög, melyben a folyadék szabad felülete valamely szilárd test felületét metszi, csak ama folyadék és szilárd test nemétől s hőmérsékétől függ, tehát független a folyadék vagy szilárd test felületének alakjától.

E két tétel alapján számítás útján lehetséges a súlyos folyadékok alakját egyes észleletnek alávethető esetekben meghatározni. Ily esetek a következők: Folyadékok érintkezése egy függőlegesen álló sik lemezzel, folyadékok két párhuzamos sik lemez között, folyadékok hajcsövekben, vizszintes sik alapon s a t. A fentemlitett tételekből folyó számitások eredményei általában két állandót foglalnak magukban, az egyik a^2, a másik az állandó érintkezési szög. Ez állandók fordúlnak elő a folyadékok szabad felületének egyenletében, ez állandók határozzák meg a különböző körülmények közt keletkező folyadék-alakok méreteit (csepnek magassága, hajcsőben emelt folyadékoszlop magassága s i. t.) A

---

[1]) A görbe felületek elmélete arra tanít, hogy ϱ_1 alatt a görbe felület bármely normálmetszetének, ϱ_2 alatt pedig egy ez elsőre merőleges normálmetszetének görbületi sugarát értve $\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}$ független az első normálmetszet sikjának fekvésétől, úgy hogy az 1) alattl tétel akkor is áll, ha ϱ_1 és ϱ_2 nem a főgörbületi sugarakat, hanem a görbületi sugarakat két egymásra merőleges normálmetszetben jelentik.

capillaritási állandók meghatározására e szerint két lényegében különböző eljárási mód kinálkozik. Az első magának a szabad folyadékfelületnek pontos észlelete, a második a folyadékalakok főbb méreteinek lemérése. E második eljárás az, melyet eddig legtöbben követtek, s az elsőt tudtommal csak QUINCKE (Poggendorff's Annalen 105) kisértette meg, midőn higanycseppek alakját mikroskop segélyével törekedett pontosan meghatározni. QUINCKE e módszerét maga is hiányosnak mondja, s reá sulyt nem fektet. Pedig a szabad folyadékfelületnek pontos észlelése épen azon eredmények folytán lesz érdekes, melyekhez a hajcsövekben emelt folyadékoszlopok magasságának, cseppek méreteinek s i. t. lemérése vezetett.

Ez észleletekből t. i. nagy valószinűséggel következik. hogy az ugynevezett capillaritási állandók a folyadékfelület s szilárd test felületének görbületétől is függnek. A kérdésnek szigorú eldöntése s ez összefüggés tanulmányozása nézetem szerint, csak az elsőnek mondott eljárási mód által, tehát magának a folyadékfelület alakjának észlelése által lesz lehetséges.

A tárgynak ily megfontolása inditott jelen dolgozatom kivitelére, a következőkben egy új módszert fogok leirni, melynek segélyével lehetséges volt higanyra nézve a^2 állandót magának a higanyfelületnek észlelete alapján meghatározni.

Előre bocsátom az elméleti okoskodásokat, melyek e módszer alapjául szolgálnak.

Érintkezzék valamely súlyos folyadéknak nagy kiterjedésű felülete egy szilárd testnek függőlegesen állitott sik lapjával. E folyadékfelület a szilárd laptól néhány millimeternyire fekvő pontjaiban vizszintes siknak lesz tekinthető. A felület csak a szilárd lap közelében tér el a vizszintes siktól. — Számitásainkat egy derékszögű összrendező tengelyrendszerre vonatkoztatjuk, melynek xy sikja a folyadékfelület vizszintes részével összeesik, z tengelye pedig a nehézség erő irányával ellentett. A tengelyrendszer kezdetpontját a szilárd test sik felületébe helyezzük, s az x tengelyt erre merőlegesen a folyadék felé irányitjuk.

A folyadék felület sik részére nézve a fő görbületi sugarak végtelenek s így az 1) alatti alapegyenletbe téve $z' = o$ egyszersmind:

$$\frac{1}{\varrho'_1} + \frac{1}{\varrho'_2} = o.$$

úgy hogy maga az alapegyenlet ez esetben következő alakot ölt:

$$\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} = \frac{2z}{a^2} \qquad 2)$$

Homorú folyadék felületre nézve a főgörbületi sugarak positivok s így z is positiv, tehát a felület a szilárd lap közelében felhajlik; domború folyadék felületre nézve a főgörbületi sugarak negátivok s így z negativ, tehát a felület a szilárdlap közelében lehajlik. Az első esetre például szolgálhat a viz érintkezése üveggel, a másodikra a higany érintkezése üveggel.

A folyadékkal érintkező sik lapot végtelennek tekintve, következik, hogy a folyadék felülete hengerfelület, melynek tengelye párhuzamos az y összrendező tengelylyel. Ennélfogva az egyik főgörbületi sugár végtelen, a másik pedig nem egyéb, mint azon sik görbének görbületi sugara, mely akkor keletkezik, midőn a hengerfelület a tengelyére merőleges zx sik által metszetik. Ily sik görbének görbületi sugara:

$$\varrho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2z}{dx^2}}$$

Ennek folytán a (2) egyenlet következőleg alakul:

$$\frac{\frac{d^2z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{2z}{a^2}$$

Ez egyenletet egyszer fogjuk integrálni s e végből két oldalán dz-vel szorzunk.

Igy nyerjük:

$$\frac{\frac{dz}{dx}\, d.\frac{dz}{dx}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{2z\,dz}{a^2}$$

tegyük:

$$1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 = u$$

akkor:

$$\frac{du}{2u^{\frac{3}{2}}} = \frac{2z\,dz}{a^2}.$$

Ez egyenlet két oldalán teljes differentiálok állván, az integrál közvetlenül kiszámitható:

$$-\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}=\frac{z^2}{a^2}+C \qquad 3)$$

C alatt valamely állandót értve.

Jelöljük φ-vel a szöget, melyet a görbe vonalhoz $x\,z$ pontban húzott érintő az x tengelylyel képez, akkor:

$$\frac{dz}{dx}=tg\,\varphi$$

s így a (3) egyenlet:

$$-\cos\varphi=\frac{z^2}{a^2}+C$$

Ha $z=o$, akkor $\varphi=o$ s így az állandó értéke $C=-1$. E szerint:

$$-\cos.\varphi=\frac{z^2}{a^2}-1$$

$$z=\pm a\sqrt{1-\cos\varphi} \qquad 4)$$

Ha a positiv mennyiségnek tekintetik, akkor a felső előjel lesz használandó, homorú felület esetében; az alsó elöjel domború felület esetében; mert az első esetben z positiv, a másodikban negativ.

A sik üveglappal érintkező higany szabad felületének egy pontjára nézve lesz:

$$z=-a\sqrt{1-\cos\varphi_1}$$

ugyane felületnek egy másik pontjára nézve:

$$z_2=-a\sqrt{1-\cos\varphi_2}$$

e szerint

$$z_1-z_2=a\left(\sqrt{1-\cos\varphi_2}-\sqrt{1-\cos\varphi_1}\right)$$

$$a=\frac{z_1-z_2}{\sqrt{1-\cos\varphi_2}-\sqrt{1-\cos\varphi_1}} \qquad 2)$$

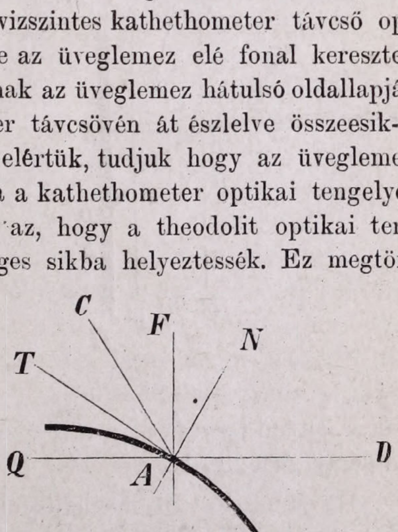
Ez egyenlet arra szolgálhat, hogy segélyével a meghatároztassék. Az észleletnek e czélra a capillaris felület két pontjára nézve φ szöget és e két pont magasságkülömbségét (z_1-z_2) kell szolgáltatnia. E két pont a felületen tetszőlegesen választható s így ez úton lehetséges lesz kipuhatolni, vajjon a csakugyan állandó-e ugyanazon felület kölönböző részeiben.

A kivánt észleleti adatok meghatározására következő módszert használtam.

Egy négyszögletes üvegdézsának egyik oldallapját lefaragva, helyébe planparallel üveglemezt tapasztottam. A gondosan kitisztitott edény többször átszürt higannyal töltetett meg közel az edény karimájaig. A higany a sik üveglapot élesen kijelelt vizszintes egyenesben metszette. A capilláris felületre párhuzamos fénysugarak estek. A sugarak beesési sikja az üveglemezre merőleges sik volt.

E végre egy theodolit távcsövét használtam, melyről oculár lencsét eltávolitva, helyébe és pedig pontosan az objectiv lencse gyúpontjába keskeny és nem hosszú hasadékot helyeztem. A távcsőből ily berendezés mellett kieső sugarak kevéssé divergáltak vizszintes irányban, mely körülmény inkább kivánatos mint hátrányos. A görbe felület külömböző pontjaira esö sugarak külömböző irányokban verettek vissza a felület hajlása szerint az illető pontokban. A visszavert sugarak egy része vizszintes, e sugarak egy a felületen húzott vizszintes egyenes mentében veretnek vissza. A vizszintes irányban visszavert sugarak egy kathethometer távcsövén át észleltettek, mely magára a visszaverő felület távolára volt beállitva. Ily körülmények között a kathethometer távcsövén át fényes és élesen határolt vizszintes csikot lehetett látni s könnyü volt a fonál keresztet e csikra beállitani. Ez észlelet értekesitésére szükséges először, hogy az üveg lemez sikja függőlegesen álljon, másodszor, hogy a kathethometer optikai tengelye, az üveglemez normalisa és a theodolit optikai tengelye ugyanazon sikba vagy legalább párhuzamos függőleges sikokba essenek.

E két kelléknek következőleg teszünk eleget. Állitsuk mindenek előtt az üveglemezt merőlegesen a vizszintes kathethometer távcső optikai tengelyére, minek megitélésére az üveglemez elé fonal keresztet helyezünk s vizsgáljuk, valljon annak az üveglemez hátulsó oldallapjáról visszavert képe a kathethometer távcsövén át észlelve összeesik-e magával a fonálkereszttel. Ha ezt elértük, tudjuk hogy az üveglemez sikja függőleges s annak normalisa a kathethometer optikai tengelyével egy sikba esik. Hátra van még az, hogy a theodolit optikai tengelye e sikkal párhuzamos függőleges sikba helyeztessék. Ez megtörtént akkor, ha a kathethometer távcsövében föltünik a fent emlitett fényes csík, mely a capillaris felületen visszaverődés által keletkezik.



1. ábra.

Ha a kellékeknek eleget tettünk, akkor a theodoliton leolvasva a ψ szögletet, melyet távcsövének optikai tengelye a függőlegessel képez, meghatározhatjuk ama szöget, melyet fentebb φ-vel jeleltünk. Az 1. ábra a beesési sikban, vagyis azon sikban van rajzolva, melyet előbb xz siknek mondottunk. A görbe vonal, egy része azon görbének, melyben az xz sik a capillaris felületet metszi. AT az érintő, AN a normalis a görbe azon A pontjában, mely az oda CA irányban eső sugarakat a vizszintes AD irányban veri vissza; AF az A pontban emelt függőleges. Világos hogy:

$$\varphi = \sphericalangle QAT = FAN$$

Mivel pedig a beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel:

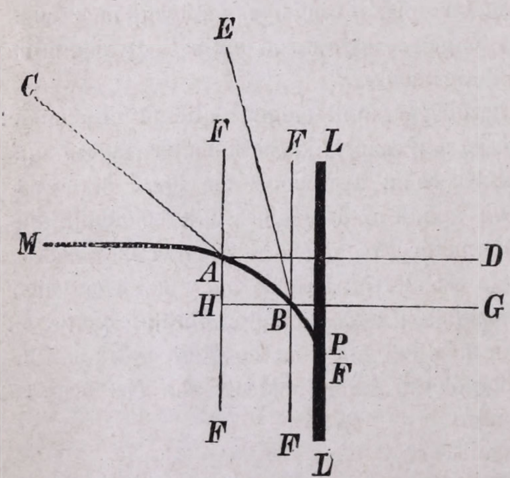
$$\sphericalangle CAD = 2[\sphericalangle CAF + \sphericalangle FAN]$$

tehát:

$$\frac{\pi}{2} + \psi = 2(\psi + \varphi)$$

$$\varphi = 45^\circ - \frac{\psi}{2} \tag{6}$$

Ha ekként a capillaris felület két pontjára nézve ψ leolvasásából meghatároztuk φ_1 és φ_2 értékét, úgy hozzávéve a kathethometeren lemérhető $z_1 - z_2$ magasságot, meg lesznek az a kiszámitására szükséges adatok. Az észleletek menetének megvilágitására szolgáljon a 2-ik ábra. A rajz sikja a szilárd sikra merőleges xz sik, LL a szilárd lap átmetszete, FF és FF függőlegesek. CA irányban beeső sugarak AD-vizszintes egyenesben veretnek vissza. A theodoliton leolvassuk a $\psi = CAF$ szöget. A kathethometer optikai tengelyét AD egyenesbe toljuk, ekkor a távcsőben feltünő fényes csik a távcsőben kifeszitett fonalkereszt keresztezési pontja mögé esik.



2. ábra.

Ha ez megtörtént, meghajlitjuk a theodolit távcsövét, úgy, hogy abból a sugarak az elsőtől eltérő EB irányban esnek a capillaris felületre. Legyen B egy pont, mely ez esetben vizszintes irányban és pedig *BG* egyenes mentében veri vissza a beeső párhuzamos sugarakat. A theodoliton leolvassuk $\psi_2 = EBF$ szöget. A kathethometer optikai tengelyét *BG* egyenesbe toljuk, s lemérjük $HA = z_1 - z_2$ magasságot. *HA* lemérése a kathethometeren mikrometer csavar által eszközölhető.

A kathethometer, melyet használtam Perreaux műhelyéből való volt s lehetővé tette $\frac{1}{200}$ millimeter lemérését: a theodolit gyanánt egy Starke és Kummer műhelyéből származó úgynevezett universal-készülék szolgált s azon a perczneк harmada kényelmesen leolvasható volt. Ez útóbbi eszközt Aujeszky Lipót főreáltanodai tanár ur volt szives rendelkezésemre bocsátani.

Az előleges kisérletek, melyeket eddig végeztem, leginkább a módszer pontosságának kipuhatolására voltak irányitva. E kisérletek kivitelét illetőleg a fő érdem Pokorny Ottokar műegyetemi repetitor urat illeti, ki a fáradságos beállitásokat a kezdetlegesen összeállitott eszközön nagy türelemmel és ügyességgel végezte.

Itt közlöm 9 ily észleletnek eredményét. Ez észleletekhez kereskedésben előjövő higany szolgált, miután az higitott légenysavval kimosatott s többször egymásután átszüretett. A kisérletek egy napon s ugyanazon felületen eszközöltettek. Mint a 9 kisérletben a higany felületnek ugyanazon része használtatott; φ_1 értéke mindig közel 9°, φ_2 értéke pedig közel 28° volt. A nyert értékek a-ra nézve:

2,415	2,411	2,468
2,407	2,468	2,476
2,498	2,420	2,420

Középérték $a = 2{,}442$

Ide csatolok még két e módszer szerint nyert értéket, melyet egy másik higany felületen tett észleletek szolgáltattak. Az első észleletnél volt $\varphi_1 = 6^0\ 56'$, $\varphi_2 = 25^0\ 16'$; a másodiknál $\varphi_1 = 7^0\ 7'$ és $\varphi_2 = 24^0\ 57'$. A kathethometer távcsövén nagyobb nagyitású tárgylencse volt alkalmazva, mint az előbb felsorolt 9 észleletnél. A nyert adatok:

$$a = 2{,}439$$
$$a = 2{,}435$$

Az egybehasonlitás könnyebbitésére itt közlöm a más észlelők által más módszerek alkalmazásával nyert értékeket:

Laplace	2,55	Poisson	2,55
Hagen	2,62 – 2,68	Béde	2,66
Danger	2,59	Desains	2,62—2,65
	Quincke 2,861—2,941.		

A jelentékeny eltérés ez eredmények között, úgy látszik onnét ered, hogy az észlelők külömböző görbületü felületeket vizsgáltak.

Van-e befolyása a felület görbületének a értékére? e kérdésnek eldöntésére épen az itt körvonalozott módszer van hivatva.

AZ EGYENES VEZETÉSRŐL.

Nagy Dezsö, müegyetemi tanártól.

A gépszerkezettannak sokáig egyik legérdekesebb feladata volt az egyenes vezetés, vagyis egy oly tisztán forgó mozgású rúdrendszer kitalálása, melynek valamelyik pontja egy egyenesben kénytelen mozogni.

Már Watt foglalkozott e kérdéssel, és talált is oly szerkezetet, melylyel egy pontot — habár nem is mathematikai szigorúsággal, de a gyakorlati czélnak eléggé megfelelőleg — egyenesben lehetséges vezetni. E felfedezést bizvást nevezhetjük Watt egyik legnagyobb érdemének, melyet magának a gőzgép szerkezetének megállapitása körül szerzett.

Watt óta a legtehetségesebb férfiak próbálgatták a feladat szigorú megoldását és találtak is többféle szerkezetet, mely gyakorlatilag eléggé használható ugyan, de minthogy megint csak közelitő szerkezet volt, a kérdés mathematikai megfejtését nem adja. A gyakorlat t. i. elégségesnek találja a pontot oly görbe vonalban vezetni, melynek felhasznált része megközelitőleg egyenes.

Annyi sikertelen fáradozás után, a feladat már-már oly szinben tünt fel, hogy a pontos megfejtés talán lehetetlen is; és egyrészt ép e lehetetlenség látszata, másrészt tudata annak, hogy a meg nem fejthetést sem sikerült bebizonyitani, folyvást a felszinen tartotta e kérdést. Nem volt gépszerkezettani probléma, mely a hivatottakra, valamint a nem hivatottakra nagyobb csáberőt gyakorolt volna. Vagy bebizonyitani a megfejtés lehetetlenségét, vagy megmutatni az utat, melyen a megoldás sikerülhet — ezt az alternativát eldönteni mathematikusok és gépszerkesztők egyaránt érdekes kérdésnek tartották.