E-CONOM

Online tudományos folyóirat
Online Scientific Journal

Tanulmányok a gazdaság- és társadalomtudományok területéről
Studies on the Economic and Social Sciences

ISSN 2063-644X

VIII./1.
2019

http://www.e-conom.hu

E-CONOM

Online tudományos folyóirat I Online Scientific Journal

Kiadja I Publisher
Soproni Egyetem Kiadó I
University of Sopron Press

A szerkesztőség címe I Address
9400 Sopron, Erzsébet u. 9., Hungary
e-conom@uni-sopron.hu

A kiadó címe I Publisher's Address
9400 Sopron, Bajcsy-Zs. u. 4., Hungary

ISSN 2063-644X

DOI: 10.17836/EC.2019.1.091

Borbála SZÜLE[1]

Der Zusammenhang zwischen dem optimalen Kreditrisikoniveau und dem Diversifikationsgrad im Bankensektor

Die Optimalität des Kreditrisikoniveaus kann auf viele Weise definiert werden, zum Beispiel sind Solvenz und Rentabilität besonders wichtige Aspekte. In dieser Studie wird ein theoretisches Modell präsentiert, in dem solvenzoptimierende und gewinnmaximierende Kreditrisikoniveaus verglichen, und die Zusammenhänge zwischen den optimalen Kreditrisikoniveaus und dem Diversifikationsgrad des Kreditportfolios analysiert werden. In dem Modell wird der Diversifikationsgrad mit der Größe des Kreditportfolios und Rentabilität mit der Eigenkapitalrendite gemessen, während Solvenz durch einen Perzentil-Wert charakterisiert wird, der zur Eigenkapitalverteilung gehört. Nach den Ergebnissen kann darauf geschlossen werden, dass die Differenz zwischen dem solvenzoptimierenden und gewinnmaximierenden Kreditrisiko sich erhöhen kann, wenn das Kreditportfolio kleiner wird. Die theoretischen Ergebnisse deuten auch darauf hin, dass es in dem präsentierten Modell keinen Diversifikationsgrad gibt, bei dem das solvenzoptimierende Optimum mit dem gewinnmaximierenden Optimum übereinstimmt.

Schlüsselworte: Diversifikation, Portfolio, Bank, Kreditvergabe von Banken, Risikoanalyse
JEL-Codes: G11, G21

Az optimális hitelkockázati szint és a diverzifikáltsági fok kapcsolata a bankszektorban

A hitelkockázati szint optimalitása sokféleképpen definiálható, a szolvencia és a profitabilitás például különösen fontos szempontok. Jelen tanulmány egy elméleti modellben a szolvencia-optimalizáló és a nyereség-maximalizáló hitelkockázati szintek összehasonlításával, valamint az optimális hitelkockázati szintek és a hitelportfolió diverzifikáltsági foka közötti összefüggések elemzésével foglalkozik. A modellben a diverzifikáltsági fok mérése a hitelporfólió nagyságával történik, a nyereségességet a sajáttőke hozama méri, a szolvenciát pedig a sajáttőke-eloszláshoz tartozó egyik percentilis érték jellemzi. Az eredmények alapján arra lehet következtetni, hogy a szolvencia-optimalizáló és a nyereség-maximalizáló hitelkockázat közötti különbség növekedhet, ha a hitelportfólió mérete csökken. Az elméleti eredmények arra is utalnak, hogy a bemutatott modellben nincs olyan diverzifikáltsági fok, amelynél a szolvencia-optimalizáló és a nyereség-maximalizáló optimum azonos lenne.

Kulcsszavak: diverzifikáció, portfólió, bank, banki hitelezés, kockázatelemzés
JEL-kódok: G11, G21

The relationship between the optimal credit risk level and the diversification grade in the banking sector

The optimality of credit risk levels can be defined in several ways, for example solvency and profitability are especially important aspects. In this paper a theoretical model is presented, in which it is possible to compare solvency optimizing and profit maximizing credit risk levels, and to analyze the relationships between optimal credit risk levels and portfolio diversification grade. In the model the portfolio diversification grade is measured by the size of the loan portfolio, the profitability is measured by the return on equity, and the solvency is characterized by a percentile value that belongs to the distribution of the equity. Based on the results the difference between the solvency optimizing and profit maximizing credit risk can increase if the credit portfolio size decreases. The results also suggest that in the presented model there is no portfolio diversification grade that would be associated with the equality of solvency and profitability optima.

Keywords: diversification, portfolio, bank, bank lending, risk analysis
JEL codes: G11, G21

[1] Autor ist Dozent an der Corvinus Universität Budapest (borbala.szule@uni-corvinus.hu)
A szerző a Budapesti Corvinus Egyetem egyetemi docense (borbala.szule@uni-corvinus.hu)
The author is associate professor at the Corvinus University of Budapest (borbala.szule@uni-corvinus.hu)

Einleitung

Kredit zur Verfügung zu stellen und Bankeinlagen zu sammeln gehört zu den traditionellen Tätigkeiten der Banken. Mit der dadurch verwirklichten Transformation von Risiken und Fristen können Banken zu der Funktionsfähigkeit des Wirtschaftssystems beitragen. Diese Transformation ist aber von Risiken begleitet, und Solvenzprobleme von Banken können auch zahlreiche wirtschaftliche Konsequenzen haben. Eine der wichtigsten Quellen von Risiken im Bankensektor ist die potenzielle Zahlungsunfähigkeit der Kreditnehmer. Mit der Verwendung von modernen Risikomanagement-Methoden ist es theoretisch möglich, das Kreditrisikoniveau einer Bank zu beeinflussen. Es sind interessante Forschungsfragen, ob es theoretisch ein solvenzoptimierendes Kreditrisikoniveau gibt, und ob das Solvenzoptimum mit dem Gewinnoptimum übereinstimmt. In dieser Studie werden diese Forschungsfragen in einem theoretischen Modell analysiert. Da die Diversifikation risikoverringernde Effekte haben kann, wird es in der Studie auch untersucht, wie der Diversifikationsgrad des Kreditportfolios die optimalen Werte beeinflusst.

Der theoretische Zusammenhang zwischen dem optimalen Kreditrisiko und Diversifikationsgrad wurde in der früheren Literatur noch nicht intensiv erforscht, obwohl viele ähnliche Fragen schon ausführlich analysiert wurden. Die frühere Literatur über das Kreditrisiko in dem Bankensektor ist umfangreich, da das Kreditrisiko auch eine wichtige Rolle in der Basel III Regulierung spielt (Bank for International Settlements, 2017). Eine Bankenkrise kann viele Schwierigkeiten mit sich bringen, zum Beispiel ist ein Effekt auf die Einkommensverteilung auch nicht auszuschließen (Agnello & Sousa, 2012), deshalb wurden auch Banksolvenzfragen in der Literatur schon analysiert. Dermine (2015) betont, dass in der globalen Finanzkrise zum Beispiel Liquiditätsrisiko und Kreditrisiko zu den Risikenquellen gehörten. Die Resultate einer empirischen Analyse von Marcucci und Quagliariello (2009) zeigen, dass das Kreditrisiko auch mit dem Wirtschaftszyklus zusammenhängen kann, sodass dieser Zusammenhang vom Portfoliorisiko beeinflusst werden kann. Delis und Karavias (2015) weisen darauf hin, dass es theoretisch ein optimales Kreditrisikoniveau geben kann. Vom praktischen Aspekt ist es auch erwähnenswert, dass Michalak und Uhde (2012) aufgrund empirischer Kalkulationen zeigen, dass die Securitisation des Kreditrisikos einen negativen Effekt auf die Finanzlage einer Bank haben kann.

In der Praxis können nicht nur das Risiko, sondern auch Diversifikation die Solvenzlage einer Bank beeinflussen, Dermine (2015) zum Beispiel erwähnt, dass die Diversifikation des Kreditrisikos oder eine verminderte Wahrscheinlichkeit der Zahlungsunfähigkeit von Kreditnehmern zu einer Senkung der Basel III Kapitalanforderung führen kann, was eine erhöhte Wahrscheinlichkeit einer Bankenkrise zur Folge haben kann. Der Zusammenhang zwischen der Größe und den potenziellen Risiken von Banken wurden auch schon eingehend in der Literatur analysiert, zum Beispiel bezüglich des Systemrisikos wird oft das „zu groß zum Scheitern“ („too big to fail“) Problem erwähnt (Kaufman, 2014), und das „zu viel zum Scheitern” („too many to fail”) Problem wurde auch schon erforscht (Acharya & Yorulmazer, 2007; Brown & Dinç, 2011). Varotto und Zhao (2018) weisen darauf hin, dass häufige Indikatoren des Systemrisikos im Bankensektor hauptsächlich durch die Firmengröße beeinflusst werden.

In dieser Studie wird ein Modell aufgebaut, in dem Ergebnisse über theoretisch mögliche Zusammenhänge zwischen dem solvenzoptimierenden und dem gewinnmaximierenden Kreditrisikoniveau und dem Diversifikationsgrad des Kreditportfolios abgeleitet werden können. In dem Modell werden einige Merkmale der „traditionellen” Tätigkeit einer Bank repräsentiert, das Modell beinhaltet jedoch nicht alle Eigenschaften der komplexen praktischen Banktätigkeiten. Der Diversifikationsgrad des Kreditportfolios wird mit der Größe des Kreditportfolios gemessen, und Solvenz wird durch einen Perzentil-Wert charakterisiert, der zur Eigenkapitalverteilung gehört. Die vorliegende Studie ist bestrebt, zu der früheren Literatur mit einer theoretischen Analyse der Zusammenhänge zwischen Portfoliodiversifikation und optimalen Kreditrisikowerten beizutragen.

Im Folgenden werden im Abschnitt 2 die Annahmen des theoretischen Modells dargestellt. Danach werden im Abschnitt 3 die optimalen Kreditrisikoniveaus abgeleitet. Im Abschnitt 4 wird der Effekt des Diversifikationsgrades untersucht. Die wichtigsten Ergebnisse der Studie werden im Abschnitt 5 zusammengefasst.

Das Modell

Die folgenden Modellannahmen konzentrieren sich auf einige der wichtigsten Eigenschaften des Bankensektors. Es wird deshalb nicht versucht, eine praxisorientierte Beschreibung der Banktätigkeit mit Hilfe mathematischer Modellierung zu verwirklichen. Diese theoretische Art der Modellierung kann dazu beitragen, dass einige theoretische Aspekte der analysierten wissenschaftlichen Fragen klarer dargestellt werden können.

In dem Modell wird die Bank grundsätzlich als eine „traditionelle" Bank betrachtet, die Bankeinlagen sammelt, die (zusammen mit dem Eigenkapital der Bank und bei Beachtung von Liquiditätsregeln) als Kredite für Kreditnehmer vergeben werden. Die Annahmen über die Tätigkeit der Bank im Modell können auch durch die theoretische Bilanz der Bank dargestellt werden:

Bilanz	der Bank
Liquiditätsreserven	Eigenkapital
Kredite	Bankeinlagen

Diese Bilanzstruktur ist natürlich ziemlich vereinfacht (die Bilanzstruktur einer Bank in der Praxis kann viel komplexer sein), da das Modell auf einige wichtige Merkmale der Banktätigkeit fokussiert ist. In der Praxis gibt es auch Unterschiede zwischen Banken in verschiedenen Ländern und zum Beispiel auch die Größe der Bank kann die Bilanzstruktur einer Bank beeinflussen. Aufgrund von Daten von Banken mit einem IFRS (International Financial Reporting Standards) Bericht war in 2012 der Anteil von Krediten und ausstehenden Aktiven („share of loans and receivables in total assets") in der Bilanzsumme zum Beispiel 49% in Frankreich und 80% in Irland. (European Central Bank, 2013, Seite 15) Die Passiven einzelner Banken können natürlich auch unterschiedlich sein, aber Bankeinlagen sind ein wichtiger Teil in der Bilanz: Aufgrund von Daten war der Mediananteilwert von Kundeneinlagen 40% in 2008 und 46% in 2012. (European Central Bank, 2013, Seite 16) Die Bilanzstruktur fasst wichtige Informationen über eine Bank zusammen, es ist jedoch auch erwähnenswert, dass nicht nur die Struktur der Bilanz, sondern auch andere Aspekte wesentlich sein können, zum Beispiel auch die Qualität der Kredite kann die finanzielle Stabilität einer Bank beeinflussen (Beltrame, Previtali, & Sclip, 2018).

Die Liquiditätsreserven der Bank dienen dem Management von Liquiditätsrisiken, denen die Bank wegen der Differenz der Laufzeit von Bankkrediten und Einlagen ausgesetzt ist (in der Praxis haben die Einlagen oft eine kürzere Laufzeit als die Bankkredite). Liquiditätsreserven werden mit der Beachtung von Reservenvorschriften gebildet. Die Aktiven und Passiven in der Bilanz sind gleich im Modell. Mit der Anwendung dieser Modellannahmen kann die Höhe aller vergebenen Bankkrediten zusammen wie in Gleichung (1) ausgedrückt werden:

$$n \cdot K = E_0 \cdot \left(1 + d \cdot (1 - t)\right) \tag{1}$$

wo n die Zahl der Bankkredite bezeichnet, und K ist die Summe die als Bankkredit für einen Kreditnehmer gegeben wird. In Gleichung (1) bezeichnet E_0 das Eigenkapital der Bank (zum Zeitpunkt der Kreditaufnahme), d das Verhältnis von Bankeinlagen und Eigenkapital, und t die Liquiditätsreservenrate.

Den Modellannahmen entsprechend ist die Höhe der Bankeinlagen im Zeitpunkt der Kreditaufnahme gleich $d \cdot E_0$ und die Höhe der Liquiditätsreserven kann als $d \cdot E_0 \cdot t$ ausgedrückt werden.

Der Eigenkapitalwert einer Bank soll in der Praxis den Eigenkapitalregulierungsvorschriften entsprechend sein, zum Beispiel haben risikosensitive Kapitalanforderungen eine wichtige Rolle im Rahmen der Bankenaufsicht (Cucinelli, Di Battista, Marchese, & Nieri, 2018). Die Höhe des Eigenkapitals ist in der Praxis nicht unbedingt der regulatorischen Mindestanforderung gleich (die nach den Regulierungsvorschriften kalkuliert werden kann), denn der Eigenkapitalwert kann auch größer als die Mindestanforderung sein. In dem Modell wird angenommen, dass der Eigenkapitalwert so hoch ist, dass dieser Wert der regulatorischen Mindestanforderungen entspricht unabhängig davon, wie hoch das Kreditrisikoniveau der Bank in dem Modell ist.

Im Zeitpunkt der Kreditaufnahme entspricht die Bilanz der Bank in dem Modell der Gleichung (1):

$d \cdot E_0 \cdot t$	E_0
$n \cdot K$	$d \cdot E_0$

In dem Modell wird angenommen, dass die Eigenschaften der gegebenen Bankkredite identisch sind. In diesem Fall kann die Zufallsvariable ξ_i so definiert werden, dass der Wert von ξ_i ist 1, wenn der Kreditnehmer (der mit „i" bezeichnet wird) den Kredit nicht zurückzahlen kann, und in dem anderen Fall (wenn der Kreditnehmer den Kredit zurückzahlt) der Wert von ξ_i ist 0. Die Summe der Zufallsvariablen ξ_i (i=1, …, n) wird im Folgenden mit ξ bezeichnet, und wegen der Definition von den Zufallsvariablen ξ_i (i=1, …, n) bezeichnet ξ die Zahl der Kredite mit zahlungsunfähigen Kreditnehmern. In dem Modell wird angenommen, dass die Laufzeit der Kredite ein Jahr ist, und am Ende der Laufzeit wird die Bilanz der Bank durch die Zufallsvariable ξ beeinflusst:

$d \cdot E_0 \cdot t \cdot R_D$	E_1
$(n-\xi) \cdot R_K \cdot K$	$d \cdot E_0 \cdot R_D$

Der Eigenkapitalwert am Ende der Laufzeit ist mit E_1 bezeichnet. Dieser Wert (das Eigenkapital am Ende der Laufzeit der Kredite) ist im Modell auch eine Zufallsvariable, die in Gleichung (2) definiert ist, so dass $\eta = E_1$:

$$\eta = d \cdot E_0 \cdot (t-1) \cdot R_D + K \cdot R_K \cdot (n-\xi) \qquad (2)$$

In Gleichung (2) können R_K und R_D als „Wachstumsraten" interpretiert werden. Im Falle von Krediten deutet R_K auf den Kreditzins hin; wenn zum Beispiel angenommen wird, dass die Laufzeit der Kredite ein Jahr ist, dann könnte R_K zum Beispiel auch als $1+r_K$ interpretiert werden, wo r_K den „jährlichen" Bankkreditzins zeigt. Auch wenn die Laufzeit der Kredite nicht ein Jahr wäre, könnte R_K auf die Höhe von Bankkreditzinsen hindeuten, deshalb wird im Folgenden R_K das Bankkreditzinsniveau repräsentieren.

Die Bezeichnung R_D wird im Falle von Bankeinlagen angewendet, und ähnlich zu R_K wird R_D als eine „Wachstumsrate" interpretiert: R_D zeigt, wie die Höhe der Einlagen während der Laufzeit der Kredite steigt. Die „Wachstumsrate" der Liquiditätreserven wird im Modell auch mit R_D bezeichnet (obwohl es theoretisch natürlich auch möglich wäre, für Liquiditätsreserven eine verschiedene „Wachstumsrate" zu definieren).

Gleichung (2) kann relativ einfach interpretiert werden, wenn angenommen wird, dass die Laufzeiten von Krediten, Einlagen und Liquiditätsreserven gleich sind, zum Beispiel stellen Gropp und Vesala (2004) sowie Hałaj (2013) einperiodige Modelle von Banken dar. Wenn diese Annahme (über die gleich lange Laufzeiten) nicht als gültig betrachtet werden kann, dann könnte angenommen werden, dass Einlagen (und Liquiditätsreserven) eine kürzere Laufzeit haben als Bankkredite, aber Bankeinlagen „erneut" werden (so dass der Zeitpunkt der Laufzeitenden der Bankkredite mit dem Zeitpunkt der Laufzeitenden der letzten „erneuten" Einlagen übereinstimmt), und auch in diesem Fall können R_K und R_D als „Wachstumsraten" interpretiert werden. Neben diesen Interpretationsmöglichkeiten könnte der Ausdruck in Gleichung (2) theoretisch auch in eine solche Richtung weiter entwickelt werden, dass Konsequenzen einer sehr schwierigen Liquiditätskrise (wo nur ein Teil der Bankeinlagen „erneut" wäre) auch berücksichtigt werden können (zum Beispiel könnte theoretisch angenommen werden, dass in Liquiditätskrisensituationen der Bank Kreditaufnahmemöglichkeiten zur Verfügung stehen). Damit die Ergebnisse des Modells einfacher zu überblicken sind, werden in dem Modell die Ergebnisse aufgrund von Gleichung (2) berechnet.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kreditnehmer den Kredit nicht zurückzahlen kann, wird im Modell mit p_K bezeichnet. Ähnlich zu den Feststellungen einiger Studien in der Literatur (Blum, 1999; Stiglitz & Weiss 1981) wird in dem Modell angenommen, dass der Kreditzins (der im Modell dem Bankkreditzinsniveau entspricht) die Wahrscheinlichkeit der Rückzahlung des Kredits beeinflussen kann. In dem Modell wird das Kreditrisiko durch den Kreditzins charakterisiert, es kann angenommen werden, dass zu einem höheren Kreditrisikoniveau ein höherer Kreditzinswert gehört. Mit der Anwendung dieser Annahmen hängt im Modell das Kreditrisiko mit der Wahrscheinlichkeit der Zahlungsprobleme zusammen.

Die Zufallsvariable ξ in Gleichung (2) folgt der binomialen Verteilung, und im Falle von relativ großen Werten von n (Zahl der Kreditnehmer) ist die Approximation der Binomialverteilung mit der Normalverteilung möglich. In dem Modell ist der Erwartungswert von ξ $n \cdot p_K(R_K)$, und die Varianz von ξ kann als $n \cdot p_K(R_K) \cdot (1 - p_K(R_K))$ kalkuliert werden. Wegen der Definition in Gleichung (2) kann in dem Modell auch angenommen werden, dass die Zufallsvariable η normalverteilt ist, und der Erwartungswert und die Standardabweichung von η können auch kalkuliert werden, da in Gleichung (2) η aus der Zufallsvariable ξ kalkuliert wird.

Die optimalen Kreditrisikowerte

Die Solvenz einer Bank ist ein wichtiger Begriff in der modernen Bankenregulierung. Solvenz und Zahlungsfähigkeit sind ähnliche Begriffe, aber Solvenz deutet oft nicht auf die Liquidität hin, sondern hängt mit der Ausgeglichenheit gegebener Mengen in der Aktiva- und Passivseite der Bankbilanz zusammen. In dem präsentierten theoretischen Modell kann die Bank als solvent betrachtet werden, wenn die Bank am Ende der Laufzeit der Kredite zahlungsfähig ist, also Bankeinlagen und Einlagezinsen bezahlt werden können. Aufgrund dieser Modellannahmen kann die Solvenzlage der Bank durch den Eigenkapitalwert E_1 charakterisiert werden. Der Eigenkapitalwert am Ende der Laufzeit der Kredite ist eine Zufallsvariable, die in Gleichung (2) mit η bezeichnet wird. Theoretisch kann die Verteilung von η durch zahlreiche Indikatoren beschrieben werden, in dem Modell wird ein Indikator kalkuliert, dessen mathematische Formel den Erwartungswert und die Standardabweichung von η auch beinhaltet: die Solvenz der Bank wird durch einen Perzentil-Wert charakterisiert, der mit VaR bezeichnet wird (diese Bezeichnung deutet darauf hin, dass „Value-at-Risk" manchmal auch so interpretiert werden kann, dass dieser Wert einem Perzentil-Wert entspricht). Ein alternativer Indikator der Solvenz könnte zum Beispiel die Solvenzwahrscheinlichkeit der Bank sein.

Der Wert von VaR ist in dem Modell die Funktion des Kreditrisikoniveaus (das mit R_K gemessen werden kann), und er kann aufgrund von McNeil, Frey, & Embrechts (2005) (Seiten 43-44.) wie in Gleichung (3) kalkuliert werden.

$$\mathrm{VaR}(R_K) = d \cdot E_0 \cdot (t-1) \cdot R_D + K \cdot n \cdot R_K \cdot \left(1 - p_K(R_K)\right) + \\ + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot K \cdot R_K \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{p_K(R_K) \cdot \left(1 - p_K(R_K)\right)} \qquad (3)$$

In Gleichung (3) wird angenommen, dass aufgrund der Größe des Kreditportfolios die Approximation der Binomialverteilung mit der Normalverteilung möglich ist, und deshalb bezeichnet in Gleichung (3) $\Phi(z)$ die kumulative Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. In Gleichung (3) bezeichnet α das Konfidenzniveau in der Kalkulation des Perzentil-Wertes.

Es kann angenommen werden, dass in der folgenden Kalkulationen α ein relativ kleiner Wert und deshalb $\Phi^{-1}(\alpha)$ ein negativer Wert ist. Wenn der Eigenkapitalwert am Ende der Laufzeit der Kredite höher ist, deutet es auf eine bessere Solvenzlage hin, deshalb kann das solvenzoptimierende Optimum so definiert werden, dass es zu dem Kreditrisikoniveau gehört, bei dem der Perzentil-Wert $\mathrm{VaR}(R_K)$ maximal ist.

Da der Solvenzindikator als eine Funktion des Kreditrisikos ausgedrückt werden kann, ist es möglich zu versuchen, ein solvenzoptimierendes Kreditrisikoniveau zu kalkulieren. Im Folgenden wird die erste Ableitung der Funktion in Gleichung (3) nach R_K kalkuliert, um das optimale Kreditrisikoniveau zu berechnen. Gleichung (4) zeigt die erste Ableitung von $\mathrm{VaR}(R_K)$ nach R_K (der Indikator des Kreditrisikoniveaus).

$$\frac{\partial \mathrm{VaR}(R_K)}{\partial R_K} = K \cdot n - K \cdot n \cdot \left(\frac{\partial p_K(R_K)}{\partial R_K} \cdot R_K + p_K(R_K)\right) + \\ + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot K \cdot \sqrt{n} \cdot \frac{2 \cdot \left(p_K(R_K) \cdot \left(1 - p_K(R_K)\right)\right) + R_K \cdot \frac{\partial p_K(R_K)}{\partial R_K} \cdot \left(1 - 2 \cdot p_K(R_K)\right)}{2 \cdot \sqrt{p_K(R_K) \cdot \left(1 - p_K(R_K)\right)}} \qquad (4)$$

Bei einem optimalen Kreditrisikoniveau ist der Ausdruck in Gleichung (4) gleich null, und der Kreditzins der zu dem solvenzoptimierenden Kreditrisikoniveau gehört, kann mit R_K^* bezeichnet werden. Um die Bedingung $\frac{\partial \mathrm{VaR}(R_K)}{\partial R_K} = 0$ und die Eigenschaften von R_K^* einfacher analysieren zu können, wird im Folgenden auch das gewinnmaximierende Optimum kalkuliert. Obwohl theoretisch eine Bank auch als risikoaverser Investor modelliert werden könnte (wie zum Beispiel Santomero (1984) erwähnt), kommt in der theoretischen Literatur oft vor, dass der Erwartungswert des Gewinns einer Bank maximiert wird (zum Beispiel Bülbül, Hakenes, & Lambert, 2019; Chiesa, 2008; Delis & Karavias, 2015; Hakenes & Schnabel, 2010; Momota & Maeda, 2004).

Die Gewinnrate (die in dem Modell auch als Eigenkapitalrendite interpretiert werden kann) kann als $\mu = \frac{\eta}{E_0} - 1$ definiert werden, und der Erwartungwert von μ ist von Gleichung (5) beschrieben.

$$m = \frac{d \cdot E_0 \cdot (t-1) \cdot R_D + K \cdot n \cdot R_K \cdot (1 - p_K(R_K))}{d \cdot E_0 \cdot (t-1) + n \cdot K} \tag{5}$$

Das Kreditrisikoniveau, das den Erwartungswert der Gewinnrate maximiert, ist erreicht, wenn $\frac{\partial m(R_K)}{\partial R_K} = 0$. Die erste Ableitung der Funktion in Gleichung (5) wird in Gleichung (6) kalkuliert.

$$\frac{\partial m(R_K)}{\partial R_K} = \frac{K \cdot n - K \cdot n \cdot \left(\frac{\partial p_K(R_K)}{\partial R_K} \cdot R_K + p_K(R_K)\right)}{d \cdot E_0 \cdot (t-1) + n \cdot K} \tag{6}$$

Wenn angenommen wird dass $\frac{\partial p_K(R_K)}{\partial R_K} > 0$ und $\frac{\partial p_K^2(R_K)}{\partial R_K^2} > 0$, dann ist das gewinnraten-maximierende, zu der Gleichung (6) gehörende Kreditrisikoniveau ein Maximum. Das gewinnratenmaximierende Kreditrisikoniveau kann in dem Modell mit R_K^{**} bezeichnet werden. Mit der Anwendung der Modellannahmen ist der gewinnratenmaximierende Kreditzins $R_K^{**} = \frac{1 - p_K(R_K)}{\frac{\partial p_K(R_K)}{\partial R_K}}$. Es ist auch erwähnenswert, dass es theoretisch möglich ist, dass mehrere optimale Lösungen existieren, zum Beispiel wenn $p_K(R_K) = a + b \cdot R_K + c \cdot R_K^2$, $a > 0, b > 0$ und $c > 0$, dann kann der optimale Wert als $R_K^{**} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 3 \cdot c \cdot (a-1)}}{a-1}$ kalkuliert werden. Es könnte natürlich auch untersucht werden, ob diese optimalen Werte ökonomisch „realistisch” oder aus ökonomischem Aspekt korrekt interpretierbar sind (ob zum Beispiel der Wert von R_K höher als 1 ist). Ob eine ökonomisch korrekt interpretierbare Lösung für das Kreditrisikoniveau existiert, hängt auch von der konkreten Form der Funktion $p_K(R_K)$ ab. Im Folgenden wird angenommen, dass eine solche Funktionsform analysiert wird, bei der mindestens eine ökonomisch korrekt interpretierbare optimale Lösung existiert.

Bei einem Vergleich der optimalen Kreditrisikowerte kann man feststellen, dass das solvenzoptimierende Kreditrisikoniveau nicht mit dem gewinnmaximierenden Optimum übereinstimmt. Dieses Ergebnis folgt daraus, dass $\left.\frac{\partial VaR(R_K)}{\partial R_K}\right|_{R_K = R_K^*} \neq 0$, da $\frac{\partial p_K(R_K)}{\partial R_K} \cdot R_K + p_K(R_K) = 0$ wenn $R_K = R_K^*$ und in dem Modell wird angenommen dass $\Phi^{-1}(\alpha) < 0$. Die Differenz zwischen den zwei optimalen Kreditrisikowerten hängt auch von der Größe des Kreditportfolios ab.

Effekte der Diversifikation

In dem Modell wird der Diversifikationsgrad durch die Zahl der Bankkredite charakterisiert: ein größeres Kreditportfolio kann als mehr diversifiziert betrachtet werden. Die Verteilung des Eigenkapitals hängt von der Zahl der Kredite ab, wie es Abbildung 1 zeigt (die Ergebnisse sind mit den folgenden Parameterwerten kalkuliert: $d=3$, $E_0=1$, $t=0.1$, $K=1$, $R_D=1$, $R_K=1.478$, $p_K=0.115 \cdot e^{RK}-0.25$, $\alpha=0.01$).

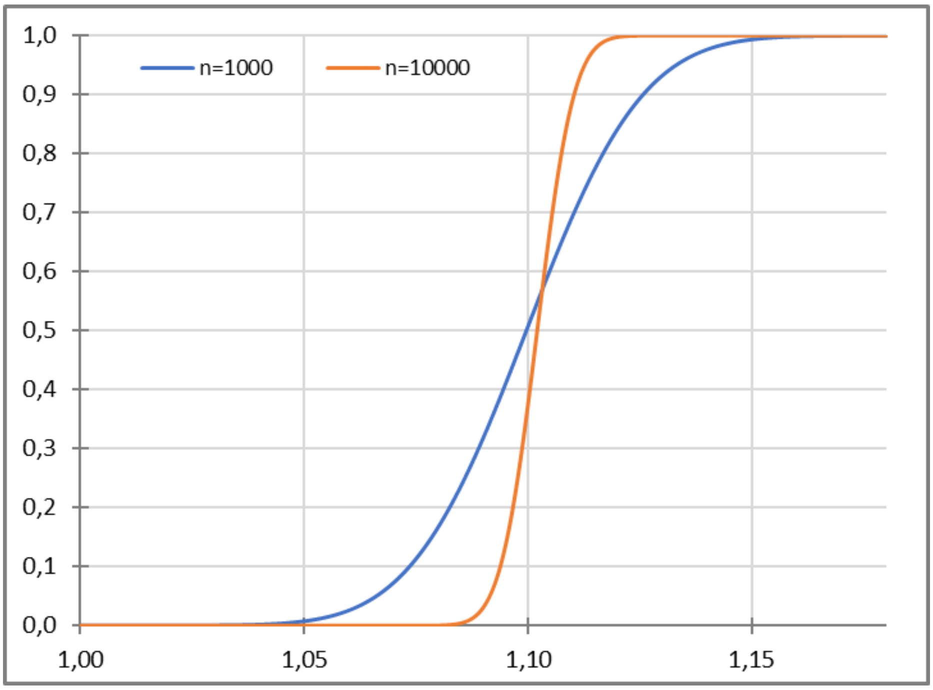

Abbildung 1: Verteilungsfunktion des Verhältnisses zwischen Eigenkapital und Portfoliogröße für verschiedene Portfolios
Quelle: eigene Kalkulationen

Damit die zwei Verteilungsfunktionen einfach verglichen werden können, zeigt Abbildung 1 die Verteilungsfunktionen, die zu verschiedenen Verhältnissen zwischen Eigenkapital und Portfoliogröße gehören (anstatt Eigenkapitalverteilungen). Es kann beobachtet werden, dass die Verteilungsfunktion, die zu dem größeren (mehr diversifizierten) Portfolio gehört, eine kleinere Standardabweichung hat. Dieses Ergebnis kann so interpretiert werden, dass bei einem relativ gut diversifizierten Portfolio die Wahrscheinlichkeit relativ groß ist, dass der Wert des Verhältnisses zwischen Eigenkapital und Portfoliogröße nicht weit entfernt von dem Erwartungswert ist.

In dem Modell beeinflusst die Portfoliogröße das gewinnmaximierende optimale Kreditrisiko nicht. Es ist jedoch erwähnenswert, dass es mit einer relativ kleinen Änderung der Modellannahmen möglich wäre, die Konstruktion des Modells so zu entwickeln, dass n (die Zahl der Bankkredite) das gewinnmaximierende Kreditrisikoniveau beeinflussen kann. Im Gegensatz zum Gewinnoptimum kann sich das solvenzoptimierende Kreditrisiko ändern, wenn sich die Zahl der Bankkredite ändert, da die erste Ableitung von $VaR(R_K)$ nach R_K (der Indikator des Kreditrisikoniveaus) von der Portfoliogröße abhängt. Wie Gleichung (4) zeigt, ist es möglich, dass für ein größeres Kreditportfolio das solvenzoptimierende Kreditrisiko höher ist.

Für gegebene Parameterwerte ($d=3$, $E_0=1$, $t=0.1$, $K=1$, $R_D=1$, $R_K=1.478$, $p_K=0.115 \cdot e^{RK-0.25}$, $\alpha=0.01$) zeigt Abbildung 2 die Werte von $\frac{VaR(R_K)}{n}$ (für n=1000 und n=10000) und das Verhältnis zwischen dem Erwartungswert des Eigenkapitals und der Portfoliogröße für verschiedene Bankkreditzinsniveaus (R_K). In Abbildung 2 kann beobachtet werden, dass das solvenzoptimierende Kreditrisiko sich erhöht, wenn die Zahl der Bankkredite höher ist (angenommen dass andere Parameterwerte sich nicht ändern).

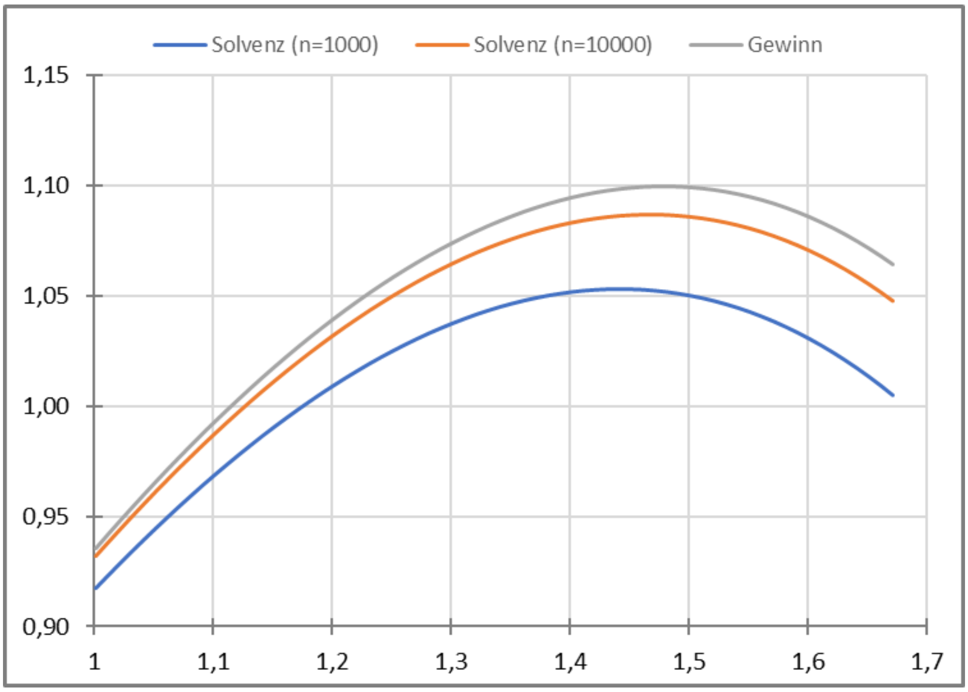

Abbildung 2: Optimale Kreditrisikoniveaus
Quelle: eigene Kalkulationen

Zusammenfassung

Das Kreditrisiko ist ein zentrales Element im Bankgeschäft. Da die Banktätigkeit viele Aspekte hat, kann theoretisch auch angenommen werden, dass zu den verschiedenen Aspekten unterschiedliche Optima gehören. Um zur Literatur beizutragen, untersucht diese Studie die Frage, wie solvenzoptimierende und gewinnmaximierende optimale Kreditrisikoniveaus sich voneinander unterscheiden können und wie der Diversifikationsgrad des Kreditportfolios diesen Unterschied beeinflussen kann.

In der Studie wird ein theoretisches Modell präsentiert, das ermöglicht, die Zusammenhänge zwischen dem Diversifikationsgrad und den optimalen Kreditrisikowerten zu analysieren. Das präsentierte Modell beinhaltet Annahmen, die die traditionelle Banktätigkeit charakterisieren. Eine der wichtigsten Annahmen ist, dass der Kreditzins eine Funktion des Kreditrisikos ist, also wenn das Bankkreditzinsniveau bekannt ist, dann ist auch das Kreditrisikoniveau gegeben. In dem Modell wird der Diversifikationsgrad des Kreditportfolios mit der Kreditportfoliogröße gemessen. Die Rentabilität ist durch die Eigenkapitalrendite und die Solvenz ist durch einen Perzentil-Wert charakterisiert, der zur Eigenkapitalverteilung gehört.

In dem Modell werden zwei Optimalitätskriterien unterschieden: Gewinnmaximierung und Solvenzoptimierung. Die optimalen Kreditrisikowerte werden in diesen zwei Fällen in dem theoretischen Modell berechnet und verglichen. Die theoretischen Ergebnisse zeigen, dass die Differenz zwischen dem solvenzoptimierenden und gewinnmaximierenden Kreditrisiko sich erhöhen kann, wenn das Kreditportfolio kleiner wird. Es gehört auch zu den Ergebnissen, dass es in dem theoretischen Modell keinen Diversifikationsgrad gibt, bei dem das solvenzoptimierende Optimum mit dem gewinnmaximierenden Optimum übereinstimmt.

Das theoretische Modell in der Studie ist relativ einfach, beinhaltet aber Annahmen, die einige der wichtigsten Eigenschaften repräsentieren, die die praktische Tätigkeit der Banken charakterisieren. Der Bereich der zukünftigen Entwicklungsmöglichkeiten ist breit, zum Beispiel könnten mehrere Definitionen für ein Solvenzoptimum analysiert werden, und die Konstruktion des Modells könnte so geändert werden, dass das Eigenkapital auch von dem Kreditrisiko beeinflusst werden kann.

Literaturverzeichnis

Acharya, V. V. – Yorulmazer, T. (2007): Too many to fail – An analysis of time-inconsistency in bank closure policies. *Journal of Financial Intermediation*, 16, 1–31. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfi.2006.06.001

Agnello, L. – Sousa, R. M. (2012): How do banking crises impact on income inequality? *Applied Economics Letters*, 19, 1425–1429. DOI: https://doi.org/10.1080/13504851.2011.631885

Blum, J. (1999): Do capital adequacy requirements reduce risks in banking? *Journal of Banking & Finance*, 23, 755-771. DOI: https://doi.org/10.1016/s0378-4266(98)00113-7

Beltrame, F. – Previtali, D. – Sclip, A. (2018): Systematic risk and banks leverage: The role of asset quality. *Finance Research Letters*, 27, 113–117. DOI: https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.02.015

Bank for International Settlements (2017): Basel III: Finalising post-crisis reforms. Bank for International Settlements. Basel Committee on Banking Supervision. https://www.bis.org/bcbs/publ/d424.pdf

Brown, C. O. – Dinç, I. S. (2011): Too many to fail? Evidence of regulatory forbearance when the banking sector is weak. *The Review of Financial Studies,* 24(4), 1378–1405. DOI: https://doi.org/10.1093/rfs/hhp039

Bülbül, D. – Hakenes, H. – Lambert, C. (2019): What influences banks' choice of credit risk management practices? Theory and evidence. *Journal of Financial Stability*, 40, 1–14. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfs.2018.11.002

Chiesa, G. (2008): Optimal credit risk transfer, monitored finance, and banks. *Journal of Financial Intermediation*, 17, 464-477. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfi.2008.07.003

Cucinelli, D. – Di Battista, M. L. – Marchese, M. – Nieri, L. (2018). Credit risk in European banks: The bright side of the internal ratings based approach. *Journal of Banking and Finance*, 93, 213-229. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2018.06.014

Delis, M. D. – Karavias, Y. (2015): Optimal versus realized bank credit risk and monetary policy. *Journal of Financial Stability*, 16, 13–30. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfs.2014.11.004

Dermine, J. (2015): Basel III leverage ratio requirement and the probability of bank runs. *Journal of Banking & Finance*, 53, 266-277. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2014.12.007

European Central Bank (2013): Banking structures report. November 2013, European Central Bank, http://www.ecb.europa.eu

Gropp, R. – Vesala, J. (2004): Deposit insurance, moral hazard and market monitoring. European Central Bank, Working Paper Series No. 302 https://www.ecb.europa.eu/pub/research/working-papers/html/papers-2004.en.html

Hałaj, G. (2013): Optimal asset structure of a bank. Bank reactions to stressful market conditions. European Central Bank, Working Paper Series No. 1533. https://www.ecb.europa.eu/pub/research/working-papers/html/papers-2013.en.html

Hakenes, H. – Schnabel, I. (2010): Credit risk transfer and bank competition. *Journal of Financial Intermediation*, 19, 308-332. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfi.2010.03.001

Kaufman, G. G. (2014): Too big to fail in banking: What does it mean? *Journal of Financial Stability*, 13, 214-223. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfs.2014.02.004

Marcucci, J. – Quagliariello, M. (2009): Asymmetric effects of the business cycle on bank credit risk. *Journal of Banking & Finance*, 33, pp. 1624–1635. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2009.03.010

McNeil, A. J. – Frey, R. – Embrechts, P. (2005): *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton University Press

Michalak, T. C. – Uhde, A. (2012): Credit risk securitization and bank soundness in Europe. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 52, 272–285. DOI: https://doi.org/10.1016/j.qref.2012.04.008

Momota, A. – Maeda, Y. (2004): The effect of solvency regulation to a bank. *Japan and the World Economy*, 16, 163–191. DOI: https://doi.org/10.1016/s0922-1425(03)00022-7

Santomero, A. M. (1984): Modeling the banking firm: a survey. *Journal of Money, Credit and Banking*, 16, 576–602. DOI: https://doi.org/10.2307/1992092

Stiglitz, J. E. – Weiss, A. (1981): Credit rationing in markets with imperfect information. *American Economic Review*, 71, 393–410.

Varotto, S. – Zhao, L. (2018): Systemic risk and bank size. *Journal of International Money and Finance*, 82, 45–70. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2017.12.002