

SZIMULÁLT VILÁGOK

SIMULATED WORLDS

Nagy Péter*

Természet- és Műszaki Alaptudományi Tanszék, Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskolai Kar,
Kecskeméti Főiskola, Magyarország

Kulcsszavak:

Turing-gépek
szimuláció
fizika

Keywords:

Turing-machines
simulation
physics

Cikktörténet:

Beérkezett 2015. október 19.
Átdolgozva 2015. október 27.
Elfogadva 2015. november 1.

Összefoglalás

Az első fejezetben rögzítjük a modern tudomány alapeszményét és tárgyaljuk az univerzális Turing-gépet, mint a klasszikus fizikai világ tökéletes szimulátorát. Ezután felvázoljuk a virtuális valóság megjelenítését számítógépeken és társadalmi hatásait, majd konkrét (saját kutatási) példákon keresztül bemutatjuk fizikai szimulációk jelentőségét. Az utolsó fejezetben elmélkedünk a szimulált univerzum lehetőségéről.

Abstract

The Universal Turing machine as perfect simulator of classical physics. The relevance of physical simulations. Virtual reality on computers. Considerations about simulated universes.

1. Matematikai és fizikai valóság

A természettudományok által vizsgált *menyiségek* az anyagi világ olyan releváns tulajdonságai, amelyek számszerűen jellemezhetők, ezért a természettudományok a matematika nyelvén beszélnek. A tudomány modern eszménye, hogy pontos matematikai összefüggést teremtsen az adatok között, mely összefüggések tudományos értékét az adja, hogy a valóság valamilyen lényegi tulajdonságát teszik megfoghatóvá számunkra. Ezt az eszményt nagy gondolkodók, filozófusok, matematikusok és fizikusok már régóta hiszik és fogalmazzák meg különböző formában.

Kettőt idézünk közülük:

„...bizonyosnak mondták, hogy az istenek ítélkezései messze meghaladják az emberi felfogást, s bizonyára már ez egymagában azt okozhatta volna, hogy az igazság mindörökké rejtve maradt volna az emberiség előtt, ha a matematika, amely nem a célokkal foglalkozik, hanem a dolgok lényegével és tulajdonságaival, az igazság más normáját meg nem mutatta volna az embereknek.”

(Spinoza) [1]

”A matematikai szellem tanít meg bennünket arra, hogy felismerjük az igazi, mély analógiát, melyet a szem nem lát, csak az ész sejt. A matematikai nyelv nélkül a dolgok belső analógiájának legnagyobb része ismeretlen maradt volna előttünk örökre.”

(Poincare) [2]

A következőkben egyszerű példával illusztráljuk a problémát, majd erre alapozva absztrakt definíciókat és tételeket fogalmazzunk meg, amelyek jelenlegi számítógépes, valós és virtuális világunk alapjait jelentik.

A példa négyezer éves: mekkora az egységoldalú négyzet átlója? A válaszhoz az első lépés egy nagy jelentőségű matematikai állítás, a Pitagorasz-tétel:

$$a^2 + b^2 = 1^2 + 1^2 = 2 = c^2 \rightarrow c = \sqrt{2}$$

* E-mail cím: nagy.peter@gamf.kefo.hu

(A Pitagorasz-tétel igen látványos és ötletes bizonyítása az [3] linken található.)

A tétel mutatja, hogy azt a számot (a „négyzetgyök 2” számot) keressük, amelyet önmagával megszorozva 2-t kapunk. Ez nagyon különös szám! Pitagorasz tanítványa Hipposzus megmutatta, hogy olyan végtelen jegű tört, amely nem állítható elő két egész szám hányadosaként, azaz irracionális szám. (Pitagorasz, aki a számok szépségének bűvöletében élt, megölette Hipposzust, hogy ez az undok tulajdonság titokban maradjon).

Próbáljuk ezt a különleges számot „méréssel” meghatározni, azaz mérjük hozzá a négyzet átlójához az egységnyi hosszúságú tekintett zsineget (amivel a négyzet oldalait kijelöltük). Mivel a hossz nem egész, marad kicsiny, egységnél rövidebb rész, ehhez mérjük hozzá a félbe hajtott egységnyi hosszúságú zsineget és nézzük meg ráfér-e. Az újabb maradékokkal ismételjük ezt az eljárást minden lépésben újra és újra félbehajtva a madzagot. Mindig azt jegyezzük fel, hogy az aktuális zsineghossz ráfér-e(1), vagy sem (0), így kapjuk, hogy:

$$\sqrt{2} = 1,414... = \left(1 \cdot 1 + 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{8} + 0 \cdot \frac{1}{16} + 1 \cdot \frac{1}{32}\right) + \dots = \frac{32+8+4+1}{32} + \dots = \frac{45}{32} + \dots = 1,40625 + \dots$$

Minél több mérési lépést (félbehajtást) teszünk, annál pontosabban közelítjük a keresett számot (de vajon hányszor tudjuk félbehajtani a zsineget?!).

A fenti „mérés” lényegileg egy szisztematikus eljárás, ún. *algoritmus*. Algoritmuson olyan megengedett lépésekből álló módszert, utasítássorozatot, részletes útmutatást, receptet értünk, amely adott, konkrét probléma megoldására alkalmas. Az „algoritmus” kifejezés a bagdadi arab tudós, al-Hvárizmi (Abu Dzsafer Muhammad bin Múza al-Hvárizmi, élt kb. 780-tól kb. 845-ig, Al-Khvorizmi, Al-Khorizmi stb.) nevének eltorzított, rosszul latinra fordított változatából ered [4].

Adhatunk más jellegű ún. *rekurzív* algoritmust is a keresett szám közelítésére:

$$x_{i+1} = \frac{1}{2} \left(x_i + \frac{r}{x_i} \right) \Rightarrow x_i \rightarrow x^* = \sqrt{r} \quad (\text{pl. } x_0=1).$$

Ez esetben is a rekurzív lépések számának növelésével egyre több jegy pontossággal kapjuk meg a keresett számot.

A fenti illusztráció alapján érdemes néhány általánosított fogalmat definícióval rögzíteni:

Algoritmus: szisztematikus, egyértelmű és véges művelet sor.

Kiszámítható számok: olyan valós számok, amelyek algoritmussal előállíthatók (minden ilyen szám esetén kell léteznie egy algoritmusnak, amely a 0-hoz a szám első jegyét rendeli, az 1-hez a második jegyét, ...).

Jelprocesszor: . Az algoritmus fizikai megvalósítása: olyan fizikai rendszer, amelynek állapotváltozóit felbonthatjuk *bemeneti* (a feldolgozás kezdeti időpontjában megfelelően előállítható) *változó*kra és *kimeneti* (a rendszer meghatározott dinamikai változása után mérhető) *változó*kra.

Programozható jelprocesszor: a bemenet tovább osztható a „valódi” kezdeti értékeket jelentő *bemenetre* és a rendszer időváltozását (dinamikáját) megszabó *programra*.

Processzási képesség: az adott fizikai rendszer által kiszámítható függvény-halmaz.

Alan Turing angol matematikus megmutatta, hogy a számítást végző fizikai rendszer bővítése, komplexitásának növelése nem sokáig gazdagítja a kiszámítható függvények körét; igen gyorsan eljutunk ahhoz a „legegyszerűbb” processzorhoz, amely ki tud számítani minden kiszámítható függvényt.

A Turing-gép szerkezeti elemei:

- megszámlálható (tehát indexelhető) lehetséges belső állapot,
- léptethető »végtelen« hosszúságú bináris adatszalog (memória),
- bináris író-olvasó fej (input-output kommunikáció),
- utasítás-lista (dinamika).

Az utasítás-lista szintaktikája:

[aktuális belső állapot; input bit] → [új belső állapot; output bit; adatszalog léptetés]

Turing-gép sorszáma: az adott Turing-gép utasítás-listáját átkonvertálhatjuk bináris számokba, majd sorfolytonosan leírva egy hosszú bináris számot kapunk. Ezt nevezzük a Turing gép sorszámának

Bár léteznek nem-algoritmizálható problémák és nem-kiszámítható számok, de MINDEN kiszámítható számhoz létezik algoritmus és minden algoritmus megvalósítható egy konkrét Turing-géppel.

Tétel: MINDEN kiszámítható függvény kiszámítható a megfelelő utasítás-listával adott Turing-géppel.

Univerzális Turing-gép: egyetlen, rögzített utasítás-listával rendelkező Turing-gép, amely tetszőleges Turing-gép működését szimulálja, ha bementére a kérdéses gép sorszámát visszük.

Számítógép: az univerzális Turing-gép elektronikus megvalósítása.

Összefoglalva:

Minden:

- *algoritmizálható probléma megoldható,*
- *kiszámítható szám kiszámítható,*
- *klasszikus fizikai „valódi” rendszer szimulálható*
- *klasszikus (pl. elektronikus) számítógépen, azaz tökéletes eszköze a megismerési folyamatnak.*

Ezekre az elvekre alapozva hozta létre Neuman János az első számítógépet és számítógépes világunk, ma is ezekre alapozva működik.

A számítógép tehát a klasszikus fizikai világ tökéletes szimulátora. A 3. fejezetben néhány önkényesen (a saját kutatási területeimről) választott példán illusztrálom a számítógépes szimulációk jelentőségét és hatékonyságát a fizikai kutatásokban, előtte azonban érdemesnek tűnik egy érdekes gondolati kitéréssel a számítógépeknek a virtuális valóságban betöltött szerepét is megvizsgálni.

2. Virtuális valóság

Nem szükséges és célszerű mindig „szigorúan” ragaszkodni a valóság racionális leképezéséhez (vagy, mert a priori módon kívül esik a racionalitás hatókörén, vagy, mert aktuálisan még nem vihető végig racionális úton), sokszor hatékonyabb a nem-racionális megközelítés (esztétika, morál, politika, hit stb.) Erre mindnyájan ismerünk példákat, a gyermekmesék, a zene és a képzőművészet világa sem közelíthető racionálisan. A képzőművészeti alkotások akár homlokegyenest ellenkező értelmezést is nyerhetnek. (pl. Wagner Sándor: Dugovics Titusz önfeláldozása, 1853),(magyar és török megközelítés: ki rántott le kit?!).



Az emberi gondolkodásban és lélekben permanensen jelenlevő és termelődő igény van a képzelte, de a valósághoz kapcsolódó, azzal összefonódó történésekre, történetekre:

- mitológia (pl. Prométheusz tüzet lop),
- regék (pl. Alexandrosz látomása „Bátraké a szerencse.”),
- mondák (pl. csodaszarvas),
- mesék (pl. Mátyás király),
- költészet (pl. Arany János: Walesi bárdok),
- regények (pl. Balzacot egyszer asztalára borulva, sírva találták barátai. „Mi történt?” kérdezték megrendülve, mire az író zokogva felelte: „Most halt meg Goriot apó...”).

A modern kor minden bizonnyal a klasszikus hagyományok fantáziadús folytatásaként új világokat is teremtett:

Oxford (1930-as 40-es évek): az Inkling-ek társasága forradalmasítja a „mesemondás technológiáját”, teljes virtuális világokat teremtenek (történelemmel, nyelvészettel, politikával, kultúrával):

C. Lewis: Narnia,

J. R. R. Tolkien: Középfölde (amerikai kiadás 1958., mi áll a siker hátterében?)

A számítógépek itt is új dimenziót nyitottak, csak felsorolva megemlítünk néhányat:

1974: Dungeons & Dragons

az első komplex, kereskedelmi szerepjáték: csapatok, versenyek.

1984: Islands of Kesmai

az első szemi-grafikus számítógépes szerepjáték.

1991: Neverwinter Nights

az első sok-felhasználós grafikus számítógépes szerepjáték.

1997: Ultima Online és Everquest

MMORPG (Massively Multiplayer Online Role-Playing Game).

2000: World of Warcraft

az első MMORPG játék, amely átlépi az 1 milliós határt.

2003: Second Life és Entropia Universe

új dimenzió: a virtuális és a valódi világ integrálása!!!

A számítógép virtuális világa nagyon hamar integrálódott a valóságba:

- A valódi gazdaság szereplői megjelennek a virtuális világokban áruikkal és szolgáltatásaikkal: pl. McDonalds (a játékban betérünk egy pizzériába, rendelünk pizzát és nemsokára tényleg csenget a pizza-futár), Philips Design, Wired, Cnet, Mark & Spencer, Reuters és Index (magyar) stb.
- Valódi nagykövetségeket nyitottak a virtuális világokban (első a Svéd Nagykövetség volt a Second Life-ban 2005-ben, amelyben útlevél ügyeket lehetett intézni).
- Virtuális mulatók, szexuális szolgáltatások megjelenése (az FBI is érdeklődik...).
- Egyetemek: Harvard, New York University, New Oxford valós képzési lehetőségek.
- 2006-os Nobel-díj estélyen személyes beszélgetések, Entropia Universe (Mindark)

Ez a összefonódás komoly következményekkel jár és hasznossága mellett súlyos problémákat is felvet. Néhány következmény:

- Kísérleti szociológia, ökológia, ökonómia megvalósítási lehetősége (pl. ARDEN).
- Avatar és virtuális javak kereskedelme (IGE, Ebay).
- Bérjátékosok megjelenése (mintegy 80 jüan = 1800 forint napszám).
- MMORPG bevételek 2005-ben meghaladták a 2,5 milliárd USD-t (Norrath-nak az Everquest virtuális országának nagyobb a GDP-je, mint Bulgáriáé), (adótörvények vannak készülöben a virtuális (?) jövedelmekre!).

A legsúlyosabb következmény talán a szenvedélyes játékosok pszichikai változása, ami komoly viselkedési zavarokra is vezethet. Az MMORPG játékosok:

- 46 %-a ugyanolyan értékesnek tartja a játék során kialakult kapcsolatokat, mint a mindennapi életben levőket.
- 21 %-a fontosabbnak, sikeresebbnek véli a játékban megélt életét, mint a „hétköznapi” életét.
- 14 %-a több aktív időt tölt a virtuális világban, mint a „valódi” világban.

A XXI. század elején tehát nem csupán azt jelenthetjük ki, hogy a számítógépes virtuális valóság fontos része az életünknek, hanem, hogy sokszor igazából már keveredik a valós világgal, néha szinte nem is különíthető el tőle.

3. Szimulációk a fizikában

A számítógépek a fizika számára is új dimenziót nyitottak, létrejött a *számítógépes kísérleti fizika*, mint teljesen újszerű vizsgálati módszer. A számítógépes szimulációk segítségével olyan modellekről tudunk releváns kvantitatív információkat nyerni, amelyek korábban egyáltalán nem, vagy csak kvalitatív módon voltak tárgyalhatók. A fizika számos területén használnak szimulációkat a tudományos kutatás eszközeként, e helyen két olyan példát mutatok be, amelyeken magam is intenzíven alkalmazom.

3.1. Káoszelmélet

A kaotikus rendszerek vizsgálata az egyik legfontosabb és legismertebb példája a számítógépes kísérleti fizikának. Az alábbiakban bemutatott szimulációkat a [5] honlapról ingyenesen letölthető *Dynamics Solver* programban készítettem.

Azokat a rendszereket, amelyek időbeli változását (dinamikáját) egyértelmű szabályok határozzák meg, *determinisztikus rendszereknek* nevezzük. A *káosz* determinisztikus rendszerekben megjelenő olyan mozgás (változás), amely:

- *szabálytalan, nem ismétli önmagát, nem periodikus,*
- *előrejelezhetetlen, érzékeny a kezdőfeltételekre, hosszútávon valószínűségi leírás,*
- *határozott struktúrájú, a fázistérben: fraktál szerkezetű.*

Folytonos időváltozójú dinamika esetén a káosz feltétele, hogy a fázistér legalább 3 dimenziós és legalább egy vezérlőfüggvénye nemlineáris jellegű legyen.

Egyszerűen megvalósítható kaotikus mechanikai modellként tekintsük egy *bonyolult alakú tálban mozgó golyó dinamikai viselkedését* [6]. A tál felületi pontjainak $z(x,y)$ magasságát megadó függvényt gravitációs potenciálként tekinthetjük, adott $V(x,y)$ potenciálban mozgó (egységnyi tömegű) test mozgásegyenletei könnyen felírhatók:

$$\ddot{x} = -\frac{\partial V}{\partial x} - \alpha \dot{x}, \quad \ddot{y} = -\frac{\partial V}{\partial y} - \alpha \dot{y}$$

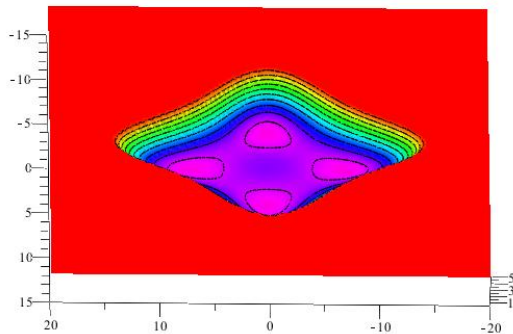
Az egyenletekbe beillesztettünk egy súrlódásos (disszipatív) erőt is α súrlódási tényezővel, $\alpha=0$ érték esetén a rendszer súrlódásmentes (konzervatív). Sebességváltozók bevezetésével alakítsuk az egyenleteket a szokásos elsőrendű differenciálegyenlet-rendszerre:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f_1(x, y, u, v) = u \\ \dot{u} &= f_2(x, y, u, v) = -\frac{\partial V}{\partial x} - \alpha u \\ \dot{y} &= f_3(x, y, u, v) = v \\ \dot{v} &= f_4(x, y, u, v) = -\frac{\partial V}{\partial y} - \alpha v \end{aligned} \right\}$$

A tál z magasságának x és y függését az alábbi (széles függvényosztályból ad-hoc paraméterekkel választott) függvényvel közelíthetjük, amely egyúttal (ha a tálat vízszintes felületre helyezük) a V gravitációs potenciált adja (x, y és V centiméter egységben értendő):

$$z(x, y) = V(x, y) = 10^{-4} (x^4 + 9y^4 + 26x^2y^2 - 100x^2 - 300y^2 + 5000)$$

Fontos megjegyezni, hogy a fenti potenciál esetén a tál legmélyebb része nem a közepén van, hanem a tál négy „csúcsa” közelében, tehát ezek jelentik az energia-minimumokat, azaz a golyó lokális stabil egyensúlyi helyzeteit. A fenti potenciálú tál esetén a minimumhelyek rendre $(x_1=0; y_1=4,0825)$, $(x_2=0; y_2=-4,0825)$, $(x_3=7,0711; y_3=0)$ és $(x_4=-7,0711; y_4=0)$.



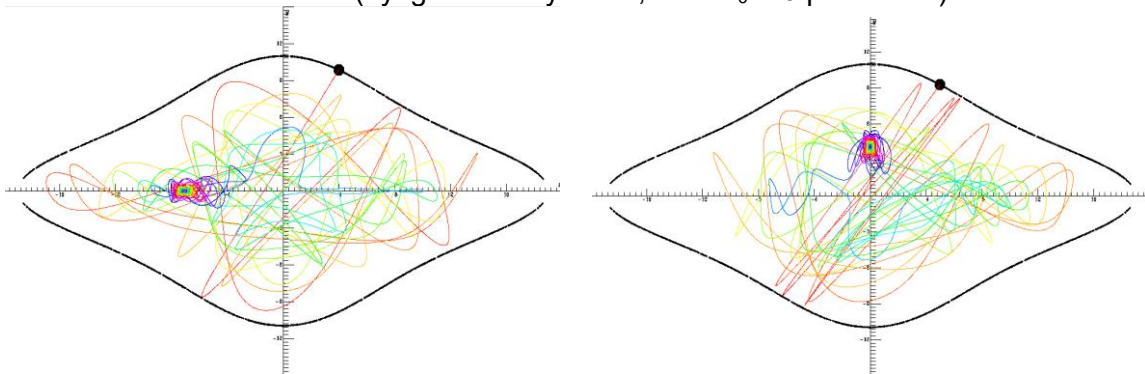
(a) MAPLE megjelenítés



(b) kép egy hasonló alakú tálról

3.1.1. ábra.

Az alábbi ábrán a tálban súrlódásos mozgást ($\alpha=0.005$) végző golyó szimulációit mutatjuk be két különböző kezdeti feltételből (nyugalmi helyzetből, a tál $E_0=10$ pereméről) indítva.



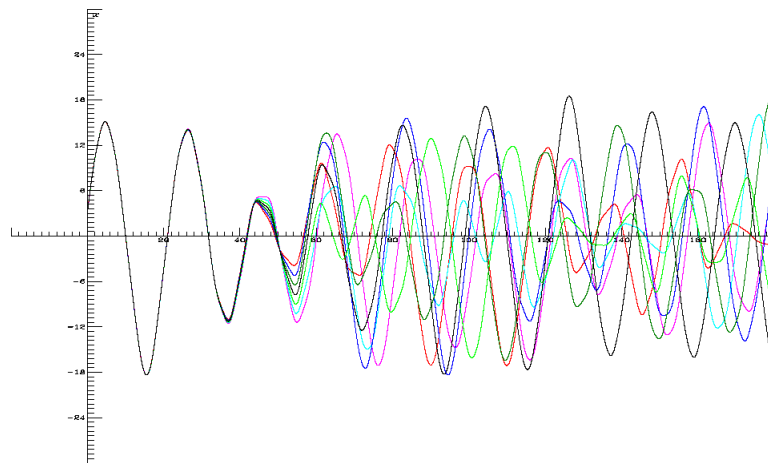
(a) $(x_0=4; y_0=9.86)$

(b) $(x_0=5; y_0=9.2796)$

3.1.2. ábra. A tálban súrlódásosan mozgó golyó ($E_0=10$).

Két fontos észrevételt tehetünk:

- (1) A golyó mozgása teljesen véletlenszerű, kaotikus.
- (2) A két közeli pontból indított golyó igen rövid idő után már teljesen eltérő pályán mozog, azaz a mozgás roppant érzékeny a kezdőfeltételre.

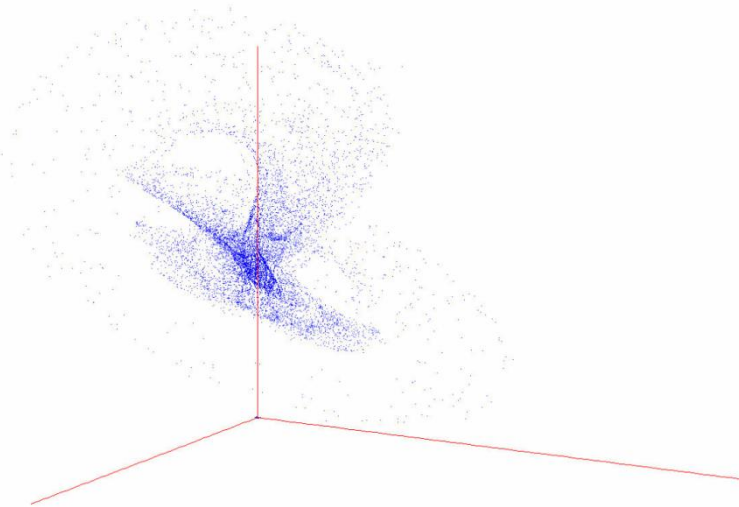


3.1.3. ábra. Fáklyadiagram $E=10$, $y_0=5$, $v_0=0$ és 7 különböző x_0 kezdőfeltétel mellett.

A káosz egyik legalapvetőbb vonása a kezdőfeltételekre mutatott extrém érzékenység, amelyet legszemléletesebben az úgynevezett *fáklya-diagrammon* mutathatjuk be. A diagramon különböző, egymáshoz nagyon közeli kezdőfeltételekből indított mozgások valamelyik jellemzőjét (például a helykoordináta egyik komponensét) ábrázoljuk az idő függvényében. A tipikus fáklya-diagram valóban fáklya alakra emlékeztet: bizonyos ideig a különböző mozgások együtt haladnak, később azonban drasztikusan szétválnak, és egy idő után jól látszik, hogy teljesen lehetetlen előrejelezni a golyó mozgását.

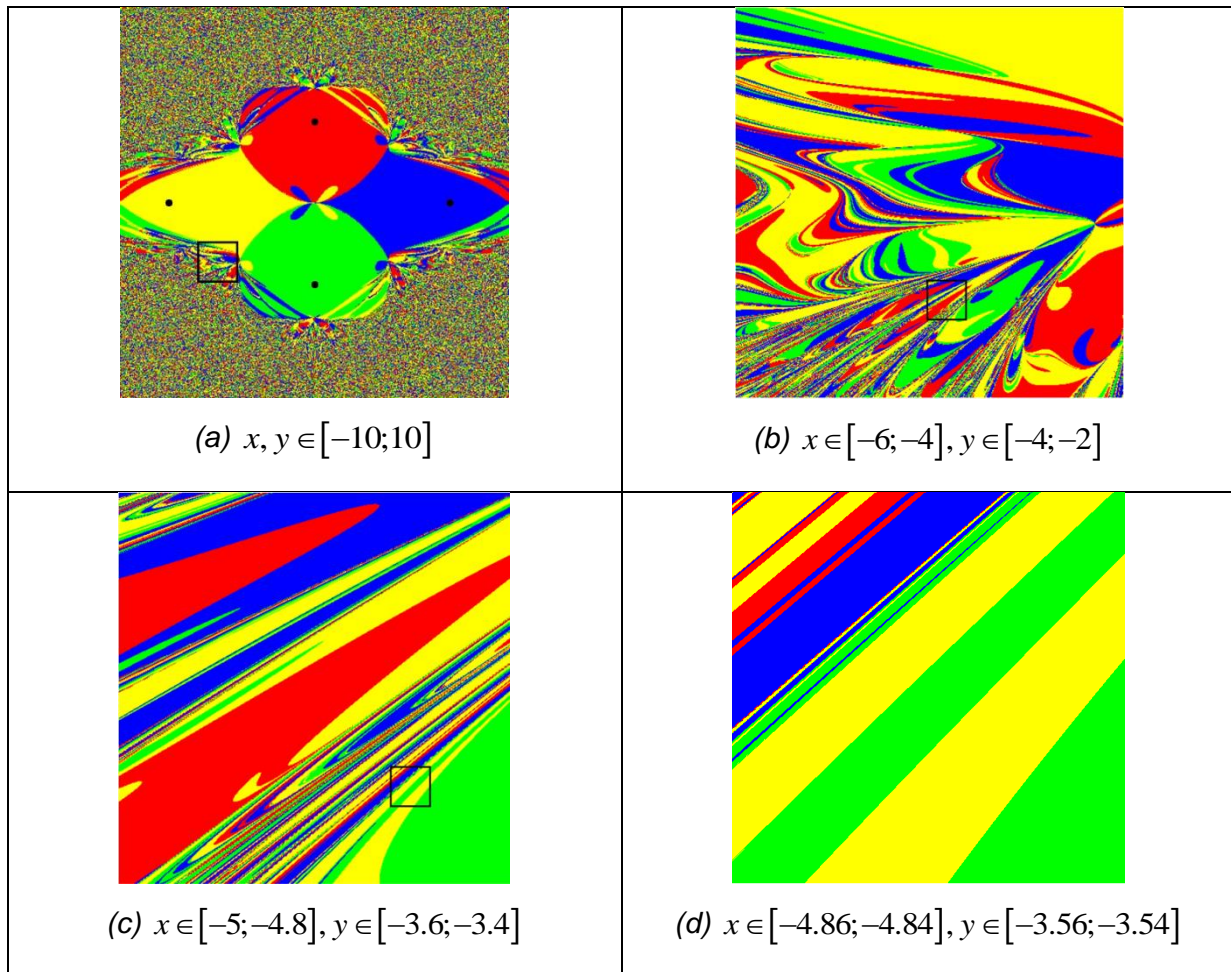
A fenti potenciállal adott tálban történő súrlódásmentes mozgás x - t grafikonját 7 különböző, de egymáshoz nagyon közel eső ($x_0=2.97, 2.98, 2.99, 3.00, 3.01, 3.02$ és 3.03) kezdőfeltételekkel indítva ábrázoltuk (3.1.3. ábra). Látszik, hogy $t=50$ időpontig a grafikonok együtt mozognak, majd $t=50$ után markánsan szétválnak. A mozgás tehát csak kb. 50 időegységig jelezhető előre. Ennél hosszabb időkre az adható meg, hogy milyen valószínűséggel kerül a mozgó test adott állapot környezetébe. Mivel a bonyolult tálban mozgó golyó konzervatív rendszer, így az x értéke csak az E paraméter által meghatározott értékeken belül mozoghat, ezért a fáklya nem nyílik teljesen szét.

A kezdeti feltételekre való extrém érzékenységet még jobban szemlélteti a „fáziscsepp szétterjedése” jelenség, amely azt mutatja be, hogy egy dinamikai rendszer fázissterében kijelölt kicsiny méretű „fáziscseppjében” levő különböző kezdeti feltételeket jelentő fázispontok miként távolodnak el egymástól az időfejlődés során. Az alábbi ábrán az látható, hogy a híres Lorenz-modell 3 dimenziós fázissterének origója közelében felvett parányi fáziscsepp belsejében levő 10000 kezdőfeltételt reprezentáló fázispont hogyan terjedt szét 25 időlépés alatt. (A [7] linken megtekinthető a Dynamics Solverben készített szimuláció alapján készült videó.)



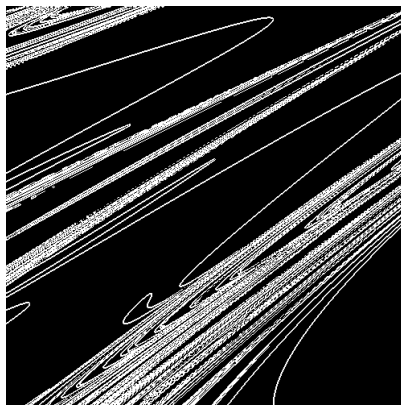
3.1.4. ábra. „Fáziscsepp szétfolyás” a Lorenz-modellben.

Visszatérve a 3.1.2. ábrához megállapíthatjuk, hogy a fizikai szemléletnek megfelelően a trajektóriák kaotikus mozgás után valamelyik fentebb megadott minimumhelybe tartanak. Az ilyen típusú mozgást tranziens káosznak nevezzük: a rendszer eleinte kaotikus, de végül valamilyen periodikus mozgáshoz, vagy nyugalmi helyzethez jut el, tehát a káosz csak véges időtartamú. Esetünkben a kaotikus mozgás attraktorai a négy (energia) minimumhely által meghatározott nyugalmi helyzetek. Térképezzük fel a tranziens káosz négy attraktorának (a tál 3.1.1 (a) ábrán látható négy gödrének) vonzási tartományait a Dynamics Solver programmal. A négy attraktorhoz különböző színeket rendelünk és a térkép minden pontja olyan színt kap, mint a pontból kezdősebesség nélkül indított golyó végállapot-gödre (amelyben végül megáll). A négy attraktor színkódja rendre: $(x_1=0; y_1=4,0825)$ attraktor piros, $(x_2=0; y_2=-4,0825)$ zöld, $(x_3=7,0711; y_3=0)$ kék és $(x_4=-7,0711; y_4=0)$ sárga, az (a) ábrán a kis fekete karikák jelzik az attraktorokat (gödröket).



3.1.4. ábra. A tál vonzási tartományai a Dynamics Solver program segítségével ($\alpha = 0,01$ súrlódási együttható, 500×500 felbontás, nulla kezdősebességgel indítva).

A vonzási tartományok ún. fraktálgeometriát mutatnak, amely leginkább azzal a furcsa, szokatlan tulajdonsággal illusztrálható, hogy a tartományok határának dimenziója nem egész szám (jelen esetben 1 és 2 közé esik, miként az alábbi ábrán érzékelhető) [8].



3.1.5. ábra. A 3.1.4.(c) ábrán látható tartomány vonzáshatárai.

3.2. Komplex rendszerek

A komplex rendszer fogalmát eredendően a fizikában vezették be olyan rendszerekre, ahol az alkotóelemek nagy száma és a közöttük lévő kölcsönhatás révén a rendszer globális

viselkedése az egyes elemekétől lényegesen eltérő sajátosságokat mutat. Másképpen fogalmazva: az ún. kooperatív viselkedés miatt az egész több mint részeinek összege.

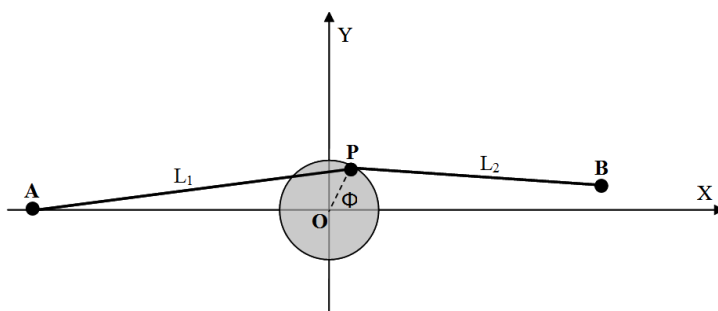
A komplex rendszerek fogalma azonban napjainkra interdiszciplinárissá alakult, a tudomány számos területén megjelennek olyan kölcsönható rendszerekben, ahol az egyes egyedek valamilyen optimális állapot elérésére törekednek. Ilyen típusú viselkedés megfigyelhető a gazdaságban, a szociológiában, a biológiában vagy fizikai rendszerekben is, ahol ugyan a kölcsönható elemeket (ágenseket) eltérő módon definiálják, de hasonló korrelatív viselkedésük a háttérben univerzális törvényeket sejtet. Ezekben a rendszerekben a komplexitás az egyszerre jelenlévő különböző tényezők eredő hatásaként jelenik meg.

A komplex rendszerek igen széles modell-osztálya írható le az alábbi tulajdonságokkal:

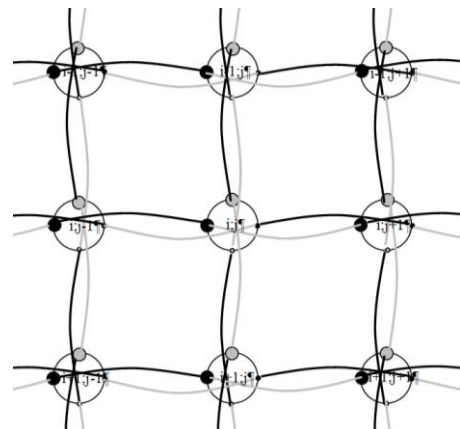
- azonos típusú, véges sok lehetséges állapottal rendelkező ágens (elemet) tartalmaznak,
- az ágensek száma igen nagy (termodinamikai határesetben végtelen),
- az ágensek egy meghatározott topológiában (többnyire valamilyen rácsstruktúrában) helyezkednek el,
- az ágensek között *lokális* (rövidtávú „szomszéd-szomszéd”) *kölcsönhatások* vannak,
- létezhetnek a rendszer egészét (azaz minden ágens) érő *globális* (külső) *hatások*,
- az ágensek szintjén *véletlenszerű állapotváltozások* (fluktuációk) történnek.

A fenti tulajdonságokkal bíró ún. *Potts-modell* számos különböző tudományterületen használatos, mint pl. fizika (mágnesek, gázok, rugalmas testek, ...), kémia (oldatok, autokatalitikus reakciók, ...) és humántudományok (szociológia, makrogazdasági folyamatok,...).

A *katasztrófaelmélet* olyan determinisztikus rendszerek leírásával foglalkozik, amelyekben egy vagy több paraméter folytonos, kicsiny változtatása a rendszer állapotában hirtelen, ugrásszerű, nagymértékű változást hoz létre. A katasztrófajelenség szemléltetésére és tanulmányozására alkotta meg az 1970-es években E. C. Zeeman a nevét viselő katasztrófagépet (3.2.1. (a) ábra).



(a) A Zeeman-féle katasztrófagép.



(b) Egy lehetséges Zeeman-kristály

3.2.1. ábra.

Egy új, korábban nem vizsgált modell-osztályt alkottunk meg [9] által, hogy a Zeeman-gépeket hálózatba kötöttük, legegyszerűbb topológiaként négyzetrács hálózatba. Bármely $(i;j)$ ágens (Zeeman-gép) pillanatnyi állapotát (helyzetét) jellemezzük egy szöggel, például a kis fekete ponttal jelölt rögzítési hely $\Phi_{i,j}$ szögét a jobbra mutató iránnyal. Érdekes dinamikához jutunk, ha a

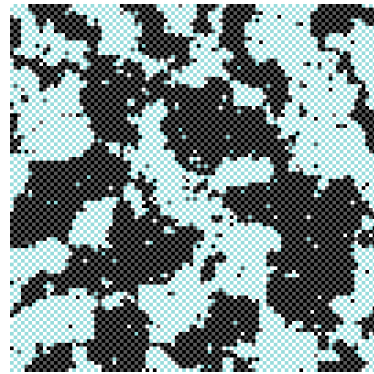
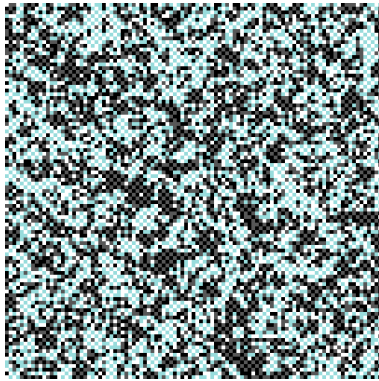
$\Phi_{i,j}$ szögváltozóknak csak *diszkrét* értékeket engedünk meg, például legyen csak négyértékű

$$\Phi_{i,j} \in \left\{ 0; \frac{1}{2}\pi; \pi; \frac{3}{2}\pi \right\}.$$

Kézenfekvő, hogy a Zeeman-hálózat az alfejezet elején felvetett modell-osztályra jellemző első négy tulajdonsággal már rendelkezik, az utolsó kettőt pedig heurisztikus módon illeszthetjük be a modellbe. A globális hatást úgy, hogy a potenciális energiába teszünk be megfelelő $H(\Phi)$ új tagot olyan formában, hogy az energiaminimum elvét követve a külső térrel erősítő („vonzó”) kölcsönhatásban levő állapotok csökkentsék, a gyengítő („taszító”) kölcsönhatásban levő állapotok növeljék az energiatag értékét. A fluktuációt pedig az ún. *Boltzmann-faktor* beillesztésével vihetjük a modellbe. Az így kapott sztochasztikus Zeeman-hálózat modellt *Zeeman-kristálynak* neveztük el (3.2.1. (b) ábra).

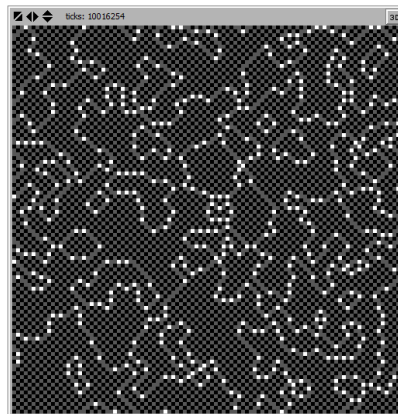
A Zeeman-kristály modell szimulációját *NetLogo* programban valósítottuk meg. A NetLogo ágens alapú komplex rendszerek szimulációjára kifejlesztett ingyenes, barátságos programozási környezet, amely telepítő fájlja letölthető a [10] honlapról.

Az alábbiakban a szimulációk néhány eredményét mutatom be.



(a) A kritikus hőmérséklet felett (b) A kritikus hőmérséklet alatt
3.2.2. ábra. Fázisátalakulás a Zeeman-kristály modellben.

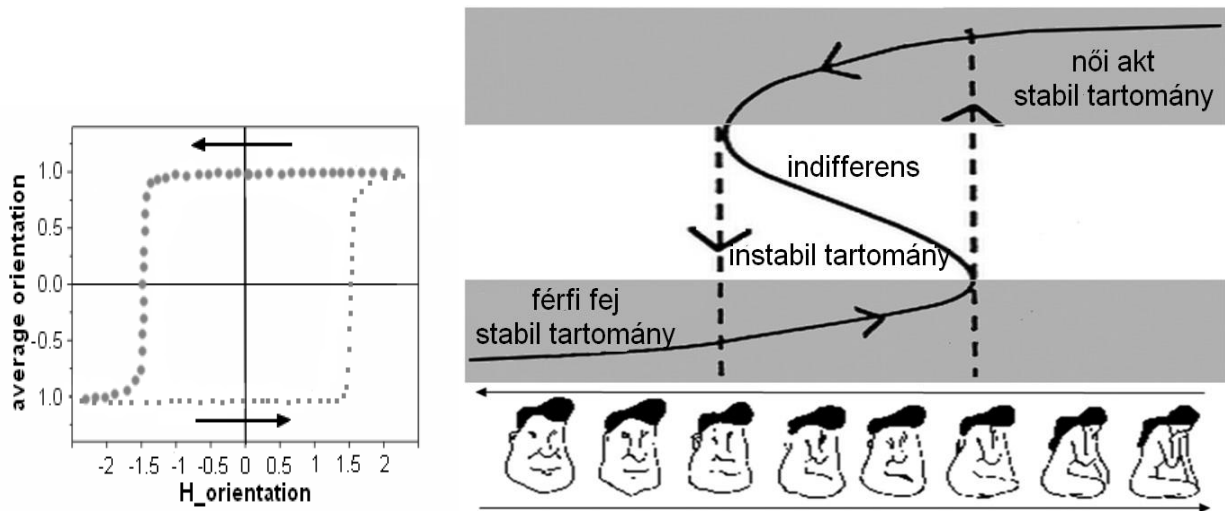
A 3.2.2. ábrán a (4-állapotú) kristály *fázisátalakulását* szemlélhetjük: egy kritikus T hőmérséklet (fluktuációs paraméter) felett a Zeeman-kristály modell rendezetlen (diffúz) állapotban van, alatta pedig rendezett (fragmentált) állapotban láthatjuk a rendszert (a rendezett állapot fő ismértékének tekintjük, hogy a rendszer méretével összemérhető nagyságú egybefüggő domének jönnek létre).



3.2.3. ábra. Diszlokációk „befagyása”

Érdekes és sokféle értelmezést kínáló térbeli mintázatok jönnek létre a fentebb bevezetett külső terek használatával. A 3.2.3. ábrán például egy olyan mintázatot látunk, amely külső tér nélkül nem lehetséges: sötétszürke-fehér csempézésű domének nem alakulnak ki külső tér hiányában, továbbá a szabályos mozaik mintázatba diszlokációk fagynak be, amelyek alakja és kiterjedése függ a hűtés (T hőmérséklet csökkentésének) dinamikájától.

A szimuláció során azt találjuk, hogy a kristály makroszkopikus rendparamétere a globális hatás paraméterétől irányfüggően, ugrásszerűen változik. A 3.2.4. (a) ábrán látható jelenség neve *histerézis*, és az egyik legalapvetőbb és legnagyobb jelentőségű kooperatív jelensége a komplex rendszereknek: a rendszereknek az állapota függ az előéletüktől, ez minden memóriával rendelkező rendszer fundamentális alapja (pl. mágnes adattárolók, emberi agy, stb.). A 3.2.4.(b). ábrán nyolc kis rajzot láthatunk. Ha a rajzokat nem egyszerre, hanem sorban egymás után jelenítjük meg, akkor kiderül, hogy attól függően, hogy jobbról-balra, vagy pedig balról-jobbra jelenítjük meg őket a középen levő rajzokon mást figurát érzékelünk (jobbról-balra sorrendben sokáig női akt figurát, balról-jobbra sorrendben pedig sokáig férfi fej karikatúrát látunk). Az ábra értelmezése rávilágít arra, hogy agyunk vizuális információfeldolgozása (a fentiekkel analógiában) tipikus histerézis jellegű viselkedést mutat.



(a) Histerézis jelensége a Zeeman-kristály modellben (b) Histerézis a vizuális felismerésben
3.2.4. ábra.

A Potts típusú modellek széles alkalmazási lehetőségeire érdekes példaként említhető a japán fizikusok által kidolgozott keresztretjévtény-fejtő algoritmus [11], amely minden eddigi algoritmusnál nagyságrendekkel (!) gyorsabban képes a megfejtésre.

4. Szimulált univerzumok, kérdések és kétségek

A komplex rendszerek nagy családját alkotják az ún. *sejtautomaták*, amelyek struktúrák modellezésére használt diszkrét modellek. A modell elemei szabályos rácsozatban elrendezett cellák (sejtek), mindegyik véges számú állapot valamelyikét veheti fel. Az idő a modellben szintén diszkrét, és a sejtek t időbeli állapota véges számú sejt (az adott sejt „szomszédjai”) ($t-1$) pillanatbeli állapotától függ. Minden sejt ugyanazon szabályok alapján működik, és minden alkalommal, amikor a szabályokat végrehajtják, egy új *generáció* jön létre. A szabályok a legtöbb sejtautomata modellben teljesen determinisztikusak, de lehetnek statisztikus jellegűek is, ezáltal véletlenszerűséget is csempészve a modellbe.

A sejtautomata modellek egyik fő inspirációja annak vizsgálata, hogy milyen bonyolultságú modellben jelenhetnek meg az élet bizonyos aspektusait szimuláló jelenségek (pl. Neumann János már az 1950-es években bizonyította az önreprodukció lehetőségét).

A legismertebb sejtautomata modell a John Conway matematikus által konstruált „Életjáték”:

- minden cella *kétállapotú*, vagy van benne „sejt”, vagy nincs,
- *az időfejlődés diszkrét* jellegű, azaz adott időpillanatokban történik meg a teljes rácson (élettéren) változás, adott pillanatban a rácson található sejtek összességét *generációnak* nevezzük,
- minden cella következő generációbeli állapotát az aktuális generációban a saját és az öt körbevevő 8 szomszédos cella állapota határozza meg az alábbi szabályok szerint,
- a sejt *túléli* a kört, ha két vagy három szomszédja van,
- a sejt *elpusztul*, ha kettőnél kevesebb (*elszigetelődés*), vagy háromnál több (*túlnépesedés*) szomszédja van,
- új sejt *születik* minden olyan cellában, melynek környezetében pontosan három sejt van.

A Conway-féle életjátékban az a döbbenetes, hogy a végtelenül egyszerű definíciója mellett mérhetetlen gazdagságú és változatosságú struktúrávilág jelenik meg benne [12]. Ajánlom megtekintésre a [13] oldalon található videót.

A meglepő tulajdonságokkal bíró struktúrák keresése 40 év elteltével is kimeríthetetlennek tűnik. Nemrégiben megdöbbentő konstrukció jelent meg: olyan struktúra, amely egy cella-hálózatot működtet a Conway-féle szabályokkal. Azaz, *a Conway-világban valósítja meg a Conway-féle életjátékot*. A [14] oldalon videón tekinthető meg a *Élet-univerzum* szimulációját az *Élet-univerzumban*.

Fokozzuk az izgalmakat! A [15] oldalon látható videón nem kisebb csodát láthatunk, mint az univerzális Turing-gép megvalósítását a Conway-féle életjátékban. *Mivel az univerzális Turing-gép a klasszikus fizikai világ tökéletes szimulátora és Conway-féle életjátékban megvalósítható, így a Conway-féle életjáték egyszerismind alkalmas a fizikai valóság tökéletes szimulációjára*.

Rögtön felmerül néhány súlyos kérdés. *Vajon megkülönböztethető a „valós” világ a szimulált világtól? Lehetséges, hogy mi magunk szimulált világegyetemben élünk?* A részletes végiggondolás messze túlmutat jelen tanulmány keretein, de szerepeljen itt néhány erős érv a szimulált univerzum lehetősége mellett.

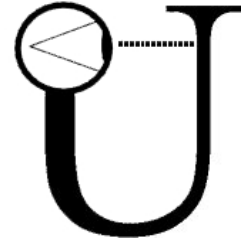
(1) Az ún. *antropikus elv* szerint a természeti állandók olyan módon vannak finom hangolva, hogy lehetővé tegyék az élet és az értelem megjelenését az univerzumban. Az állandók ilyen pontos beállítása véletlenszerűen mérhetetlenül kis valószínűségű. Vagy feltételezzük egy magasabb rendű, külső intelligencia (Isten, programozó) létét, tehát rögtön elérkezünk a szimulált világ lehetőségéhez, vagy a véletlenszerűen létrejövő univerzumok sokaságát feltételezzük, ez az ún. *multi-univerzum elmélet*, amelyben a miénk roppant szerencsés adottságokkal született.

(2) A multi-univerzum elmélet a kvantumfizika egyik (jelenleg talán legsikeresebb) interpretációja, amelynek alapján magyarázhatók a kvantumvilág (a klasszikus fizikai világra épülő gondolkodásunk számára) egzotikus tulajdonságai (pl. a mérések valószínűségi jellege, a kvantum-összefonódás).

(3) Egyáltalán mi a „valóság”? Mi a „valóságosság” kritériuma? A valóság független a tudatunktól? A kvantumelmélet szerint a valóság nem csak, hogy nem független a tudatunktól, de a tudat nélkül egyáltalán nem is létezik! Vajon ami a tudatunkban megjelenik az valóságos? Vegyük például a [16] linken található animációt: először kövessük szemünkkel körbe-körbe az eltűnő lila korongot, majd koncentráljunk erősen a közepén látható keresztre. Vajon a megjelenő körbehaladó zöld korong valóságos, vagy sem? A kvantumelmélet az elemi részecskék közötti erőket kölcsönhatási részecskék cseréjével írja le. Vajon ezek a kölcsönhatási részecskék akkor is valóságosnak tekinthetők, ha közvetlenül nem figyelhetők meg, csupán a megfigyelhető fizikai valóság legegyszerűbb magyarázatát jelentik? Tekintsük például a [17], illetve [18] videókat. Az első felvételen valóságos focimeccset látunk, de a játék csak képzelt labdával folyik. Mégis mindnyájan igen jól oda tudjuk képzelni a labdát. A második felvétel foci-szimulációs programról

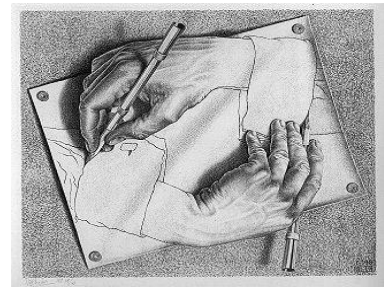
készült úgy, hogy a labda megjelenítését kivettük. Mondjuk például, hogy olyan úrlények vagyunk, akiket földi vendéglátóik kivettek egy mérkőzésre, de mi nem érzékeljük a pöttyös dolgokat, így nem látjuk a labdát sem. A játékosok kollektív mozgásának magyarázataként azonban racionálisan gyorsan eljutnánk a labda feltételezéséhez, mert ez adja a legegyszerűbb leírást (szabályokat, törvényeket) a jelenségre. Sőt néha egy-egy jól megfigyelhető esemény egészen konkrét közvetett bizonyosságát adja a labdának: a felvétel 49. másodpercében a kapuháló kidudorodik, kileng (olyan, mint egy részecskedetektor, ami számunkra megfoghatatlan részecskét jelez).

(4) A kvantumelmélet központi kérdése a mérés és megfigyelő kapcsolata. Minden tudatos létet melengető Univerzumot egyúttal érzékelnek is, másképpen fogalmazva: azok a „programok” (szimulációk), amelyek tudatos lények létezésére alkalmatlan univerzumokat kódolnak, megfigyelő nélkül maradnak, azaz nem tekinthetők valóságosnak. („A Világegyetem az emberben ismer önmagára. A Világegyetem az emberben látja először önmagát, az emberben ismeri föl léte anyagát és elvirágzó állapotait.” Juhász Ferenc.)



(5) Ha egy szimuláció tökéletes, akkor a szimuláció kérdése metafizikai kérdés. Ha a szimuláció metafizikai kérdés, akkor a szimuláció és a valóság ekvivalens, vagyis a szimuláció valóság. Ha tehát létezik egy „valódi” világ, amelynek a mi világunk tökéletes szimulációja, akkor értelmetlen és felesleges azon gondolkodni, hogy valós, vagy szimulált világban élünk-e.

A kvantumfizika képes lehet további válaszokat találni (pl. David Deutsch által javasolt mérési eljárás a multi-univerzumok léte), jelen pillanatban azonban inkább a hitünkre, fantáziánkra semmint tudásunkra támaszkodhatunk e kérdésben.



„...és most már azt hiszem, hogy nincs igazság,
már azt, hogy minden kép és költemény,
azt, hogy Dsuang Dszi álmodja a lepkét,
a lepke őt és mindhármunkat én.”
(Szabó Lőrinc: Dsuang Dszi álma)

Irodalomjegyzék

- [1] B. Spinoza: Etika, Első rész, 36. Tétel
- [2] H. Poincare: A tudomány értéke
- [3] http://indavideo.hu/video/Pitagorasz-tétel_latvanyos_bizonyitas
- [4] <https://hu.wikipedia.org/wiki/Algoritmus>
- [5] <http://tp.lc.ehu.es/jma/ds/ds.html>
- [6] Péter Nagy, Péter Tasnádi: *Chaotic Motion of Ball in a Vessel*, Book of Abstract of Chaos 2015 Conference, Paris:2015. pp. 88-89.
- [7] http://indavideo.hu/video/Faziscsepp_szetfolyas_a_Lorenz-modellben
- [8] Péter Nagy, Péter Tasnádi: *Irregular chaos in a bowl*, Key Competences in Physics Teaching and Learning: Program and book of abstracts: International Conference GIREP EPEC 2015., 2015.07.06-2015.07.10. Wrocław: pp. 153-154.
- [9] Péter Nagy, Péter Tasnádi: *Networks of Zeeman catastrophe machines for the investigation of complex systems*, EUROPEAN JOURNAL OF PHYSICS 35: Paper 045010. 18 p. (2014)
- [10] <https://ccl.northwestern.edu/netlogo/>
- [11] Kazuki Jimbo, Hiroya Takamura, Manabu Okumura: Solving Crossword Puzzles Using Extended Potts Model, H. Hattori et al. (Eds.): JSAI 2008, LNAI 5447, pp. 39–47, 2009. Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- [12] <http://www.conwaylife.com>
- [13] http://indavideo.hu/video/Elet_a_Conway-fele_sejtautomataban
- [14] http://indavideo.hu/video/Eletjatek_az_Eletjatek_univerzumaban
- [15] http://indavideo.hu/video/Turing-gep_a_Conway-fele_eletjatekban
- [16] <http://brainden.com/images/rotating-dots-big.gif>
- [17] http://indavideo.hu/video/Focizas_labda_nelkul
- [18] http://indavideo.hu/video/Foci_szimulacios_jatekprogram_labda_nelkul