

BIHARY ZSOLT–KERÉNYI PÉTER

# Haknigazdaság – egy dinamikus megbízó–ügynök modell

A haknigazdaság, amelyben a munkavállalók rövid távú, projektalapú munkát vállalnak, egyre inkább terjed az egész világon. Ebben a cikkben dinamikus megbízó–ügynök modell segítségével vizsgáljuk a munkáltatók és a munkavállalók viselkedését és interakcióját a haknigazdaságban. Javasolt modellünkben a munkavállaló korábbi döntései a dinamikus változó és endogén részvételi korlátján keresztül befolyásolják a későbbi döntéseket. A munkavállaló heurisztikus döntési szabálya szerint elfogadja a munkáltató által kínált szerződést, ha annak várható hasznossága magasabb, mint a munkavállaló referenciaértéke. Ez a referenciaérték a korábbi tapasztalatain, a korábban elért fizetéseken alapszik. A cikkben megfogalmazzuk a munkáltató általános sztochasztikus kontrollproblémáját, és a determinisztikus határesetben levezetjük annak optimális megoldását. Meghatározzuk a munkavállaló elérhető nettó bérét és a munkáltató nyereségét is. Eredményeink alapján a munkavállaló és a munkáltató közötti béralku egy „kivárásjáték”: aki megengedheti magának, hogy türelmesebb legyen, annak jobb az alkupozíciója, és nagyobb részesedést kap a munka gyümölcséből.\*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C73, D82, D86, J33, J41.

## Bevezetés

Haknigazdaságban a vállalatok és a munkavállalók a teljes munkaidős foglalkoztatással szemben előnyben részesítik a határozott idejű, rugalmas, részmunkaidős foglalkoztatást. A munkavállalók rövid távú, projektalapú munkákat, úgynevezett haknikat vállalnak el. Ezzel rugalmasan alkalmazkodnak a saját, valamint a vállalatok, illetve a fogyasztók

\* A tanulmány alapjául szolgáló kutatást az Emberi Erőforrások Minisztériuma által meghirdetett Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Program támogatta a Budapesti Corvinus Egyetem „Pénzügyi és lakossági szolgáltatások” tématerületi programja (20764-3/2018/FEKUTSTRAT) keretében.

*Bihary Zsolt* a Budapesti Corvinus Egyetem egyetemi docense (e-mail: zsolt.bihary2@uni-corvinus.hu).  
*Kerényi Péter* a Budapesti Corvinus Egyetem Gazdaságinformatika Doktori Iskola PhD-hallgatója (e-mail: peter.kerenyi@uni-corvinus.hu).

A kézirat első változata 2020. február 14-én érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <http://dx.doi.org/10.18414/KSZ.2020.7-8.748>

igényeihez.<sup>1</sup> Tovább fűti ezt a jelenséget, hogy a manapság munkába álló Y generáció (*millennials*) tagjai a 2008-as válság után azt tapasztalták, hogy a korábban biztosnak hitt állások, élethosszig tervezett életpályák mégsem annyira biztosak, mint amennyire korábban tűntek. Számukra a biztos és állandó jövedelemmel szemben felértékelődött a személyes szabadság, az, hogy ők dönthetik el, hogy mikor, mit és mennyit szeretnének dolgozni. Ennek a szabadságnak a része, hogy a szabadúszók, az atipikus munkát vállalók könnyebben befolyásolják és irányítják munkájuk és magánéletük egyensúlyát, mint a hagyományos munkát végzők. Egyre inkább terjed a munkavállalók körében a rövid távú, projekt-szemléletű önfoglalkoztatás és a vállalkozói szellem (*freelance, entrepreneurship*), valamint az ehhez kapcsolódó hagnigazdaság (*gig economy*).<sup>2</sup>

A rövid távú és projektalapú munkavégzés egyben azt is jelenti, hogy a korábbi hosszú távú vagy határozatlan idejű szerződésekhez képest többször, projektről projektre értékeli a teljesítményt és kötnek új szerződést, vagy módosítanak a feltételeken. A gyakran változó szerződések miatt ebben a tanulmányban egy dinamikus megbízó–ügynök problémaként modellezzük a hagnigazdaság működését. A nagy és erős vállalatok (továbbiakban megbízó/munkáltató) professzionális HR-támogatással szofisztikált és előrettekintő ösztönzőrendszereket tudnak alkalmazni. A munkavállalók (továbbiakban ügynök/munkavállaló) azonban általában nem képesek komplex optimalizációs problémákat megoldani, és ezért kénytelenek különböző heurisztikákat használni a döntéseik során. Javasolt modellünk fő gondolata az, hogy a munkavállalók visszatekintő heurisztikus emberi viselkedését beépítjük a megbízó–ügynök modellbe, ami egyben a fő hozzájárulásunk is a szakirodalomhoz: egy olyan dinamikus megbízó–ügynök modellt vezetünk be, amelyben az ügynök heurisztikus gondolkodása és döntési szabályai a korábbi tapasztalatain alapulnak.

*Holmström–Milgrom* [1987] megbízó–ügynök modellje megragadja az ösztönzés és a kockázatkerülés között feszülő ellentmondást, ami a hagnigazdaságra különösen jellemző. Bár az 1987-es cikk eredetileg folytonos időben írja fel a modellt, a további irodalom és tankönyvek egy egyszerűsített, egyperiódusos változatra koncentrálnak (*Lundesgaard* [2001], *Bolton–Dewatripont* [2005] 137–139. o.). A folytonos idejű megközelítés számos technikai előnnyel jár (további részletekért lásd *DeMarzo–Sannikov* [2006], *Sannikov* [2008]), a könnyebb követhetőség és értelmezés miatt ebben a cikkben diszkrét idejű leírást alkalmazunk.

<sup>1</sup> A hagnigazdaság egyre szélesedik: többek között a művészeti és dizájnterületeken (például zenészek, grafikusok, képző- és iparművészek stb.), a számítástechnikában és információtechnológiában (például web- és szoftverfejlesztők, programozók, kiberbiztonsági szakértők stb.), az építőipari termelés területén (például ácsok, asztalosok, építőmérnökök stb.), a médiában és a kommunikáció terén (például újságírók, fotósok, fordítók stb.), valamint a személyszállításban és a szállítmányozásban is (például taxisofőrök, kamionosok stb.).

<sup>2</sup> Az akadémiai kutatások még csak most indulnak be a hagnigazdasággal és a szabadúszó munkavállalással kapcsolatban. *Katz–Krueger* [2016] az atipikus munkavállalást vizsgálja az Egyesült Államokban az 1995 és 2015 közötti időszakban, *Friedman* [2014] és *Torpey–Hogan* [2016] a hagnigazdaság makroökonómiai és szociálpolitikai vonatkozásait elemzik, *Donovan és szerzőtársai* [2016] az amerikai hagnigazdaságról ad áttekintést, *Kuhn* [2016] a munkahelyi viselkedési (IO) pszichológia oldaláról közelíti meg a hagnigazdaság által felvetett kérdéseket, *Burtch és szerzőtársai* [2018] pedig a hagnigazdaság hatását vizsgálja a hagyományos vállalkozói aktivitásra.

Modellünkben a megtermelt output arányos a munkavállaló nem megfigyelhető erőfeszítésével. A munkáltató az egymás utáni fordulóiban újabb és újabb szerződéseket ajánl a munkavállalónak. A szerződés szerint a munkavállaló bére két összetevőből áll: a fix bérhez adódik egy változó komponens, amely az output arányos része. A munkavállaló meghatározza, hogy mi az az erőfeszítés, amellyel az adott szerződés feltételei mellett a maximális hasznosságot tudja elérni az adott fordulóban. A munkavállalók heurisztikus gondolkodása abban jelenik meg, hogy csak akkor fogadják el a felkínált szerződést, ha a felkínált szerződés várható hasznossága meghaladja referenciaértéküket, amelyet a korábban elért fizetések exponenciálisan súlyozott mozgóátlaga határoz meg. Még ha a szerződés pozitív hasznosságot is biztosítana a munkavállalónak, de ez alacsonyabb az ő referenciaértékénél, a munkavállaló elutasítja a szerződést. Ez egy korlátozottan racionális viselkedés, ami jelentős alkuerőt biztosít a munkavállalónak. Modellezési szempontból a bevezetett heurisztikus szabály azt jelenti, hogy a szereplők korábbi döntései a munkavállaló dinamikusan változó részvételi korlátján keresztül befolyásolják a későbbi döntéseiket.

A munkáltató minden ismert tényezőt figyelembe vesz, és hosszú távra tervez: végtelen időhorizonton maximalizálja a teljes élettartam alatti összesített profitját. Modellünk, a legtöbb idézett kutatáshoz hasonlóan, a munkáltató szemszögéből egy sztochasztikus kontrollproblémához vezet. Figyelembe véve a munkavállaló heurisztikus döntési szabálya mellett elköteleződését és a döntések jövőre gyakorolt hatását (dinamikát), a munkáltatónak minden fordulóban meg kell határoznia a lineáris szerződés paramétereit a munkavállaló aktuális referenciaértékének függvényében.

A probléma markovi jellege miatt az optimális szerződés csak a munkavállaló aktuális referenciaértékétől függ, az időtől nem. Bár a gyakorlatban a munkavállaló dönt a szerződés elfogadásáról vagy visszautasításáról, mivel azonban a munkáltató ismeri a munkavállaló heurisztikus döntési szabályát, így előre tudja, hogy egy adott ajánlat esetén mi lesz a döntés, ezért egy elfogadható vagy egy elfogadhatatlan szerződés felajánlásával valójában ő dönti el, hogy az adott referenciaérték mellett lesz-e szerződés-kötés, vagy sem. A munkáltató e szerződés-kötés/nemkötés döntése egy küszöbdöntés: ha a munkavállaló referenciaértéke a küszöb alatt van, akkor elfogadható szerződést ajánl a munkáltató, ha felette van, akkor pedig elfogadhatatlan szerződést.

A későbbi általánosabb alkalmazások során érdekes lehet a sztochasztikus jelenségek vizsgálata. Ezért fontosnak érezzük, hogy a modellt ebben a keretben fogalmazzuk meg. Jelen tanulmányunkban azonban – az új eredmények minél világosabb prezentációja miatt – kiiktattuk a véletlen szerepét. Determinisztikus output esetén a kockázatvállalás és az ösztönzés közötti szokásos átváltás nem jelenik meg a modellünkben. Megjelenik viszont egy átváltás a rövid távú és a hosszú távú profitszemlélet között. Ha a munkáltató mindig ad munkát, akkor folyamatosan realizál profitot, de a munkavállaló bérelvárása is növekszik. Ha a munkáltató néhány fordulón keresztül nem ad munkát, akkor nem realizál profitot, de a munkanélküliség által sújtott munkavállaló bérelvárása is csökken. A munkáltató ezt a két szempontot veszi figyelembe a döntése során. A kialakuló bérszínvonal a két szereplő időpreferenciáinak egymáshoz viszonyított arányától függ. Az a munkavállaló van jobb alkupozícióban,

és képes magas bért elérni, aki megengedheti magának, hogy egy ideig munka nélkül maradjon, és nem kell mindenáron haknit vállalnia. A munkáltatók közül pedig annak nagyobb az alkuereje, akinek kevésbé számít a rövid távú profit, és ezért megengedheti, hogy egy időre elhalassza a termelést.

A tanulmány további részei a következőképpen épülnek fel. Először bemutatjuk a javasolt dinamikus megbízó-ügynök modellünket. Majd megfogalmazzuk a munkáltató sztochasztikus kontrollproblémáját, és levezetjük ezen kontrollprobléma determinisztikus határesetben vett optimális megoldását, meghatározzuk a küszöb-referenciaértéket, amely alatt lesz szerződéskötés, és amely fölött pedig nem lesz. Végül a modell következtetéseit és azok értelmezéseit ismertetjük, illetve röviden összefoglaljuk a tanulmányt.

## Modell

A haknigazdaságra vonatkozó dinamikus megbízó-ügynök modellt ebben a cikkben úgy írjuk fel, hogy a munkáltatót mint megbízót, a munkavállalót pedig mint ügynököt szerepeltetjük. A termelés *outputja*

$$x_t = \chi_t (a_t + \varepsilon_t),$$

ahol  $a_t$  a munkavállaló *erőfeszítésének* a szintje, és  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$  egy normális eloszlású *véletlen zaj*, amely az output bizonytalanságát reprezentálja. A modellben  $t \in \mathbb{N}$  jelöli az időindexet (forduló),  $\chi_t$  pedig a *szerződésindikátor* ( $\chi_t = 1$ , ha az adott  $t$ -edik fordulóban a szerződés létrejön a munkáltató és a munkavállaló között, és  $\chi_t = 0$ , ha nem). A munkavállaló dönti el, hogy elfogadja a felkínált szerződést, vagy sem. Feltételezzük azonban, hogy a munkáltató tökéletesen tisztában van a munkavállaló preferenciáival és heurisztikus döntési szabályával, valamint a jelenlegi referenciaértékével. Ennek folytán a munkáltató az *elfogadható* vagy *elfogadhatatlan* szerződés ajánlásával lényegében maga dönt arról, hogy a munkavállaló dolgozik-e, vagy sem.

A munkáltató szerződést ajánl a munkavállalónak, amelyben a  $w_t$  *bér* az output lineáris függvénye:

$$w_t = \chi_t (s_t x_t + f_t) = \chi_t [s_t (a_t + \varepsilon_t) + f_t],$$

ahol  $s_t \in \mathbb{R}$  az output munkavállalónak kínált hányada. A szerződés  $s_t$  paraméterét *részesevésnek*, az  $f_t \in \mathbb{R}$  komponensét pedig *fix bérnek* nevezzük.<sup>3</sup>

A munkavállaló *erőfeszítésköltsége*  $a_t^2/2$ , amit ugyanabban a pénzügyi egységben mérünk, mint a bért. Ezt a bérből levonva kapjuk a munkavállaló  $\tilde{w}_t$  *nettó bérét*:

$$\tilde{w}_t = w_t - \frac{a_t^2}{2} = \chi_t \left[ s_t (a_t + \varepsilon_t) + f_t - \frac{a_t^2}{2} \right].$$

Ha nem jön létre szerződés, azaz  $\chi_t = 0$ , akkor nemcsak az  $x_t$  output, hanem a munkavállaló  $w_t$  bére és  $\tilde{w}_t$  nettó bére is nulla.

<sup>3</sup> Ez a fix összeg negatív is lehet, ekkor egyfajta bérleti díjként értelmezzük.

A véletlen output miatt a munkavállaló bére is véletlenszerűen alakul. A munkavállaló kockázatkerülő, ezért *hasznosságát* átlagvariancia formában modellezzük:

$$u_t = E[\tilde{w}_t] - \frac{\gamma}{2} \text{Var}(\tilde{w}_t) = s_t a_t + f_t - \frac{a_t^2}{2} - \frac{s_t^2}{2} \gamma \sigma^2, \quad (1)$$

ahol  $\gamma \geq 0$  a munkavállaló abszolút *kockázatkerülési együtthatója*.<sup>4</sup> A munkavállaló minden egyes fordulóban az aktuális hasznosságát maximalizálja az  $a_t$  erőfeszítésben, ami alapján az optimális erőfeszítés:

$$a_t^* = \chi_t s_t. \quad (2)$$

A munkavállaló elfogadja a szerződést, ha az ajánlat optimalizált hasznossága magasabb, mint az aktuális  $R_t$  *referenciaértéke*. A munkavállaló döntése azonban nem visszafordíthatatlan, ami azt jelenti, hogy ha egyszer visszautasított egy szerződést, akkor később ismét elfogadhat a munkáltatótól egy újabb szerződést, ha annak a hasznossága nagyobb vagy egyenlő, mint az akkori referenciaértéke. Ezek alapján a szerződésindikátor formálisan a (3) alakba írható:

$$\chi_t = \mathbb{1}_{u_t \geq R_t}. \quad (3)$$

Az irodalomban talált hasonló dinamikus modellekben a referenciaértéket mint külső opciót egyszerűen egy exogén konstanssal (például *Sannikov* [2008]) vagy egy exogén véletlen folyamattal (például *Wang-Yang* [2019]) modellezzik. Jelen modell legnagyobb újítása, hogy a referenciaértéket endogén módon definiáljuk. Az  $R_t$  referenciaérték a korábban realizált nettó bérek exponenciálisan súlyozott mozgóátlaga, amelynek rekurzív definíciója:

$$R_{t+1} = (1 - \kappa)R_t + \kappa \tilde{w}_t = (1 - \kappa)R_t + \kappa \chi_t \left( s_t \varepsilon_t + \frac{s_t^2}{2} + f_t \right),$$

ahol  $\kappa \in [0, 1]$  a munkavállaló *memóriaparamétere*. Megkülönböztetve a  $\chi_t = 0$  és  $\chi_t = 1$  eseteket, ezt a következő formába írhatjuk:

$$R_{t+1} - R_t = \begin{cases} -\kappa R_t, & \chi_t = 0 \\ \kappa \left( \frac{s_t^2}{2} + f_t - R_t \right) + \kappa s_t \varepsilon_t, & \chi_t = 1 \end{cases}$$

Minél kisebb a  $\kappa$ , a munkavállaló annál több fordulóra tekint vissza a referenciaértékének meghatározásakor.

A munkavállaló bérének kifizetése után az outputból fennmaradó rész a munkáltató *profitja*:

$$p_t = x_t - w_t = \chi_t [(1 - s_t)(s_t + \varepsilon_t) - f_t].$$

A kockázatsemleges munkáltató a teljes *életpálya profitjának* várható értékében érdekelt:

<sup>4</sup> Ez a fogalom csak akkor értelmes, ha létrejön a szerződés, ezért ebbe a képletbe már behelyettesítettük a  $\chi_t = 1$  értéket.

$$J\left[r; \{s_t, f_t\}_{t \geq 0}\right] = E\left[\sum_{i=0}^{\infty} (1-\delta)\delta^i \chi_i p_i \mid R_0 = r\right], \quad (4)$$

ahol  $\delta \in [0, 1]$  a munkáltató szubjektív *diszkontfaktora*. Minél nagyobb a  $\delta$ , a munkáltató annál inkább érdekelt a hosszú távú profitban az adott fordulóban azonnal realizálható profithoz képest. A definícióban bevezetjük az  $(1 - \delta)$  normalizálást, így  $J$  skálája konzisztens az egyetlen fordulóbeli profittal.

## A munkáltató kontrollproblémája

Látható, hogy a modellünkben a munkavállaló jól definiált heurisztika szerint viselkedik, így az ő viselkedését meghatározza a munkáltató által ajánlott szerződés. A munkáltató azonban a szerződés paramétereinek megválasztásakor minden fordulóban stratégiai döntést hoz, azaz egy kontrollproblémával áll szemben. Ebben a fejezetben ennek a kontrollfeladatnak a felírásával és sajátosságaival foglalkozunk.

Egyszerű modellünkben az  $R_t$  referenciaérték határozza meg a munkaerőpiac pillanatnyi állapotát, ezért a kontrollproblémának ez az egyetlen dinamikus változója. A munkáltató az aktuális  $R_t$ -érték függvényében határozza meg az  $s_t$  részesedés és az  $f_t$  fix bér kontrollváltozókat. Az  $s_t$  és  $f_t$  változók az (1)–(3) képletek alapján meghatározzák a  $\chi_t$  szerződésindikátor értékét is, azaz azt, hogy az adott fordulóban történik-e munkavégzés. A kontrollfeladat célfüggvénye a  $J$  életpályaprofit [(4) egyenlet]. Mindezek alapján a kontrollfeladat a következőképpen írható fel:

$$\max_{\{s_t, f_t\}_{t \geq 0}} J\left[r; \{s_t, f_t\}_{t \geq 0}\right].$$

Ha a munkavállaló nem kap elfogadható ajánlatot, és nem dolgozik, akkor a realizált  $w_t$  bér és  $\tilde{w}_t$  nettó bér, valamint a munkáltató  $p_t$  profitja is nulla. Ha a munkavállaló el tudja fogadni a szerződést, akkor az erőfeszítése  $a_t^* = s_t$  [(2) egyenlet]. Ebben az esetben a realizált  $\varepsilon_t$  véletlen komponenstől függően a munkavállaló realizált nettó bére

$$\tilde{w}_t = \frac{s_t^2}{2} + s_t \varepsilon_t + f_t,$$

a munkáltató profitja pedig

$$p_t = (1 - s_t)(s_t + \varepsilon_t) - f_t.$$

A nettó bér és a profit várható értéke tehát

$$E[\tilde{w}_t] = \frac{s_t^2}{2} + f_t, \quad (5)$$

$$E[p_t] = s_t - s_t^2 - f_t. \quad (6)$$

Nyilvánvaló, hogy ha a munkáltató azt akarja, hogy a munkavállaló dolgozzon, akkor az  $f_t$  fix bért a lehető legalacsonyabbra kell állítania. Teljes matematikai

precizitással ezt itt nem bizonyítjuk, hanem feltételezésként kezeljük, és csak néhány (remélhetően) meggyőző érvet kínálunk az olvasónak. Az aktuális fordulóban a magasabb fix bér egyrészt nem ösztönözné jobban a munkavállalót, viszont csökkentené a munkáltató profitját, másrészt növelné a munkavállaló bérét, ezáltal a jövőbeli referenciaértékét is, ami hosszú távon szintén hátrányos lenne a munkáltató számára. Ez azt jelenti, hogy a (3) egyenletben a reláció egyenlőségre teljesül. Így az  $f_t$  kontrollváltozó optimális értéke egyszerűen

$$f_t^* = \frac{s_t^2}{2}(\gamma\sigma^2 - 1) + R_t.$$

Sikerült tehát eliminálni az  $f_t$  kontrollváltozót. A továbbiakban a munkáltató kontrollproblémáját redukált problémaként tekinthetjük, amelyben az egyetlen  $R_t$  dinamikus változó mellett csak az  $s_t$  kontrollváltozó szerepel. Az  $f_t^*$ -ot behelyettesítve a munkáltató várható profitjára [(2) egyenlet] azt kapjuk, hogy

$$E[p_t] = s_t - \frac{s_t^2}{2}(1 + \gamma\sigma^2) - R_t.$$

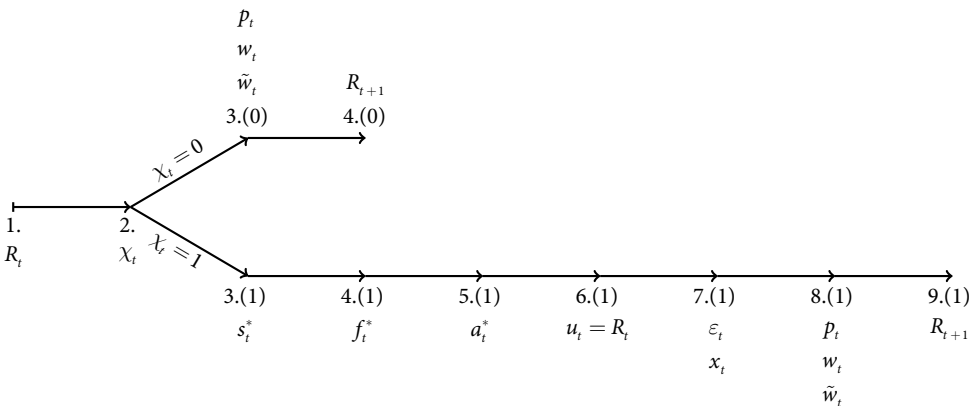
Ha a munkáltató csak az adott fordulóra vonatkozó  $E[p_t]$  várható profitot szeretné maximalizálni, akkor az optimális  $s_t^*$  részesedésre a következő formulát kapjuk:

$$s_t^* = \frac{1}{1 + \gamma\sigma^2},$$

amely a *Holmström–Milgrom* [1987] egyfordulós modell jól ismert eredménye. A többfordulós modellben az optimális  $s_t^*$  részesedés függ az  $R_t$  referenciaértéktől, és a fenti nem triviális kontrollprobléma megoldásaként adódik. A következőkben pontokba szedve áttekintjük a redukált kontrollprobléma döntési folyamatát, amit az 1. ábra is szemléltet.

1. ábra

Döntési folyamat a  $t$ -edik fordulóban



1. A munkáltató megfigyeli a munkavállaló  $R_t$  referenciaértékét.
2. Eldönti, hogy ajánl-e a munkavállalónak egy elfogadható szerződést, hogy az dolgozzon. Ez egy küszöbdöntés (akkor ajánl elfogadható szerződést, ha a munkavállaló referenciaértéke alacsonyabb, mint egy  $\bar{r}$  küszöb). Ezt itt most nem bizonyítjuk, hanem feltételezésenként kezeljük. Ezek alapján a  $\chi_t$  szerződésindikátor:

$$\chi_t = \begin{cases} 1, & R_t \leq \bar{r} \\ 0, & R_t > \bar{r} \end{cases} \tag{7}$$

- 3.(0) Ha a szerződés nem jön létre ( $\chi_t = 0$ ), akkor a munkáltató  $p_t = 0$  profitot, a munkavállaló pedig  $\tilde{w}_t = 0$  nettó bért kap.
- 4.(0) A munkavállaló referenciaértéke az

$$R_{t+1} = (1 - \kappa)R_t \tag{8}$$

szabály szerint frissül.

- 3.(1) Ha a szerződés létrejön ( $\chi_t = 1$ ), akkor a munkáltató meghatározza az  $s_t$  részeseledést. Ez a döntés csak a munkavállaló referenciaértékétől függ, tehát a kontrollváltozó a referenciaérték függvénye lesz:  $s_t(r): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .
- 4.(1) Az  $f_t^* = s_t^2/2(\gamma\sigma^2 - 1) + R_t$  értéke triviálisan adódik, ha az  $s_t$  már egyszer meg lett határozva, tehát ez nem ad újabb dimenziót a problémához.
- 5.(1) A munkavállaló meghatározza az optimális erőfeszítésszintjét, amellyel a maximális várható hasznosságot tudná elérni:  $a_t^* = s_t$ .
- 6.(1) A munkavállaló ellenőrzi a részvételi korlátját, ha az ajánlat várható hasznossága nem kisebb, mint az aktuális  $R_t$  referenciaértéke, akkor elfogadja a szerződést, és dolgozni fog az  $a_t^*$  erőfeszítéssel. A munkáltató ajánlata alapján a szerződés potenciális hasznossága a munkavállaló számára:

$$u_t = R_t,$$

azaz pontosan egyenlő a munkavállaló referenciaértékével. Valójában, mivel a munkáltató előre ismerte a munkavállaló döntési folyamatát, és úgy döntött, hogy elfogadható szerződést ajánl számára, ezért már előre lehetett tudni, hogy a szerződés potenciális hasznossága éppen annyi lesz, mint a munkavállaló által elvárt referenciaérték, és ezért a munkavállaló dolgozni fog.

- 7.(1) Az  $\varepsilon_t$  sztochasztikus komponens realizálódik, és az output:  $x_t = a_t^* + \varepsilon_t = s_t^* + \varepsilon_t$ .
- 8.(1) A munkáltató profitja:

$$p_t = (1 - s_t^*)\varepsilon_t + s_t^* - \frac{s_t^{*2}}{2}(1 + \gamma\sigma^2) - R_t.$$

A munkavállaló

$$w_t = s_t\varepsilon_t + \frac{s_t^{*2}}{2}(1 + \gamma\sigma^2) + R_t$$

bért kap. Ez alapján a munkavállaló nettó bére:

$$\tilde{w}_t = s_t\varepsilon_t + \frac{s_t^{*2}}{2}\gamma\sigma^2 + R_t.$$



9.(1) A munkavállaló referenciaértéke ebben az esetben az

$$R_{t+1} = (1 - \kappa)R_t + \kappa\tilde{w}_t = (1 - \kappa)R_t + \kappa \left( s_t^* \varepsilon_t + \frac{s_t^{*2}}{2} \gamma \sigma^2 \right) \quad (9)$$

szabály szerint változik.

A modellfelépítésünk sztochasztikus, de a továbbiakban az érthetőség és a követhetőség kedvéért a modellt determinisztikus határesetével foglalkozunk.

## Az optimális megoldás a determinisztikus határesetben

A következőkben a munkáltató optimális stratégiáját határozzuk meg abban az esetben, amikor a környezet nem sztochasztikus ( $\sigma = 0$ ). Az output véletlen komponensének eliminálása a problémából két egyszerűsítő következménnyel is jár. Először, a munkavállaló kockázatkerülése nem játszik szerepet, mert nem szembesül az output bizonytalanságával. Másodszor, a referenciaérték dinamikája elveszíti sztochasztikus jellegét, így a kontrollprobléma is determinisztikussá válik. Használva a (6), (8) és (9) egyenleteket, felírhatjuk a munkáltató várható profitját és a munkavállaló referenciaértékének dinamikáját szerződéskötés és nemkötés esetén is.

### ▪ SZERZŐDÉSKÖTÉS ( $\chi_t = 1$ )

$$E[p_t] = s_t - \frac{s_t^2}{2} - R_t, \quad (10)$$

$$R_{t+1} = R_t. \quad (11)$$

### ▪ NEMKÖTÉS ( $\chi_t = 0$ )

$$E[p_t] = 0, \quad (12)$$

$$R_{t+1} = (1 - \kappa)R_t. \quad (13)$$

A (11) egyenlet szerint szerződéskötés esetén a referenciaérték nem változik, a munkavállaló pontosan akkora nettó bért kap, mint a referenciaértéke. A (13) egyenlet szerint, ha nem jön létre szerződés, akkor a munkavállaló referenciaértéke exponenciálisan csökken, hiszen ekkor a munkavállaló nettó bére nulla.

Ami ezt a kontrollproblémát kezelhetővé teszi, az az a tény, hogy a referenciaérték változása nem függ az  $s_t$  kontrollváltozótól, csak a szerződéskötés/nemkötés döntéstől. Tehát a munkáltató bármiféle jövőbeli következmény nélkül lokálisan optimalizálhatja az  $s_t$  kontrollváltozót. Ez szerződéskötés esetén az  $s_t^* = 1$  megoldást eredményezi [(10) egyenlet]. Így a kontrollprobléma egyetlen megmaradt döntése a szerződéskötés/nemkötés választás marad. Az optimális  $s_t^* = 1$  részesedést visszahelyettesítve kapjuk:

### ▪ SZERZŐDÉSKÖTÉS ( $\chi_t = 1$ )

$$E[p_t] = \frac{1}{2} - R_t. \quad (14)$$

■ NEMKÖTÉS ( $\chi_t = 0$ )

$$E[p_t] = 0. \tag{15}$$

Ekkor az optimális szerződéskötés/nemkötés választás egy küszöbdöntés egy  $\bar{r}$  küszöbvel, amelyet most bizonyítunk is. A fenti eredményeket [(14) és (15) egyenlet] behelyettesítve azt kapjuk, hogy minden  $\{\chi_t\}_{t \geq 0}$  tiszta stratégiára a munkáltató életpályaprofitja:

$$J[r; \{\chi_t\}_{t \geq 0}] = (1 - \delta) \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \chi_t \left[ \frac{1}{2} - E(R_t | R_0 = r) \right].$$

Ekkor ha egy  $t$ -edik időpontra  $\chi_t = 0$ , akkor a fenti összegzésben az  $R_t$  tag együtthatója 0, a következő fordulóbeli referenciaérték pedig  $R_{t+1} = (1 - \kappa)R_t$ . Ha egy  $t$ -edik fordulóban  $\chi_t = 1$ , akkor az együttható  $-(1 - \delta)\delta^t$ , és a következő fordulóbeli referenciaérték pedig  $R_{t+1} = R_t$ . Ha  $\chi_0 = 1$ , akkor minden  $t > 0$ -ra  $\chi_t = 1$  és  $R_t = r$ , és így  $J[r; \{\chi_t\}_{t \geq 0}] = 1/2 - r$ . Mivel  $\delta \in [0, 1]$  és  $\kappa \in [0, 1]$ , ezért ha van néhány olyan  $t$ -edik időpont, amelyre  $\chi_t(R_t) = 0$ , akkor az  $r$  együtthatója az összegzésben nagyobb lesz, mint  $-1$ . Ha minden  $t$ -edik időpontra  $\chi_t(R_t) = 0$ , akkor  $J[r; \{\chi_t\}_{t \geq 0}] = 0$ . Ezek alapján bármilyen  $\{\chi_t(R_t)\}_{t \geq 0}$  tiszta stratégiára az élethosszig tartó profit  $r$  szerinti első deriváltja  $-1$  és  $0$  között van. A megbízó ezt az élethosszig tartó profitot szeretné maximalizálni, amelyet az értékfüggvénnyel jelölünk:

$$V(r) = \max_{\{\chi_t(R_t)\}_{t \geq 0}} (1 - \delta) \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t E(p_t | R_0 = r).$$

A  $V(r)$  jelöli az optimális stratégia szerinti élethosszig tartó profitot.<sup>5</sup> A kevert stratégiák előállnak mint a tiszta stratégiák konvex kombinációi, Kuhn tétele szerint pedig minden kevert stratégiához létezik egy vele megegyező kifizetést biztosító viselkedési stratégia. Ezért az optimális viselkedési stratégia esetén is igaz az első deriváltra, hogy  $-1 \leq V'(r) \leq 0$ .

Most tegyük fel, hogy egy  $\hat{r}$  referenciaérték mellett az optimális stratégia az, hogy nem ajánl elfogadható szerződést a munkáltató, azaz  $\chi_0 = 0$ . Ez azt jelenti, hogy definíció szerint

$$\underbrace{(1 - \delta)E(p_0 | R_t = r)}_{=0} + \overbrace{\delta V[(1 - \kappa)\hat{r}]}^{\text{szerződéskötés}} \geq (1 - \delta) \left( \frac{1}{2} - \hat{r} \right) + \delta V(\hat{r})$$

$$\delta V[(1 - \kappa)\hat{r}] \geq \frac{1}{2} - \hat{r}.$$

Ha  $r > \hat{r}$ , akkor a  $V'(r)$  tulajdonsága miatt

$$\delta V[(1 - \kappa)r] \geq \frac{1}{2} - r,$$

<sup>5</sup> Optimális stratégián mindig az optimális viselkedési stratégiát értjük.

azaz ha egy  $\hat{r}$  referenciaértékre a nemkötés az optimális stratégia, akkor minden ennél magasabb referenciaértékre is ez az optimális stratégia. Ezek alapján már látható, hogy létezik egy  $\bar{r}$  küszöb, amely szétválasztja a két rezsimet egymástól. A küszöb létezésének bizonyítását befejeztük, most rátérünk ezen  $\bar{r}$  küszöb meghatározására.

Tegyük fel, hogy a kezdeti  $r$  referenciaérték az  $\bar{r}$  alatt van. Ekkor az első fordulóban létrejön a szerződés. A referenciaérték [(11) egyenlet] a következő fordulóban is  $r$  marad, így ismét létrejön a szerződés, és így tovább a végtelenségig. A munkáltató profitja sem változik, értéke  $1/2 - r$  [(14) egyenlet]. Ennek megfelelően az életpályaprofitja is  $1/2 - r$ . Most tegyük fel, hogy a munkavállaló referenciaértéke kicsivel a küszöb felett van. Az első fordulóban az optimális választás a nemkötés, tehát a munkáltató profitja ebben a fordulóban nulla. A munkavállaló referenciaértéke a következő fordulóban lecsökken az  $(1 - \kappa)r$  értékre [(13) egyenlet]. Feltevésünk szerint ez a küszöbértéknél alacsonyabb, tehát ettől kezdve a referenciaérték örökké ezen a szinten marad – hasonlóan az előző esethez. Így a munkáltató profitja a második fordulótól kezdődően  $1/2 - (1 - \kappa)r$ . Az életpályaprofitot ennek diszkontálásával kapjuk. A küszöbdöntés azt jelenti, hogy a küszöb-referenciaértéknél a munkáltató indifferens a szerződés-kötés/nemkötés választásban. Tehát az  $\bar{r}$  küszöbnél az életpályaprofitok azonosságából kapjuk, hogy

$$\frac{1}{2} - \bar{r} = \delta \left[ \frac{1}{2} - (1 - \kappa)\bar{r} \right].$$

Az egyenletet  $\bar{r}$ -ra megoldva kapjuk, hogy

$$\bar{r} = \frac{1}{2} \frac{1 - \delta}{1 - \delta(1 - \kappa)}. \quad (16)$$

A munkáltató akkor és csak akkor kínál elfogadható szerződést, ha a munkavállaló referenciaértéke az  $\bar{r}$  küszöbérték alatt van. Ha a munkavállaló  $r$  referenciaértéke kezdetben az  $\bar{r}$  küszöbérték alatt van, akkor az végig ezen a szinten marad. A munkavállaló minden ezt követő fordulóban elfogadja a szerződést, és dolgozik. Ha az  $r$  referenciaérték kezdetben a küszöbérték felett van, akkor az első néhány fordulóban nem jön létre szerződés a felek között. Ebben az esetben a nulla nettó bér miatt a referenciaérték exponenciálisan csökken. Amint azonban az  $\bar{r}$  referenciaérték alá kerül, akkor ezen a konstans szinten is marad, és a munkavállaló ettől kezdve mindig elfogadja a szerződést, és dolgozik. A 2. ábra ezt a dinamikát szemlélteti.

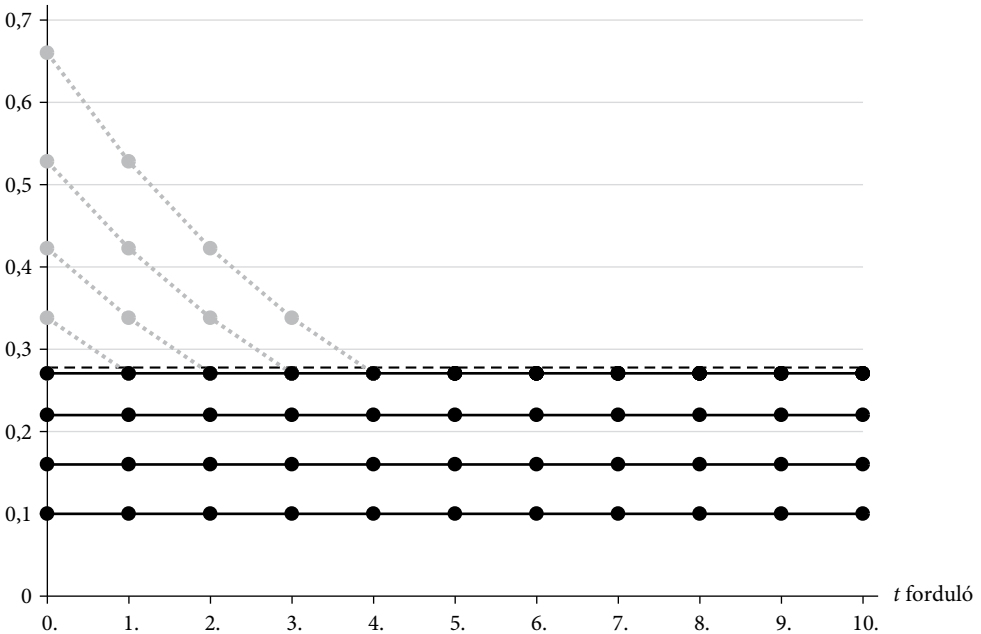
Feltételezzük most, hogy a munkavállaló a számára optimális  $\bar{r}$  küszöb-referenciaszintről indul, ezzel örökre bebiztosítva nettó bérét ugyanezen az  $\bar{r}$  szinten. Ekkor a részesedés,  $s_i = 1$  konstans, ezért az erőfeszítés, az erőfeszítés költsége és az output is konstans lesz az  $a_i^* = 1$ ,  $a_i^{*2}/2 = 1/2$  és az  $x_i = 1$  szinteken. Az outputból kivonva az erőfeszítés költségét, kapjuk a nettó outputot, amelynek értéke konstans  $1/2$ . A munkáltató és a munkavállaló a profit és a nettó bér formájában ezen a nettó outputon osztoznak. Továbbá a munkáltató fordulónkénti  $E[p_i]$  profitja megegyezik a  $V$  optimális értékfüggvény  $\bar{r}$  küszöbnél felvett értékével, amire azt kapjuk, hogy

$$V(\bar{r}) = \frac{1}{2} - \bar{r} = \frac{1}{2} \frac{\delta\kappa}{1 - \delta(1 - \kappa)}. \quad (17)$$

2. ábra

A munkavállaló viselkedése különböző  $R_t$  referenciaértékek mellett

Munkavállaló  $R_t$  referenciaértéke



Megjegyzés: a munkavállaló  $R_t$  referenciaértéke (amely egyben a nettó bére is) az első 10 fordulóban különböző kezdő referenciaértékekből indítva ( $R_0 \in \{0,66, 0,53, 0,42, 0,34, 0,27, 0,22, 0,16, 0,1\}$ ). Szaggatott fekete vonal jelöli az  $\bar{r} = 0,28$  küszöb-referenciaértéket  $\kappa = 0$  és  $\delta = 0,8$  paraméterek mellett. A szürke jelölők mutatják azokat a példákat, amikor a referenciaérték nagyobb, mint a küszöbérték, ezekben az esetekben nem kötnek szerződést a felek ( $\chi = 0$ ). Másrésztől a fekete jelölők mutatják azokat a helyzeteket, amikor a referenciaérték alacsonyabb, mint a küszöbérték, ezekben az esetekben létrejön a szerződés ( $\chi = 1$ ).

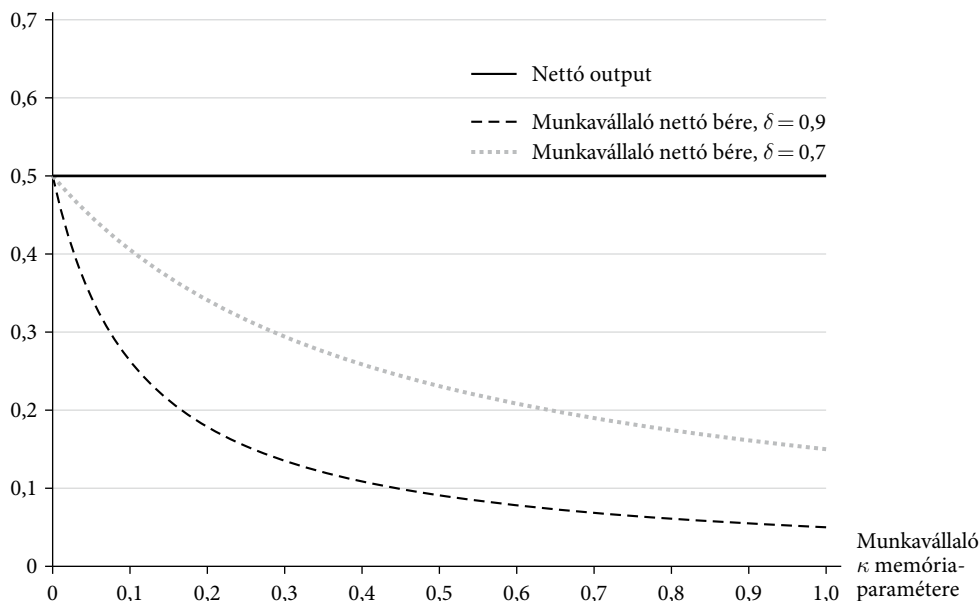
Összegzés

Az előzőkben meghatároztuk a munkavállaló referenciaértékének dinamikáját, most a 3. ábra segítségével elemezzük a modellünkből adódó munkapiaci következményeket. Azok a munkavállalók, akik kezdetben alacsony referenciaértéket választanak, hajlamosak elakadni ezen az alacsony szinten. Modellünk determinisztikus határesetében a munkavállaló „megszokja” az alacsony bért, és elvárásai egyszerűen nem növekednek. A modell által a hagnigazdaságba frissen belépő számára javasolt gyakorlati tanács az, hogy az első bértárgyalás során a lehető legmagasabb elvárással éljen, és kudarc esetén csak fokozatosan adja alább. Ekkor lehetséges, hogy a munkavállaló kihagy néhány foglalkoztatási fordulót, de hosszabb távon így biztosíthatja magának az elérhető legmagasabb bérszintet.

A továbbiakban azt az állandósult, a munkavállaló számára legkedvezőbb állapotot elemezzük, amikor a munkavállaló bére megegyezik az  $\bar{r}$  küszöbértékkel. Ekkor

## 3. ábra

A nettó output és a munkavállaló nettó bére



Megjegyzés: az  $\bar{r}$  küszöb-referenciaérték mint a munkavállaló  $\kappa$  memóriaparaméterének a függvénye különböző diszkontfaktorok mellett ( $\delta = 0,7$  rövidlátó,  $\delta = 0,9$  távollátó munkáltató). A nettó output és a nettó bér közötti különbség a munkáltató profitja.

a munkáltató profitja  $V(\bar{r})$ . Az előzőekben kapott képletek [(16) és (17) egyenlet] segítségével megvizsgáljuk, hogy a modell paraméterei hogyan befolyásolják ezen mennyiségek alakulását. A profit és a nettó bér aránya mutatja, hogy a munkáltató és a munkavállaló hogyan osztozik a nettó outputon. Ennek képlete:

$$\frac{V(\bar{r})}{\bar{r}} = \frac{\delta \kappa}{1 - \delta}. \quad (18)$$

A 3. ábrán a munkavállaló  $\bar{r}$  nettó bérét ábrázoljuk a munkavállaló  $\kappa$  memóriaparaméterének függvényében, a munkáltató különböző  $\delta$  diszkontfaktorai mellett. Az ábrán feltüntetjük a konstans nettó outputot az  $1/2$  szinten, a munkáltató profitja a nettó outputszint és a nettó bér közötti különbség. Mind a  $\kappa$ , mind a  $\delta$  paraméterek függvényében a munkavállaló nettó bére monoton csökken, míg a munkáltató profitja monoton nő.

A nagy  $\kappa$ -érték azt jelenti, hogy a munkavállaló nagyon érzékeny arra, ha néhány egymást követő fordulóban munka nélkül marad, és ezért jelentősen csökken a referenciaértéke. Modellünk szerint az ilyen munkavállalók bére alacsony lesz. Másrésztől azok a munkavállalók, akik több munka nélküli fordulón keresztül sem csökkentik számottevően az elvárásaikat, magasabb béreket tudnak elérni. Ez utóbbinak oka lehet, hogy a munkavállalónak megtakarítása, esetleg piacképes tudása van, tehát megengedheti magának, hogy reális ajánlatokra várjon, ahelyett hogy alulfizetett munkát vállalna.

A munkáltató szempontjából a magas  $\delta$  diszkontfaktor azt jelenti, hogy szinte ugyanannyira értékeli a későbbi, mint az aktuális profitot. Megengedheti magának, hogy néhány fordulóig elhalassza a termelést, ha a munkavállalónak túl magas bérelvárásai vannak. Miután a munkavállaló referenciaértéke olyan szintre csökken, amelyet a munkáltató már „nyereségesnek” tart, újra elfogadható szerződéseket fog ajánlani, és így a halasztással hosszú távon magasabb profitszintet tud elérni. Ha a munkáltatónak alacsony a  $\delta$  diszkontfaktora, akkor a rövid távú profitszerzésre koncentrál. Ekkor kénytelen magasabb béreket ajánlani, hogy elkerülje a termeléskiesést, még akkor is, ha ezért fel kell áldoznia a profitszintjéből. Eredményeink azt sugallják, hogy a munkavállaló és a munkáltató közötti béralku egy kivárásték: aki megengedheti magának, hogy türelmesebb legyen, nagyobb részesedést kap a munka gyümölcséből.

### *Hivatkozások*

- BOLTON, P.–DEWATRIPONT, M. [2005]: Contract theory. The MIT Press, Cambridge, MA.
- BURTCH, G.–CARNAHAN, S.–GREENWOOD, B. N. [2018]: Can you gig it? An empirical examination of the gig economy and entrepreneurial activity. *Management Science*, Vol. 64. No. 12. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2017.2916>.
- DEMARZO, P. M.–SANNIKOV, Y. [2006]: Optimal security design and dynamic capital structure in a continuous-time agency model. *The Journal of Finance*, Vol. 61. No. 6. 2681–2724. o. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2006.01002.x>.
- DONOVAN, S. A.–BRADLEY, D. H.–SHIMABUKURU, J. O. [2016]: What does the gig economy mean for workers? CRS Report, R44365. Congressional Research Service, Washington, DC. [https://digitalcommons.ilr.cornell.edu/key\\_workplace/1501/](https://digitalcommons.ilr.cornell.edu/key_workplace/1501/).
- FRIEDMAN, G. [2014]: Workers without employers. Shadow corporations and the rise of the gig economy. *Review of Keynesian Economics*, Vol. 2. No. 2. 171–188. o. <https://doi.org/10.4337/roke.2014.02.03>.
- HOLMSTRÖM, B.–MILGROM, P. [1987]: Aggregation and linearity in the provision of intertemporal incentives. *Econometrica*, Vol. 55. No. 2. 303–328. o. <https://doi.org/10.2307/1913238>.
- KATZ, L. F.–KRUEGER, A. B. [2016]: The rise and nature of alternative work arrangements in the United States, 1995–2015. Technical report, National Bureau of Economic Research, Working Paper, 22667. <https://doi.org/10.3386/w22667>.
- KUHN, K. M. [2016]: The rise of the “gig economy” and implications for understanding work and workers. *Industrial and Organizational Psychology*, Vol. 9. No. 1. 157–162. o. <https://doi.org/10.1017/iop.2015.129>.
- LUNDESGAARD, J. [2001]: The Holmström–Milgrom model: a simplified and illustrated version. *Scandinavian Journal of Management*, Vol. 17. No. 3. 287–303. o. [https://doi.org/10.1016/s0956-5221\(99\)00039-1](https://doi.org/10.1016/s0956-5221(99)00039-1).
- SANNIKOV, Y. [2008]: A continuous-time version of the principal-agent problem. *The Review of Economic Studies*, Vol. 75. No. 3. 957–984. o. <https://doi.org/10.1111/j.1467-937x.2008.00486.x>.
- TORPEY, E.–HOGAN, A. [2016]: Working in a gig economy. Technical report, U.S. Bureau of Labor Statistics, <https://www.bls.gov/careeroutlook/2016/article/pdf/what-is-the-gig-economy.pdf>.
- WANG, C.–YANG, Y. [2019]: Optimal self-enforcement and termination. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 101. 161–186. o. <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2018.12.010>.