

OTKA T043641 – ZÁRÓJELENTÉS

A kutatás eredményei

A program célja Lie-csoportok, Lie-algebrák reprezentáció-, kohomológia- és deformációelméletének kutatása és az egyetemi oktatásban való hasznosítása.

A pályázat éveiben egy félév kivételével minden félévben tartottam a Doktori Iskola keretében kötelezően választható előadást matematikus és fizikus hallgatóknak, illetve doktoranduszoknak Lie-csoportok, Lie-algebrák témában. A futamidő alatt egy doktoranduszom volt Indiában. Ashis Mandal eddig három cikket adott le, egyiket már elfogadták. Jelenleg a disszertációján dolgozik, e-mailen keresztül segítek neki.

Saját kutatásomban számos jelentős eredményt értem el az elmúlt négy évben. Különböző algebrai és analitikus struktúrák kohomológiája és deformációja klasszikus feladat a matematikában és a matematikai fizikában. A mai modern matematikai és fizikai modellek a problémák világos megértését és konkrét számítási módszereket tesznek szükségessé. Az utóbbi évtizedek egyik legintenzívebben vizsgált objektumai a végtelen dimenziós Lie-algebrák, elsősorban elméleti fizikai alkalmazásaik miatt. Eredményeimet vezető szakmai folyóiratokban publikáltam.

1. Sokat profitáltam a 2003-ban Angliában tartott Hochschild Kohomológia nemzetközi konferencián, ahol előadást tartottam. A formális deformációelméletben a legfőbb számítási módszer a Hochschild kohomológia kiszámítása. Lie-algebrákra ez az un. Feigin-Fuchs spektrális sorozaton alapul. Ennek hátránya, hogy nem adja meg a kohomológia osztályok konkrét reprezentánsát, csak az osztályok dimenzióját. Ugyanakkor a formális deformáció kiszámításához konkrét kociklusokra van szükségünk.
2. A Lie-algebrák klasszifikációja igen nehéz probléma. Három dimenzióban a klasszifikáció közismert eredmény, viszont a Lie-algebrák verzális deformációjával idáig nem foglalkoztak. Az általam kidolgozott konstrukció segítségével ez a feladat könnyen megoldható. Eredményeimet a Portugáliában tartott nemzetközi algebra konferencián ismertettem 2003-ban és később cikk formájában megjelentettem (2004).
3. Fizikusok körében deformáció helyett az un. kontrakció fogalmával dolgoznak, és hasonló eredményeket kapnak. Eddig még senki nem hasonlította össze a két fogalmat. A kontrakció egyik szakembere Marc de Montigny kanadai fizikus, akivel ezt az összehasonlító feladatot kidolgoztuk. Kollégám 2004-ben két hétre Budapestre látogatott, hogy a közös témán dolgozzunk. Közös munkánk eredményeként megjelent két cikk (2005, 2006).
4. Érdekes jelenség tapasztalható a Virasoro algebra deformációja esetén. Az én eredményeim alapján mára már jól ismert tény, hogy a Witt és a Virasoro algebra formálisan merev, azaz nincs nemtriviális deformációja. Ugyanakkor a Witt algebra “körül” igen szépen leírható 1, 2 vagy akár több paraméteres deformációcsaládok vannak. Martin Schlichenmaier kollégámmal az affin Kac-Moody esetét vizsgáltuk meg és cikkünk jelent meg róla (2005).

5. Végtelen dimenziós nilpotens graduált Lie-algebrák az utóbbi években számos alkalmazásra találtak. Érdekes probléma ezek invariánsainak vizsgálata, mint például kohomológia, deformáció. Ebben a témában kutatásokat végeztem a futamidő alatt Millionschikov kollégámmal, aki Budapestre is ellátogatott. Kutatásaink eredményei két cikkben jelentek meg (2004, 2006).
6. Az ún. "infinity" algebrák új fejezet a matematikában, mely a fizikából nőtt ki. Elsősorban a húrelméletben használják, mint pl. a "kvantumalgebrák" területén. Ezek a Lie- és asszociatív algebrák általánosításai. Társ szerzőimmel vizsgáltuk kis dimenziós L infinity algebrák osztályozását /Bodin és Penkava-val/, cikkünk 2005-ben jelent meg. Egy másik téma volt a 3 dimenziós Z-graduált és Z_2 -graduált L infinity algebrák összehasonlítása, ami azért fontos, mert az egyik graduálást fizikában, a másikat topológiában használják. Erről a cikkünk az idén fog megjelenni, Daily, Penkava társ szerzőkkel.
7. Az erősen homotóp Lie-algebrák vizsgálatát folytattam Penkava kollégámmal. Sok szép eredményünk született, több helyre meghívtak előadás tartására a témában. A futamidő alatt három cikket publikáltunk, egy pedig megjelenés alatt áll.
8. 2006 januárjában én szerveztem Oberwolfachban a „Deformations and contractions in Mathematics and Physics” nemzetközi konferenciát, Marc de Montigny, Sergey Novikov és Martin Schlichenmaierrel együtt. A konferencia célja matematikusok és fizikusok együttes részvételével fogalmak tisztázása és egymás eredményeinek megértése volt. A konferencia igen jól sikerült, az elhangzott előadások az International Journal of Mathematical Physics különszámaként fognak megjelenni.
9. A pályázat futamideje alatt kétszer töltöttem egy-egy hónapot a Max-Planck Matematikai Intézetben Bonnban, ill. egy hónapot az IHES Intézetben Párizsban és 1 hónapot a Bécsi Schrödinger Intézetben, valamint 3 hetet a Kalkuttai Indian Statistical Institute-ban. Több nemzetközi konferencián vettem részt, amiken előadást tartottam: Lisszabon, Oxford, Bonn, Mainz, Oberwolfach, Strasbourg. Idelátogattak kollégáim Kanadából, Amerikából, Oroszországból, Indiából, Luxemburgból és Franciaországból. A Debreceni Egyetemen a Bódi Béla Nemzetközi Konferencián plenáris előadást tartottam. Rendszeresen referálok vezető matematikai szaklapoknak. 2005-ig Széchenyi István ösztöndíjas voltam.