

## KVÁZISZOLITONOK, OSZCILLONOK

Nemlineáris tömeges skalámezőt tartalmazó elméletekben hosszú élettartamú rezgő lokalizált állapotok alakulhatnak ki. Először Bogolyubskii és Makhankov figyelt meg ú.n. "pulzon" állapotokat numerikus módszerekkel 1977-ben. M. Gleiser által 1994-ben történt újra felfedezésük után ezeket a jó közelítéssel gömbszimmetrikus objektumokat oszcillonoknak nevezik az irodalomban. A legegyszerűbb elmélet, amiben oszcillonok alakulhatnak ki egyetlen valós skalámezőt tartalmaz, és a szükséges vonzó kölcsönhatást egy skalárpotenciál írja le. Az integrálható 1+1 dimenziós sine-Gordon elméletben létező ú.n. breather megoldáson kívül minden oszcillon megoldásnak lassan csökken az energiája skalármező kisugárzása miatt. Sok esetben ez az energia csökkenés olyan lassú, hogy az alkalmazott numerikus módszerrel az oszcillon periodikusnak tűnik.

Az oszcillonok vizsgálatához a legkézenfekvőbb módszer egy numerikus időfejlődést szimuláló kód használata. A munkánk során egy negyedrendű, a vonalak módszere alapján számoló programot használtunk, ami a határfeltételek egyszerűsítése céljából a teret egy kompaktifikált tartományra képezi le. Az oszcillonok hosszú ideig való nyomkövetése érdekében igen nagy pontosságra van szükség. Először a tömeges, nemlineáris negyedfokú önkölcsönhatású ( $\phi^4$ ) skalárelméletben sikerült a kezdetiérték-problémát nagy numerikus pontossággal szimulálnunk. 3+1 dimenziós téridőben igen hosszú élettartamú (tömegességben mérve 8000-10000), az időben jó közelítéssel periodikus oszcillon állapotokat tudtunk előállítani, s ezeket Fourier analízisnek alávetni. Eredményeink azt mutatják, hogy generikus kezdőállapotok is oszcillonok kialakulásához vezetnek, és ezen generikus oszcillonoknak az élettartama is elég hosszú (1000-6000). Azonban a frekvencia az időben lassan növekszik, majd egy kritikus értéket elérve ez az állapot gyorsan elbomlik. Egy bizonyos kritikus frekvencia érték fölött az oszcillonok instabilak. Egyetlen bomlási módus van, ami a kezdőfeltételek finomhangolásával elnyomható. A hangolással elérhető, hogy a kritikus frekvenciaérték fölötti oszcillonállapotok élettartama egyre tovább növekedjék, s numerikusan nem lehet eldönteni vajon ez a növekedés minden határon túl nő (azaz egy nemsugárzó, az időben egzaktul periódikus breather-t közelítünk), vagy pedig minden frekvencia esetében az oszcillonok élettartama véges.

Az oszcillonok nagyon jó közelítéssel való vizsgálatához nagyon hasznos könnyebb módszer az egzaktul periodikus megoldások direkt megkonstruálása. Az időben periódikus megoldás Fourier-módusaira egy végtelen dimenziós, csatolt közönséges differenciálegyenletrendszer adódik. A nemlineáris Klein-Gordon elmélet időben periodikus megoldásait a módusegyenletek direkt (numerikus) megoldásával állítottuk elő. Mivel sima függvényekre a magasabb felharmonikusok amplitúdója a módusszámmal exponenciálisan tart nullához, így az eredeti rendszer trunkálásával igen pontos eredmények kaphatók. A problémát nehezíti, hogy adott frekvencia esetén sincsenek az időben periódikus megoldások egyértelműen meghatározva, egy egész megoldáscsalád létezik. Ezen megoldások részben lokalizált, az egész térre kiterjedő állóhullámoknak felelnek meg, s emiatt persze a teljes energiájuk is végtelen. A keresett véges energiájú, térben lokalizált breather-megoldás annak a speciális esetnek felel meg, amikor is valamennyi állóhullám amplitúdója zérus. A trunkált differenciálegyenletrendszert spektrál módszerek alkalmazásával oldottuk meg. Ú.n. kvázi-breather megoldásokat definiáltunk, oly módon, hogy a föllépő állóhullám amplitúdókat minimalizáltuk. Ezeket nagy pontossággal tudtuk numerikusan előállítani. Eredményeink világosan mutatják, hogy nincsenek olyan megoldások ahol ez a minimalizált amplitúdó nullához tartana, így véges energiájú breatherek létezését igen valószínűtlenné tettük. Összehasonlítottuk az időfejlődési kóddal számolt oszcillonok Fourier módusait a megfelelő kvázi-breather-ével, s ez alapján megmutattuk, hogy az oszcillonok igen jól közelíthetőek a megfelelő kvázi-breather középső mag tartományával. Így sikerült a oszcillonok jelenlétére egy egyszerű leírást találnunk. (*G. Fodor, P. Forgács, P. Grandclément és I. Rácz : Oscillons*

and Quasi-breathers in the  $\phi^4$  Klein-Gordon model, *Phys. Rev. D*, 74, 124003 (2006))

Kifejlesztettünk egy olyan módszert, amellyel általános önkölcsönhatással rendelkező skalárelméletekben az oszcillon állapotok leírását a kis amplitúdójú határesetben egyetlen elliptikus egyenlet megoldására redukáltuk. Ezzel egy szisztematikus és a gyakorlatban is könnyen használható eljárást találtunk, amely lehetővé teszi egy többváltozós, nemlineáris hiperbolikus hullámegyenletosztály fizikailag érdekes megoldásainak előállítását. Az általunk kidolgozott módszer jelentősen általánosítja a Kruskal és Segur (*Phys.Rev.Lett.* 58, 747, 1987) és Kitchenassamy (*Comm. Pur. Appl. Math.* 44,789,1991) 1 térdimenzióban alkalmazott eljárását tetszőleges térdimenzióra. A módszer alkalmazhatóságához az sem szükséges, hogy bármiféle téridő szimmetriát megköveteljünk. Módszerünkkel nagyon jó kezdőadatot kapunk oszcillonok időfejlődésének vizsgálatához is. Megmutattuk, hogy négy vagy annál több dimenziós tér esetén nem léteznek kis amplitúdós kvázi-breather megoldások. (*G. Fodor, P. Forgács, Z. Horváth és Á. Lukács : Small amplitude quasibreathers and oscillons, Phys. Rev. D*, 78, 025003 (2008))

Több numerikus munka eredménye, hogy hosszú élettartamú oszcillonok figyelhetők meg mértékmezők jelenlétében is. Figyelemreméltó, hogy a standard modell bozonikus szektorában is ilyen állapotokat talált N. Graham (*Phys.Rev.D*76:085017, 2007) abban a speciális esetben amikor a W-bozon tömege a Higgs bozon tömegének a fele. A kis amplitúdójú skalár oszcillonokra kidolgozott módszert kiterjesztettük arra az esetre amikor elektromágneses mezőhöz csatolunk egy komplex skalárt. A forgásszimmetrikus esetben az így előállított oszcillonokat numerikusan vizsgáltuk, és azt találtuk, hogy az elmélet tömegarányától függetlenül igen hosszú életű állapotok alakulnak ki. A kapott oszcillonok jó közelítéssel a tiszta skalárelmélet megoldásainak kis perturbációinak tekinthetők. Ez egyben mutatja, hogy meglepő módon ezen típusú oszcillonok igen stabilak még nulla tömegű mezők jelenlétében is. Így nem lehetetlen hogy nem-ábeli mértékmezők bevezetése esetén is léteznek hasonló állapotok. Ennek természetesen igen nagy fontossága lehet, hiszen ezek a standard modell új típusú, metastabil kollektív gerjesztései.

A nemlineáris skalármezőket tartalmazó elméletekben megfigyelt kvázi-breather megoldások egy lokalizált magból és egy nagy távolságokra kiterjedő rezgő farok tartományból tevődnek össze. Ha a mag amplitúdóját lineárisan kicsinek választjuk a farok amplitúdója exponenciálisan kicsivé válik. Munkánk során kidolgoztunk egy módszert, amellyel aszimptotikus sorok és Borel összegzés segítségével, a kis amplitúdós közelítésben meghatározható a rezgő farok megoldás amplitúdója. Ez azért fontos, mert a kapott amplitúdó határozza meg a lassan bomló oszcillon állapotok energia veszteségét. Módszerünk általánosítása a Segur és Kruskal által kidolgozott eljárásnak, melyet eddig kizárólag 1+1 dimenziós nemlineáris rendszerekre lehetett alkalmazni. Skalármezőket tartalmazó nagy elméletosztályra egy olyan analitikus eljárást dolgoztunk ki, amely a téregyenletek Fourier transzformáltjának komplex síkra való kiterjesztésén, és a pólusszerű szingularitás közelében történő Borel összegzésen alapszik. Az elméleti úton nyert eredmények jól egyeznek a hosszú idejű numerikus szimulációval kapott élettartamokkal. Először 1+1 dimenziós téridőn végeztünk numerikus szimulációkat, s ezeket összehasonlítottuk az elméleti eredményekkel. (*G. Fodor, P. Forgács, Z. Horváth és M. Mezei : Computation of the radiation amplitude of oscillons Phys. Rev. D*, 79, 065002 (2009)) Egy következő munkában általánosítottuk az 1 dimenzióban kidolgozott eredményeinket 1+2 és 1+3 dimenziós gömbszimmetrikus oszcillonokra. (*G. Fodor, P. Forgács, Z. Horváth és M. Mezei : Radiation of scalar oscillons in 2 and 3 dimensions, Phys. Lett. B*, 674, 319 (2009))

## GRAVITÁLÓ OSZCILLONOK

Ha a skalármezőt további mezőkhöz csatoljuk, az lényegesen megváltoztathatja a kialakuló lokalizált oszcillon állapotok szerkezetét és stabilitását. Asztrofizikai és kozmológiai szempontból igen fontos annak megvizsgálása, hogy a gravitáció hogyan befolyásolja a létrejövő oszcillonokat. Ennek tanulmányozása előtt, egy valamivel egyszerűbb, de viselkedésében nagyon hasonló rendszert vizsgáltunk, azt, amikor a skalár egy tömeg nélküli dilaton mezőhöz van csatolva. Skalármező által létrehozott oszcillonok amplitúdója fordítottan arányos a térbeli kiterjedésükkel. A dilaton és a gravitációs esetben azonban az amplitúdó a méret négyzetével fordítottan arányos. Ez alapvetően megváltoztatja az oszcillonok stabilitási tulajdonságait. 3+1 dimenziós téridő esetén skalár oszcillonok néhány ezer oszcilláció után hirtelen elbomlanak, míg a dilaton és a gravitációs esetben tetszőlegesen hosszú ideig fennmaradnak, csak az amplitúdójuk csökken nagyon lassan.

Numerikus szimuláció segítségével megmutattuk, hogy oszcillonok akkor is kialakulnak, ha a skalármezőt egy tömeg nélküli dilaton mezőhöz csatoljuk. Analitikus módszerrel leírtuk a kis amplitúdós skalár-dilaton oszcillonokat és azok energiaveszteségi rátáját. (*G. Fodor, P. Forgács, Z. Horváth and M. Mezei : Oscillons in dilaton-scalar theories, J. High Energy Phys. JHEP08(2009)106 (2009)*) A skalár-dilaton rendszerbeli oszcillonok időfejlődésük során energiát vesztenek, de mivel a kisebb amplitúdós oszcillonok egyre lassabban sugároznak, kicsit csökkenő amplitúdóval ugyan, de tetszőlegesen hosszú ideig fennmaradnak. A gömbszimmetrikus szektorban a skalár-dilaton rendszerben megjelenő lokalizált állapotok viselkedése nagyon hasonló a gravitációval kölcsönható skalármező esetén létrejövő úgynevezett oszcillaton állapotokéhoz.

Egyetlen skalármező sík Minkowski háttéren csak akkor képes lokalizált oszcillon állapotokat létrehozni, ha létezik egy vonzó önkölcsönhatás, amit egy nemtriviális skalárpotenciállal szokás jellemezni. Az oszcillonok tulajdonságaival kapcsolatos számos kutatástól függetlenül, numerikus módszerek segítségével, először Seidel és Suen mutatta meg 1991-ben, hogy az Einstein elmélet keretében gravitációhoz csatolt önkölcsönhatás-mentes valós Klein-Gordon skalármező is létrehoz hosszú élettartamú lokalizált állapotokat. Ezeket oszcillatonnak nevezik az irodalomban. Az oszcillaton megoldások minden eddigi numerikus módszerrel periodikusnak tűnnek, de mégis tudjuk, hogy nem lehetnek egyszerre periodikusak és lokalizáltak. Ez következik a Fourier módusegyenletek struktúrájából, az oszcillonokra alkalmazott módszerek általánosításával. Az oszcillatonokkal kapcsolatban, a periodikusság feltevése mellett írt számos cikk után, az hogy valójában nem periodikusak, először egy Don N. Page által írt cikkben lett felvetve 2004-ben. Az oszcillatonok tömege skalármező kisugárzásával időben csökken, de ez a tömegveszteségi ráta exponenciálisan el van nyomva, így numerikus módszerekkel szinte láthatatlan. Don N. Page cikkében megadta analitikusan a kis amplitúdós oszcillatonok tömegveszteségi rátáját, de valójában egy nem konvergens kifejtés első rendjét számolta. A helyes érték kiszámolásához egy sokkal bonyolultabb módszert szükséges alkalmazni.

Gravitációsan kötött skalármező által létrehozott anyagsomó leírására létrehoztunk egy kis-amplitúdós kifejtést. Ennek első néhány tagja már egész jó közelítést ad fizikai szempontból érdekes nagy amplitúdós oszcillatonok magjának szerkezetére is. Ez azért van így, mert bizonyos amplitúdó fölött az oszcillatonok instabillá válnak, és ezért fizikailag már nem jelentősek. Az oszcillatonok tömegét a stabilitás szempontjából is érdemes kiszámolni. Csillagokhoz és egyéb asztrofizikai rendszerekhez hasonlóan oszcillatonok akkor stabilak, ha a központi sűrűség növelésével a teljes tömegük is növekszik. Az oszcillatonok skalár kisugárzása által való lassú tömegcsökkenésének kiszámolásához egy olyan módszert alkalmaztunk, ami magában foglalja a Fourier módusegyenletek komplex

kiterjesztését és a pólus környezetében történő Borel összegzést. Ez a módszer általánosítása a korábban sík háttéren vett oszcillonokra általunk alkalmazott eljárásnak. A sugárzási amplitúdó exponenciális függvénye az oszcillaton középponti amplitúdójának, és az exponenciális függvényben szereplő együttható a komplex kiterjesztésben szereplő pólus valós tengelytől való távolsága. (*G. Fodor, P. Forgács and M. Mezei : Mass loss and longevity of gravitationally bound oscillating scalar lumps (oscillatons) in D dimensions Phys. Rev. D, 81, 064029 (2010)*)

Mivel nincs konkrét információnk arról, hogy milyen tömeges skalármezők létezhetnek az univerzumban, a lehetséges skalártömegek egy nagy tartományára kiszámoltuk a létrejövő stabil oszcillatonok maximális tömegét és tömegveszteségi rátáját. Azt kaptuk, hogy még nagyon nagy skalár-tömegek esetén is, az oszcillaton teljes tömegének kevesebb, mint a felét veszti el az univerzum jelenlegi életkorának megfelelő idő, azaz 13 milliárd év alatt. Következésképpen, ha más anyaggá el nem bomló skalármező létezik az univerzumban, akkor az természetes módon hosszú élettartamú oszcillatonokat hoz létre, és így az univerzum sötét anyagának egy lehetséges magyarázatát adhatja. Egy fontos skalármező, ami megjelenik a korai univerzumról alkotott elméletekben, az inflaton. A gyorsan táguló inflációs időszakot követően az inflaton mező a potenciál minimuma körül rezeg, és jó közelítéssel tömeges Klein-Gordon mezőnek tekinthető. Perturbációk hatására az inflaton fragmentálódni kezd, és ha közben nem bomlik el más mezőkké, akkor oszcillatonok jönnek létre. Az oszcillatonok elősegíthetik az inflaton más mezőkké alakulását, és rövid skálákon erősíthetik a struktúra kialakulását. Az infláció közben az inflaton mező lassan változik, de egyéb hozzá csatolt skalármezők, mint például az úgynevezett "waterfall" mező viselkedhet tömeges mezőként, és oszcillatonokat hozhat létre. Ezek lényegesen befolyásolhatják a kialakuló inhomogenitások dinamikáját.

Mivel az oszcillatonok kozmológiai időskálán is hosszú ideig élnek, fontos megvizsgálni az univerzum tágulásának a rájuk való hatását. Eddig az irodalomban található hasonló vizsgálatok csak adott de Sitter háttéren létrejövő oszcillonokra vonatkoztak, a metrikára való visszahatás figyelembe vétele nélkül. Megmutattuk, hogy léteznek hosszú élettartamú oszcillatonok pozitív kozmológiai konstans esetén is, amikor a téridő szükségképpen aszimptotikusan de Sitter. Ezeknek az oszcillatonoknak gyorsabban csökken a tömegük skalár sugárzással, mint aszimptotikusan sík téridő esetén, de még mindig nagyon közel vannak a periodikussághoz, mivel a tömegveszteségi ráta exponenciálisan függ a kozmológiai konstans értékétől. A sugárzás ami a tömegveszteséghez vezet, csak akkor gyorsul fel, amikor az oszcillaton mérete kezd összemérhetővé válni a kozmológiai horizont sugarával. A jelenlegi univerzumban ez a hatás általában elhanyagolható, de az infláció idején a "waterfall" mező viselkedését lényegesen befolyásolhatja. (*G. Fodor, P. Forgács and M. Mezei : Boson stars and oscillatons in an inflationary universe Phys. Rev. D, 82, 044043 (2010)*)

Tanulmányoztuk, hogy a kozmológiai konstans hogyan befolyásolja a gömbszimmetrikus csillagok és az őket körülvevő vákuum téridő szerkezetét. Tökéletes folyadék megoldásokat konstruáltunk, amelyeknél, a zárt univerzum modellekhez hasonlóan, egy adott pontot körülvevő gömbfelületek területe egy bizonyos sugáron kívül növekedésből csökkenésbe megy át, még mielőtt kijutnánk a külső vákuum tartományba. Ezek a megoldások úgy értelmezhetők, mint gömbszimmetrikus vákuum tartományok folyadékkal töltött de Sitter téridőben. Megmutattuk, hogy a külső tartomány nem csak a Schwarzschild de Sitter illetve Schwarzschild anti de Sitter téridő lehet, hanem speciális esetben a Nariai univerzum egy darabja is. Ezen kívül, zárt, nemhomogén anyagot is tartalmazó kozmológiai modelleknek megfelelő egzakt megoldásokat is találtunk, valamint realiztikus állapotegyenletek mellett numerikus módszerekkel is vizsgáltuk a téridő lehetséges szerkezetét. (*C. G. Böhrer and G. Fodor : Perfect fluid spheres with cosmological constant, Phys. Rev. D, 77, 064008 (2008)*)

A relativisztikus értelemben lassan forgó csillagok leírására Hartle által kidolgozott formalizmus segítségével tanulmányoztuk a forgó csillagok kvadrupólus momentumát. A csillag anyagát leíró lehetséges fizikai állapotegyenletek egy nagy osztályára megmutattuk, hogy a kvadrupólus momentum mindig nagyobb, mint amilyen a megfelelő tömegű és impulzusmomentumú Kerr megoldás kvadrupólus momentuma. Ez azt mutatja, hogy ugyan a Kerr megoldás egyértelműen és jól leírja forgó fekete lyukak gravitációs terét, forgó csillagok külső terére azonban más vákuum megoldást kell választanunk. Ez fizikailag is igen fontos, ugyanis eddig azt tudtuk, hogy ha egy asztrofizikai objektum, például a galaxis középpontjában lévő szupermasszív fekete lyuk, megfigyelésekor mért impulzusmomentum és kvadrupólus momentum kapcsolata nem ugyanaz mint a Kerr megoldás esetén, akkor a megfigyelt objektum a fekete lyuk unicitás tétel miatt nem lehet fekete lyuk. Eredményeiből az ellenkező irányú állítás is következik. Ha az impulzusmomentum és a kvadrupólus momentum kapcsolata a Kerr téridőnek megfelelő, akkor a megoldás nem lehet egy tökéletes folyadék csillag külső tere, következésképpen valószínűleg fekete lyuk. (*M. Bradley and G. Fodor : The quadrupole moment of slowly rotating fluid balls, Phys. Rev. D, 79, 044018 (2009)*)

## VORTEXEK ÉS PERTURBÁCIÓIK

Kiterjedt térelméleti megoldásokkal és azok perturbációival foglalkoztunk. Ilyen klasszikus megoldások fizikai alkalmazására példaképpen megemlíthetők az egydimenziós, ún. kink-típusú megoldások melyek szupravezető- és ferromágneses anyagok fal-szerű átmeneteinek felelnek meg, másrészt akár kozmikus doménfalakat is lehet velük modellezni. A vortex-megoldások szuperfolyadékok örvényeinek, szupravezetőekben lévő mágneses fluxuskvantumoknak, illetve kozmikus húroknak a leírására alkalmasak.

Egydimenziós skalárelméletekben megvizsgáltuk az ún. kink megoldásoknak a sugárzással való kölcsönhatását. A kölcsönható kinknek és sugárzásnak megfelelő megoldást perturbációs sor alakjában állítottuk elő, mely a beeső sugárzás amplitúdójának hatványai szerint halad. A lineáris rendben a kinken való szórás a  $\varphi^4$  - és sine–Gordon-modellben is visszaverődésmentes. A kvadratikus rendben már megjelenik szórt sugárzás, mely a  $\varphi^4$  -modell esetében kink mögött impulzustöbbletet eredményez, így a kinkre a sugárzás forrása felé mutató erő hat, a fellépő sugárzási nyomás negatív. (*P. Forgács, Á. Lukács, T. Romanczukiewicz: Negative radiation pressure exerted on kinks, Phys.Rev.D77:125012, 2008*)

Hasonlóan megvizsgáltuk a síkhullám szóródását a kétdimenziós Goldstone–modell vortexén. Itt a szórásprobléma megoldását lineáris rendben, parciális hullámok szerint kifejtve adjuk. Az impulzusmérleg segítségével megadtuk a vortexre ható erőt. Az elmélet tömeges módusának a szórásakor ismét a sugárzás forrása felé ható erő lép fel, a vortexre ható sugárzási nyomás is lehet negatív. Az impulzustöbblet oka itt a tömeges módusnak a tömegtelenbe való, erőteljes szórása.

A kiterjedt megoldások dinamikájának egy további fejezetével, a stabilitás kérdésével is foglalkoztunk. Az SU(2)–szimmetrikus kiterjesztett ábeli Higgs–modell ún. csavarthúr–megoldásainak a stabilitását vizsgáltuk. A kapott eredmény szerint ezek a megoldások instabilak, a linearizált perturbációs problémának negatív sajátértékhez tartozó módusai vannak. A numerikus megoldáson kívül megadtuk a csavart húroknak a beágyazott ANO–húrokkal való bifurkációjának egy szemianalitikus megoldását, és ennek segítségével megmutattuk, hogy csavart hurok perturbációs problémája a beágyazottakénak deformációja.

(*P. Forgács, Á. Lukács: Instabilities of Twisted Vortices, JHEP 0912:064, 2009*)

Megvizsgáltuk az ábeli Higgs–modell legáltalánosabb kétkomponensű kiterjesztését, melyben hengerszimmetrikus csavart hurok létezhetnek. Ezután megvizsgáltuk a húrmegoldásokat a potenciál

paramétereinek függvényében. A paraméterek egy tág tartományában léteznek beágyazott ANO-húrok, náluk alacsonyabb energiájú csavart húrok, és az utóbbiaknak egy zérus csavarású, az ANO-húroktól különböző határeset. Ennek energiája a legkisebb, feltehetőleg stabil, és az ANO-húrokkal egyszerre létezhet.

Az elért eredmények további kutatásokhoz is utat mutatnak. A vortex-sugárzás kölcsönhatás problémája a mértékelmélethez csatolt esetben is fontos probléma (fizikai alkalmazásként megemlítjük a szupravezetők Abrikoszov-vortexeit, illetve a kozmikus húrokat). Hasonlóképpen, a több komponensű modellekben, a megadott megoldások segítségével a vortexek kölcsönhatásai vizsgálhatók. Ennek nagy jelentősége van a szupravezetők elméletében.