



A gumiabroncs és az útpályaszerkezet érintkezési kapcsolatának elemzése végeselem módszerrel

Király Tamás¹, Primusz Péter²

¹ Stadler Rail AG

² Soproni Egyetem, Erdőmérnöki Kar, Geomatikai, Erdőfeltárási és Vízgazdálkodási Intézet; Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar, Út és Vasútépítési Tanszék

E-mail: tamas.kiraly1990@gmail.com; primusz.peter@uni-sopron.hu

DOI: [10.36246/UL.2020.2.04](https://doi.org/10.36246/UL.2020.2.04)

KIVONAT

A nehéz szállítójárművek a kerekek terhelését a gumiabroncsok közvetlen q érintkezési feszültségének képében adják át az útpályaszerkezetnek, amit egyszerűen csak a gumiabroncsok belső p légnyomásával megegyezőnek tételezünk fel. Szigorúan véve a $q \approx p$ egyenlőség csak tökéletesen hajlékony, vagyis saját merevséggel nem rendelkező keréktömlő esetén igaz. Abban az esetben, ha a gumiabroncsnak a saját merevségét is figyelembe vesszük, akkor a kontaktfeszültség akár 10-30 százalékkal lehet nagyobb vagy akár kisebb, mint az abroncs belső légnyomása. Ez a nagymértékű bizonytalanság, ami a kontaktfeszültség reális értékének felvételével kapcsolatosan jelentkezik, szinte ellehetetleníti a pontos pályaszerkezet méretezést, és így a gazdaságos útpályaszerkezet kialakítást. Kutatásunkban ezért a modern gumiabroncsok és az útburkolat interakcióját vizsgáltuk a végeselem módszerrel, kapcsolatot keresve az érintkezési nyomása (q), az érintkezési felület (A_c), a gumiabroncs belső légnyomás (p) és a kerékterhelés (F) között. Elemzéseink kimutatták, hogy az ikerabroncs terhelést jól lehet helyettesíteni egy körlapon egyenletesen megoszló erőrendszerrel, ha a q átlagos kontaktfeszültséget reálisan választjuk meg. A kidolgozott gumiabroncs és útpályaszerkezet végeselem modell elég összetett volt az érintkezési kapcsolat részletes elemzéséhez, de megfelelő anyagparaméterekkel tovább fejleszthető, amivel a nagyon költséges helyszíni vizsgálatok jelentős köre kiváltható vagy kiegészíthető lesz a jövőben.

Kulcsszavak: végeselem analízis, gumiabroncs, kontaktfeszültség, kontaktfelület, ABAQUS

ABSTRACT

Heavy transport vehicles transfer the load of the wheels in the form of a direct contact stress of the tires to the road structure, which is simply assumed to be equal to the p internal air pressure of the tires. Strictly speaking, the equality of $q \approx p$ is only valid for a perfectly flexible wheel hose without any stiffness. In case of the tire's stiffness is considered, the contact stress can be up to 10 to 30 percent higher or even lower than the tire's internal air pressure. This high level of uncertainty, which occurs by measuring the real value of the contact stress, makes it almost impossible to determine the pavement structure accurately and thus to design an economical pavement structure. In our research, therefore, we examined the interaction of modern tires and pavements using the finite element method (FEM), looking for a relationship between contact pressure (q), contact area (A_c), internal pressure of the tire (p) and wheel load (F). Our analyzes have shown that the dual tire load can be replaced by an evenly distributed force acting on a circular plate if the value of the average contact stress q is properly chosen. The developed finite element models of the tire and the pavement structure were complex enough for a detailed analysis of their contact relationship, but they can be further developed with appropriate material parameters to supplement or even to replace a significant range of very costly field tests in the future.

Keywords: finite element analysis (FEM), tire, contact stress, contact surface, ABAQUS

Király Tamás

Király Tamás jelenleg a Stadler Rheintal AG végeelem-szimulációs-mérnöke, specializálódva fáradástani, tranziens és nemlineáris feladatokra. Főállású foglalkozása mellett a Soproni Egyetem doktori hallgatója, ahol a kutatási területe a szénszállal erősített gerendák teherbírásnövekedésének optimalizálása szimulációs eljárásokkal, valamint a hozzá tartozó tönkremeneteli modell megalkotása. Továbbá orvosi műszerek tervezésével is foglalkozik, ahol kooperációs partnereivel együtt bejelentett szabadalmi vannak különböző 3D nyomtatott titán gerinc implantátumokra. A következő numerikus eljárásokban van tapasztalata: FEM (Finite Element Method), SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), DEM (Discrete Element Method) és MBD (Multibody Dynamics).

Dr. Primusz Péter

A Soproni Egyetem (SOE) Erdőmérnöki Karán a Geomatikai, Erdőfeltárási és Vizgazdálkodási Intézet munkatársa. Fő kutatási területe az útfenntartás és az útpályaszerkezetek méretezése, megerősítése.

1. BEVEZETÉS

A mechanikai-empirikus útpályaszerkezet méretezési rendszerek a pályaszerkezetet rugalmasságtani elven számítható szerkezetként fogják fel, és alapvetően a vékony lemezek vagy a rugalmas rétegek elméletét alkalmazzák (McCullough és Boedecker, 1969). Bármilyen méretezési eljárást is alkalmazzunk, annak előfeltétele, hogy ismerjük az útburkolatra ható erőket, vagyis azt a felületet, amin a terhelés a szerkezetre átadódik. Kezdetben a Boussinesq-féle egyenleteken alapuló módszerek feltételezték, hogy az erő koncentráltan vagy vonalmenti eloszlásban működik a kerék teljes szélességén (Kézdi, 1954). A pneumatikus kerekek elterjedésével már azt gondolták, hogy a terhelés olyan kör alakú érintkezési felületen adódik át, amin a keréksúly egyenletesen oszlik meg. Ez a feltevés sokáig megmaradt, mivel egyszerű számítást tett lehetővé és a rugalmas rétegek parciális differenciálegyenleteinek megoldása is csak erre a terhelési esetre létezett.

Az elméleti megközelítéseket később a probléma kísérleti megoldása egészítette ki: különböző terhelésű kerekeket papírlapok közé helyezett festékes fóliára ráengedve (Kézdi, 1954), vagy azok homok körbeszórásával (Zsichla, 1990), a gumiabroncsok lenyomata meghatározhatóvá vált. Betonburkolatok esetén a kerék és az útburkolat érintkezési felülete ellipszis alakú volt a korra jellemző diagonál abroncsoknál, nagyságát pedig a belső tömlőnyomás és a kerékterhelés határozta meg. A jóval később megjelenő és merevebb radiálabroncsok keresztirányban nem, csak hosszirányban képesek alakváltozást elszenvedni, így lenyomatuk képe inkább téglalapra hasonlított (Gent és Walter, 2006). A kísérleti eredmények ellenére a legtöbb méretezési eljárás – a számítási nehézségekből adódóan – a tehergépkocsi ikerabroncs két ellipszis vagy inkább téglalap alakú lenyomatát a továbbiakban is egy azokkal megegyező nagyságú helyettesítő körfelülettel vette figyelembe. Ezt a megközelítést alkalmazta Nemesdy (1992) is a magyar új építésű típus-útpályaszerkezet katalógusrendszer megalkotásakor. Szakmai körökben viszont újra és újra felerősödtek azok a kritikus hangok, akik ezt az egyszerűsítést nem tartották elfogadhatónak. A számítástechnika fejlődésével ugyanis lehetőség nyílt arra, hogy a szuperpozíció elvét felhasználva a kör alakú terhelési esetre levezett egyenletekkel már kerékelrendezéseket is modellezzünk. Erre mutat példát Adorjányi (2009) aki a 2×25 kN nagyságú ikerabroncs terhelést két egymástól 315 mm-re elhelyezett 210 mm átmérőjű körfelületen egyenletesen megoszló erőrendszerrel veszi számításba. Szokás szerint a megoszló erőrendszer nagyságát, vagyis a felületi nyomást – jó közelítéssel – a gumiabroncsok belső légnyomásával megegyezőnek tételezzük fel. Ezt a gyakorlatot csak nagyon ritkán kérdőjelezzük meg, pedig az érintkezési lenyomatnál sokkal jobban meghatározza a szerkezetben ébredő igénybevételeket.

Cikkünkben a modern gumiabroncsok és az útpályaszerkezetek interakcióját vizsgáljuk a végeelem módszerrel, mivel egy komplex abroncsmodell felépítéséhez nem csak sok anyagparaméterre, de egy triviálisnak nem mondható modellezési technikára is szükségünk van, amellyel a különböző anyagú rétegek egymásra épülő rendszere jól leírható a lehető legkevesebb végeelem számmal. Nagy gyártók, mint pl. a Hankook, a 2000-es évek elején kezdték a manapság használatosnak mondható modellezési

technika kifejlesztését (Kennedy, 2003), amivel ma már a legtöbb abronccsal kapcsolatos probléma jól kezelhető. Reméljük, hogy munkánkkal segíteni tudjuk tisztázni a bevezetőben feltárt vitás kérdéseknek egy részét.

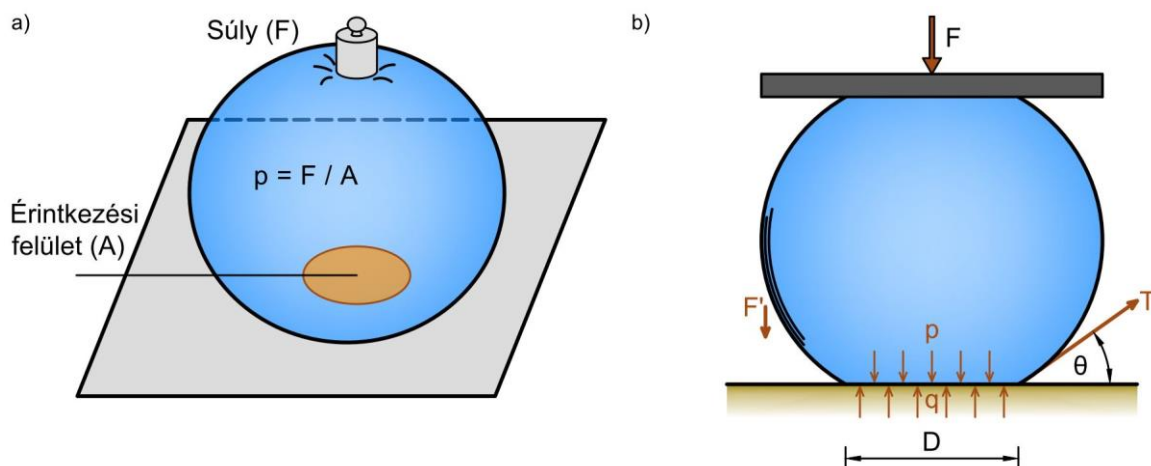
2. ELMÉLETI HÁTTÉR

2.1. A GUMIABRONCS NYOMÁSVISZONYAI

A gépjárművek a kerekeiken keresztül támaszkodnak fel az úttestre. A kerékterhelést pedig a gumiabroncsok adják át az útpályaszerkezetnek. Feltevésünk szerint a járműterhelésből adódó F nyomóerő egyenletesen megoszlik a gumiabroncs A felfekvési felületén (1.a ábra):

$$p = \frac{F}{A} \quad (1)$$

ahol p a gumiabroncs belső légnyomása, ami közel azonosnak tekinthető a gumiabroncs által a burkolatnak átadott q fajlagos érintkezési nyomásával. Szigorúan véve a $q \approx p$ egyenlőség csak tökéletesen hajlékony, vagyis saját merevséggel nem rendelkező keréktömlő esetén igaz. Abban az esetben, ha a gumiabroncsnak van saját merevsége, akkor a kontaktfeszültség akár 10-30 százalékkal lehet nagyobb vagy akár kisebb, mint az abroncs belső légnyomása a korabeli szakirodalom szerint (Kézdi, 1954; Lawton, 1957; Yoder, 1959; Lister és Nunn, 1968).



1. ábra. A tökéletesen hajlékony (a) és a فالمerevséggel rendelkező léggömb (b) erőjátéka sima vízszintes síkkal érintkezve (Van Vuuren (1974) alapján szerkesztve)

Az ellentmondásos eredményekre Van Vuuren (1974) munkája adott később magyarázatot, aki fizikai levezetéssel igazolta, hogy egy léggömb q fajlagos érintkezési nyomása miatt szükségszerűen kisebb, mint annak belső p légnyomása (1.b ábra):

$$q = p - \frac{4T}{D} \sin \theta + \frac{F'}{A} \quad (2)$$

ahol

- q = átlagos kontakt nyomás
- T = húzóerő / egység hossz (a kontakt felület peremén)
- θ = a T húzóerő és a vízszintes által bezárt szög
- A = kontakt körfelület
- D = kontakt körfelület átmérője
- F' = a léggömb fala által közvetített terhelés

Mivel a T húzóerő a belső p légnyomásnak és a külső F erőnek egyaránt függvénye, így a keresett átlagos q kontaktnyomás is p és F függvényének tekinthető, vagyis általánosságban a következő összefüggés fogalmazható meg:

$$q = f_1(p) + f_2(F, p) \quad (3)$$

ahol

$f_1(p)$ = a belső légnyomás függvénye, és

$f_2(F, p)$ = a belső légnyomásnak és a külső terhelésnek az együttes függvénye (hatása).

Van Vuuren (1974) a léggömbre levezetett (3) összefüggést kiterjesztette gumiabroncsokra is, ahol az abroncs fizikai felépítését, méreteit, a futófelület kialakítását, a gumi keménységet és falvastagságot egy C' tényezővel vette számításba:

$$q = f_1(p) + f_2(F, p) + C' \quad (4)$$

A levezett (4) összefüggést Van Vuuren (1974) laboratórium mérésekkel igazolta egy 8.25-20x10 típusú gumiabroncsra:

$$q = (0,013p + 10,5)F + 0,119p + 125,9 \quad (5)$$

ahol q és p kPa-ban, az F kerékterhelés pedig kN-ban értendő. Az (5) tapasztalati összefüggés szerint az érintkezési (kontakt) nyomás a kerékterheléstől, az abroncs belső légnyomásától és nagymértékben az abroncs „hajlékonyságára” jellemző C' konstans értékétől függ.

2.2. A GUMIABRONCS FELÉPÍTÉSE

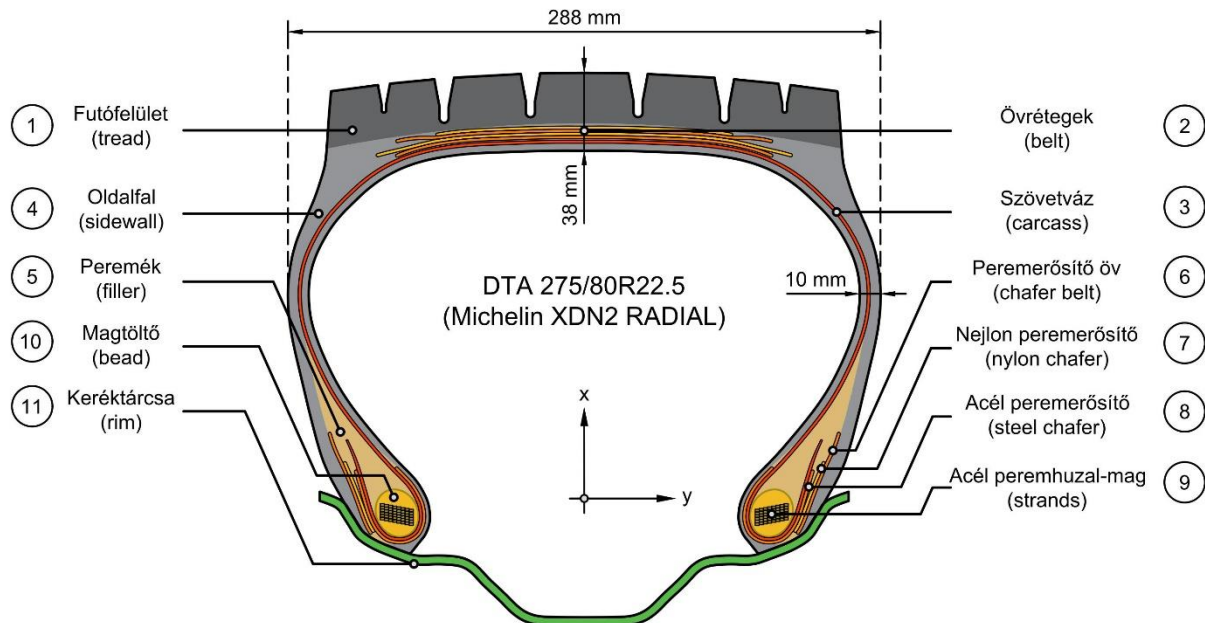
A gumiabroncsok a külső szemlélő számára egyszerű felépítésűnek tűnnek, pedig a modern abroncsok nagyságrendileg 10-20 különböző alkatrészt tartalmaznak, amik együttesen adják a gumiabroncsoktól megkívánt műszaki tulajdonságokat. A modern abroncsok legfontosabb részei a következők (a 2. ábra szerint számozva):

- A futófelület (tread) az abroncs útfelülettel érintkező része, feladata biztosítani a tapadást, a kopásállóságot és a menetstabilitást a járműnek (1). Jellemzően szintetikus és természetes kaucsukból készül.
- Az övrétegek (belt) erősítik az abroncsot, elnyelik az ütések, az optimális menetstabilitást és gördülési ellenállást biztosítják a járműnek (2). Gumírozott nagyszilárdságú acélszálakból készülnek, a szálak helyzete a radiál abroncs felhasználási céljának és terhelhetőségének függvényében $\pm 10-30^\circ$ a középvonalhoz képest.
- A szövetváz (carcass) az abroncs vázát adja, magas légnyomások esetén is megőrzi a gumiabroncs alakját és elosztja a terhelést (3). Gumírozott rayon vagy poliészter textilszálakból készül.
- Az oldalfal (sidewall) természetes gumiból készül, védi a karkaszt az oldalirányú behatásoktól és átviszi a nyomatékot a futófelületre (4).
- A peremék (filler) elősegíti a menetstabilitást, a kormányzási és kényelmi adottságokat, szintetikus gumiból készül (5).
- A peremerősítő öv (chafer belt) fokozza a menetstabilitást és a kormányzás pontosságát (6), anyaga lehet acél vagy nejlon, így megkülönböztettünk nejlon (7) és acél (8) peremerősítőt.
- Az acél peremhuzal-mag vagy huzalkarika (strands) gumiba ágyazott nagyszilárdságú acélhuzalokból készül, ami stabil illeszkedést biztosít a gumiabroncs és a keréktárcsa között (9). Az alkalmazott gyártástechnológiától függően a huzalkarika lehet magtöltős (bead) vagy magtöltő nélküli (10).

A gumiabroncs legbelső rétege légzáró, feladata, hogy megtartsa a gumiabroncsba fűjt levegőt, valamint megakadályozza a pára és nedvesség bejutását.

2.3. A VÉGESELEM MÓDSZER

A végeelem módszer (VEM) egy numerikus eljárás a természettudományok és a műszaki élet feladatainak közelítő megoldására. Lényege, hogy a vizsgált tetszőleges geometriai kialakítású, tetszőleges peremfeltételű és tetszőleges terhelésfeltételekkel rendelkező testet véges számú, kicsiny, de geometriailag jól meghatározott ún. véges elemekből felépített modellel helyettesítjük (Molnár, 2011).



2. ábra. A gumiabroncs fő részei, az ábra Hernandez és mtsai. (2017) munkájában (a 21. oldalon) közölt DTA 275/80R22.5 típusú abroncs keresztmetszete alapján készült

Ezek a végelemek csak a csomópontjaikban kapcsolódnak egymással. A csomópontok elmozdulása (u^e) és a csomópontokban ható erők (F^e) közötti kapcsolatot a végelemek viselkedését leíró törvényszerűségek, anyagmodellek (K^e az elem ún. merevségi mátrixa) határozzák meg (Kakucs, 2020):

$$F^e = K^e u^e \tag{6}$$

Az összekapcsolódó végelemek együttes viselkedését egy egyenletrendszer írja le, amelynek megoldása a vizsgált tárgy alakváltozási állapotát adja. A csomópontok egymáshoz viszonyított relatív elmozdulása a végelemek torzulásához vezet, amiből a fellépő feszültségek a már említett törvényszerűségekkel kiszámíthatók (Kakucs, 2020).

A végeelemes módszer kézi számításokra alkalmatlan, mivel nagyon sok elemi művelet elvégzését igényli már egy igen egyszerű feladat is. Ezért ma már mindenhol számítógépes programokat használnak, hogy az iparban is fontos feladatok megoldhatóak legyenek. Az egyik legelterjedtebb végeelem szoftver jelenleg az ABAQUS/CAE (Complete Abaqus Environment) ami hatékony és komplett megoldást jelent az ipari feladatok széles spektrumához. A program implicit és explicit mechanikai, áramlástani és elektromágneses megoldóval rendelkezik, de SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), DEM (Discrete Element Method) és többtest dinamikai problémákat is megoldhatunk vele (Tamás et al. 2014). Fontos alprogramja a TOSCA, ami geometria vagy paraméter optimalizálásra használatos.

2.4. ANYAGMODELLEK

A modern gumiabroncsok felépítésükből következően többféle alapanyagból készülnek, és ezeknek csak egy kis részére igaz, hogy a lineárisan rugalmas (Hooke) anyagmodellt követik. A gumira például a nagyon nagy és nem lineáris deformációk jellemzők. Ezt az anyagviselkedést az ún. hiper-viszkoelasztikus anyagmodellel írhatjuk le, ami egy hiperelasztikus és egy viszkoelasztikus modell összekapcsolásán alapszik (Fazekas és Goda, 2017). Előbbi az anyag időfüggetlen, utóbbi az időfüggő viselkedést jellemzi (Brinson és Brinson, 2015). A mérnöki gyakorlatban a hiper-viszkoelasztikus modellparaméterek meghatározása nem egyértelmű feladat, ezért inkább a szeparált illesztés terjedt el (Fazekas és Goda, 2017). Ez azt jelenti, hogy a hiperelasztikus és a viszkoelasztikus paramétereket külön-külön illesszük a mérésekre, ez viszont pontatlanabb eredményeket ad a direkt módszerhez képest.

A hiperelasztikus anyagmodellben a feszültség és a nyúlás közötti kapcsolatot az alakváltozási energia sűrűségfüggvény írja le. Több általános hiperelasztikus konstitutív törvény ismert, mint pl. a Neo-Hooke, a Mooney-Rivlin, a Yeoh és az Ogden. A Yeoh modell az első deformációs invariáns alapszik, és a háromparaméteres változata jó illeszkedést biztosít a nagy deformációk tartományában (Madocsai, Veress, és Palkovics, 2011):

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + C_{30}(\bar{I}_1 - 3)^3 + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2 + \frac{1}{D_2}(J_{el} - 1)^4 + \frac{1}{D_3}(J_{el} - 1)^6 \quad (7)$$

ahol

- C_{i0} = anyagparaméterek [Pa]
- \bar{I}_1 = deformációs invariáns
- D_i = összenyomhatatlansági paraméterek [1/Pa]
- J_{el} = elasztikus térfogati állandó

Az anyag időfüggő (t) viszkoelasztikus viselkedése Prony-sorozattal közelíthető az alábbi formában:

$$g_r(t) = 1 - \sum_{i=1}^N g_i(1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (8)$$

ahol N a viszkoelasztikus modell elemeinek száma, τ_i az i -edik relaxációs idő, míg g_i az i -edik relatív csúsztató rugalmassági modulus. A dimenziótlan $g_r(t)$ relaxációsmodulus-függvény az időfüggő $G(t)$ és a pillanatnyi (üveges) G_0 csúsztató modulus hányadosaként van értelmezve:

$$g_r(t) = G(t)/G_0 \quad (9)$$

A most bemutatott anyagmodellekről további részleteket olvashatunk Tamás és mtsai. (2014) szabadon elérhető oktatási anyagában.

3. ANYAGOK ÉS MÓDSZEREK

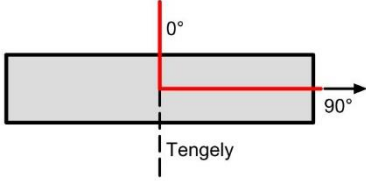
3.1. GUMIABRONCS ÉS ÚTPÁLYASZERKEZET ADATOK

A mechanikai alapú útpályaszerkezet méretezés alapvetően Burmister (1945a; 1945b; 1945c) elméletét felhasználva a lineárisan rugalmas, homogén és izotróp végtelen féltéren nyugvó, többrétegű hajlékony rétegek rendszerével modellezi a valóságos útpályaszerkezeteket (MLE, Multilayer Elastic). A modellen belül egy h vastagságú réteg mechanikai viselkedését a Hooke-féle anyagtörvénynek megfelelően az E rugalmassági vagy Young-modulus és a μ harántkontrakciós, vagy Poisson-tényező adja meg. A rétegek a szerkezeteken belül egymáshoz tökéletesen tapadnak, vagyis a rétegek nem

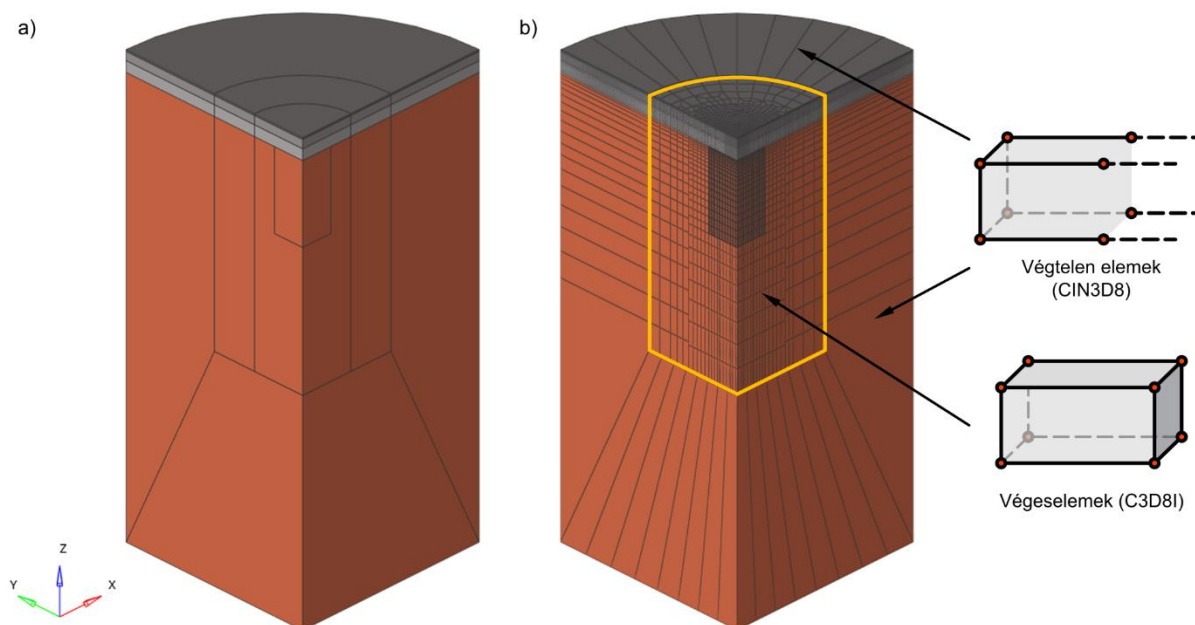
tudnak elcsúszni a határfelületen. A kutatásban vizsgált hajlékony és félmerev útpályaszerkezetek rétegrendjét és a rétegek mechanikai tulajdonságait az 1. táblázatban foglaltuk össze.

Réteg neve	Vastagság, h [mm]	Young-modulus, E [Mpa]	Poisson-tényező, μ [-]
A hajlékony útpályaszerkezet felépítése			
Aszfalt kopóréteg	40	4000	0,35
Aszfalt kötő- és alapréteg	200	5500	0,35
Zúzottkő alapréteg	250	350	0,40
Földmű	20000 (végtelen)	50	0,45
A félmerev útpályaszerkezet felépítése			
Aszfalt kopóréteg	40	4000	0,35
Aszfalt kötő- és alapréteg	200	5500	0,35
CK _T alapréteg	200	2000	0,40
Földmű	20000 (végtelen)	50	0,45

1. táblázat: A vizsgált útpályaszerkezetek rétegrendje és a rétegek anyagtulajdonságai.

#	Elem	Típus	Anyag	Réteg	Szög [°]	Kereszt-metszet	Geom. [mm]	Köz [mm]
02	övrétegek	erősítés	öv-acél	1	50	kör	R 0,25	1,16
				2	78	kör	R 0,25	1,16
				3	102	kör	R 0,25	1,16
				4	78	kör	R 0,25	1,16
09	huzalkarika		huzal-acél	8×6	90	hasáb	2,0×1,3	szoros
03	szövetváz		szövet-acél	1	12	kör	R 0,4	0,8
				2	-12	kör	R 0,4	0,8
06	peremerősítő öv		peremerősítő-acél	1	90	kör	R 0,36	1,19
08	acél peremerősítő		peremerősítő-acél	1	90	kör	R 0,36	1,19
07	nejlon peremerősítő		peremerősítő-nejlon	1	90	kör	R 0,36	1,00
01	futófelület	fő szerkezet	futófelület gumi					
04	oldalfal		oldalfal gumi					
10	magtöltő		magtöltő gumi					
05	peremék		magtöltő gumi					
11	keréktárcsa		görgetett acél					

2. táblázat: DTA 275/80R22.5 típusú abroncs kompozit szerkezetének geometriai méretei.



3. ábra. Az útpályaszerkezet vizsgált tartománya (a) és végelem hálója (b).

A gumiabroncs szerkezetének geometriáját Hernandez et al. (2017) által közölt DTA 275/80R22.5 típusú abroncs keresztmetszeti rajza alapján (21. oldal) rekonstruáltuk, az abroncsok szélessége így (overall width) 288 mm-re, az abroncsok távolsága (dual spacing) pedig 315 mm-re adódott. A 2. ábrán látható abroncs kompozit szerkezetének a geometriai méreteit a 2. táblázat (a részek számozása a 2. ábrán láthatókkal megegyezik), az anyagparamétereket pedig a 3. táblázat foglalja össze irodalmi gyűjtés alapján.

A Yeoh-féle hiperelasztikus, a viszkoelasztikus és a szálerősítés (rebar) anyagparamétereket Yazdandoost és Taheri (2016) és Behroozinia et al. (2020) munkáiból vettük át. A gumiabroncs anyagparamétereinek kísérleti meghatározásáról pedig jó összefoglalást ad Van Blommestein (2016) doktori dolgozata.

Anyag	Anyagmodell	Modell paraméterek		Egység	Irodalom
öv-acél	Sűrűség	ρ	7,80E-09	t/mm ³	Behroozinia et al. (2020) Van Blommestein (2016) Wang (2011)
	Elasztikus (Hook)	E	174700	N/mm ²	Van Blommestein (2016)
μ		0,3	-		
huzal-acél	Elasztikus (Hook)	ρ	5,90E-09	t/mm ³	
		E	206000	N/mm ²	
szövet-acél	Elasztikus (Hook)	μ	0,3	-	
		ρ	1,50E-09	t/mm ³	
peremerősítő-acél	Elasztikus (Hook)	E	16870	N/mm ²	
		μ	0,3	-	
peremerősítő-nejlon	Elasztikus (Hook)	ρ	1,50E-09	t/mm ³	
		E	3970	N/mm ²	
futófelület gumi	Hiperelasztikus (Yeoh)	μ	0,3	-	Zhang et al. (2020)
		ρ	7,50E-10	t/mm ³	
		C ₁₀	6,16E-01	N/mm ²	
		C ₂₀	-1,91E-01	N/mm ²	

		C ₃₀	4,75E-02	N/mm ²	
		D ₁	8,12E-02	mm ² /N	
		D ₂	8,12E-02	mm ² /N	
		D ₃	8,12E-02	mm ² /N	
	Viszkoelasztikus (Prony)	g _i	0,3	-	Behroozinia et al. (2020)
		k _i	0,0	-	
		τ _i	0,1	s	
oldalfal gumi	Hiperelasztikus (Yeoh)	ρ	1,05E-09	t/mm ³	Zhang et al. (2020)
		C ₁₀	4,88E-01	N/mm ²	Yazdandoost és Taheri (2016)
		C ₂₀	-1,41E-01	N/mm ²	
		C ₃₀	3,86E-02	N/mm ²	
		D ₁	1,03E-01	mm ² /N	
		D ₂	1,03E-01	mm ² /N	
	D ₃	1,03E-01	mm ² /N		
	Viszkoelasztikus (Prony)	g _i	0,3	-	Behroozinia et al. (2020)
		k _i	0,0	-	
		τ _i	0,1	s	
megtöltő gumi	Sűrűség	ρ	1,05E-09	t/mm ³	Zhang és mtsai. (2020)
	Hiperelasztikus (Yeoh)	C ₁₀	8,76E-01	N/mm ²	Behroozinia et al. (2020)
		C ₂₀	-2,93E-01	N/mm ²	
		C ₃₀	7,94E-02	N/mm ²	
		D ₁	5,71E-02	mm ² /N	
		D ₂	5,71E-02	mm ² /N	
	D ₃	5,71E-02	mm ² /N		
	Viszkoelasztikus (Prony)	g _i	0,3	-	Behroozinia et al. (2020)
		k _i	0,0	-	
		τ _i	0,1	s	
görgetett acél	Sűrűség	ρ	7,80E-08	t/mm ³	Van Blommestein (2016)
	Elasztikus (Hook)	E	210000	N/mm ²	
		μ	0,3	-	

3. táblázat: DTA 275/80R22.5 típusú abroncs kompozit szerkezetének anyagparaméterei.

3.2. ÚTPÁLYASZERKEZET MODELLEZÉS VÉGESELEM MÓDSZERREL

A többbrétegű rugalmas rendszerek (MLE) elmélete mellett, Duncan, Monismith, és Wilson (1968) munkájának köszönhetően a végeelemes modellezés (VEM) már az 1960-as évek végén megjelenik az útpályaszerkezetek tanulmányozásában, mivel lehetővé teszi az anyag nemlineáris viselkedésének figyelembevételét (Cho, Tóth, és Soós, 2018). A végeelem-módszer egyik jellegzetes velejárója, hogy az analitikus megoldásoknál használt végtelen tartományokat végessé kell tenni. Ez azonban sokszor nem ésszerű, főleg végtelen vagy félvégtelen kiterjedésű kontinuumokra megfogalmazott feladatok esetében. A probléma útpályaszerkezeteknél a legelső homogén végtelen féltérnél, vagyis a földműnél jelentkezik. A megoldást a végtelen végeelemek jelentik, amelyekben már végtelenbe nyúló résztartományok is megtalálhatók (Scharle és Szilágyi, 1986).

Az általunk elkészített végeelem modellben az útpályaszerkezet vizsgált tartománya hengeralakú (3.a ábra), ahol a C3D8I (8 csomópontú lineáris) végeelemeket a határfelületen radiális irányban CIN3D8 (8 csomópontú lineáris) végtelen elemek veszik körül (3.b ábra), és a földmű alulról szintén végtelen elemekbe megy át (amik a lesüllyedés nagyságát szabályozzák). Az ABAQUS programban a végtelen elemek létrehozásakor figyelni kell a csomópontok számozására, mivel a végtelen elemeknek csak az első felületét lehet összekapcsolni a végeelemhálóval. A határfelületből kiinduló élek a végtelennek tekintett irányba tartanak és egy pólus körül helyezkednek el. Az elmélet szerint ezen élek mentén van közelítve a távoli tér megoldása, míg az élek határfelületen belüli meghosszabbításai egy pólusban találkoznak. Ebből fakadóan fontos a végtelen irányban elhelyezkedő csomópontok megfelelő

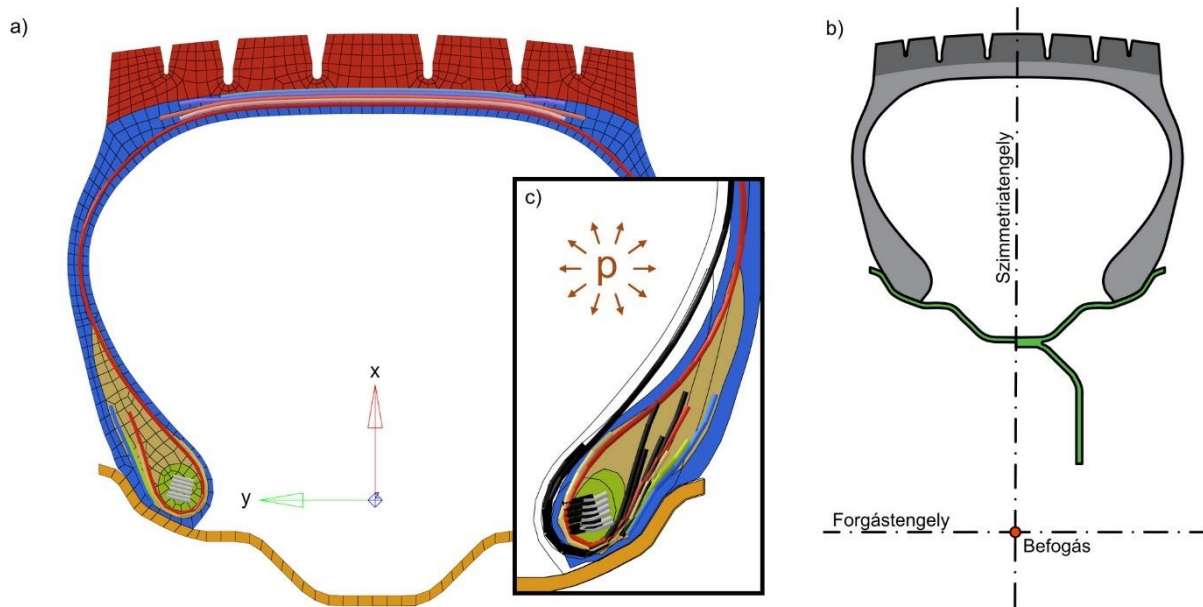
pozicionálása; távolságuk a pólustól kétszer akkora, mint a határfelületen fekvőké. A radiálisan elhelyezett végtelen elemek a henger alakú pályaszerkezet modell forgástengelyébe mutatnak, míg a földmű alján lévő végtelen elemek az útburkolat-gumiabroncs kontaktfelületének és a henger alakú pályaszerkezet modell forgástengelyének metszéspontjában találkoznak.

A gumiabroncs és az útburkolat kontaktfelületének környezetében 6 mm élhosszúságú elemeket hoztunk létre, míg a vizsgált területtől a határfelület felé távolodva rohamosan durvul a háló egészen a 100 mm élhosszig. A háló finomból durvába történő átmenetét lineáris vagy másnéven ragasztott (ún. TIED) kontakttal modelleztük, mivel már a durvább háló elemeiben sem várható nagy feszültséggradiens. Ez az egyszerű megoldás jobb minőségű hálót és gyorsabb futásidőt biztosít. Az útpályaszerkezet minden véges vastagságú rétegében legalább 5 nem-redukáltan integrált elemmel biztosítottuk a hajlításból származó feszültségek megfelelő leképzését. A rétegek egymáson elcsúszni nem tudnak, azokat idealizáltan egymáshoz ragasztva modelleztük. A modellben a térbeli kontinuum elem csomópontjainak 3 elmozdulás (u_1 , u_2 , u_3) szabadságfoka van, míg a végtelen végelem végtelen irányban elhelyezett csomópontjainak elmozdulásait alulról a z-tengely, oldalról az x- és y-tengely mentén korlátoztuk. A befogásból eredő feszültségi anomáliák lecsengését az adott pályaszerkezeti réteghez tartozó rugalmas anyagtulajdonsággal rendelkező végtelen elemek biztosítják, és így a peremfeltételek elméletileg nem okoznak nagy hibát a szimulációba.

3.3. GUMIABRONCS MODELLEZÉS VÉGESELEM MÓDSZERREL

3.3.1. 2D-S TENGELYSZIMMETRIKUS MODELL

A végelem analízis (bizonyos feltételek teljesülése mellett) lehetőséget ad a 3D-s testek síkbeli vizsgálatára, amivel jelentős számítási idő-, hely- és kapacitás (hardware) spórolható meg. A gumiabroncs felfújásához és keréktárcsára feszítéséhez elegendő egy síkbeli tengelyszimmetrikus feladat megoldása, ami azt jelenti, hogy csak az 1. ábrán látható radiális keresztmetszetet szükséges modelleznünk. Az ABAQUS program megszabja a 2D-s tengelyszimmetrikus feladat leírásához szükséges hengerkoordináta rendszer elhelyezkedését, ahol az x-tengely a sugárirányú (radiális) tengely és az y-tengely a z-tengellyel esik egybe. Ennek megfelelően az abroncs keresztmetszeti modelljét az xy-síkban kell elkészítenünk (4.a ábra).



4. ábra. A gumiabroncs végelemhálója (a), a tengelyszimmetrikus modell befogása (b) és a gumiabroncs alakváltozása felfújás után (c).

Az ABAQUS programban a tengelyszimmetrikus feladatok definiálásához nem szükséges külön parancsot használni, azonban a hálót kötelezően tengelyszimmetrikus elemekből lehet csak felépíteni. A gumiabroncs modellhez a következő elem típusokat alkalmaztuk:

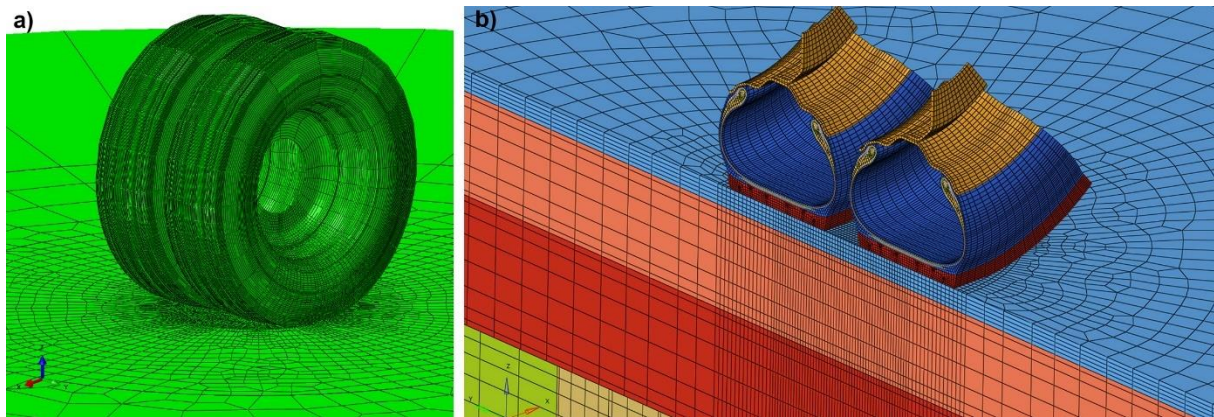
- CAX4 (4 csomópontú bilineáris kontinuum-elem) lineárisan rugalmas vagy elasztoplasztikus anyagokhoz.
- CAX4H (4 csomópontú bilineáris hibrid kontinuum-elem) hiperelasztikus anyagokhoz.
- SFMAX1 (2 csomópontú lineáris membrán-szerű felületelem) a szálerősítéshez.

A felületelemek felépítésüket tekintve vastagsággal nem rendelkező membrán elemek. Általában többsúly definiálásakor vagy felületre ható erők felvitelénél alkalmazzuk őket, de jól megfelelnek a gumiabroncs szálerősítésének (rebar) egyszerűsített figyelembevételéhez is. Az SFMAX1 felületelem nagy előnye, hogy a szálerősítésnek csak a radiális metszetben szükséges a lefutását modellezni, a szálerősítés keresztmetszetét a végelem hálótól független paraméterekkel tudjuk megadni. További előny még, hogy nem kell a felületelemeknek a végelemhaló egyéb elemeihez csomópontjaikkal csatlakozniuk, hanem ún. beágyazott elemekként (embeded element) definiálhatók. A gumiabroncs modellnél a gumi anyaga a szálerősítéshez hozzárendelt „gazda-elem”.

A tengelyszimmetrikus modell befogása a kerék forgástengelyének és az abroncs szimmetria tengelyének metszéspontjában van (4.b ábra). A befogási pont 2. (U_2) és 6. (UR_3) szabadságfokát (degrees of freedom, DOF) korlátozni szükséges, hogy a forgástengely mentén ne történhessen elmozdulás, illetve a radiális metszet ne tudjon a síkjába elfordulni. A gumiabroncs modell keresztmetszete az 4.a ábrán még nem a keréktárcsára feszített és nyomás alá helyezett állapotot tükrözi. A keréktárcsa és a gumiabroncs interakcióját Jeong (2016) szálerősítés szakadás vizsgálata alapján dolgoztuk ki. A szimuláció kezdetekor a karikahuzalban – hosszanti irányban – 30 MPa nagyságú húzófeszültséget adunk meg, ami az abroncs peremét finoman a keréktárcsára feszíti. Az abroncs pereme a felfújás közben a keréktárcsán elcsúszhat (a súrlódási tényezőt 0,3-nak választottuk), valamint radikális túlnyomás esetén akár le is válhat arról (4.c ábra). Ennél a pontnál a gumiabroncsban ébredő feszültségeket és a felfújt abroncsalakot már érdemes összevetni a méréseinkkel (Jeong, 2016; Korunovic, Trajanovic, és Stojkovic, 2007). A későbbi gumiabroncs-útburkolat kontaktszimulációra tekintettel már a tengelyszimmetrikus modellnél megadtuk a futófelület érintkezési felületét.

3.3.2. 3D-S TELJES MODELL

A gumiabroncs 2D-s tengelyszimmetrikus modellje a kontaktfelületek ellenére is egy rendkívül gyorsan lefutó szimuláció, ami egy normál munkaállomáson (workstation, 4 CPU, magonként 3.5GHz órajel) egy perc alatti futásidőt jelent. Ugyanez a feladat térben – változatlan gépteljesítmény mellett is – több tíz percet igényel. A következő lépésekhez viszont, ahol az útburkolat és a gumiabroncs interakcióját vizsgáljuk már elengedhetetlen, hogy növeljük a végelem modell komplexitását. Az ABAQUS program szerencsére képes a 2D-s tengelyszimmetrikus modellből a *SYMMETRIC MODELL GENERATION paranccsal 3D-s modellt létrehozni úgy, hogy projektálja a 3D-s hálóra a tengelyszimmetrikus modell feszültségállapotát. Ezt követően még egy egyensúlyi számításra (equilibrium step) van szükség, aminek a hatására az átvetített feszültségi állapot a 3D-s modellben ténylegesen egyensúlyi állapotba kerül.



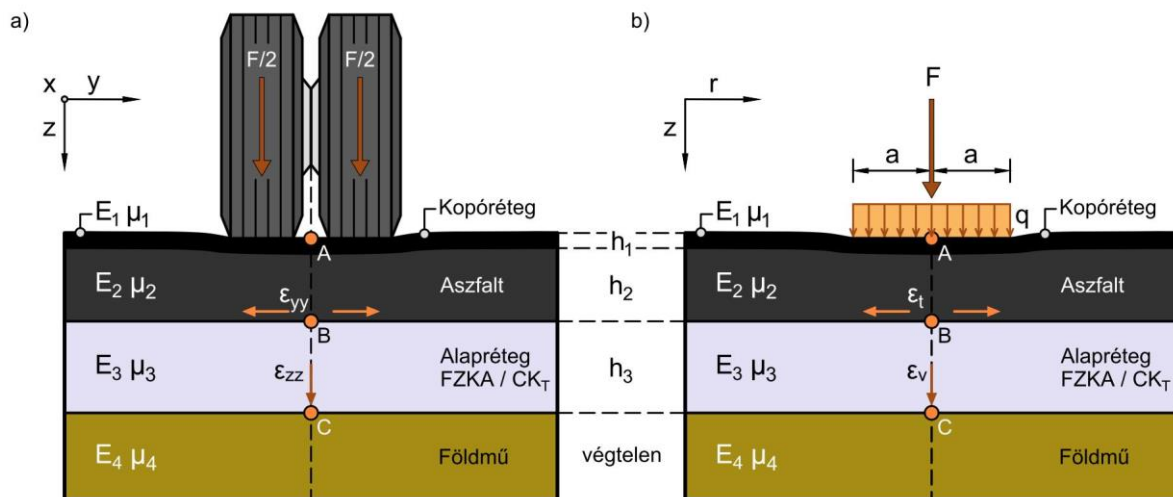
5. ábra. A gumiabroncs-útburkolat interakció teljes 3D-s végelem modellje (a), valamint a finom hálójú abroncsmodell és az útburkolat interakciója (b).

A gumiabroncs 3D-s teljes testmodell generálásánál érdemes azokat a részeket finomabban hálózni, ahol a gumiabroncs-útburkolat interakció várható és a többi elemet durvábban közelíteni, ezzel is spórolva a számításához szükséges idővel és gépteljesítménnyel (5. ábra). A modell durvábbra hálózott részein ezért a CCL12 henger alakú végelemeket alkalmaztuk, amelyek a kerületi irányban elhelyezett plusz csomópontjaikkal az ívelt térrészeket jobban letudják követni. Kontaktfelületnek ajánlatos hagyományos elemeket választani, hogy a megoldás gyorsabban elérje a stabil egyensúlyi helyzetet.

A 3D-s modell generálásakor a tengelyszimmetrikus modellben létrehozott csomópont-, elem- és kontaktfelület csoportok automatikusan létrejönnek, ezért adtuk meg már a 2D-s modellben a gumiabroncs-útburkolat interakcióhoz szükséges kontaktfelületeket. Ennél a lépésnél szükséges az `*INCLUDE` paranccsal az útpályaszerkezet modellt beolvasni. Érdemes az útburkolat hálóját az abroncstól távolabb elhelyezni, hogy azok még ne érjenek össze. A gumiabroncs-útburkolat kontaktszimulációhoz meg kell adni a kontaktpárokat és az interakciós tulajdonságokat. A helyes kontaktdefiniáláshoz a „puhább” anyagot, azaz a gumiabroncs futófelületét szükséges finomabban hálózni és így azt „slave” felületnek választani a kontaktpárban. Mivel jelen munkában csak a statikus terhelés esetét vizsgáltuk, az útburkolat (kopóréteg) és az abroncs között nem definiáltunk komplex súrlódási modellt. Nakajima (2019) és Zhou et al. (2015) is megállapítják, hogy az abroncslenyomat számításához a súrlódásmentes érintkezési kapcsolat valóságosabb eredményeket hoz. Ez azzal magyarázható, hogy a súrlódás hatására az abroncs profilmintájának peremén nyírófeszültségek ébrednek és begyűrődések keletkeznek. Ez a scenárió az abroncs gördülő mozgásakor, illetve a gördülő mozgásból levezetett álló helyzetében nem jelentkezik. Az abroncs befogása továbbra is azonos pontban történik a 3D-s modellben, azonban mind a 6 szabadságfokot korlátozzuk, valamint az abroncs belső légnymását is megoszló terhelésként vesszük figyelembe.

3.4. GUMIABRONCS-ÚTBURKOLAT KONTAKT SZIMULÁCIÓ

A kutatás elsődleges célja annak megállapítás, hogy az ikerabroncs érintkezési nyomása (q) és felülete (A) hogyan függ a kerékterhelés (F) nagyságától, valamint mekkora igénybevételek lépnek fel a kerékterhelés hatására a vizsgált hajlékony és félmerev szerkezeteken belül. Mivel a klasszikus méretezési eljárások az útpályaszerkezetet terhelő ikerabroncsok lenyomatát egy a sugarú körtárcsán egyenletesen megoszló erőrendszerrel veszik számításba, ezért ezt a terhelési esetet is kiszámoltuk összehasonlításul. A 6.a ábra a valóságos kerékelrendezést és terhelést, míg a 6.b ábra az azzal ekvivalens kontaktfelületű, helyettesítő körtárcsa modellt szemlélteti.



6. ábra. A valóságnak megfelelő ikerabroncs terhelés (a) és az ikerabroncsok lenyomatával azonos felületű helyettesítő körtárcsa modell (b).

A méretezési feladatok megoldásánál rendszerint megelégszünk azzal, hogy csak a terhelés tengelyében a kritikus helyeken ismerjük az igénybevételeket, mivel ezek lesznek mértékadók. A mértékadó igénybevételek helye a kohézióval rendelkező szerkezeti anyagok esetében a terhelés tengelyében a réteg alsó szála, a kohézióval nem rendelkező szerkezeti anyagok esetében (szemcsés rétegek és földmü) a réteg teteje. A 6. ábrán narancssárga pontok jelzik a vizsgálati helyeket:

- A) Burkolat függőleges elmozdulása (behajlása)
- B) Az alsó aszfaltréteg alján ébredő vízszintes ϵ_t fajlagos megnyúlás
- C) A földmüréteg tetején ébredő függőleges ϵ_v fajlagos összenyomódás

A 6.a ábrának megfelelő terhelési esetet vizsgáltuk részletesen a végelem módszerrel (ABAQUS), míg a 6.b ábrán látható modellt a többrétegű rugalmas rendszerek (MLE) elméletét felhasználva számítottuk ki a WESLEA (Waterways Experiment Station Layered Elastic Analysis) programmal (lásd később).

A gumiabroncs-útburkolat végelem kontakt szimuláció az egyensúlyi állapotba helyezett 3D-s abroncsmodell analízisének a folytatása, így itt már nincs lehetőség további módosításokra. Az egyes számítási lépésekben (load step) legfeljebb csak a paraméterek értékén pl. súrlódási tényező tudunk változtatni.

A lenyomat vizsgálat első lépése, hogy az abroncsmodellt hozzányomjuk az útburkolathoz. A konvergencia miatt praktikus – a kontakt létrejöttéig – az abroncs befogására egy rögzített eltolást, mint peremfeltételt megadni. Kezdetben a felfújt gumiabroncs futófelülete és az útburkolat 2 mm-re található egymástól. Az előtolást 6 mm-nek választottuk, ami a befogásban (egy abroncs esetén) mintegy 1600 N ellenerőt jelentett.

Gumiabroncsnyomás [kPa]	Egy abroncsra jutó F/2 terhelés nagysága [kN]		
	Üzemi terhelés	Túlterhelés	Extrém túlterhelés
430	17,5	20,0	22,5
530	20,0	22,5	25,0
630	22,5	25,0	27,5
730	25,0	27,5	30,0

4. táblázat: Az útburkolat-gumiabroncs kontaktszimulációs matrix.

F/2 [kN]	p [kPa]	L ₁ [mm]	L ₂ [mm]	a [mm]	q _{max} [kPa]	q [kPa]	A [mm ²]	h _q [mm]	
								hajlékony	félmerev
17,5	430	240	186	169	825	391	44757	60,8	63,2
20,0	430	240	202	176	1030	413	48426	56,3	58,9
22,5	430	240	218	182	1242	431	52204	51,5	54,2
20,0	530	240	189	170	789	440	45455	66,7	69,8
22,5	530	240	200	175	967	469	47974	62,4	65,3
25,0	530	240	221	184	1151	471	53079	64,3	67,8
22,5	630	240	194	172	874	484	46488	71,9	75,4
25,0	630	240	202	176	919	516	48450	67,6	71,1
27,5	630	240	225	185	1077	510	53922	72,1	76,5
25,0	730	240	197	173	953	530	47170	74,8	78,5
27,5	730	240	205	177	1010	560	49107	71,8	75,6
30,0	730	240	224	185	1054	557	53860	75,6	80,0

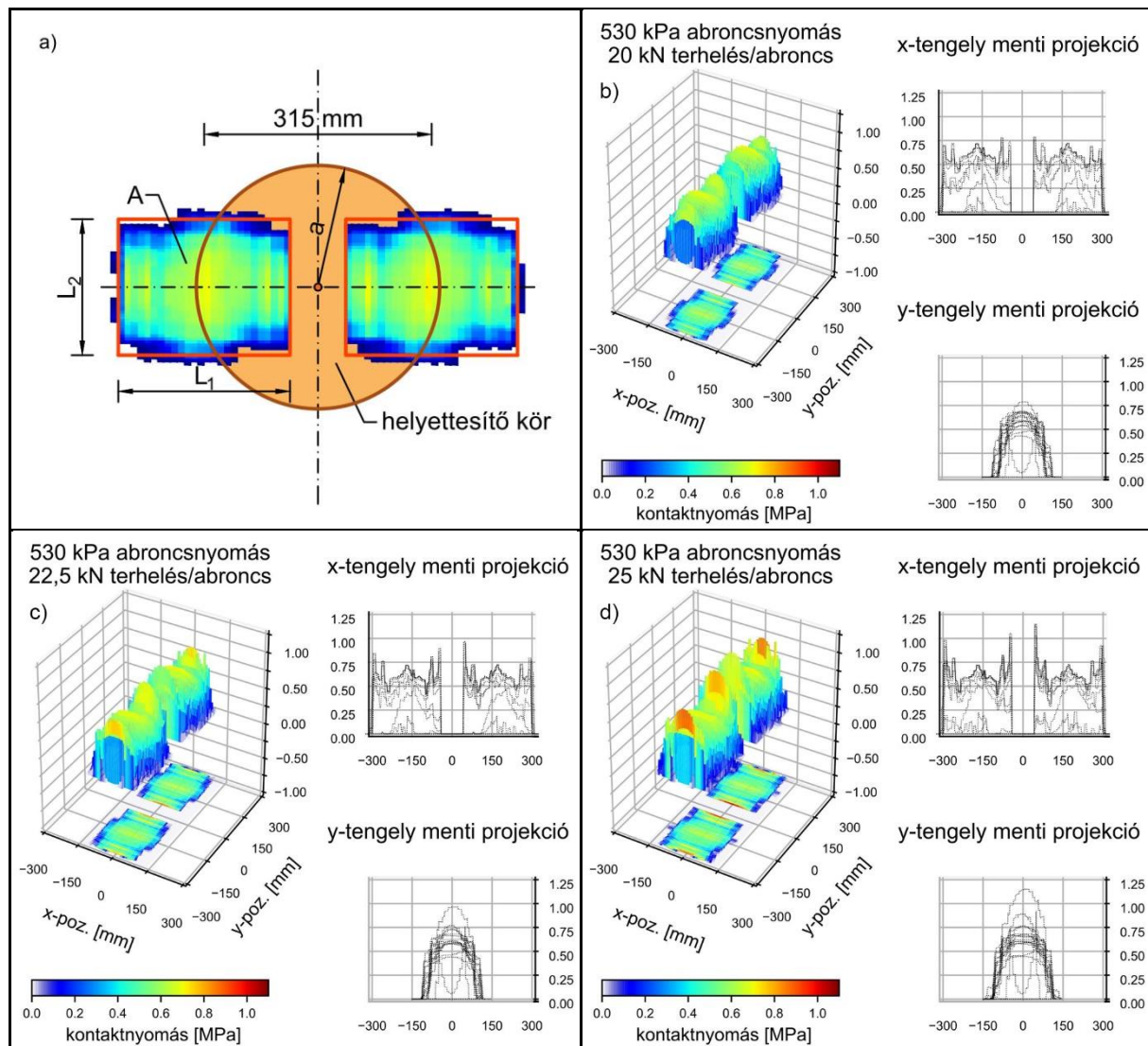
5. táblázat: Az útburkolat-gumiabroncs kontaktszimuláció eredményei.

A szimuláció további részében fokozatosan ráadtuk a pontszerű függőleges kerékterhelést a modellre, aminek hatására a kontaktfelület kiterjedt. A lenyomat létrejöttéig fontos, hogy a súrlódást nullának válasszuk, mert az abroncs profilja így jobban szét tud terülni az útburkolaton, nem ébrednek magas nyírófeszültségek a lenyomat kialakulása közben, és így a gumiabroncs deformációja is jobban megegyezik a gördüléskori állapottal. A gumiabroncs-útburkolat kontakt szimuláció mátrixot a 4. táblázat foglalja össze, aminek összeállításánál figyelembe vettük az abroncsgyártó (megengedett terhelés és gumiabroncsnyomás) ajánlását is. Ennek megfelelően nem csak az előírt üzemi terhelés-nyomásérték szcenáriót, hanem az alacsony nyomású gumiabroncs viselkedést is szimuláltuk.

4. EREDMÉNYEK ÉS MEGVITATÁSUK

A gumiabroncs-útburkolat kontakt szimulációt a 4. táblázat minden gumiabroncsnyomás és kerékterhelés esetére lefuttattuk a hajlékony és a félmerev útpályaszerkezeteken. Eredményül a szerkezetekben fellépő igénybevételeket és az útburkolaton kialakuló abroncslenyomatokat és kontaktfeszültségeket kaptuk, amik jól visszaadták a szakirodalomban közölt értékeket (W. Wang, Yan, és Zhao, 2013; Zhou et al. 2015). Mind a két szerkezet típusnál az érintkezési felület alakját legjobban egy $L_1 \times L_2$ nagyságú téglalappal tudtuk közelíteni (7.a ábra), az ikerlenyomatok nagyságát (A), a helyettesítő kör sugarát (a) és a fellépő kontaktfeszültségeket (q_{max} és q) pedig az 5. táblázatban foglaltuk össze. Mivel az elemzések azt mutatták, hogy a vizsgált két útpályaszerkezet felépítés semmilyen hatással nem bírt a gumiabroncs-útburkolat érintkezési kapcsolatra, ezért az 5. táblázat értékei mind a két szerkezet típusra érvényes.

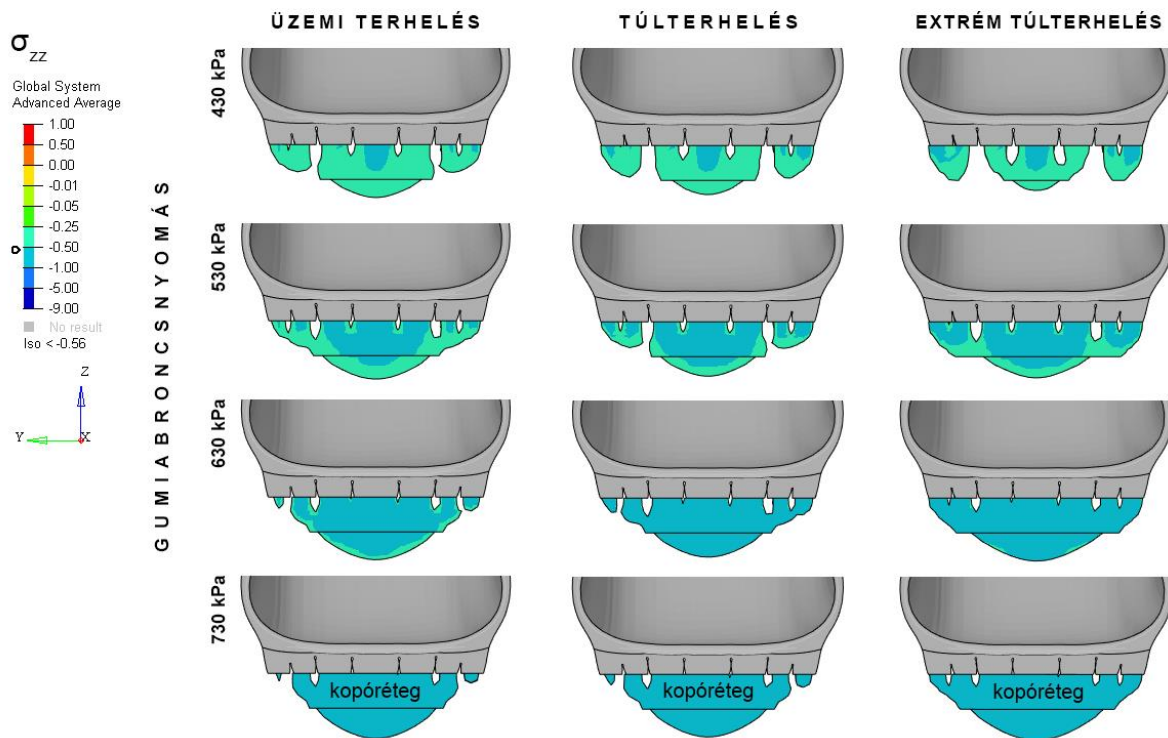
Üzemi nyomás és legnagyobb megengedett kerékterhelés mellett a kontaktfeszültségek eloszlása ellipszoidnak tekinthető (7.b ábra), de alacsony abroncsnyomásnál a futófelület egyenlőtlenül érintkezik az útfelülettel, az abroncs közepe kissé elemelkedik és a terhelést a gumiabroncs merevségéből következően már annak két oldala veszi fel.



6. táblázat: Részlet az ikerabroncs kontaktszimuláció eredményekből: a) ikerabroncs lenyomat és a lenyomattal azonos felületű helyettesítő kör; b) ajánlott abroncsnyomás és terhelés; c) alulfűjt gumiabroncs, terhelés 22,5 kN; d) alulfűjt gumiabroncs, terhelés 25,0.

Az elmondottakból következik, hogy a teherelosztás nem lesz egyenletes (7.c-d ábra) és a kialakuló feszültségcsúcsok (q_{max}) az átlagos kontaktnyomás 2,5-3,0 szorosát is elérhetik. Ez azonban nem okoz problémát, ha nem a kopóréteg igénybevételeit vagy a nyomvályúképződés folyamatát vizsgáljuk, mivel méréseink szerint az útburkolat felszíne alatt $h_q = 5 - 8$ centiméterre már ezek a túlnyomások kiegyenlítődnének. A 8. ábraszorozat mutatja be a q átlagos kontaktnyomásnál nagyobb feszültségzónákat az ikerabroncsok alatt. Jól látható, hogy a 6. ábrán jelölt B pont jóval mélyebben helyezkedik el, mint a q átlagos feszültségpontokat összekötő görbék maximuma, így az ott ébredő igénybevételeket q_{max} elhanyagolása már nem befolyásolja jelentősen. A félmerev útpályaszerkezetenél 3-5 mm-rel nagyobb h_q határmélységet mutattunk ki, mint a hajlékony útpályaszerkezetenél. Ez a merevebb szerkezetek túlterhelésre való érzékenységevel magyarázható. Összességében a kontakt szimuláció eredményei jól visszaadták a valódi gumiabroncsokról szerzett ismereteinket, így az abroncsmodellt további elemzésekre alkalmasnak ítéltük.

A továbbiakban kapcsolatot kerestünk az átlagos q kontaktnyomás, az F kerékterhelés és a p gumiabroncsnyomás között. Felhasználtuk Van Vuuren (1974) laboratórium mérésekre alapozott (5) számú empirikus összefüggését (9.a ábra). A függvény együtthatóit a legkisebb négyzetek módszerével határoztuk meg az 5. táblázat adatait felhasználva ($R^2 = 0,99$):



7. ábra. A hajlékony útpályaszerkezetben ébredő – a gumiabroncs átlagos q érintkezési nyomásánál nagyobb vagy azzal megegyező – függőleges normális σ_{zz} nyomófeszültségek (a negatív előjel nyomás, a pozitív húzás).

$$q = 6,22F + 0,3p + 158,7 \tag{10}$$

A kontaktszimuláció szerint a p és F együttes (kevert) hatása nem kimutatható, ellenben az abroncs „hajlékonyságára” jellemző C' konstans fontosságát a végeelem szimuláció is megerősítette. Figyelembe véve, hogy az abroncsgyártók az üzemi működésre megadják a megengedett gumiabroncsnyomás és kerékterhelés értékeket, a fenti (10) összefüggés tovább egyszerűsíthető (9.b ábra). Gyártói adatlap alapján a megengedett kerékterhelés és abroncsnyomás összefüggést egy lineáris függvénykapcsolat adja meg ($R^2 = 0,99$):

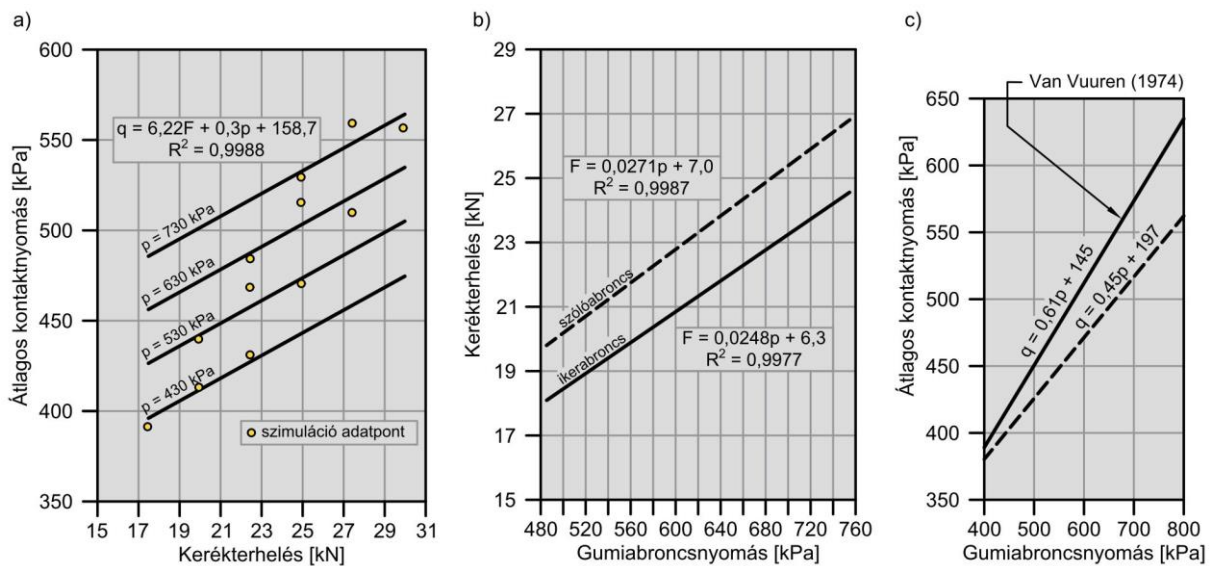
$$F = 0,0248p + 6,30 \tag{11}$$

Végül (11) egyenletet behelyettesítve a (10) egyenletbe kapjuk az üzemi körülményekre vonatkozó átlagos kontaktnyomás és gumiabroncsnyomás összefüggést:

$$q = 0,454p + 197,87 \tag{12}$$

A (12) összefüggéssel a burkolatra jutó átlagos q kontaktfeszültséget a gumiabroncs belső p légnomásából tudjuk megbecsülni. Van Vuuren (1974) eredeti munkájában több gyártó pl. Michelin, Firestone, Goodyear, General gumiabroncsra is elvégezte a fenti elemzést, és a laboratóriumi mérések átlagolásával hasonló lineáris összefüggésre jutott, mint mi. Ábrázolva a két modellegyenest (9.c ábra), jól láthatjuk, hogy az egy abroncsra lefuttatott végeelem szimuláció eredménye az „átlagos” egyeneshez igen közel esik, így azt igazoltnak tekinthetjük. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a (12) egyenlet csak radiális kialakítású és nem gördülő abroncsra igaz. De Beer és mtsai. (1997) szerint Van Vuuren (1974) modellje gördülő diagonál gumiabroncsoknál alábecsüli az ébredő kontaktfeszültséget és használatát nem javasolják.

Gyakorlati számításoknál pl. burkolat megerősítésnél az ikerabroncsok által terhelt felületet olyan körrel helyettesítjük, aminek a felülete megegyezik a tényleges érintkezési felülettel (Soós és Tóth 2016). A helyettesítő kör átmérőjét Baksay (1974) az alábbi összefüggéssel közelítette (Boromisza, 1997):



8. ábra. Az ikerbronz átlagos kontaktnyomása a gumibroncsnyomás és az egy bronzsra jutó (F/2) kerékterhelés függvényében (a), az abroncsgyártó által üzemi működésre javasolt gumibroncsnyomás és egy abroncsra jutó (F/2) kerékterhelés összefüggés (b) és az átlagos kontaktnyomás és az üzemi gumibroncsnyomás összefüggése (c).

$$D \approx 11,25\sqrt{F/p} \tag{13}$$

ahol

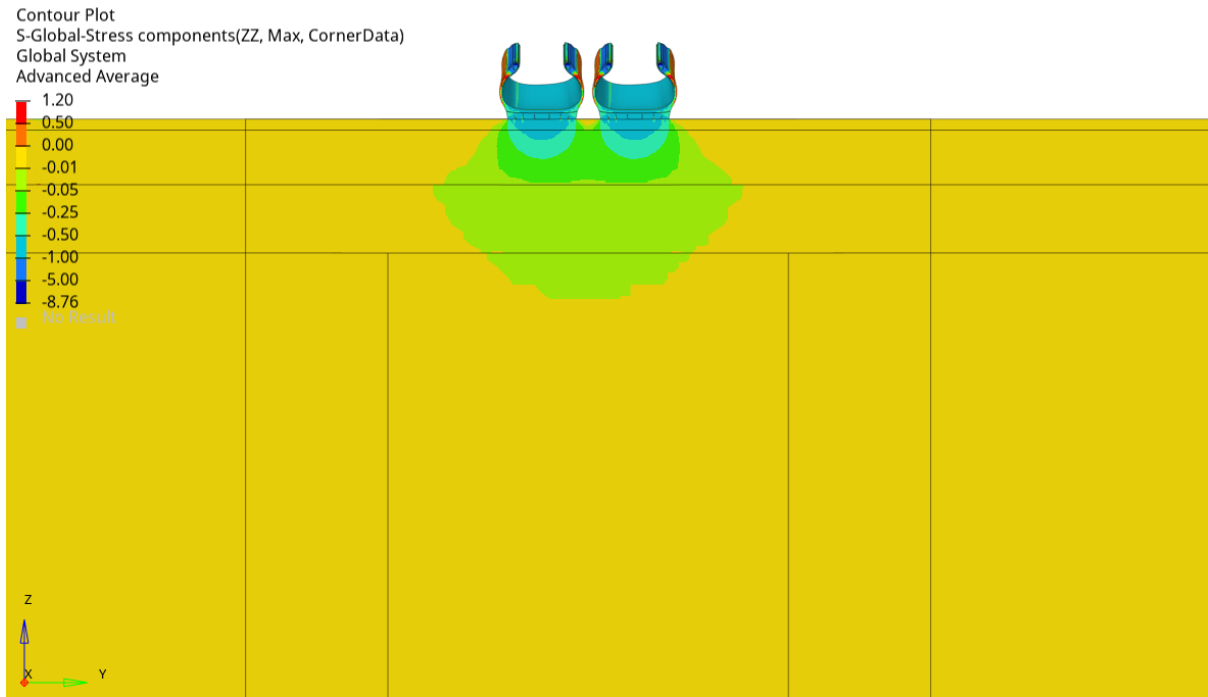
- D = a helyettesítő kör átmérője [cm]
- F = a kerékterhelés [kN]
- p = a gumibroncs belső nyomása [bar]

Mivel a (12) összefüggés szerint q a p függvénye, ezért a (13) összefüggésben a $p = q$ helyettesítéssel már nagyon pontosan megkapjuk a keresett helyettesítő kör a sugarát:

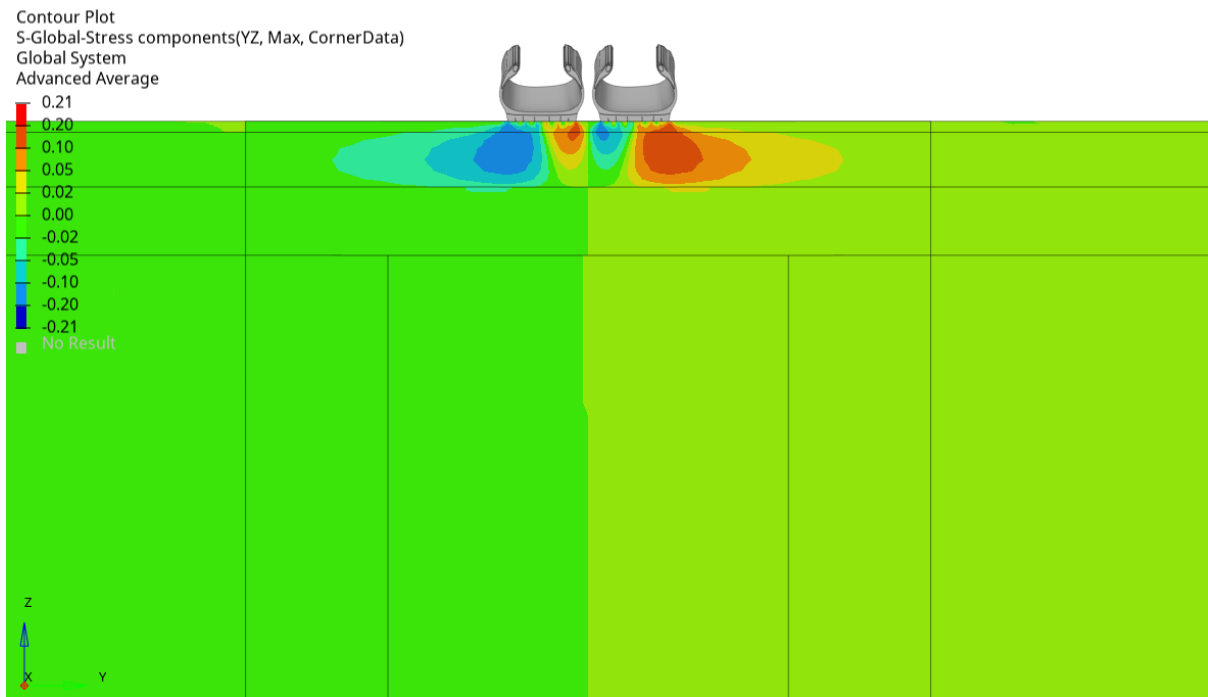
$$a \approx 562,5\sqrt{F/q} \tag{14}$$

ahol a mm-ben és q kPa-ban van értelmezve. A (14) összefüggés az 5. táblázat adatait tökéletesen visszaadja. Baksay (1974) az abroncslenyomat felületének tényleges megmérése alapján számította ki a helyettesítő kör méreteit és állította fel összefüggését, amit a mi végeeselemes szimulációnk is megerősített.

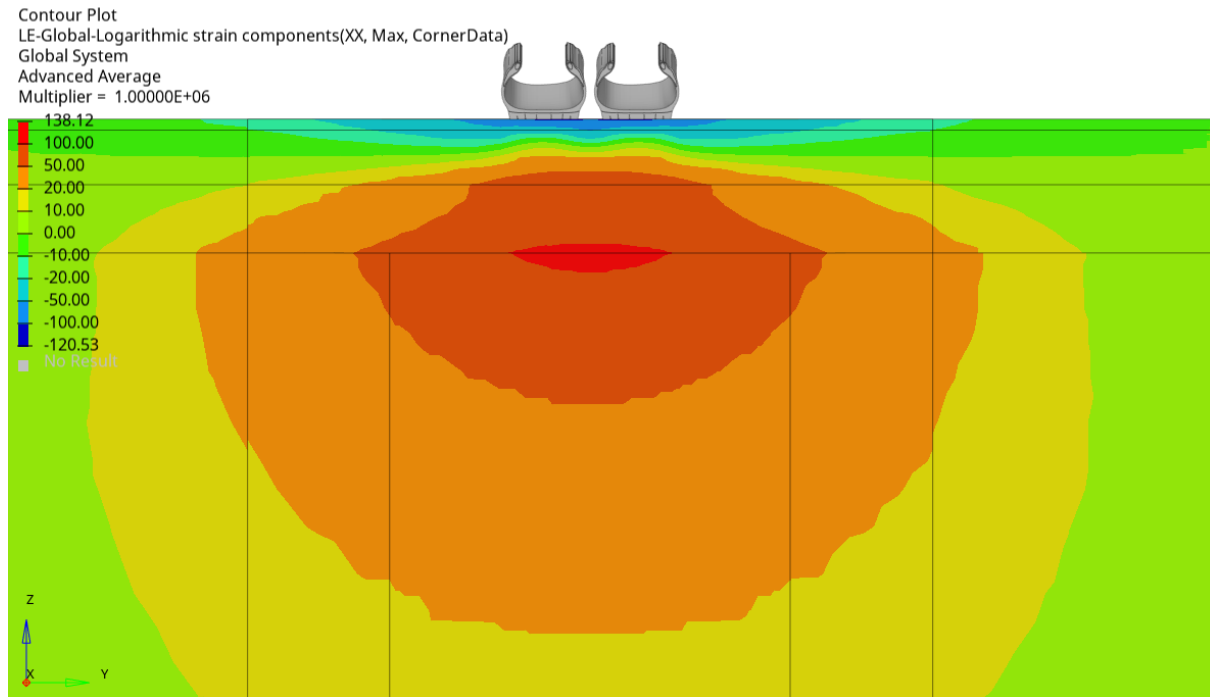
Az átlagos q kontaktnyomások ismeretében a WESLEA programmal kiszámoltuk a hajlékony és félmerev szerkezetek kritikus pontjaiban (A, B, C) az igénybevételeket, és azokat összehasonlítottuk az ikerbronz végeeselem kontaktszimuláció eredményeivel (6. táblázat). A legnagyobb eltéréseket a 6. táblázat adataiban a függőleges u_{zz} elmozdulásoknál, vagyis a behajlásoknál találtuk (A pont). Mind a két vizsgált szerkezetnél a végeeselem pályaszerkezeti modell – a végtelen elemek ellenére is – jelentősen kisebb (hajlékony 40%, félmerev 50%) behajlásokat eredményez, mint a rugalmas rétegek elméletén alapuló számítás. Ennek egyik magyarázata, hogy ikerbronzok esetén a maximális elmozdulás nem a terhelés szimmetriatengelyében, hanem az egyes kerekek tengelyében lép fel, amit a 10. ábra függőleges normális σ_{zz} nyomófeszültség eloszlása is jól igazol. Másrészt a Burmister (1945a; 1945b; 1945c) elméletén alapuló WESLEA program a függőleges fajlagos alakváltozásokat a végtelenig összegzi, így az a valósághoz képest nagyobb elmozdulásokat ad. A behajlásoknál tapasztalt nagy eltérésekre leginkább a függőleges alakváltozáson alapuló teherbírásmérési módszerek pl. Benkelman-gerenda, Lacroix-mérőkocsi vagy Curviameter eredményeinek kiértékelésénél kell odafigyelnünk (Tóth, 2007; Tóth és Tóth, 2008).



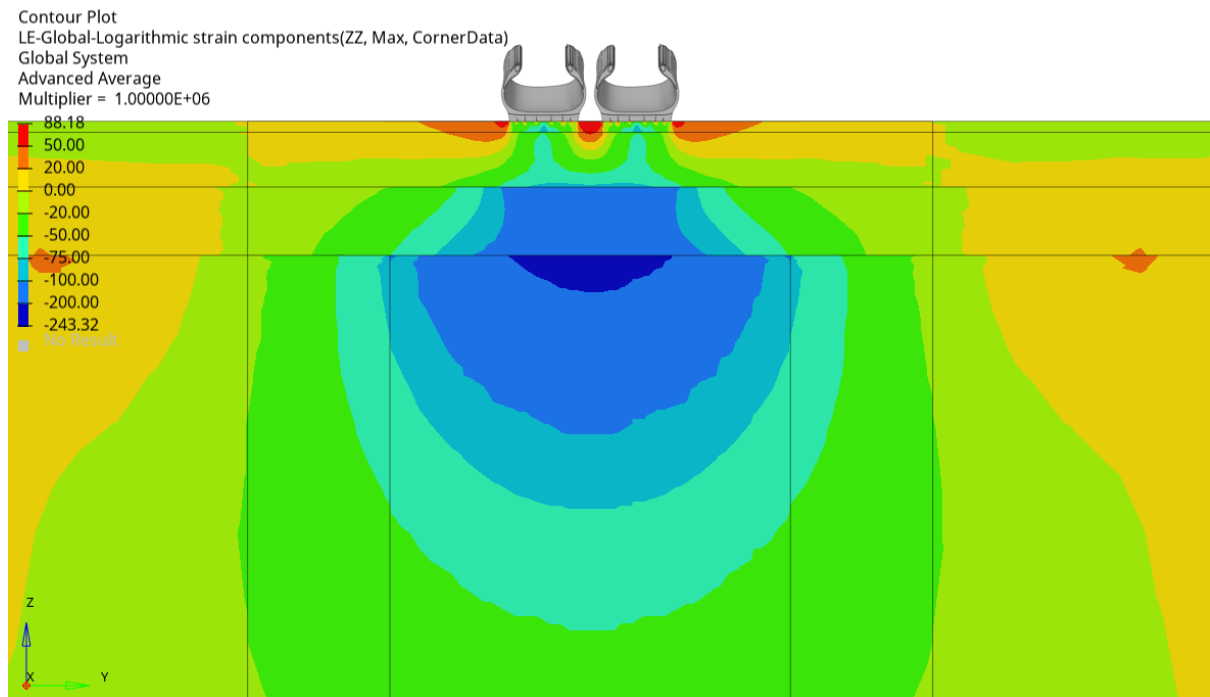
9. ábra. A függőleges normális σ_{zz} nyomófeszültségek eloszlása (kifelé mutató (húzó-) erő pozitív, a befelé mutató (nyomó-) erő negatív előjelű), hajlékony útpályaszerkezet, kerékterhelés 2×25 kN, gumiabroncsnyomás 730 kPa.



10. ábra. A τ_{xy} nyírófeszültségek eloszlása (a pozitív normálerő irányát 90° -kal az óramutató járásával megegyezően elforgatva kapjuk a pozitív irányt, ellenkezően a negatívát), hajlékony útpályaszerkezet, kerékterhelés 2×25 kN, gumiabroncsnyomás 730 kPa.



11. ábra. A vízszintes ϵ_{xx} fajlagos alakváltozások eloszlása (a nyúlást a pozitív, míg az összenyomódást a negatív előjel jelzi), hajlékony útpályaszerkezet, keréktérhelés 2×25 kN, gumiabroncsnyomás 730 kPa.



12. ábra. A függőleges ϵ_{zz} fajlagos alakváltozások eloszlása (a nyúlást a pozitív, míg az összenyomódást a negatív előjel jelzi), hajlékony útpályaszerkezet, keréktérhelés 2×25 kN, gumiabroncsnyomás 730 kPa.

F/2 [kN]	q [kPa]	Ikerabroncs (VEM)				Helyettesítő körtárcsa (MLE)		
		A [μm]	B [μstrain]		C [μstrain]	A [μm]	B [μstrain]	C [μstrain]
		u_{zz}	ϵ_{xx}	ϵ_{yy}	ϵ_{zz}	u_{zz}	ϵ_t	ϵ_v
A hajlékony útpályaszerkezetben ébredő igénybevételek								
17,5	391	190	-64,23	-37,33	172,79	310	-68,83	195,19

20,0	413	217	-72,65	-43,00	196,97	352	-75,76	221,19
22,5	431	244	-80,73	-48,67	220,97	394	-82,27	246,77
20,0	440	217	-73,05	-42,19	196,69	354	-78,34	222,87
22,5	469	243	-81,51	-47,80	220,82	397	-86,81	249,89
25,0	471	270	-89,68	-53,42	244,75	439	-93,68	275,79
22,5	484	242	-81,71	-46,99	220,25	398	-87,58	250,38
25,0	516	269	-90,18	-52,56	244,31	441	-96,19	277,48
27,5	510	296	-98,42	-58,14	268,24	483	-102,56	303,03
25,0	530	268	-90,17	-51,71	243,31	442	-96,92	277,95
27,5	560	294	-98,63	-57,24	267,32	485	-105,41	304,96
30,0	557	321	-106,92	-62,77	291,21	527	-111,93	330,61
A félmerev útpályaszerkezetben ébredő igénybevételek								
17,5	391	125	-29,71	-14,01	110,34	249	-32,34	130,02
20,0	413	143	-33,51	-16,28	125,73	284	-35,94	149,88
22,5	431	161	-37,12	-18,57	140,97	318	-39,32	167,48
20,0	440	143	-33,78	-15,73	125,59	285	-36,76	150,69
22,5	469	160	-37,61	-17,97	140,95	320	-40,57	168,75
25,0	471	178	-41,27	-20,22	156,16	353	-43,41	185,80
22,5	484	159	-37,76	-17,43	140,62	320	-41,03	169,20
25,0	516	177	-41,60	-19,64	155,94	355	-44,92	187,34
27,5	510	195	-45,32	-21,87	171,15	388	-47,47	204,08
25,0	530	176	-41,65	-19,11	155,33	356	-45,35	187,77
27,5	560	194	-45,49	-21,29	170,61	390	-49,16	205,83
30,0	557	211	-49,23	-23,49	185,81	424	-51,80	222,66

6. táblázat: A kritikus igénybevételek a vizsgált pontokban az ikerabroncs végeelem szimuláció (VEM) és a helyettesítő körtárcsamodell (MLE) alapján.

A kialakuló τ_{xy} nyírófeszültségeloszlás szimmetrikus, ahol a szimmetriatengely a két abroncs között van, maximuma a kopóréteg alatt, a kerékterhelés szélén lép fel (11. ábra), ami a nagyszilárdságú kötőréteg fontosságára hívja fel a figyelmet. Az aszfaltréteg alsó szalában a B pontban ébredő vízszintes x- és y-irányú ε_{xx} és ε_{yy} fajlagos nyúlások értékei az ikerabroncs végeelem modellben jelentősen eltérnek egymástól ($\varepsilon_{xx} > \varepsilon_{yy}$), míg a helyettesítő tárcsamodellnél – a terhelési szimmetriából következően – megegyeznek egymással ($\varepsilon_t = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$). A méretezés szempontjából a mértékadó, a haladó kerék hosszmetsetével megegyező ε_{xx} vagy ε_t fajlagos nyúlásértékek fontosak a számunkra. A végeelem szimuláció és a WESLEA program eredményei mind a két szerkezet típus esetében nagyon szoros, kb. 5-8%-os eltéréssel mutattak egyezést, mivel a 12. ábra alapján az ikerabroncs elrendezésnél is a terhelés tengelyében ébrednek a legnagyobb nyúlások. A földműréteg tetején a C pontban ébredő függőleges ε_{zz} vagy ε_v fajlagos összenyomódásoknál már magasabb, kb. 10-15%-os eltérést tudunk kimutatni az analitikus megoldás javára, de ezt még mindig igen jó egyezésnek mondhatjuk. A 13. ábra alapján az ikerabroncs elrendezésnél nem az egyes kerekek tengelyében, hanem a terhelés szimmetriatengelyében lép fel a maximális fajlagos ε_{zz} összenyomódás. A 6. táblázat adatai alapján az állapítható meg, hogy az aszfaltrétegek fáradási (B pont) és az altalaj-összenyomódási (C pont) kritériumokhoz a mértékadó igénybevételeket az ikerabroncs terhelést helyettesítő tárcsamoddellel jól meg lehet becsülni, ha a q átlagos kontaktfeszültségeket reálisan választjuk meg. A lehajlási kritériumhoz szükséges mértékadó behajlás (A pont) számításánál, már nem igaz ez a megállapítás.

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Az ABAQUS programban sikerült több lépésen keresztül felépítenünk a gumiabroncs-útburkolat érintkezési kapcsolatának komplex végeelem modelljét. A kiindulást a gumiabroncs 2D-s tengelyszimmetrikus modellje adta, amivel az abroncs felfújását és keréktárcsára feszítését tudtuk szimulálni. A következő lépésben a 2D-s tengelyszimmetrikus modelltől létrehoztuk a 3D-s teljes

testmodellt, ami az ABAQUS programban egyetlen paranccsal megoldható. Az így keletkezett 3D-s hálóra átvettítettük a tengelyszimmetrikus modell feszültségi állapotát, majd egyensúlyi állapotba helyeztük azt. A gumiabroncs után következett az útpályaszerkezetek végeelem modelljének elkészítése. Az útpályaszerkezetek legalsó rétegét (a földművet) végtelen elemekkel modelleztük, így jelentősen tudtuk csökkenteni a szükséges végeelemek számát és a számítási időt. Meghatároztuk a gumiabroncs-útburkolat kontaktszimulációhoz a kontaktpárokat és az interakciós tulajdonságokat. Végül az ikerabroncs kerékterhelést ráhelyeztük a vizsgált hajlékony és félmerev útpályaszerkezetekre. A létrejövő kontaktlenyomatok és kontaktfeszültségek jól visszaadták a szakirodalomban közölt értékeket. A végeelem szimuláció elkészítésében nagy segítségünkre volt az ABAQUS program kézikönyve (Dassault Systèmes, 2014), amiben rendkívül sok hasznos információt és egyszerűbb példákat is találunk. Nehézséget okozott viszont a gumiabroncs modell összeállításánál, hogy a fellehető források nagy részében hiányos a dokumentáció, aminek egy része valószínűleg a nem publikus gyártói információkkal magyarázható.

Mivel a szimuláció eredményei, vagyis a kontakt feszültségek és lenyomatok jól egyeztek a szakirodalmi adatokkal, ezért a továbbiakban kapcsolatot kerestünk az átlagos q kontaktnyomás, az F kerékterhelés és a p gumiabroncsnyomás között. Vizsgálataink azt mutatták, hogy Van Vuuren (1974) laboratórium mérések alapján felállított összefüggése még mindig jól használható az átlagos q kontaktfeszültség számítására, mivel a túlterhelt abroncsokra jellemző nem egyenletes teherelosztás következtében ébredő feszültségcsúcsok az útburkolat felszíne alatt 5-8 centiméterre már kiegyenlítődnek. A kontaktlenyomatokkal egyenértékű helyettesítő kör sugarát Baksay (1974) által javasolt (13) összefüggés pontosan megadja a $p = q$ helyettesítéssel. Az átlagos q kontaktfeszültség és a helyettesítő kör a sugarának ismertében összehasonlító számításokat végeztünk az ikerabroncs végeelem szimuláció és a helyettesítő körtárcsamodell között. A legnagyobb eltérést a központi behajlásnál találtuk, az útpályaszerkezetek többi vizsgált pontjában a végeelem szimuláció eredményei jó egyezést mutattak a WESLEA program számításaival. Ezért az aszfaltréteg fáradási és az altalaj-összenyomódási kritériumokhoz a mértékadó igénybevételeket a helyettesítő körtárcsamodellel számíthatjuk, ha a q átlagos kontaktfeszültséget ismerjük.

Jelen munkában bemutatott gumiabroncs végeelem modell elég összetett volt az érintkezési kapcsolat részletes elemzéséhez, de megfelelő anyagparaméterekkel a modell további vizsgálatokhoz is felhasználható, mint amilyen például: a használat közbeni hőképződés (termikus kölcsönhatás), a gördülési zaj (noise, vibration, and harshness, NVH), a vízre felúszás (aquaplaning) vagy az abroncskopás jelensége. Az útpályaszerkezetek végeelem modellje szinte változatlan felépítése mellett továbbfejleszhető a viszkoelasztikus (vagy akár a viszkoelasztoplastikus) anyagmodell és a rétegek közötti elmozdulás figyelembevételével. Az ilyen irányú fejlesztésekkel pedig a jövőben olyan „virtuális útpályaszerkezet labor” alakítható ki, amivel a nagyon költséges helyszíni vizsgálatok jelentős köre kiváltható vagy kiegészíthető lesz, valamint a vitás szakmai kérdések gyors megválaszolására nyílik lehetőség.

6. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A publikáció elkészítését az EFOP-3.6.2-16-2017-00018 („Termeljünk együtt a természettel - az agrárerdészet mint új kitörési lehetőség”) projekt támogatta.

7. IRODALOMJEGYZÉK

Adorjányi, K. 2009: Bemenő paraméterek bővítése az aszfaltburkolatú pályaszerkezetek méretezésénél. *Közlekedésépítési szemle* 59 (7): 11–17.

Behroozinia, P., Seyedmeysam, K., Saied, T. & Reza, M. 2020: „An Investigation Towards Intelligent Tyres Using Finite Element Analysis”. *International Journal of Pavement Engineering* 21 (3): 311–21. <https://doi.org/10/ghcp2m>

Boromisza, T. 1997: *Aszfaltburkolatú útpályaszerkezetek méretezésének gyakorlata: Méretezési Praktikum*. Közúti Közlekedési Füzetek 16. Budapest: Közlekedési, Hírközlési és Vízügyi Minisztérium.

Brinson, Hal F. & L. Catherine, B. 2015: *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity*. Boston, MA: Springer US <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7485-3>

Burmister, D. M. 1945a: The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems. I. *Journal of Applied Physics* 16 (2): 89–94. <https://doi.org/10/cvd4kk>

———. 1945b: The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Soil Systems. II. *Journal of Applied Physics* 16 (3): 126–27. <https://doi.org/10/b9zg45>

———. 1945c: The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Soil Systems. III. *Journal of Applied Physics* 16 (5): 296–302. <https://doi.org/10.1063/1.1707590>

Dassault Systèmes. 2014: Abaqus 6.14 Online Documentation. 2014. április 23. <http://ivt-abaqusdoc.ivt.ntnu.no:2080/texis/search/?query=wetting&submit.x=0&submit.y=0&group=bk&CDB=v6.14>.

De Beer, M., Fisher, C. & Jooste, F. J. 1997: Determination of Pneumatic Tyre/Pavement Interface Contact Stresses Under Moving Loads and Some Effects on Pavements with Thin Asphalt Surfacing Layers. In *Eighth International Conference on Asphalt Pavements, Seattle Usa; August 10-14, 1997: Paper*, szerkesztette H. J Ertman Larsen, 1:179–227. Roskilde: Road Directorate, Danish Road Institute.

Duncan, J. M., Monismith, C. L. & Wilson, E. L. 1968: Finite Element Analyses of Pavements. *Highway Research Record* 228: 18–33.

Fazekas, B. & Goda. T. 2017: Gumiszerű anyagok hiper-viszkoelasztikus anyagmodell paramétereinek meghatározása. *Gép LXVIII.* (3): 54–57.

Alan Neville, G., & Walter, J. D. 2006: *The Pneumatic Tire*. DOT HS 810 561. The University of Akron. http://works.bepress.com/joseph_walter/7/.

Hernandez, J. A., Gamez, A., Shakiba, M. & Al-Qadi, I. L. 2017: Numerical Prediction of Three-Dimensional Tire-Pavement Contact Stresses. Technical Report ICT-17-004. Texas A&M University. <http://hdl.handle.net/2142/95142>.

Jeong, K. M. 2016: Prediction of Burst Pressure of a Radial Truck Tire Using Finite Element Analysis. *World Journal of Engineering and Technology* 04 (02): 228–37. <https://doi.org/10/gf9tdc>

Kakucs, A. 2020: A végeelem-módszer alapjai. Jegyzet. Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem.

Kennedy, R. H. 2003: Experiences with Cylindrical Elements in Tire Modeling. In *ABAQUS Users' Conf*, 247. http://www.simulia.com/download/solutions/automotive_cust%20references/tires_experience_auc03_hankook.pdf.

Kézdi, Á. 1954: *Talajmechanika II*. Budapest: Tankönyvkiadó.

Lawton, W. L. 1957: Static Load Contact Pressure Patterns Under Airplane Tires. In *Highway Research Board Proceedings*, 36:233–39. Highway Research Board.

Lister, N. W. & Nunn, D. E. 1968: *Contact Areas of Commercial Vehicle Tyres*. London: Transport and Road Research Laboratory. <https://trl.co.uk/sites/default/files/LR172.pdf>.

Madocsai, G., Veress, Á. & Palkovics, L. 2011: Gumialkatrészek viselkedésének vizsgálata jármű-mechatronikai rendszerekben. In *Innováció és Fenntartható Felszíni Közlekedés 2011*, 21–33. Budapest.

McCullough, B. F., & Boedecker, K. J. 1969: Use of Linear-Elastic Layered Theory for the Design of CRCP Overlays. *Highway Research Record* 2: 1–13.

Molnár, L. 2011: *CAD alapjai*. EDUTUS Főiskola.

Nakajima, Y. 2019: *Advanced Tire Mechanics*. Singapore: Springer [Singaporehttps://doi.org/10.1007/978-981-13-5799-2](https://doi.org/10.1007/978-981-13-5799-2)

Nemesdy, E. 1992: Az új magyar típus-útpályaszerkezetek mechanikai méretezésének háttere. *Közlekedésépítés- és mélyépítéstudományi szemle: a Közlekedéstudományi Egyesület lapja* 42 (8): 293–306.

Scharle, P. & Szilágyi, Gy. 1986: *A végeelem-módszer vegyes analitikus eljárásai*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.

Seouyoung, C., Tóth, Cs. & Soós, Z. 2018: Finite Element Method Analysis for Mechanistic Design in Flexible Pavement, Review: From How to Build a Material in FE Analysis to Complexity in Reality. *Építőanyag - Journal of Silicate Based and Composite Materials* 70 (6): 204–8. <https://doi.org/10/gfvbkb>

Soós, Z. & Tóth, Cs. 2016: Simple Overlay Design Method for Thick Asphalt Pavements Based on the Method of Equivalent Thicknesses. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, december. <https://doi.org/10/gfkpqb>

Tamás, P., Bojtos, A., Décsei-Paróczy, A. & Fekete, T. R. 2014: *Végelem módszerek*. Budapest: BME MOGI.

Tóth, Cs. 2007: A teherbíróképesség meghatározásának ellentmondásai és lehetőségei. *Közúti és Mélyépítési Szemle* 57 (8): 13–20.

Tóth, Cs. & Tóth, J. 2008: „Útpályaszerkezetek roncsolásmentes diagnosztikai lehetőségei”. *Közúti és Mélyépítési Szemle* 58 (5–6): 10–15.

Van Blommestein & Willem, B. 2016: Experimentally Determined Material Parameters for Temperature Prediction of an Automobile Tire Using Finite Element Analysis. PhD Thesis, Stellenbosch, South Africa: Stellenbosch University.

Van Vuuren, J. D. 1974: Relationship Between Tire Inflation Pressure and Mean Tire Contact Pressure. *Transportation Research Record* 523: 76–87.

Wang, H. 2011: Analysis of Tire-Pavement Interaction and Pavement Responses Using a Decoupled Modeling Approach. PhD Thesis, Urbana, Illinois: College of the University of Illinois.

Wang, W., Shan, Y., & Shugao, Z. 2013: Experimental Verification and Finite Element Modeling of Radial Truck Tire Under Static Loading. *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 32 (7): 490–98. <https://doi.org/10.1177/0731684412474998>

Yazdandoost, F. & Saied, T. 2016: Finite Element Tyre Model for Antilock Braking System Study. *International Journal of Vehicle Design* 72 (3): 248–261.

Yoder, Eldon J. 1959. *Principles of Pavement Design*. New York: John Wiley and Sons, Inc.

Zhang, Z., Hongxun, F., Xuemeng, L., Xiaoxia, C., & Di, T. 2020: Comparative Analysis of Static and Dynamic Performance of Nonpneumatic Tire with Flexible Spoke Structure. *Strojniški Vestnik – Journal of Mechanical Engineering* 66 (7–8): 458–66. <https://doi.org/10/ghcfjh>

Zhou, H., Guolin, W., Yangmin, D., Jian, Y., Chen, L., & Jing, F. 2015: Effect of Friction Model and Tire Maneuvering on Tire-Pavement Contact Stress. *Advances in Materials Science and Engineering* 2015: 1–11. <https://doi.org/10.1155/2015/632647>

Zsichla, L. 1990: A mértékadó behajlás számítása mechanikai módszerrel. *Közlekedéstudományi és mélyépítéstudományi szemle: a Közlekedéstudományi Egyesület lapja* 40 (10): 370–75.