

## SZAKMAI ZÁRÓJELENTÉS

### Optimális háromdimenziós rácson mintavételezett adatok interaktív térfogat-vizualizációja (OTKA F-68945)

A modern 3D képképző eljárások (CT, MRI, PET) a tomográfias rekonstrukciót rendszerint egy szabályos kockarács (Cartesian cubic lattice – CC rács) rácspontjaiban számítják ki. Ugyanakkor köztudott, hogy a CC rács mintavételezési szempontból nem optimális. Egy optimális 3D mintavételező rács egységnyi térfogatban a lehető legkevesebb mintavételi pontot tartalmazza ahhoz, hogy az eredeti folytonos jelet a diszkrét mintákból tökéletesen rekonstruálni lehessen, feltételezve, hogy az eredeti jel sávkorlátozott. Egy optimális 3D mintavételező rácshoz a nemrég bizonyított Kepler-sejtésen keresztül lehet eljutni. A Kepler-sejtés szerint az úgynevezett lapcentrált kockarács (face-centered cubic lattice – FCC rács) egy optimális gömbpakoló rács. Ha egy folytonos térbeli jelet egy meghatározott térháló rácspontjaiban mintavételezünk, akkor a mintavételezett jel spektruma az eredeti jel spektrumának ismétlődéseit tartalmazza a duális (a mintavételező rács Fourier-transzformáltja) térháló rácspontjai körül. A Shannon-Nyquist mintavételezési törvény szerint egy sávkorlátozott jelet akkor lehet a diszkrét mintákból rekonstruálni, ha az eredeti spektrum ismétlődései között nincs átlapolódás. Ugyanakkor a mintavételező rács annál ritkább, minél sűrűbb a duálisa a frekvenciatartományban. Ha feltételezzük, hogy az eredeti jel spektrumának nincsenek kitüntetett irányai, akkor a spektrum nem nulla tartománya jól körülhatárolható egy gömbfelülettel. A frekvenciatartományban ezért az eredeti spektrum lehető legsűrűbb, de átlapolódás nélküli ismétlődését akkor érhetjük el, ha az ismétlődések egy optimális gömbpakoló rács rácspontjai körül helyezkednek el. Mivel az FCC rács egy optimális gömbpakoló rács, ezért ennek duálisa, az úgynevezett tércentrált kockarács (body-centered cubic lattice – BCC rács) egy optimális 3D mintavételező rács. Bár a BCC rács majdnem 30%-kal kevesebb mintavételi pontot tartalmaz egy egységnyi térfogatban, mint egy vele ekvivalens szabályos kockarács, gyakorlati tomográfias és térfogat-vizualizációs alkalmazásokban eddig még viszonylag ritkán használták, mivel a BCC rácshoz sokáig nem állt rendelkezésre olyan hatékony jelfeldolgozási apparátus (folytonos rekonstrukciós szűrők, kvázi-interpolációs sémák, diszkrét Fourier-transzformáció, stb.), amely CC rácsra már közismert. A kutatás elsődleges célja ezért az volt, hogy a BCC rácshoz egy praktikus eszköztárat adjunk, illetve demonstráljuk, hogy a BCC rács előnyös tulajdonságai a gyakorlatban is kiaknázzhatók.

A kutatás kezdeti szakaszában az optimális BCC rácson mintavételezett adatok folytonos rekonstrukciójának elméleti megalapozását tartottam a legfontosabb feladatnak. Ehhez először olyan hagyományos CC rácsra már ismert előszűrt rekonstrukciós sémákat elemeztem [2], amelyeket érdemes BCC rácsra is átültetni. Ezek közül sikeresen adaptáltam az általánosított interpolációt (generalized interpolation) és az áteresztő sávban optimális előszorzott (premultiplication) rekonstrukciót [4][7]. Az általánosított interpolációnak jobb a zajszűrő hatása, míg az előszorzás a finom részletek rekonstrukciójában hatékonyabb. Mindkét esetben a diszkrét előszűrő végtelen

impulzusválaszú, ezért az előszűrést célszerű a frekvenciatartományban elvégezni. Ehhez szükség volt egy olyan praktikus diszkrét Fourier-transzformációra (DFT), amely kimondottan BCC rácson mintavételezett adatok diszkrét előszűrésére használható. Az általam levezetett DFT [4] legfontosabb előnye, hogy az együttthatók kiértékelését vissza lehet vezetni hagyományos DFT műveletekre. A kapott frekvenciatartománybeli reprezentációról belátható, hogy a duális FCC rácsnak megfelelő mintán periodikus. Az alapperiódus tehát az FCC rács Voronoi-cellája, amely pontosan a BCC mintavételező rács aluláteresztő sávja. Az előszorzott rekonstrukció garantálja, hogy az eredő átviteli függvény egy legyen ebben a sávban csakúgy, mint a BCC rácshoz tartozó ideális aluláteresztő szűrő átviteli függvénye.

A BCC rácstra alkalmazott módszerhez hasonlóan FCC rácstra is származtattam a DFT műveletet [4], így az általánosított interpolációt és az előszorzott rekonstrukciót erre a rácstra is könnyen lehet implementálni. Az FCC rács ugyan nem optimális, de egy adott voxel diszkrét környezetét képes a leginkább izotrópikusan, azaz irányfüggetlenül reprezentálni (a CC, BCC és FCC rácson 6, 8 illetve 12 legközelebbi szomszédja van minden voxelnek). Ezt az előnyös tulajdonságot ki lehet használni fizikai szimuláció (például áramlástan szimuláció vagy globális illumináció számítása) diszkrét közelítésénél, illetve olyan tomográfias rekonstrukciós módszereknél, amelyek a többszörös szóródást is figyelembe veszik [15].

Az előszűrt rekonstrukciós sémák adaptálásán kívül levezettem a BCC rácson használható, nem szeparálható szűrőknek egy új családját (BCC-spline) [1][3]. Az elsőrendű BCC-spline egyértelműen jobb eredményt ad, mint a korábban publikált elméletileg ekvivalens lineáris box spline szűrő. A harmadrendű BCC-spline ugyanakkor hasonló rekonstrukciós minőséget biztosít, mint a vele azonos approximációs rendű (quintic) box spline. A BCC-spline szűrők lényegében a hagyományos B-spline szűrők általánosításai BCC rácstra.

A kutatás második szakaszában BCC rácson mintavételezett adatok folytonos rekonstrukciójának hatékony implementálásával foglalkoztam [5]. Tisztán szoftveres implementáció esetén a box-spline szűrés gyorsabb, mint az általam javasolt előszűrt B-spline rekonstrukció. A grafikus processzorok (GPU) viszont jobban támogatják a szeparálható B-spline szűrést, mint a nem szeparálható box-spline szűrést. Mivel a BCC rács két átlapolódó CC rácsból áll, a lineáris B-spline szűrés BCC rácson mintavételi pontonként két független trilineáris minta kiértékelésével végezhető el. A trilineáris mintavételezéshez a mai grafikus kártyák direkt hardvertámogatást adnak, ezáltal ennek költsége gyakorlatilag megegyezik a legközelebbi szomszéd (NN – nearest neighbor) kiolvasásával. A köbös B-spline szűréshez ezért egy olyan algoritmust fejlesztettem ki [5], amely a konvolúciót trilineáris minták súlyozott összegére vezeti vissza (ezt az algoritmust a kanadai Simon Fraser Egyetem kutatói a jelenleg leghatékonyabb módszerként jellemezték, amellyel valós időben lehet BCC rácson mintavételezett adatokat jó képminőséggel megjeleníteni: „this method is, to our knowledge, the best existing algorithm that combines real-time frame rates and high image quality on the BCC lattice” [Finkbeiner et al. 2010]). Összességében 128 NN minta helyett csak 16 trilineáris mintát kell kiértékelni, míg egy elméletileg ekvivalens ötödrendű box-spline

szűréshez 32 NN mintára van szükség, melyek kiértékelése körülbelül kétszer több időt vesz igénybe. A nem szeparálható box-spline szűrés címzési többletköltsége szintén magasabb, mint a szeparálható B-spline szűrésé. A B-spline rekonstrukció ezért átlagosan ötször gyorsabb térfogat-vizualizációt tesz lehetővé, mint a box-spline rekonstrukció. A GPU implementációhoz elemeztem az előszűrt értékek kvantálásának hatását a rekonstrukció pontosságára. Az előszűrt értékeket az előszűrés felüláteresztő jellege miatt célszerű lebegőpontos formátumban tárolni. A CT tesztdatok megjelenítésénél a 16 bites és a 32 bites formátum között nem tapasztaltam látható különbséget.

Az általam javasolt előszűrt B-spline rekonstrukció BCC rácson elméletileg nem használható interpolációra, mivel ehhez egy diszkrétizált B-spline szűrővel elvégzett dekonvolúcióra lenne szükség. A BCC rácson mintavételezett B-spline szűrők viszont nem invertálhatók, ezért ezeket korábban olyan dekonvolúciós előszűrőkkel közelítettem, melyek frekvenciaválasza sehol sem nulla. Az interpoláció térfogat-vizualizációs alkalmazásokban nem feltétlenül a legalkalmasabb rekonstrukciós séma. Egy magasabb fokú közelítő függvény illesztése a mért értékekre gyakran oszcillációt eredményez. A vizuális artifaktumok elkerülése végett célszerű az interpolációs feltétel feladásával a rácspontok között is egyenletes hibaeloszlást biztosítani. Ennek a követelménynek jobban megfelel az úgynevezett kvázi-interpoláció, amely egy bizonyos fokszámig képes polinomokat diszkrét mintákból tökéletesen reprodukálni. Mind a B-spline szűrőkhöz, mind pedig a korábban javasolt box-spline szűrőkhöz levezettem olyan diszkrét előszűrőket [5], melyek BCC rácson a lehető legmagasabb rendű kvázi-interpolációhoz vezetnek. Az előszűrt lineáris B-spline rekonstrukció másodrendű, míg az előszűrt köbös B-spline rekonstrukció negyedrendű approximációt eredményez. Egy részletes összehasonlító elemzéssel megmutattam, hogy a B-spline szűrés nemcsak hatékonyabb, mint a box-spline szűrés, de magasabb minőségű rekonstrukciót is biztosít. A B-spline rekonstrukció könnyen adaptálható FCC rácsra is, amely négy átlapolódó CC rácsból áll. Egy CC, FCC és BCC rácsokra épülő többszintű (multiresolution) diszkrét térfogat-reprezentáció folytonos rekonstrukciójához ezért kézenfekvő a B-spline szűrők alkalmazása.

A további kutatásba doktorandusz hallgatóként Domonkos Balázs is bekapcsolódott.

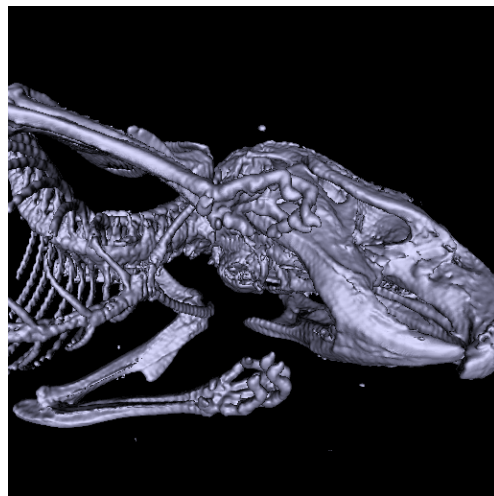
A különböző előszűrők különböző eredő frekvenciaválaszt eredményeznek. Általában a finom részleteket csak akkor lehet jól rekonstruálni, ha az eredő szűrőnek erősebb az úgynevezett postaliasing hatása, azaz fals nagyfrekvenciás komponenseket is hozzáad a rekonstruált jelhez. Kidolgoztunk egy olyan algoritmust, melynek segítségével a megfelelő kompromisszum interaktív módon, azonnali vizuális visszacsatolással, állítható be [8].

Térfogat-vizualizációs alkalmazásokban a gradiens-approximáció rendje legalább annyira fontos, mint a függvény-approximáció rendje, mivel a becsült gradienseket a felületek árnyalásánál normálvektorként használjuk. Ezért kidolgoztunk egy olyan általános sémát, melynek alkalmazásával a diszkrét előszűrést pontosabb gradiensbecslésre is lehet optimalizálni [6].

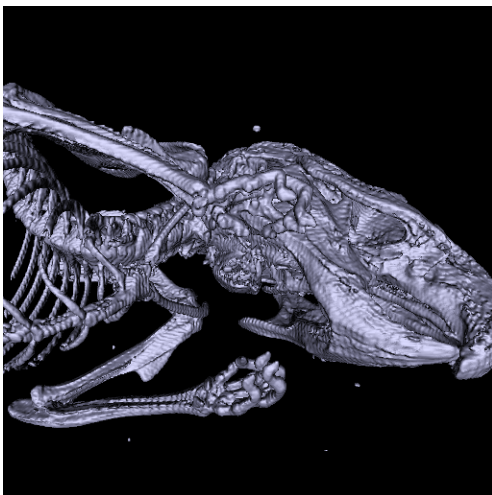
A harmadik kutatási szakaszban azt vizsgáltuk, hogy hogyan lehet gyakorlati adatok BCC reprezentációját hatékonyan kiszámolni. Ipari partnerünk, a Mediso Medical Imaging Systems Kft. lehetővé tette számunkra, hogy a BCC rácstra kidolgozott módszereinket az általuk gyártott CT berendezésekkel mért primer (vetületi) adatokon teszteljük. Sikeresen adaptáltuk a szűrt visszvetítéses (filtered back-projection - FBP) tomográfias rekonstrukciós algoritmust BCC rácstra [12]. A kapott BCC reprezentációt direkt térfogatvizualizációval jelenítettük meg alkalmazva a kvázi-interpoláló B-spline rekonstrukciós sémánkat. A generált képeken jól látszik a BCC reprezentáció előnye a CC reprezentációval szemben. A szeperálható B-spline szűrőknek elméletileg jobb az antialiasing hatása BCC rácson, mint CC rácson, ezáltal a zavaró lépcsőszerű artefaktumok jelentősen csökkenthetők.



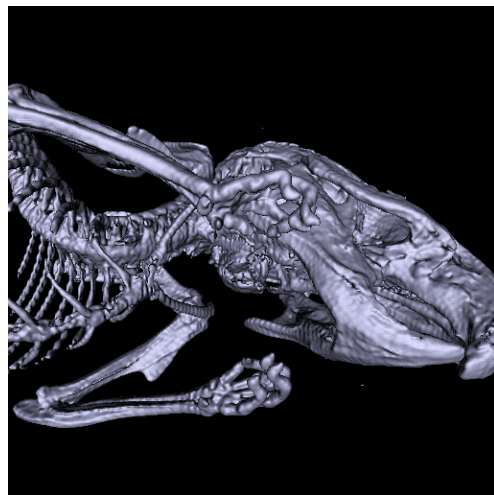
Trilineáris B-spline szűrés CC rácson.



Trilineáris B-spline szűrés BCC rácson.



Triköbös B-spline szűrés CC rácson.



Triköbös B-spline szűrés BCC rácson.

BCC reprezentációra még akkor is érdemes áttérni, ha a térfogati adatokat CC formátumban archiválták és a primer (vetületi) adatok már nem hozzáférhetők. A tomográfias rekonstrukciót tehát nem feltétlenül kell minden esetben BCC rácstra

adaptálni. Minden kocka alakú cella közepén egy ideális aluláteresztő szűréssel (sinc interpoláció) tudjuk a „hiányzó” BCC mintákat kiszámolni [9]. A sinc interpolációt a frekvenciatartományban egy egyszerű fáziseltolással lehet implementálni. Ezzel a módszerrel ugyan megduplázzuk a voxelek számát, viszont a kapott BCC reprezentációt akár egy trilineáris B-spline rekonstrukcióval is hasonlóan jó minőségben tudjuk megjeleníteni, mintha az eredeti CC rácson használtunk volna egy triköbös B-spline rekonstrukciót. A trilineáris B-spline szűrés ugyanakkor egy nagyságrenddel hatékonyabb BCC rácson, mint a triköbös B-spline szűrés CC rácson. A BCC rács optimalitása miatt fix tárolási többletköltségért sokkal több térinformációt kapunk, mint egy sűrűbb CC rácson történő felülmintavételezés esetén.

Iteratív tomográfias rekonstrukcióhoz (algebraic reconstruction – ART, expectation maximization – EM) levezettünk egy új rekonstrukciós kernel családot [13]. A B-spline kernelek kedvező antialiasing hatásuk és garantált approximációs rendjük ellenére BCC rácson nem alkotnak Riesz-bázist, ezért ezek inkább használhatók vizualizációs célra, mint tomográfias rekonstrukcióra. A Riesz-feltételek teljesítése azért fontos, hogy az iteratív rekonstrukció egy egyedi megoldáshoz konvergáljon. Ennek az elvárásnak megfelelnek az általunk bevezetett DC-spline kernelek [13], melyek egy diszkrét és egy folytonos szűrő konvolúciójaként írhatók fel. A folytonos komponens egy hagyományos B-spline szűrő, míg a diszkrét komponens egy a BCC rács geometriájára illeszkedő nem szeparálható szűrő. A diszkrét szűrő lényegében egy olyan CC rács rácpontjait reprodukálja, amelynek az eredeti BCC rács részrácsa. A „hiányzó” CC mintákat nem egy előfeldolgozás során nyerjük, hanem valós időben számoljuk ki egy megfelelő GPU implementációval. A DC-spline szűrés hatékonyabb, mint a box spline szűrés és elméleti szempontból ugyanazokkal az előnyös tulajdonságokkal rendelkezik. Távlatilag a DC-spline szűrőket BCC alapú iteratív PET rekonstrukcióra szeretnénk használni. A PET képképzés azonban jóval bonyolultabb, mint a Röntgen-tomográfia, mivel a többszörös szóródási effektusok fizikailag korrekt szimulációját igényli. Az ezzel kapcsolatos részproblémák megoldása folyamatban van [14] [15], de a teljes PET rekonstrukciós keretrendszer kifejlesztése hosszabb időbe telik (ebben a kutatási fázisban Szirmay-Kalos László Számítógépes grafika csoportjával működünk együtt). A többszörös szóródás diszkrét közelítésére korábban sikeresen alkalmazták az FCC rácsos térfogat-reprezentációt. Bár mintavételezési szempontból az FCC rács nem optimális, hatékonysága megközelíti a BCC rácsét (az FCC rács 27%-kal kevesebb mintavételi pontot tartalmaz egy egységnyi térfogatban, mint egy vele ekvivalens CC rács). Ugyanakkor a szomszédos voxelek irányainak eloszlása egyenletesebb FCC rácson, mint BCC rácson. Ennek köszönhetően az FCC rács a folytonos megoldást egyenletesebben közelítő diszkrét fizikai szimulációt tesz lehetővé. Ahhoz, hogy a PET rekonstrukciót FCC rácson is tudjuk majd tesztelni, levezettünk FCC alapú DC-spline szűrőket is [13].

Elméleti szempontból a különböző rácson használt rekonstrukciós szűrők nehezen összehasonlíthatók. Ennek az az oka, hogy a térfogat-vizualizációval generált képeken nem lehet tisztán elkülöníteni az adott rács, az opcionális diszkrét előszűrő, valamint a folytonos rekonstrukciós szűrő képminőségre gyakorolt hatását. Ezért kidolgoztunk egy úgynevezett kvázi-ideális rekonstrukciós sémát [10], amellyel az egyes kombinációk részletmegőrző képességük alapján vethetők össze. A kvázi-ideális rekonstrukció egy

diszkrét előszűrésen alapul, amely biztosítja, hogy az eredő frekvenciaválasz egy legyen majdnem a teljes áteresztő sávban. A lezáró és az áteresztő sáv határán viszont egy folytonos átmenetet képez egy és nulla között. Az átmenet meredeksége egy szabad paraméterrel állítható. Minél nagyobb a meredekség annál jobban közelítjük az ideális aluláteresztő szűrőt az áteresztő sávban. Ennek viszont az az ára, hogy a postaliasing hatás az átmenet meredekségével együtt növekszik a lezáró sávban. A lehetséges kombinációk közül azt a *rekonstrukciós szűrő/mintavételező rács* párosítást kerestük, amely a legkevésbé növeli a postaliasing hatást. Ebben az értelemben a *BCC rács/triköbös B-spline* kombináció bizonyult optimálisnak. Az eredő frekvenciaválaszokat direkt térfogat-vizualizációval is elemeztük [11] [13]. A kapott eredmények alapján BCC rácson mind a B-spline mind pedig a DC-spline szűrők hatékonyabban és egyenletesebben nyomják el az aliasing spektrumokat, mint az ugyanolyan approximációs rendű box spline szűrők.

Összességében a kidolgozott jelfeldolgozási, vizualizációs, valamint tomográfias rekonstrukciós apparátusra építve mind a BCC mind pedig az FCC rács előnyösebb alternatívát kínál, mint a hagyományos CC rács. A legfontosabb alkalmazási területek a térfogat-vizualizáció, a 3D orvosi képalkotás, valamint a fizikai szimuláció.

Budapest, 2010. július 17.

.....  
Dr. Csébfalvi Balázs