

Munkánkat nagy vonalakban a pályázatunkban leírtak szerint végeztünk. Az attól való kisebb eltérés az időközben felmerült érdekes témáknak, valamint a kutatásaink iránt megnyilvánuló érdeklődés hatásának köszönhető. A [] zárójelben lévő hivatkozások azokra a saját közleményekre vonatkoznak, amelyeket a jelen beszámoló tartalmaz.

Kutatásaink általános vonásai a következőkben foglalhatók össze.

A szimmetriák a természet megismerésében nagy segítségünkre vannak. Mind általános, alapvető szempontból, amire a legfontosabb példa talán az, hogy a természettörvények kerettörvényeit szolgáltatják, mind pedig gyakorlati szempontból azáltal, hogy bonyolult problémák egyszerű megoldásait teszik lehetővé. A kvantummechanikában a szimmetriák különös gazdagságban fordulnak elő, részben azért, mert ez az elmélet lehetővé tette a szimmetriafogalom nagymértékű kitérítését.

A kvantummechanikában alapvető szerepet játszik a sajátértékegyenlet. A szimmetriák osztályozását is legcélszerűbb ennek a nyelvén megfogalmazni. A teljesség igénye nélkül itt azokat a szimmetriafajtákat említjük meg, amelyek a munkánkban fontos szerepet játszottak. Egzakt szimmetriáról beszélünk, ha mind az operátor, mind a sajátvektorai szimmetrikusak. A dinamikailag sérült szimmetria esetében nem szimmetrikus operátor rendelkezik szimmetrikus sajátvektorokkal. (Egyes szerzők ezt hívják dinamikai szimmetriának.) A kvázidinamikai szimmetria esetében sem az operátor nem szimmetrikus, sem a sajátvektorai, de a rendszer (sajátértékegyenlete) mégis az. Például az $U(3)$ szimmetria egzakt a 3 dimenziós harmonikus oszcillátorra nézve, dinamikailag sérült számos egyszerű magmodellben, a kvázidinamikai szimmetria léte pedig érthetővé teszi, hogy ezek az egyszerű modellek miért alkalmazhatók tágabb körben, mint amit az alapfeltevéseik alapján remélhetnénk.

A magszerkezet vizsgálatában döntő szerepet játszanak a modellek, hiszen a magot alkotó nukleonok száma több annál, hogy leírásukat egzaktul elvégezhetnénk, de kevesebb annál, hogy statisztikai megfontolások elégségesek legyenek. Az alapvető magmodellek különböző fizikai képeken alapulnak: a héjmodell a magot egy parányi atomhoz hasonlítja, a fűrtmodell (klasztermodell) egy molekulához, a kollektív modell pedig mikroszkopikus folyadékcseppnek tekinti. Az a kérdés, hogy ezek a modellek hogyan függenek össze, és mi a közös metszetük alapvető fontosságú a magszerkezet megértése szempontjából, és leghatékonyabban a szimmetriák segítségével válaszolható meg. Munkánk során különös figyelmet szenteltünk ennek a problémának.

A projekt kerelében folytatott kutatásainkat a következőképpen csoportosíthatjuk.

1. Az alapvető magszerkezet-modellek összefüggéseinek új aspektusaira mutattunk rá. Ezen belül különösen érdekes az a fejlemény, hogy a szimmetriák segítségével a magszerkezet számos vonását a hideg, véges kvantumrendszerek fázisainak és fázisátmeneteinek nyelvén lehet értelmezni. Korábban főként a (kvadrupólus) kollektív modelleket tanulmányozták ebből a szempontból. Mi is hozzájárultunk ezekhez a vizsgálatokhoz. Még jelentősebb eredménynek tekintjük azonban, hogy elindítottuk az ilyen jellegű vizsgálatokat a fűrtmodellel kapcsolatban. Nevezetesen: meghatároztuk annak fázisdiagramját, a héjmodellhez való viszonyát, és elkezdtük feltérképezését.

2. Tanulmányoztuk az erősen deformált, például szuperdeformált, vagy hiperdeformált magállapotokat. Ilyen állapotok ma már több magtartományban is ismeretesek, és továbbiakban keresik őket mind kísérletileg, mind elméletileg. Különösen érdekes ezek előfordulása az $N=Z$ páros magokban, lévén ezek a párkölcsönhatás, az izospinfizika és a fűrtösödés egyedülálló laboratóriumai. Néhány

ilyen magban már szintén észlelték szuperdeformált állapotot. Ezek a vizsgálatok a magelmélet több fejezetének adnak találkozót. A magalak a kollektív modell sajátossága, kapcsolata a fürtösödéssel leginkább a héjmodell segítségével tárható fel, a klaszterkonfiguráció pedig azt mutatja meg, hogy milyen magreakcióban lehet előállítani a keresett állapotokat. Mi kidolgoztunk egy olyan módszert, ami a vizsgálatok mindkét lépésében szimmetriamegfontolásokat alkalmaz. Módszerünket több könnyű magra alkalmaztuk, szisztematikusan meghatározva azok stabil alakjait, és az őket populálni képes reakciókat. Két olyan eset is ismeretes, amelyben elméleti előrejelzéseinket a legújabb kísérletek igazolni látszanak.

3. Vizsgálatokat végeztünk annak kiderítésére, hogy az elméleti jóslatok (általában), és a szimmetriák (különösképpen) hogyan mutatkoznak meg a kísérleti adatokban.

4. Szimmetriák új vonásait tártuk fel. Mind az egyszerű kvantummechanikai problémák, mind pedig a magszerkezet összetett szimmetriáit bővítettük ilyen módon.

5. Munkánk egy részéről beszámoltunk a szakmainál szélesebb olvasóközönség számára is [2,21,34].

6. A pályázatunkban tervezett módon "hallgatói alkalmazás" formájában csatlakozott kutatásunkhoz Riczu Gábor (BSc diplomás) egyetemi hallgató is. Az általa végzett munkát bemutató "Héjmodelltér-építő számítógépes program U(4)-es formalizmusban" c. dolgozata a 2012-es (debreceni) egyetemi TDK konferencia fizika szekciójában első díjat nyert.

Eredményeink részletesebben a következők.

1. *A magmodellek összefüggései és fázisai.* Megmutattuk, hogy a bináris klasztermodell, mely az atommagot kétatomos molekulához hasonlítja, kétdimenziós fázisdiagrammal rendelkezik, ami egy háromszöggel szemléltethető, és a három sarkában az $O(4)$, $U(3)$ és $O(3)$ dinamikai szimmetria helyezkedik el [14]. Az is kiderült, hogy $U(3)$ dinamikai szimmetria testesíti meg a héjmodell hasonló diagramjával való közös metszetet. Elemeztük ennek, az algebrai modelljeink a keretében talált, kvantitatív leírásnak a viszonyát a mikroszkopikus realiztikus klasztermodellekből származó kvalitatív fázisképhez [14]. Rámutattunk a termodinamikai fázisátmenetekkel mutatókozó hasonlóságokra és különbségekre [4]. Azt találtuk, hogy a klasztermodell fázisátmenetei másodrendűek, ha a kölcsönhatásban csak kvadratikus tagokig megyünk el, de lehetnek elsőrendűek is, ha harmadfokú tag is jelen van a Hamilton-operátorban [13,15,42]. A kvantitatív analízist az algebrai modellünknek a [32] munkában bemutatott geometriai vetítése alapján végeztük. Elemeztük a Pauli-elv szerepét a geometriai megfeleltetésben [43,47]. Példákat találtunk arra, hogy az $U(3)$ kvázidynamikai szimmetria érvényes a fázistér fogat véges tartományaiban [14]. Eredményeink más munkákkal együtt azt sugallják, hogy a kvázidynamikai szimmetria lehet a véges hideg kvantumrendszerek fázisának definiáló jellemzője [24]. Vizsgálatokat kezdtünk valódi magállapotok fázisdiagramon való elhelyezkedésének kiderítésére [27].

A [12] munkában a kvadrupólus deformációval kapcsolatos fázisátmenetet tanulmányoztuk. Nevezetesen, a gömbszerűből az ún. gamma-instabil fázisba történő átmenetet írtuk le egy hatodfokú oszcillátorral. Sikertült találni egy olyan paraméterfüggetlen kritériumrendszert, amellyel az atommagok egyes spektroszkópiái adatai alapján eldönthető, hogy az adott atommag milyen közel van a fázisátmenet kritikus pontjához. A páros-páros Ru, Pd és Cd izotópokat vizsgáltuk meg.

Elemeztük a magszerkezet alapvető medelljeinek, a héjmodellnek, a (kvadrupólus) kollektív modellnek, és a fürtmodellnek (vagy klasztermodellnek) az egymáshoz való viszonyát [35]. Ez szimmetria-

megfontolások alapján végezhető el, és azt találtuk, hogy e három modell közös metszete az $U(3) \times U(3)$ dinamikai szimmetria. Ez az analízis feltárta azt is, hogy a héjmodellszerű és merev molekulaszzerű klaszterizáció éppúgy két különböző megnyilvánulása a dipólus kollektivitásnak, mint a kvadrupólus kollektivitás esetében a rotáció és vibráció [3]. Vizsgáltuk a fűrt- és héjszerkezet versengését más aspektusból is. Az antiszimmetrizált kváziklaszter modell keretében [29,41] a merev molekulaszzerű klaszterállapotból, a héjmodellszerű fűrtösödésen át a j-j csatolt héjmodell-leírásba folytonos paraméterváltoztatás révén lehet átmenni. Először az egyetlen klaszter feltörésével járó egyszerűbb problémát tanulmányoztuk, később több klasztert is feltörtünk [46]. A valódi magállapotok a héj- és klasztermodell jellemzőit egyaránt mutatták, sokszor a héjmodellszerű klaszterizációhoz estek közel.

2. *Erősen deformált magállapotok.* Az általunk kidolgozott módszerrel első lépésben (kvázidinamikai szimmetriára alapozva) héjmodell-számításokból meghatározzuk, hogy milyen magalakok stabilak, azután pedig azt, hogy ezek milyen bináris klaszterkonfigurációkat engednek meg, vagyis milyen magreakciókban érhetők el.

A stabil alak meghatározását a kvadrupólus deformáció önkonzisztens számolása alapján végezzük [15,38]. (Konkrétan, Nilsson-modell számításokat kombinálunk a magállapotokat jellemző kvázidinamikai $U(3)$ szimmetriával.) E módszer hasznos alternatívája a szokásos energiaminimum-meghatározásán alapuló eljárásnak, és a megvizsgált esetekben ahhoz hasonló eredményt ad. Azáltal pedig, hogy a magalakot a szimmetriájával jellemezzük, annak lehetséges fűrtösödése, és így a reakciócsatornákkal való kapcsolata egyszerűen meghatározható, szintén szimmetriamegfontolások révén. Ily módon felkutattuk az ^{36}Ar , [8,7], a ^{28}Si , [37], a ^{56}Ni , [26], valamint a ^{40}Ca , és ^{60}Zn , magok [23] alakizomér állapotait.

Az alakizomérek lehetséges fűrtösödésére nézve megmutattuk, hogy egy bináris klaszterizációt megadó két egyszerű módszer, az $U(3)$ -as kiválasztási szabály és Harvey előírása egymással komplementer viszonyban van, ezért a kettő kombinálására van szükség [6,9,16]. Figyelembe vettünk egy [25], valamint két, vagy három [22] alfa-részecskét kibocsátó reakciót is az alakizomérek populálása szempontjából. Megmutattuk, hogy sok esetben az alakizomér héjmodellállapot hullámfüggvénye 100 százalékban átfed a fűrtmodellével [38].

Ezen módszerek alkalmazásával meghatároztuk az ^{28}Si , [37], ^{36}Ar , [8,7,39], ^{40}Ca , [23] ^{56}Ni , [26], és ^{60}Zn , magok [23] alakizomér állapotainak bináris klaszterizációit.

A legújabb kísérletek két tekintetben, nevezetesen az ^{36}Ar atommag hiperdeformált állapotára [10,8], és a ^{28}Si atommag szuperdeformált állapotára [37], (D.G. Jenkins et al, *Physical Review C* **86** (2012) 064308), nézve igazolni látszanak elméleti előrejelzéseinket.

Az ^{36}Ar atommag hiperdeformált állapotának története különösen figyelemre méltó az elméleti jóslatok és kísérleti ellenőrzésük szempontjából. Klasztervizsgálataink alapján korábban (Phys. Rev. C 70 (2004) 034311) azt jósoltuk, hogy ez az állapot a $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$, valamint a $^{16}\text{O} + ^{20}\text{Ne}$ reakciókkal állítható elő. A jó feloldású mérések gondos reakcióelméleti analízise feltárta, hogy éppen e két reakció olyan rezonanciákat mutat, melyek az előre jelzett hiperdeformált állapotnak felelnek meg [10]. Szerkezeti vizsgálataink [8] pedig azt is igazolták, hogy ugyanaz a hiperdeformált állapot adódik a héjmodellből, mint korábban a fűrtmodellből. Ennek alapján az ^{36}Ar atommag jelenleg az egyik (vagy talán a legjobb) jelölt arra, hogy egy magban kísérletileg ismerjük a szuperdeformált és a hiperdeformált állapotot is.

3. *Összevetés kísérletekkel, módszertani vizsgálatok.* Tanulmányoztuk a magok izospin szimmetriáját. A Coulomb-kölcsönhatás természetesen sérti ezt a szimmetriát, ezért az izobár analóg állapotok energiája nem teljesen azonos. Az analóg állapotokat (melyek gyakorta rezonanciaállapotok) elméletileg a Lane-egyenletekből nyerhetjük. Az [5] munkában ezeket az egyenleteket oldottuk meg többféle módszerrel. Megmutattuk, hogy a komplex energiájú héjmodell és a komplex skálázás alkalmazása révén a rezonanciák helyét és szélességét közvetlenül megkaphatjuk az egyenletekből, és az így nyert eredmények jól egyeznek a fáziseltolás analízisen alapuló hagyományos módszerével.

Módszertani vizsgálatokat végeztünk az atommagok tömegének (kötési energiájának) elméleti leírásával kapcsolatban [18,17]. Ezt a fontos fizikai mennyiséget rendszerint két tag összegeként számítják ki. Az egyik, ú.n. makroszkopikus tag (a folyadékcsepp-modell szerint) a proton- és neutronsám sima függvénye, míg a másik, a mikroszkopikus tag kvantumos eredetű, a héjkorrekciót veszi tekintetbe. Ez a tag nagyban függ a rendszerben fellépő degenerációktól, tehát annak szimmetriatulajdonságait tükrözi vissza. Gyakorlati meghatározásában kulcsszerepet játszik a Strutinsky-simítás néven ismert eljárás. Mi ennek dolgoztuk ki két új változatát, melyek az alkalmazhatóság határait terjesztik ki, valamint növelik megbízhatóságát. A [18] munkában véges hatótávolságú konvolúciós magfüggvényt használtunk, ezáltal a módszer kiterjeszthetővé vált a könnyű magok tartományára is. A [17] munkában pedig két új görbületi korrekciós módszert fejlesztettünk ki, miáltal a módszer megbízhatósága (a technikai paramétereiktől való függetlensége) nagyban megnövekedett.

A [11] cikkben egy általános módszert vázoltunk arra nézve, hogy hogyan lehet szórási mennyiségek meghatározását egyszerűbbé tenni a komplex skálázás felhasználásával.

A nukleáris kéttest-rendszerekben a Coulomb-kölcsönhatás mint az izospin-szimmetriát sértő erő jelenik meg. Megmutattuk, hogy az erős és elektromos kölcsönhatást is tartalmazó rendszerek szórásának leírására is alkalmazható a komplex skálázás módszere, és ezáltal jeletősen egyszerűsödik a numerikus megoldás [33].

Az erős kölcsönhatás és a Coulomb-erő hatásának összjátékaként igen érdekes gyengén kötött atommagok alakulhatnak ki. Ilyen magok rezonancia- és szórási állapotait tanulmányoztuk olyan módszerek alkalmazásával, amelyek nem teszik szükségessé a határfeltételek direkt kirovását. Sikertől jól meghatároznunk a rezonanciák szélességét, és egy egyszerű modellt találunk a szórási spektrum nagyenergiás részének egyszerű leírására [28].

A neutronok korrelációját tanulmányoztuk a ${}^6\text{He}$ és ${}^8\text{He}$ atommagokban. Feltártuk a töltéssűrűség növekedésének okait, és kimutattuk, hogy a szögkorreláció különbözik ugyanazon mag alap- és gerjesztett állapotában [20].

A [36] cikkben a szórási mátrix antikötött pólusainak vándorlását hasonlítottuk össze különböző potenciálok hatására, melyek közül az egyik debreceni kölcsönhatás.

A félmikroszkopikus algebrai kalsztermodellünk alkalmazásával elektromos átmenetek valószínűségét határoztuk meg a ${}^{12}\text{C}+{}^{16}\text{O}$ rendszerben. Ennek alapján a legújabb ${}^{12}\text{C}+{}^{16}\text{O}$ befogási reakció mérések azt mutatják, hogy ilyen klaszterkonfiguráció észlelhető a ${}^{28}\text{Si}$ magasan gerjesztett állapotai között. [30]. A ${}^{22}\text{Ne}$ atommag energiaspektrumát és elektromágneses átmeneteit írtuk le a félmikroszkopikus algebrai klasztermodellünk keretében [44]. Az egyezés mind a kísérleti adatokkal, mind a teljesen mikroszkopikus AMD számításokkal figyelemre méltónak bizonyult.

4. *Új szimmetriák* A PT-szimmetrikus kvantummechanika 1998-as bevezetése után a nem hermitikus modellek ismét előtérbe kerültek. E modellek (tipikusan speciális komplex potenciálfeladatok) a hermitikus problémákhoz sokban hasonlítanak, ami annak köszönhető, hogy invariánsak az egyszerre történő P tér- és T időtükrözésére nézve. 2010-ben először sikerült kimutatni egy valós fizikai rendszer PT-szimmetriáját, illetve a PT-szimmetria spontán sérülését [C. E. Rüter et al., Nature Physics 6 (2010) 192]. Ezen eredmény által inspirálva megvizsgáltunk és összehasonlítottunk [19] három olyan PT-szimmetrikus potenciált, amelyek a kísérletben szereplő elrendezésnek megfelelően aszimptotikusan véges (akár zérus) képzetes potenciálkomponenssel rendelkeznek, és rámutattunk a tulajdonságaikban megmutatkozó különbségek eredetére.

Tanulmányoztuk a PT szimmetria spontán sérülését [31]. Bevezettünk egy új megoldható potenciált, ami határesetként tartalmaz több korábban leírt PT-szimmetrikus potenciált. Kimutattuk, hogy a PT szimmetria spontán sérülése a korábbiaktól eltérő mechanizmussal valósul meg, ami arra látszik utalni, hogy az egzakt megoldhatóság erősen korlátozza a spektrumszerkezetet.

A Coulomb-potenciál PT szimmetriát mutató változata kapcsán korábban azt találtuk, hogy indokolt lehet olyan helyfüggő effektív tömeg alkalmazása, amely felvehet negatív értékeket is. Ezért egy egyszerű, szakaszonként konstans effektív tömeget feltételező modellben megvizsgáltuk, hogy mely feltételek esetén maradhat stabil a spektrum. Azt találtuk, hogy ez akkor lehetséges, ha az a tömeg véges koordináta-, és energiatartományon vesz fel negatív értéket [40].

Az összetett soktest-rendszerek szimmetriáit megkülönböztethetjük annak alapján, hogy a részrendszerek részecskeszámait külön-külön megőrzik-e. A részecskeszám-megőrző szimmetriák matematikai szerkezete egyszerűbb. Ha ezt egy általánosabb algebrába ágyazzuk, akkor új, mélyebb szimmetriához jutunk. Fontos példa a bozonokat és fermionokat tartalmazó rendszer, melynek vannak a részecskék számát külön megőrző szimmetriái, de lehetnek olyanok is, amik egy bozont fermionná változtatnak, vagy fordítva. Ez utóbbi esetben beszélünk szuperszimmetriáról (SUSY). A magszerkezetben a szuperszimmetriát először a kvadrupólus fononok és nukleonok közötti transzformációkra alpozva vezették be. Mi (korábban) megmutattuk, hogy hasonló jellegű szuperszimmetria valósulhat meg a diplólus, vagyis klaszterizációs szabadsági fokok kapcsán is. Az [1] munkában tárgyaltuk ennek a szimmetriának az alkalmazhatóságát.

A klasztermodell SUSY különböző magokban ír le hasonló fürtösödést (például törzs-plusz-alfa állapotok szomszédos magokban). Egy másik összetett szimmetria is megvalósulhat, ami egy magban előforduló különböző klaszterkonfigurációkat köt össze. Ezt sokcsatornás szimmetriának (MUSY) hívjuk. Korábban ezt fenomenologikus megfontolások alapján mi vezettük be, és kísérleti indikációkat találtunk a közelítő megvalósulására. Most a [45] munkában feltártuk ennek az új szimmetriának a pontos matematikai hátterét, és fizikai tartalmát.