

SIMONOVITS ANDRÁS

# A kötelező magánnyugdíjpillér három elemi modellje

Ebben a tanulmányban három elemi modellt mutatok be részletesen, mindhárom a kötelező magánnyugdíjpillérrel szól. 1. Hogyan lehet megbecsülni a magánnyugdíjpillér 1998–2010 közötti hozamát? 2. Kinek érte meg 1998-ban önként belépni a magánnyugdíjpillérbe? 3. Miért nem éri meg a magánnyugdíjpillérből nyugdíjba menni 2020-ban?\*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: H11, H55.

## Bevezetés

Ellentétben a felosztó-kirovó nyugdíjrendszerrel, a kötelező magánnyugdíjrendszerben (röviden: manyu) a dolgozók „maguknak” takarékoskodnak időskorukra. Időnként látványos hozamok adódnak (vö. 7. táblázat). Megfelelő feltevések mellett belátható, hogy a felosztó-kirovó rendszernek is van egy belső hozamrátája, amelyik *eszmei* kamatlábként működve, a befizetett járulékáramból egy olyan járadékáramot csinál, mintha a rendszer tőkésítve lenne. Éves szinten az átlagos *eszmei* reálkamatláb jó közelítéssel a reálbérek növekedési ütemének és a foglalkoztatottság növekedési ütemének az összege (Gál–Simonovits [2012] becslést adott a magyar társadalombiztosítási nyugdíjrendszer korábbi belső hozamaira). A hagyományos elmélet szerint (dinamikus hatékonyság) ez az érték jóval kisebb, mint a befektetések reálkamatlába, különösen akkor, ha eltekintünk a kockázati költségtől (és a legutóbbi évtized negatív reálkamatlábaitól).

Nem csoda, hogy 1981 óta, amikor Chile áttért a felosztó-kirovó rendszerről a kötelező magánnyugdíjrendszerre, a piacpárti reformerek nagy reményeket fűztek a társadalombiztosítási (tb-) nyugdíjrendszer magánosításához és feltőkésítéséhez (World Bank [1994]). A nyugdíjortodoxia elméletének pápája, Martin Feldstein írása szerint évente a két hozamérték közötti különbség  $(10 - 3)$  akár 7 százalék is lehet (Feldstein [1985]; ezt

\* Köszönetem fejezem ki az NKFI129078. számú támogatásáért, illetve a névtelen lektornak hasznos tanácsaiért.

a számítást bírálta *Simonovits* [2018]). Csak az áttérés évtizedein kell túllenni, amikor pótolni kell a magyar magánnyugdíjrendszerbe áttért tb-járadékokat, és minden gond megoldódik. Az 1. (MAKRO)MODELLÜNKBEN kiszámítjuk, hogy milyen szerény átlagos reálhozamuk volt a magánnyugdíjpénztáraknak fennállásuk 13 éve alatt.<sup>1</sup>

Magyarországon a kötelezően választható magánnyugdíjrendszert 1998-ban az addigi egypilléres tb-nyugdíjból vágta ki, a tervezett éves járulék súlya az eredeti járulék egynegyede volt. A részvétel csak a munkakezdőknek volt kötelező, de önként is lehetett csatlakozni. A magánnyugdíjpénztár annyira népszerű volt, hogy 1998/1999 folyamán körülbelül kétmillió dolgozó csatlakozott önként, sokan nem véve tudomásul, hogy a csatlakozással lemondtak addig szerzett tb-jogosultságuk egynegyed részéről. 2010 végéig további egymillió dolgozó kötelezően lépett be a magánnyugdíjrendszerbe, de jelentős részük bizonyára önként is belépett volna.

Az elemi 2. (MIKRO)MODELLEL bemutatjuk, hogy – nagyon kedvező esetektől eltekintve – az idősebb csatlakozók sokat veszítettek volna, ha a rendszer változatlanul megmaradt volna nyugdíjazásukig. A jobb érthetőség kedvéért kettébontjuk az elemzést. Az egyszerűbb modellben a dolgozó reálkeresetének aránya mindvégig állandó az átlagos nettó keresethez képest, a bonyolultabb modellben viszont egy ponton megugrik. (Ezen a ponton önkritikusan megjegyzem, hogy *Simonovits* [2015] egyik pontjában, a 279–280. oldalon csak az első esetet vizsgáltam, és emiatt túlzottan borúlátó képet festettem a csatlakozók jövőjéről.)

Költségvetési nehézségek miatt 2010 végén a kormány a kötelezően választható magánnyugdíjrendszert lényegében felszámolta (*László* [2018]), de maradékának még ma is 55 ezer tagja van, akik legkésőbb nyugdíjba vonulásukkor választhatnak: maradnak-e a vegyes rendszerben, vagy sem. Magán- és közbeszélgetések során mostanában is többször felmerült a kérdés: érdemes-e a magánnyugdíjrendszerből nyugdíjba menni 2020-ban? A 2. MODELLT módosítva, a 3. (MIKRO)MODELLBEN megvizsgáljuk a kérdést, és próbáljuk megmutatni: általában *nem érdemes a magánnyugdíjrendszerből nyugdíjba menni*.<sup>2</sup>

A magánnyugdíjrendszer létrehozói annak idején – vélhetően csálétekként – bedobták azt a (megtévesztő) jelszót, hogy a magánnyugdíjvagyon a tag halála után *örökölhető*. Ez csak annyiban volt igaz, hogy ha egy pénztártag meghalt a nyugdíjba vonulás előtt, akkor az előre kijelölt tetszőleges személy örökösként egy összegben felvehette a vagyont. Az özvegy és az esetleg még kiskorú árvák viszont elestek a teljes tb-hozzá tartozói ellátások (özvegyi és árvasági járadék) egynegyedétől. A fenti elemzést sokan azon az alapon utasítják el, hogy a biztosítottak ki tudják használni az aszimmetrikus információt: például azért lépnek be a kötelezően választható magánnyugdíjrendszerbe, mert tudják, hogy még nyugdíjazásuk előtt meghalnak. Nem foglalkozunk ezzel a ritka és társadalmi hatékonyságát tekintve káros esettel, viszont felhívjuk a figyelmet arra, hogy a vegyes rendszerben maradónak magánnyugdíjrendszeri vagyonuknak egy nagyon magas plafon alatti részét uniszex indexált életjáradékként kellett és kell kivenniük.

<sup>1</sup> E modell elemzésekor baráti kritikát kaptam *Tardos Gábortól*, s ezt köszönettel nyugtázom.

<sup>2</sup> A kérdés felvetéséért és vitáinkért hálás vagyok *Langer Tamásnak*.

Tudomásom szerint eddig senki sem maradt nyugdíjba vonulása után a magánnyugdíjrendszerben, de éppen ezt a lehetőséget számolom végig. Paradox módon a visszatérőknek kiutalt pozitív reálhozam teszi a magánnyugdíjrendszerben maradást különösen veszteségessé: minél hatékonyabb a magánnyugdíjrendszer a társadalombiztosítási rendszerhez képest – bár nagyobb a magánnyugdíj is –, bennmaradáskor annál nagyobb a magánnyugdíjvagyonban bent ragadt reálhozam is. Viszonylag optimista paraméterezésünkben a veszteség a visszalépés után járó teljes tb-nyugdíj 2–12 százaléka, a pénztártag relatív béremelkedése és a magánnyugdíj-pénztár relatív hatékonysága függvényében.

A cikk fő eredményei a következők: 1. Választ kapunk arra, hogy miért voltak olyan szerények a magánnyugdíjpénztári hozamok. 2. Meghatározzuk, hogy milyen relatív hatékonyság és béremelkedés esetén érte volna meg a magánnyugdíjrendszerbe való belépés, ha azt 2010 végén nem államosították volna. 3. Kiszámítjuk, hogy miért nem éri meg a magánnyugdíjrendszerből nyugdíjba menni 2020-ban. Ezt követően levonjuk a következtetéseinket. Politikailag érzékeny témáról van szó, de csak a tényekre szorítkozunk. Három részből álló függelék zárja a cikket.

## A magánnyugdíjpénztári hozam becslése (1. MODELL)

Amikor 1998-ban a kötelező magánnyugdíjrendszert bevezették Magyarországon, a rendszer hívei szerényebbek voltak, mint *Feldstein* [1985] vagy a *World Bank* [1994]: csak azt várták, hogy az egyéni tőkeszámlákon elhelyezett befektetések éves reálhozama hosszú távon legalább a GDP éves növekedési üteme + 1,5 százalék lesz. Amikor 2010 végén a rendszert államosították, és a tagság 97 százaléka visszakényszerült az első (felosztó-kirovó) pillérbe, a vagyon 90 százaléka – körülbelül a GDP 10 százaléka – visszakérült az államhoz. A visszaléptetett pénztártagok között szétosztott pozitív reálhozam a vagyon 7 százaléka volt – eléggé szerény érték. Itt megpróbáljuk mindenki számára átláthatóan megbecsülni, mennyit ad a modell a teljes kötelező magánnyugdíjrendszer reálhozamrátajára éves szinten (–0,2 százalék), illetve mennyi lett volna az ígért záróvagyon (11,2 százalékkal több, mint a tényleges). Korábbi tanulmányokhoz (például *Matits* [2011], *Rézmovits* [2011], valamint *Gál–Radó* [2019]) képest az az újdonság, hogy minden részletet levezetünk. A modellben – a *Függelék* első részét leszámítva – nem foglalkozunk az évközi folyamatokkal és a költségvetési hatásokkal.

### Felhasznált egyenletek

A következő jelöléseket és egyenleteket használjuk:  $t = T_0 + 1, \dots, T_1$ , a valóságban 1998, ..., 2010 az éves index,  $C_t$  a mindenkori pénztártagok éves befizetése, azaz tagdíja,  $S_t$  az év végi vagyon,  $R_t$  az átlagos hozamszorító (1 + hozamráta). Definíció szerint igaz az alábbi összefüggés.

A rekurzív vagyon–tagdíj kapcsolat:

$$S_t = R_t S_{t-1} + C_t, \quad t = T_0 + 1, \dots, T_1; \quad S_{T_0} = 0. \quad (1)$$

Zárt alakban felírjuk a záróvagyon:

$$S_{T_1} = \sum_{t=T_0+1}^{T_1} (R_{t+1} \cdots R_{T_1}) C_t. \quad (2)$$

Az eddig felírt két egyenlet folyó áras mennyiségekre vonatkozott, márpedig a vizsgált időszakban elég gyorsan emelkedtek az árak. Érdekesebb reálváltozókra áttérni (a reálváltozó a nominális változó és az árszint hányadosa, önkényesen rögzítve például a 2010-es árszintet).

$P_t$  jelöli az árszintet a  $t$ -edik évben (a hozzá mért reálváltozókat a nominális érték kisbetűs változatával jelölöm). Az  $r_t$  reálkamat-tényezőnél azonban nem  $P_t$ -vel, hanem annak arányos változásával osztunk:

$$c_t = \frac{C_t}{P_t}, \quad s_t = \frac{S_t}{P_t}, \quad p_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}, \quad r_t = \frac{R_t}{P_t}. \quad (3)$$

Új jelöléseink segítségével az (1) és a (2) egyenlet reálértékben is felírható:

$$s_t = r_t s_{t-1} + c_t, \quad t = T_0 + 1, \dots, T_1; \quad s_0 = 0, \quad (4)$$

és

$$S_{T_1} = \sum_{t=T_0+1}^{T_1} (r_{t+1} \cdots r_{T_1}) c_t. \quad (5)$$

További két egyenletet írunk fel.

Összes tagdíj ( $T_0, T_1$ ] folyamán reálértékben:

$$b_{T_1} = \sum_{t=T_0+1}^{T_1} c_t. \quad (6)$$

Összes reálhozam = záróvagyon – összes tagdíj:

$$h_{T_1} = s_{T_1} - b_{T_1}. \quad (7)$$

A magánnyugdíjrendszer 2010. év végi lezártakor  $b_{T_1} = 3102$  milliárd forint volt, és a (pozitív) reálhozam,  $h_{T_1} = 200$  milliárd forint.

Azt szeretnénk igazolni, hogy a rendszer eléggé rossz hatékonysággal működött:

a) az átlagos éves reálhozamráta közel volt 0-hoz; és

b) ha teljesült volna az GDP + 1,5 százalékos ígéret (ezt ígérte a Horn-kormány), akkor a vagyon időarányosan nagyobb lett volna.

Ad a) A  $(T_1, T_0]$  időszak átlagos éves reálhozam-tényezője egy olyan  $\bar{r}$  érték, amelyre az  $r_t \equiv \bar{r}$  sorozat a tényleges  $s_{T_1}$ -et adja. Az (5)-be behelyettesítve  $\bar{r}$ -t:

$$s_{T_1} = \sum_{t=T_0+1}^{T_1} \bar{r}^{T_1-t} c_t. \quad (8)$$

Mivel a jobb oldal  $\bar{r}$  növekvő függvénye,  $\bar{r}=0$ -ra  $c_{T_0+1} < s_{T_1}$ ,  $\bar{r} = \infty$ -re  $\infty$ , ezért létezik pontosan egy pozitív  $\bar{r}$ , amelyre a (8) összefüggés teljesül. Könnyű belátni, hogy  $\bar{r} > 1$  pontosan akkor teljesül, ha  $h_{T_1} > 0$ .

Ad b) Jelölje  $g_t$  a GDP  $t$ -edik éves növekedési tényezőjét. Numerikusan kiszámítjuk, hogy az

$$\hat{r}_t = 1,015g_t \quad (9)$$

ígéret teljesülése esetén a tényleges  $s_{T_1}$  vagyonnak hányszorosa lett volna a tervezett

$$\hat{s}_{T_1} = \sum_{t=T_0+1}^{T_1} \hat{r}_t^{(T_1-t)} c_t \quad (10)$$

záróvagyon.

### Számszerűsítés

Rézmovits [2011] feljegyzéséből vesszük át az 1. táblázatban látható kötelező magánnyugdíjpénztári adatokat. A táblázat éves bontásban feltünteteti a rendszer taglétszámát, a vagyon és a tagdíjak növekedését és a működési költségeket. Egyébként

#### 1. táblázat

A legfontosabb pénztári mutatók, 1998–2011

Év $t$	Létszám (ezer fő) $N_t$	Tagdíj (milliárd forint) $C_t$	Vagyon (milliárd forint) $S_t$	Működési költségek (milliárd forint) $K_t$
1998	1338,9	28,4	25,1	3,1
1999	2020,6	56,6	89,3	4,2
2000	2279,7	76,6	171,7	5,3
2001	2222,0	94,0	283,5	6,0
2002	2212,6	110,3	413,6	7,2
2003	2304,0	157,6	564,6	9,4
2004	2403,0	209,3	876,1	11,4
2005	2511,1	241,1	1220,7	12,7
2006	2655,3	273,8	1590,7	14,1
2007	2787,8	298,1	2079,4	14,7
2008	2955,4	341,2	1869,6	21,0
2009	3019,3	352,7	2606,9	18,0
2010	3114,6	264,6	3102,5	17,2

Megjegyzés: 2007 és 2008 között hónapokig állt az átutalandó tagdíj a központi költségvetés-nél. Rézmovits [2011]-et követve mi 100 milliárd forintot 2008 rovására jóváírtunk 2007-re. Lemondtunk a bruttó és nettó tagdíj megkülönböztetéséről.

a Wikipédia egyik szócikke remek áttekintést nyújt,<sup>3</sup> de eltérő adatokkal, vélhetőleg belefoglalva a kötelező befizetések önkéntes kiegészítését.

Szükségünk lehet még a nevezett időszak GDP-növekedési ütemeire és a fogyasztási árindexek idősorára, hogy kiszámíthassuk a reálhozamokat (2. táblázat). Többletként betesszük még a bruttó átlagbérek idősorát, bár nem tudjuk, hogy ez mennyire jellemezte a pénztártagok átlagos kereseteit.

## 2. táblázat

A GDP növekedése, átlagos nominális bruttó bér és fogyasztói árindex, 1998–2010 (százalék)

Év	GDP-index	Nominális bruttó bér (ezer forint)	Éves fogyasztói árindex
$t$	$100g_t$	$W_t$	$100p_t$
1998	104,8	67,8	114,3
1999	103,5	77,2	110,0
2000	104,2	87,7	109,8
2001	103,8	103,6	109,2
2002	104,5	122,5	105,3
2003	103,8	137,2	104,7
2004	105,0	145,5	106,8
2005	104,4	158,3	103,6
2006	103,9	171,4	103,9
2007	100,4	185,0	108,0
2008	100,9	198,7	106,1
2009	93,4	199,8	104,2
2010	100,7	202,5	104,9

## Lehetséges számítási menet

A 2. táblázat adatait felhasználva,  $P_{T_1} = 1$  mellett időben visszafelé haladva a

$$P_{t-1} = \frac{P_t}{p_t}, \quad t = T_1, \dots, T_0$$

képlet alapján kiszámítjuk az árszinteket.

A (3)–(4) egyenletből kiszámítjuk a  $c_t$  (a mindenkori pénztártagok éves befizetése), az  $s_t$  (az év végi vagyoni) és az  $r_t$  (az átlagos hozamszorító) reálértékű idősorát. A (10)-ből tabulálással megkereshető  $\bar{r}$ , (9)-et behelyettesítve (10)-be adódik  $\hat{s}_{T_1}$ .

<sup>3</sup> <https://hu.wikipedia.org/wiki/Mag%C3%A1nnyugd%C3%ADjp%C3%A9nzt%C3%A1r>.

Mivel az egész időszakra körülbelül  $200/3000 = 0,07$  volt az összesített pozitív reálhozamráta, azt sejtjük, hogy az éves reálhozamráta 0 körül lehetett (*Matits* [2011]-ben csak 0,2 százalék). A számításaink még kedvezőtlenebb eredményt adtak.

A részletes számításokat táblázatokban adjuk meg. Először a 2010-es árszintre számítjuk át az 1. táblázat folyó áras adatait (3. táblázat). Vegyük észre, hogy minél jobban távolodunk időben visszafelé 2010-től, annál nagyobbak a reálváltozók a folyó áras változókhoz képest. Külön hangsúlyozzuk, hogy a bruttó tagdíjra vetített reálkamat-tényezők nagyon szóródnak 1 körül: például 2008-ban 0,693-re süllyed, azaz a reálkamatláb  $-30,7$  százalék.

### 3. táblázat

Nyugdíjpénztári adatok 2010-es árszinten, 1998–2010

Év	Tagdíjak reálértékben (milliárd forint)	Vagyon reálértékben (milliárd forint)	Reálkamat-tényező
$t$	$c_t$	$s_t$	$r_t$
1998	59,5	52,6	–
1999	107,7	170,0	1,184
2000	132,8	297,6	0,970
2001	149,2	450,0	1,011
2002	166,3	623,5	1,016
2003	226,1	813,0	0,941
2004	282,2	1181,2	1,106
2005	313,8	1588,6	1,079
2006	342,9	1992,4	1,038
2007	345,7	2411,6	1,037
2008	373,0	2043,6	0,693
2009	370,0	2734,6	1,157
2010	264,6	3102,5	1,038

Rátérünk a belső reálhozamráta kiszámítására. A 4. táblázatban  $-0,5$  és  $+0,5$  százalék között tüntetjük fel, hogyan függ a záróvagyon értéke a belső hozamtól. A tényleges záróvagyon körülbelül a  $-0,2$  százalékos állandó reálkamatláb adja – ez a belső reálhozamráta. A 0 értékhez tartozó záróvagyon a felhalmozás reálértéke, kettőjük különbsége a reálhozam: körülbelül  $-30$  milliárd forint. Ez némileg eltér *Matits* [2011] számaitól, de nem lényegesen.

Végül az 5. táblázatban bemutatjuk, mennyi lett volna a záróvagyon, ha a reálkamatláb a GDP-növekedési ütem  $+1,5$  százalék lett volna. A tényleges 3102 milliárd forint helyett a célzott modell az első 13 év alatt 12 százalékkal teljesített volna jobban:  $\hat{s}_{T_1} = 3475$  milliárd forint.

## 4. táblázat

Időben állandó reálkamatláb és záróvagyon

Reálkamatláb $100(\bar{r} - 1)$	Záróvagyon (milliárd forint) $s_{T_i}$	Reálkamatláb $100(\bar{r} - 1)$	Záróvagyon (milliárd forint) $s_{T_i}$
-0,5	3063,4	0,1	3148,0
-0,4	3077,3	0,2	3162,4
-0,3	3091,2	0,3	3176,9
-0,2	3105,3	0,4	3191,4
-0,1	3119,4	0,5	3206,1
0,0	3133,7		

## 5. táblázat

A magánpénztári vagyon reálértéke a GDP-növekedési ütemhez igazított kamatláb esetén

Év $t$	Ígért vagyon (milliárd forint) $\hat{s}_t$	Év $t$	Ígért vagyon (milliárd forint) $\hat{s}_t$
1998	59,5	2005	1670,1
1999	170,2	2006	2104,2
2000	312,8	2007	2490,1
2001	478,8	2008	2923,1
2002	674,1	2009	3141,1
2003	936,3	2010	3475,2
2004	1280,0		

## Önkéntes csatlakozás 1998/1999-ben (2. MODELL)

Bár eredetileg nem szándékoztuk az egykori önkéntes csatlakozást újra elemezni, azonban a 3. MODELL előkészítéseként és pontosításként mégis megteesszük. Itt még feltételezzük, hogy az eredeti kötelező magánnyugdíjrendszer változatlan maradt a dolgozók nyugdíjba vonulásáig. Két almodellt elemzünk: a dolgozó kereseti pályája a mindenkor országos átlaghoz képest 1. időben állandó ( $v$ ); 2. a kötelező magánnyugdíjrendszer indulásakor egyszerre megugrik ( $v_L < v_H$ ). Elemi modellről beszélünk, mert eltekintünk a magyar rendszer számos bonyodalmától: a járulékkulcsok változásától, az szja-változásoktól, a járulékalap-plafon relatív értékének változásától, a 13. havi nyugdíj többszöri bevezetésétől és egyszeri kivezetésétől stb.

*Állandó relatív kereset*

Az egyértelműség kedvéért nagyvonalúan feltesszük, hogy minden pontszerű esemény a megfelelő év december 31-én történt.  $B$  a születés éve,  $L$  a munkába lépés vagy főiskolakezdés éve.  $T$  a nyugdíjazás éve, szolgálati idő:  $Q = T - L$  (folyamatos munkaviszony, illetve gyermeknevelés). Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy  $40 \leq Q \leq 50$ .

December 31-e miatt  $T_0 = 1997$ , a kötelező magánnyugdíjrendszer indulási éve. Feltesszük, hogy hősünk már  $T_0$  előtt is dolgozott/egyetemista volt:  $L < T_0$ .

Teljes tb-nyugdíj:

$$b = \delta Q v, \quad \delta = 0,02, \quad (11)$$

ahol  $\delta$  az arányossági szorzó.

A tb-rendszerrel való összehasonlítás miatt szükségünk lesz az  $a$  magánnyugdíj-életjáradékra, de levezetését későbbre halasztjuk. Jelölje a részleges tb-járadék és a teljes járadék hányadosát  $\pi$  (egy 0 és 1 közötti szám), nálunk  $\pi = 0,75$ , Szlovákiában 0,5.

Más reformországokban (Lengyelország, Szlovákia) a részleges tb-nyugdíj csak a tervezett vegyes rendszerbeli tagság idején –  $(T_0, T]$ -ben – zsugorodott (feltéve, hogy fennmaradt, Szlovákiában igen, Lengyelországban nem) arányosan:

$$b^* = \delta [T_0 - L + \pi(T - T_0)] v. \quad (12^*)$$

Magyarországon viszont – az idők atlépését gátolandó – az 1997. évi törvény szerint a részleges tb-nyugdíj a teljes időszakban zsugorodott volna, *aránytalanul*:

$$b' = \pi b = \delta [\pi(T_0 - L) + \pi(T - T_0)] v \quad \pi v = \delta Q v, \quad Q = T - L. \quad (12')$$

A teljes kötelező nyugdíj természetesen a zsugorított résznyugdíj és a magánnyugdíj összege:  $b' + a$ .

Mennyi lett volna a csatlakozók relatív nyeresége/vesztése, ha 2010-ben változatlan maradt volna a magánnyugdíjrendszer? Képletben:

$$h = \frac{b' + a - b}{b}. \quad (13)$$

A továbbhaladáshoz érdemes valamilyen kapcsolatot feltételezni a részleges tb-járadék súlya ( $\pi$ ) és az  $a/b$  (a magánnyugdíj és a tb-nyugdíj aránya) között. Minél kisebb a tb-járadék súlya, annál nagyobb rész marad a magánjáradékra. Minél hosszabb ideig  $(T - T_0)$  lehet a magánrendszerbe fizetni havi szinten, annál nagyobb a magánnyugdíjnak a teljes tb-nyugdíjhoz viszonyított aránya. Az úgynevezett aranyszabály esetén első közelítésként a két nyugdíj aránya:

$$\frac{a}{b} = (1 - \pi) \frac{T - T_0}{Q}.$$

Nagyobb elemzési mozgástérhez jutunk, ha a jobb oldalt a magánnyugdíjrendszer feltételezett *relatív hatékonyságával* ( $\lambda > 0$ ) beszorozzuk. A relatív hatékonyság:

$$\frac{a}{b} = (1 - \pi) \theta_1 \lambda, \quad \theta_1 = \frac{T - T_0}{Q}. \quad (14)$$

A (14)-et behelyettesítve a (13)-ba, adódik az 1. TÉTEL.

1. TÉTEL • A csatlakozási nyereség a teljes tb-nyugdíjhoz képest:

$$h(\lambda) = (1 - \pi)(\theta_1 \lambda - 1), \quad (15)$$

amely pontosan akkor pozitív, ha a hatékonyság nagyobb, mint a  $\lambda^\circ$  kritikus érték:

$$\lambda > \lambda^\circ = \frac{1}{\theta_1} = \frac{T - L}{T - T_0} > 1, \quad L < T_0.$$

Látható, hogy a kritikus hatékonyság függ a csatlakozó életkorától: minél közelebb kerül az  $L$  munkába lépési életkor a  $T_0 = 1997$  reformévhez, annál enyhébb a korlát.

1. SZÁMPÉLDA •  $L = 1975$ ,  $\theta_1 = 0,511$ , azaz a kritikus hatékonyság ( $\lambda^\circ = 1,957$ ) túlzottan nagy érték ahhoz, hogy érdemes lett volna ilyen idősen csatlakozni. Ugyanakkor ez egy igen elnagyolt számítás, később elemezzük azt az esetet, amikor a csatlakozónak az átlaghoz viszonyított keresete meredeken növekedett életpályája során. Ekkor jóval kisebb a kritikus hatékonyság.

Végül újra megemlítjük, hogy egyes cikkekben (Feldstein [1985]) a relatív hatékonyságról túlzott becslések jelentek meg (ezt bírálta Simonovits [2018]). Aaron [1966] (vö. Simonovits [2002] 84. o.) óta tudjuk, hogy a tb-nek is van belső hozama: stabil népesség, foglalkoztatás és gazdaság esetén a reálbér-járulék-tömeg növekedési üteme – változatlan járulékkulcs esetén éves szinten közelítően a reálbér-növekedési ütem és a népesség növekedési ütemének az összege (lásd a Függelék Kísérlet a relatív hatékonyság levezetésére című részt).

### Ugró relatív kereset

Bonyolultabb modellünkben a lehető legegyszerűbben általánosítjuk eddigi feltevésünket a relatív keresetek korfüggetlenségéről. Feltesszük, hogy a dolgozó nettó relatív keresete éppen a reform bevezetésekor ( $T_0$ -ban) emelkedett  $v_L$ -ről  $v_H$ -ra. Az évről évre változó relatív értékű járuléklafon hatását elhanyagoljuk. (A degresszió már 2013-ban megszűnt volna, ezzel itt nem kell számolni.) Ekkor azonban azt is figyelembe kell vennünk, hogy csak az 1987. december 31. utáni keresetek számítanak bele a nyugdíjba:  $M = 1987$ . Értelemszerűen módosulnak korábbi egyenleteink.

A teljes tb-nyugdíjalap a figyelembe vett és a mindenkori átlagkeresethez viszonyított alacsony kezdő- és magas zárókereset súlyozott átlaga:

$$b = \delta Q \hat{v}, \quad \text{ahol} \quad \hat{v} = \frac{(T_0 - M)v_L + (T - T_0)v_H}{T - M}. \quad (16)$$

A részleges tb-nyugdíj képlete (12') marad. A magán- és a tb-nyugdíj arányosságában is érvényesül az időszakok hosszának a (16) összefüggésben látott kereset szerinti súlyozása:

$$\frac{a}{b} = (1 - \pi)\theta_1\lambda, \quad \text{ahol} \quad \theta_1 = \frac{(T - T_0)v_H}{Q\hat{v}}, \quad (17)$$

csak más a  $\theta_1$  tartalma, mint korábban. Az 1. TÉTEL formailag változatlan.

Numerikusan átszámoljuk a korábbi számpéldát időben emelkedő relatív keresetekre és változó relatív hatékonyságra. A 6. táblázatból látható, hogy minél nagyobb a bérnövekedés, annál kisebb relatív hatékonyság is kárpótolja a csatlakozókat az aránytalanul zsugorított tb-részyugdíjért.

#### 6. táblázat

Bérdinamika, hatékonyság és nyereség/veszteség: csatlakozás

A megemelkedett relatív bér	Hatékonyság	Tb-nyugdíj	Magánnyugdíj	Nyeresség/ veszteség
$v_H$	$\lambda$	$b$	$a$	$h$
1,0	1,0	0,900	0,115	-0,122
	1,5	0,900	0,172	-0,058
	2,0	0,900	0,230	0,006
1,5	1,0	1,214	0,172	-0,108
	1,5	1,214	0,259	-0,037
	2,0	1,214	0,345	0,034
2,0	1,0	1,527	0,230	-0,099
	1,5	1,527	0,345	-0,024
	2,0	1,527	0,460	0,051

## Visszatérés vagy maradás 2020-ban (3. MODELL)

### A probléma

Rátérünk a cikk zárókérdésére: mennyit nyerhetnek/veszhetnek a kötelező magánnyugdíjrendszerben maradók az államosítás után.  $T_1 = 2010$  a kötelező magánnyugdíjrendszer kivezetési éve. Mindenekelőtt kifejtjük, hogy a pozitív reálhozam visszautalása közgazdaságilag azon a tévedésen alapult, mintha a tb-nyugdíjnak nem lenne reálhozama. Megismételjük: Aaron [1966] óta tudjuk, hogy stabil népességű, állandó ütemben növekvő és állandó foglalkoztatottsági hányadú gazdaságban a tb-nyugdíjrendszer éves *belső hozamtenyezője* a népességszám növekedési tényezőjének és a reálbér növekedési tényezőjének a szorzata. Jó közelítéssel a tb-nyugdíjrendszer éves *belső hozamrátája* a népességszám növekedési ütemének és a reálbér növekedési ütemének az összege. A népességszám változásától eltekintünk, a cikcakkos változásokat halmozott hozamrátákkal és reálbérszintekkel simítjuk ki.

Megemlítjük, hogy míg 2010 végén a kötelező magánnyugdíjrendszerben maradók vagyona átlagosan háromszorosa volt a korábbi átlagnak, most – a járulékfizetés megszűntekor, de folyamatos visszalépés után – a pozitív reálhozam az akkori-  
nak 10–20-szorosa. A 7. táblázatban közöljük a legnagyobb magánnyugdíjpénztár 2011–2019-es eredményeit, nominálisan és reálszinten, az utóbbit az áttekinthetőség miatt halmozva. Látható, hogy a klasszikus befektetés (legkisebb kockázat) értéke 9 év alatt 23 százalékkal emelkedett, a kiegyensúlyozotté (közepes kockázat) 56 százalékkal (Árgyelán [2020]). A reálbérszint 2011 és 2015 között alig emelkedett, de aztán megtáltosodott, és 2019-re 50 százalékkal nőtt – alig maradt el a közepesen kockázatos befektetések halmozott hozamától.

### 7. táblázat

Reálbér-növekedés és a Horizont magánnyugdíjpénztár nominális és reálhozamai a klasszikus és a kiegyensúlyozott portfólióban

Év	Nominális hozam		Éves fogyasztói árindex	Kumulált reálhozam		A reálbérszint kumulált változása
	klasszikus	kiegyensúlyozott		klasszikus	kiegyensúlyozott	
2011	4	–1	103,9	0,1	–4,7	2,4
2012	12	17	105,7	6,1	5,5	–1,1
2013	7	8	101,7	11,6	12,0	2,0
2014	7	11	99,8	19,6	24,6	5,2
2015	3	6	99,9	23,4	32,2	9,8
2016	3	9	100,4	26,5	43,5	17,9
2017	3	9	102,4	27,3	52,8	29,9
2018	0	–1	102,8	23,8	47,1	40,3
2019	3	10	103,4	23,3	56,5	50,1

Forrás: KSH és Árgyelán [2020].

### 3. modell

Az elemzést most csak az egyszerű modellel végezzük el. A 2010. végi ellenreform során először a kötelező magánnyugdíjrendszerben maradékat megfosztották volna további tb-jogaiktól, de cserében egy év szünet után, 2012-től folytathatták volna magánnyugdíjpénztári befizetéseiket. Ezt a végletes büntetést 2012-ben a kormány visszavonta, de a ma is érvényes rendszerben büntetésként megmaradt az  $(L, T_1]$  időszaki zsugorítás. Logikusan megszűnt viszont a váratlanul bekövetkezett államosítás utáni  $(T_1, T]$  időszakra is tervezett zsugorítás, hiszen a maradék sem fizethették a továbbiakban a magánnyugdíj-pillérbeli járulékot.

A válaszadáshoz legalább a következő adatokat kell ismernünk:  $W$  az egyén 2010 végéig befizetett járuléktömege (mai árakon), amelyhez  $\sigma W$  pozitív reálhozam adódott hozzá az évek során (főleg 2010 és 2017 között), és  $b$  lenne a visszatérés után járó

teljes tb-nyugdíj. A pozitív reálhozam készpénzben (és szja-mentesen) felvehető, de az egyszerűség kedvéért számításunkban a tb-életjáradékot is tőkésítjük.

Tegyük fel, hogy hősünk várhatóan  $U$  időt tölt nyugdíjban. Indexált életjáradékosítás miatt a legegyszerűbb feltevés szerint a teljes tb-nyugdíjvagyon,  $V = Ub$ , és ehhez adódik a pozitív reálhozam:  $\sigma W$ .

A visszatérő tag teljes nyugdíjvagyon (a  $T$  alsó indexet elhagyva):

$$V^v = V + \sigma W. \quad (18)$$

Aki a nyugdíjazásig marad a kötelező magánnyugdíjrendszerben, az csak csökkentett tb-nyugdíjat kap:  $b' = \kappa b$ ,  $0 < \kappa < 1$ , s ennek vagyonértéke:  $V' = \kappa V$ , s ehhez adódik hozzá a teljes magánnyugdíjvagyon:  $(1 + \sigma)W$ . A jogvesztés mértékét csak később vezetjük le egyéb adatokból.

A kötelező magánnyugdíjrendszerben maradó tag teljes nyugdíjvagyon:

$$V^m = \kappa V + (1 + \sigma)W. \quad (19)$$

A két vagyon különbsége a rendszerben maradó dolgozó nyeresége (ha pozitív), illetve vesztesége (ha negatív):

$$H = V^m - V^v. \quad (20)$$

Behelyettesítve (18)-at és (19)-et (20)-ba:

$$H = W - (1 - \kappa)V. \quad (21)$$

Figyelem: a nyereségből kiesik a pozitív reálhozam! A  $H > 0$  feltétel felső korlátot ad  $V$ -re:

$$V < V^\circ = \frac{W}{1 - \kappa}. \quad (22)$$

2. SZÁMPÉLDA • 2010-ben még alig volt reálhozam-nyereség, és a maradók tőkéje átlagosan 1 millió forint volt. A 22 százalékos inflációt is beszámítva, óvatosságból a maradók tőkéjét a járulék-tömeg mai értékének a duplájával számoljuk:  $W = 2$  millió forint,  $\kappa = 0,9$ ; az (5) összefüggés szerint  $V^\circ = 2/0,1 = 20$  millió forint. Első látásra ez hatalmas összeg, de ha csak 16 év nyugdíjban töltött évvel számolunk, azaz 192 hónappal, akkor  $b^\circ = 104,3$  ezer forint/hó a kritikus tb-nyugdíj, ahol közömbös, hogy marad vagy visszatér az eddig kitartó pénztártag. Ez az átlagos kezdő nyugdíjak jelenlegi értékének körülbelül a fele, de a bent maradók jóval tehetősebbeknek tűnnek, hiszen minden maradó 1998 és 2010 között átlagosan háromszor annyi magánnyugdíjvagyonot halmozott fel, mint az azonnal visszatérők.

Mekkora lenne a maradók vesztesége? Nagyon óvatosan  $b = 300$  ezer forint/hó teljes tb-nyugdíjat veszünk, így  $V = 16 \times 12 \times 300$  forint = 57,6 millió forint adódik. A (20) összefüggés szerint  $H = 2 - 0,1 \times 57,6 = -3,76$  millió forint a maradás tőkevesztése. Havi szinten 19,6 ezer forint a nyugdíjvesztés.

### *A jogvesztés mértéke*

A továbbiakban a jogvesztés mértékét próbáljuk megbecsülni. Ellentétben a 2. MODELLEL, itt a befizetés lezárása utáni folyamatok a fontosak. Hősünkről nincsenek éves adataink, de megbecsüljük az egyéni tb-vagyon nagyságát és a részleges tb-nyugdíj csökkentésének mértékét.

Feltesszük, hogy minden esemény december 31-én történt. Az új levonás másfépp függ a munkába lépés évétől ( $L$ ), a nyugdíjba vonulási évtől ( $T$ ), a magánnyugdíj-befizetés kezdetétől ( $T_0 = 1997$ ), általános végétől ( $T_1 = 2010$ ) és a kereseti pályától. Eltekintünk a járuléklaplafontól és a jelenleg alig ható degressziótól, a 40 évnél rövidebb szolgálati idő okozta bonyodalmaktól. Tegyük fel, hogy a dolgozó nettóban mindvégig az átlagkereset  $\nu$ -szeresét kereste, a szolgálati idő:  $Q = T - L$ . A teljes tb-nyugdíj:

$$b = \delta Q \nu, \quad \delta = 0,02; \quad 40 \leq Q \leq 50. \quad (23)$$

A 2012. évi LXIV. törvény szerint a  $\pi = 0,75$ -os zsugorítás az  $(L, T_1]$  időszakra vonatkozik, tehát a maradék részleges tb-nyugdíja:

$$b' = \delta [\pi(T_1 - L) + T - T_1] \nu. \quad (24)$$

(24)-et elosztva (23)-mal, adódik a tényleges zsugorítás mértéke:

$$\kappa = \frac{\pi(T_1 - L) + T - T_1}{Q}. \quad (25)$$

3. SZÁMPÉLDA •  $Q = 40$  év. Behelyettesítve a (25) összefüggésbe:  $\kappa = [0,75 \times 35 + 10] \times 0,025 = 0,91$ .

Finomítható a modell, ha figyelembe vesszük, hogy a jobban keresők relatív kereseti pályája növekvő, és a kezdő nyugdíjak megállapításában csak az 1987 utáni évek számítanak. Ez azonban túlmutat célunkon.

### Következtetések

Bemutattuk és számszerűsítettük a kötelező magánnyugdíjrendszer három elemi modelljét. Nem lehet tudni, miképpen fejlődött volna a rendszer, ha a magyar kormány 2010 végén többféle okból nem államosítja. Azt azonban megmutatja 1. MODEL-LÜNK, hogy *a)* az éves reálhozamráta 0 közeli volt az 1998–2010 közötti időszakban; és *b)* az ígéretektől jelentősen elmaradt a 13 év teljesítménye. (Pedig a zárásra nem a 2008. év végi mélyponton került sor, amikor a vagyon a 2010. december 31-i záróvagyonnak csak 66 százalékán állt.)

A 2. MODELLEL azt viszi tovább, hogy hiába volt a kötelező magánnyugdíjrendszer nagyon népszerű 1998-ban, a hozzá fűzött remények jelentős része illúziónak bizonyult. Egyrészt sokan azt hitték, hogy az ebben a rendszerben felhalmozott vagyon

nemcsak a nyugdíjba vonulás előtt, hanem utána is örökölheto. Másrészt túlzott várakozásokat fűztek a magánnyugdíjpénztárak működéséhez. Az önkéntes csatlakozók jelentős része azt sem értette, hogy belépésükkel lemondtak korábban szerzett tb-jogaik egynegyedéről.

Bár a kötelező magánnyugdíjrendszert az új kormány kényszerítéssel és ösztönzéssel lényegében már 2010-ben bezárta, de még 2020-ban is 55 ezer tagja maradt a rendszernek. Azok a milliók, akik 2011 elején automatikusan visszatértek a teljes tb-rendszerbe, felvehették államosított, átlagosan 1 millió forintos vagyonuk pozitív reálhozamát, átlagosan 70 ezer forintot. (Nem ismerek olyan számot, amely a negatív hozamok makroösszegét megadta volna, de a 0 közeli értékek miatt ez nem túl érdekes.)

A 3. MODEL az államosítás miatt megváltozott helyzetre vonatkozik. Akik a nyugdíjazás előtt manapság visszatérnek a teljes tb-rendszerbe, több millió forintos, visszautalás előtti vagyonuk jelentős hányadát képző reálhozamot vehetnek fel. Elvben lehetséges a kötelező magánnyugdíjrendszerből nyugdíjba menni, csak a visszatérőhöz képest a maradó nem kap többletreálhozamot, viszont magán-életjáradékot kell vásárolnia, miközben az aránytalanul zsugorított tb-résznnyugdíja nem kárpótolja a csatlakozási veszteségért. Kíváncsi vagyok, hogy van-e olyan személy, aki maradt, és ha van, miben reménykedik. Ha a számításaim jók, nem sok jót várhat. Legfeljebb a nyugdíjazás előtti halál esetén az örökös kijelölt személy!

### *Hivatkozások*

- AARON, H. J. [1966]: The Social Insurance Paradox. The Canadian Journal of Economics and Political Science, Vol. 32. No. 3. 371–374. o. <https://doi.org/10.2307/139995>.
- ÁRGYELÁN ÁGNES: [2020]: 10 éve szántották be a magánnyugdíjpénztárakat. Milliókat kaszáltak, akik maradtak. Portfólió, november 26. <https://www.portfolio.hu/befektetes/20201126/10-eve-szantottak-be-a-magannyugdijpenztarakat-milliokat-kaszaltak-akik-maradtak-459010>.
- FELDSTEIN, M. S. [1985]: The Optimal Level of Social Security Benefits. Quarterly Journal of Economics, Vol. 100. No. 2. 302–320. o. <https://doi.org/10.2307/1885383>.
- GÁL RÓBERT IVÁN–SIMONOVITS ANDRÁS [2012]: A magyar nyugdíjrendszer éves hozamrátái. Közgazdasági Szemle, 59. évf. 9. sz. 963–987. o.
- GÁL RÓBERT IVÁN–RADÓ MÁRTA [2019]: Felkészülés a társadalom idősödésére. Szociológiai Szemle, 29. évf. 1. sz. 55–84. o.
- LÁSZLÓ CSABA [2018]: A magánnyugdíjpénztári rendszer „elszámolása”. Közgazdasági Szemle, 65. évf. 9. sz. 861–902. o. <https://doi.org/10.18414/kszo.2018.9.861>.
- MATITS ÁGNES [2011]: A magánnyugdíjpénztárak tevékenységének értékelése az éves beszámoló adatainak alapján. Kormányzati Ellenőrzési Hivatal, Budapest, <https://docplayer.hu/1389728-Matits-agnes-az-onkentes-nyugdijpenztarak-teljesitmenyenek-ertekelese.html>.
- RÉZMOVITS ADÁM [2011]: Az államadósság becsült alakulása a magánnyugdíjpénztári folyamatok következtében 1998–2011 között. Kézirat. ONYF, Budapest.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2002]: Nyugdíjrendszerek. Tények és modellek. Typotex, Budapest.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2015]: Hogyan hat a nyugdíjszabályok hiányos ismerete a dolgozók döntéseire? Közgazdasági Szemle, 62. évf. 3. sz. 263–283. o.

SIMONOVITS ANDRÁS [2018]: Hogyan értékelte alá a tb-nyugdíj optimális szintjét Feldstein 1985-ben? *Közgazdasági Szemle*, 65. évf. 1. sz. 66–73. o. <https://doi.org/10.18414/ks.2018.1.66>.

WORLD BANK [1994]: Averting Old-age Crisis. Policies to protect the old and promote growth. World Bank, Washington, DC. <http://documents1.worldbank.org/curated/en/973571468174557899/pdf/multi-page.pdf>.

## Függelék

### *Pontosabb számítás az 1. MODELLEZ*

Felvetődik a kérdés: nem túl durva közelítés-e a tagdíjak év végi elszámolása a havi helyett? Elvben a következőképpen lehet egyszerűen pontosítani az év végi számolást: feltesszük, hogy a tagdíjak nem egy, hanem két részletben érkeznek meg a pénztárakhoz, de egyenlő részletekben:  $C_t/2$  és  $C_t/2$ . A féléves kamattényező pedig az éves kamattényező négyzetgyöke:  $\sqrt{R_t}$ . Ekkor (1) helyére két egyenlet lép:

$$S_{t-1/2} = \sqrt{R_t} S_{t-1} + \frac{1}{2} C_t, \quad t = T_0 + 1, \dots, T_1; \quad S_{T_0} = 0. \quad (1a)$$

$$S_t = \sqrt{R_t} S_{t-1/2} + \frac{1}{2} C_t, \quad t = T_0 + 1, \dots, T_1. \quad (1b)$$

Behelyettesítve (1a)-t (1b)-be:

$$S_t = \sqrt{R_t} \left[ \sqrt{R_t} S_{t-1} + \frac{1}{2} C_t \right] + \frac{1}{2} C_t = R_t S_{t-1} + \frac{1}{2} (\sqrt{R_t} + 1) C_t. \quad (1')$$

Áttérve a reálváltozókra:

$$s_t = r_t s_{t-1} + \frac{1}{2} (\sqrt{p_t r_t} + 1) c_t. \quad (4')$$

A (4') egy másodfokú egyenlet  $x_t = \sqrt{r_t}$ -re nézve, de  $p_t$  jelentősen eltér 1-től, ezért a megoldás is jelentősen eltérhet a korábbi  $r_t$ -től.

Nem érdemes felírni a megoldóképletet. Inkább azt hangsúlyozom, hogy a (8) egyenlet numerikus megoldásán nem sokat változtatna. Valóban,

$$s_{T_1} = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{r}) \sum_{t=T_0+1}^{T_1} \bar{r}^{T_1-t} c_t \quad (8')$$

egyetlen pozitív gyöke ugyanúgy 1 körül lenne, mint a (25) egyenleté.

*Kísérlet a relatív hatékonyság levezetésére*

A 2. MODELLE tárgyalása során önkényesen feltettük, hogy létezik egy  $\lambda$  relatív hatékonyság. Most kísérletet teszünk ennek levezetésére. Legyen  $g$  a reálbértömeg éves növekedési tényezője, és  $r$  a reálkamat-tényező. Aaron [1966] tételének levezetését követve, heurisztikusan feltehetjük, hogy az  $(L, T]$  időszakban a felosztó-kirovó rendszer hozama:

$$y_1(g) = 1 + g + \dots + g^{s-1} = \frac{g^s - 1}{g - 1}, \quad \text{ha } g \neq 1.$$

A  $(T_0, T_1]$  időszakban pedig a tőkésített rendszer hozama:

$$y_2(r) = \sum_{t=T_0}^{t_1-1} g^{T_0} r^{t-T_0} = g^{T_0} \frac{r^{T_1-T_0} - 1}{r - 1}, \quad \text{ha } r \neq 1.$$

Ekkor (14) helyett a két nyugdíj hányadosa:

$$\frac{a}{b} = (1 - \pi) \frac{y_2(r)}{y_1(g)}, \quad (14^*)$$

és a relatív hatékonyság:

$$\lambda = \frac{y_2(r)}{y_1(g)} \frac{y_1(1)}{y_2(1)}.$$

Az *F1. táblázat*  $\lambda$ -t tünteti fel.

*F1. táblázat*

A relatív hatékonyság ( $\lambda$ ) pontosabb tabulálása

Növekedési ütem $100(g-1)$	Reálkamatláb, $100(r-1)$			
	0	1	2	3
0	1,000	1,062	1,129	1,201
1	0,991	1,053	1,119	1,191
2	0,967	1,028	1,092	1,162
3	0,930	0,987	1,050	1,117

Például a  $g = 1,02$  (3. sor) és  $r = 1,03$  (5. oszlop) elemeként 1,162 a relatív hatékonyság.

*A magánnyugdíjvagyon maximuma pozitív reálhozam nélkül*

Az *F2. táblázatban* bemutatjuk, hogy mekkora lehet maximálisan a magánnyugdíjvagyon pozitív reálhozam nélkül. Legyen  $\bar{w}_t$  a maximális járulékalap,  $\bar{W}_t$  a hozam nélküli vagyon a  $t$ -edik év végén,  $\tau_t$  a magánnyugdíj-járulékkulcs. Definiáció szerint teljesül:

$$\bar{W}_t = p_t \bar{W}_{t-1} + \tau_t \bar{w}_t, \quad t = T_0 + 1, T_1.$$

Beprogramozva az egyenletbe a releváns adatokat, adódik a kérdéses mennyiség. Nekünk a végső érték fontos:  $\bar{W}_{2010} = 5,8$  millió forint, jelenértéken körülbelül 7 millió forint.

*F2. táblázat*

A maximális felhalmozott járuléktömeg

Év $t$	Éves fogyasztói árindex $p_t$	A járulékalap maximuma (ezer forint) $\bar{w}_t$	Magánnyugdíj- járulékkulcs $\tau_t$	Felhalmozott járulék (ezer forint) $\bar{W}_t$
1998	1,143	1565,8	0,06	94,0
1999	1,100	1854,2	0,06	214,6
2000	1,098	2020,3	0,06	356,8
2001	1,092	2197,3	0,06	521,5
2002	1,052	2905,5	0,06	723,0
2003	1,047	3905,5	0,07	1030,3
2004	1,068	5307,0	0,08	1525,0
2005	1,038	6000,6	0,08	2062,9
2006	1,039	6325,4	0,08	2649,4
2007	1,080	6748,8	0,08	3401,3
2008	1,061	7137,0	0,08	4179,7
2009	1,042	7446,0	0,08	4951,0
2010	1,049	7453,3	0,08	5789,8