

BABAVÁRÓ HITELEK PÉNZÁRAMÁNAK MODELLEZÉSE – EGY ÚJSZERŰ MEGKÖZELÍTÉS

Grósz Attila – Sárosdi Zsombor – Biró Gergely – Molnár Péter¹

A babaváró hitel egy új hiteltermék a magyar piacon, amely egy sajátos támogatási forma a gyermekvállalási kedv elősegítésére. Ez a termékben lévő sajátosság azonban új kihívások elé állította a bankokat, mégpedig amiatt, mivel a várható pénzáramok demográfiai tényezőktől függnék. A szerződés szerinti pénzáramokkal szemben a bankoknak kockázatkezelési és egyéb árazási okok miatt a ténylegesen várható pénzáramokra van szükségük.

Eddig is modellezték, hogy a szerződés szerinti törlesztésen felül mekkora addicionális pénzáramra számíthatnak, azonban azok jellemzően múltbeli adatokon, tapasztalatokon alapultak. Jelen írásban ismertetünk olyan alternatív módszert, amely a gyakorlatban is használható, alapvetően a biztosítói szektorban már bevált és alkalmazott, és nem túl bonyolult vagy nehezen értelmezhető ahhoz, hogy azt a bankok a napi működésükbe is be tudják építeni.

Ennek a módszernek egyik alapvető eleme a Monte-Carlo-szimuláció, amellyel a Központi Statisztikai Hivatal adatait felhasználva becsülhető a születendő gyermekek száma, illetve az egyes születések időzítése vagy éppen a válások aránya. Ezek alapján pedig előállítható a becsült cash flow és amortizációs profil, amelyet mind a kockázatkezelés, mind az üzleti terület és akár a számviteli terület is fel tud használni.

JEL-kódok: C4, C5, C6, G2

Kulcsszavak: babaváró, demográfia, születés, gyermekszám, válás, cash flow, cash flow-modellezés, fair value, IFRS9, aktuárius, Monte-Carlo-szimuláció, ALM

¹ *Grósz Attila* szenior menedzser, Ernst & Young Tanácsadó Kft. E-mail: attila.grosz@hu.ey.com.
Sárosdi Zsombor tanácsadó, Ernst & Young Tanácsadó Kft. E-mail: zsombor.sarosdi@hu.ey.com.
Biró Gergely menedzser, Ernst & Young Tanácsadó Kft. E-mail: gergely.biro@hu.ey.com.
Molnár Péter szenior menedzser, Ernst & Young Tanácsadó Kft. E-mail: peter.molnar1@hu.ey.com.

1. BEVEZETŐ, PROBLÉMAFELVETÉS

A babaváró hitel a 44/2019. Kormányrendelet alapján nyújtott kölcsönügylet, ennek keretében az adós különböző támogatásokat vehet igénybe a kölcsön futamideje alatt, amely maximum 20, illetve 23 év lehet. Ez a támogatási forma abban nyilvánul meg, hogy az adósok (csak házaspárok igényelhetik további feltételek teljesülése esetén) *kamattámogatást*, illetve *gyermekvállalási támogatást* vehetnek igénybe. A kamattámogatás lényege, hogy az igényléstől kezdve egy kedvezményes kamaton kamatozik az ügylet, ami személyi kölcsönök esetén lényegesen kedvezőbb a piaci kamatnál, és amennyiben az igényléstől számított 5 éven belül legalább egy gyermeke születik a házaspárnak, a kölcsön kamatmentessé alakul. Amennyiben nem születik gyermek, úgy az 5 év alatt kamatkedvezményként igénybevett összeg visszafizetendő, és a hitel piaci kondíciókat vesz fel a továbbiakban. A gyermekvállalási támogatás pedig a gyakorlatban részleges vagy teljes hitelelengedést jelent, ami valójában az állam általi részleges vagy teljes előtörlesztésként valósul meg. Ez az első gyermek esetén még nem jár, a második gyermek esetén előtörlesztésre kerül az aktuális kitettség 30 százaléka, harmadik gyermek esetén pedig a 100 százaléka, azaz a teljes összeg.

A termékparaméterek rövid és a részletszabályokat nem teljes körűen leíró, fenti ismertetéséből is jól látszik, hogy nem mindennapi hiteltermékkel állunk szemben. A termék nem csupán két-, hanem háromszereplős: az adós(ok), a bank és az állam szerződik. Habár ilyen termék korábban is létezett és létezik a piacon, az az új elem, hogy az állam és az adós(ok) által fizetendő összegek mértéke és időzítése előre nem ismert, az egy vagy több demográfiai eseményhez van kötve.

Mi is a probléma azzal, hogy a pénzáramok időzítése és mértéke nem teljesen ismert a bank számára? Alapvetően a bankoknak ez két aspektusból okoz gondot, az egyik egy kockázatkezelési, míg a másik egy számviteli probléma.

Kockázatkezelési szempontból egy bank számára minden kamat és tőkepénzáram mértéke és időzítése fontos, különösen, ha az egy fix kamatozású kitettség, mivel ez kamatkockázatot hordoz. A fix kamatozású ügylet esetén bevett piaci gyakorlat, hogy azt a bankok fedezeti ügylettel, jellemzően egy kamatcsereügylettel (Interest Rate Swap – IRS) kombinálják, így csökkentve azt a kockázatot, hogy egy esetleges kamatemelkedés megnövelné a források költségét, a hitel kamata viszont változatlan maradna. Természetesen erre vannak a kamatcsereügylet mellett más technikák is; talán a másik leginkább bevált módszer, hogy a forrás, amelyet a hitel finanszírozásához használ a bank, maga is fix. Azonban ennek direkt hozzákapcsolása nem minden esetben történik meg, csupán portfólióalapon monitorozzák és mérik a kamatkockázatot.

Fenti megközelítések azonban egyben megegyeznek: ahhoz, hogy a kamatkockázat számszerűsíthető és fedezhető legyen, a banknak ismernie kell, hogy a fix ka-

matokat milyen tőkekitettségen fogják számolni, azaz melyek lesznek a jövőbeni tőke cash flow-k, hogyan fog kinézni a hitelügylet tőkeamortizációja. Ez azonban a hitel induláskor és futamideje során nem teljes körűen ismert.

Összefoglalva tehát a fentieket: ahhoz, hogy a bank hatékonyan tudja kezelni a kockázatait, különös tekintettel a banki könyvi kamatkockázatra, szükséges ismerni a hitelek várható (és nem a szigorúan szerződés szerinti) pénzáramait.

Számviteli szempontból olyan problémával szembesültek a bankok a termék sajátos tulajdonságai miatt, hogy azt könyvekben valós értéken kell értékelni. A piacon megoszlottak ezzel kapcsolatban a vélemények, de a legtöbb érv mégis amellet szolt, hogy az IFRS-szabályokkal összhangban így kell eljárni. A valós értéken történő értékelés szükségessége a kamatszámítás miatt jelentkezik, az pedig a következő:

$$\text{Ügyleti kamat} = 5 \text{ éves ÁKK-hozam előző 3 havi átlaga} \times 130\% + 2\%$$

A fenti képletben szereplő 130%-kal való szorzás miatt a piaci hozamokban történő változás mindig felerősített mértékben hat az ügyfél kamatára, ez pedig lényegében a tőkeáttételhez hasonló. A valós értékelés alapvetően nem lenne probléma a bankok számára, viszont a számításhoz elengedhetetlen, hogy a várható pénzáramokat megfelelő bizonyossággal fel tudják írni. További nehézséget jelenthet a valós értéken történő értékelés során a pénzáramok előrejelzése mellett a megfelelő hozamgörbe és a diszkontáláshoz használt egyéb komponensek meghatározása, de jelen írás ezekre nem tér ki.

A várható pénzáramok becslése tehát elengedhetetlen a kockázatmenedzsmenthez és a számviteli kimutatások elkészítéséhez, ebben pedig akkor járnak el prudensen a bankok, amennyiben egy megalapozott, és minél kevésbé szakértői becsléseken alapuló módszertant használnak. Természetesen a banki folyamatokban máshol is felhasználható a fenti célokra előállított becslés: ilyen lehet a belső transzferárak és a különböző időtávokra készülő üzleti tervezés.

2. AZ EDDIGI PIACI GYAKORLATOK ÉS AZOK BUKTATÓI

Mivel új termékként jelent meg a piacon a hitel, amelynek jövőbeli kifizetései, az azokhoz kapcsolódó kockázatok alakulása és még maga a lejárat is demográfiai változók függvénye, a bankoknak a babaváró rendelet alapján saját megoldásokkal kellett előállniuk a hitelportfólió kifizetésének előrejelzésére.

Eddigi tapasztalataink alapján hangsúlyozzuk, hogy nincs egyetlen jó megoldás, hiszen minden esetben mérlegelni kell a pénzügyi intézet méretét, komplexitását és

az ezekhez kapcsolódó költség-haszon elvet. Ugyanakkor szemléltetés céljából a piacon látott két példán keresztül mutatjuk be az egyes hiányosságokat.

2.1. Babavárho hitel-kitettség és cash flow modellezése determinisztikus szcenáriókészlettel

Első példánkban a hitel lefutásának modellezéséhez előre elkészített, szakértői alapon kiválasztott „legvalószínűbb” szcenáriókat alkalmaztak. A szcenáriókészlethez a súlyokat is szakértői módon határozták meg múltbeli pillanatfelvétel, azaz „stock” típusú adatokkal alátámasztva.

Az ilyen típusú megközelítés esetében 3-5 szcenáriót használnak, amelynél jellemző, hogy a szcenáriók kimenetelei nem fedik le a teljes lehetséges eseményteret, így az alkalmazott súlyok sem lehetnek megfelelőek. Tipikusan kimaradó kimenetel a szintén demográfiai esemény, a válás bekövetkezése, még ha szakértői alapon nem is tűnhet logikus lépésnek hivatalosan elválni és ezzel lemondani a babavárho hitel pénzügyi előnyeiről. Ettől függetlenül nem mehetünk el amellett, hogy a 2019. évben a házasságkötések száma kiugró volt az előző évekhez képest, amelyek tartósságáról nem rendelkezünk ismeretekkel, a várható élettartamukkal kapcsolatos feltételezésünket a demográfiai paraméterek becslésénél részletezzük.

A determinisztikus szcenáriók meghatározzák a gyermekek számát és a születés idejét is. További pontatlanságot vihet a modellbe, ha az életkorból fakadó különbségeket a súlyok szakértői korrekciójával próbálják megragadni. Mivel a babavárho hitelek esetében nem rendelkezünk megfelelő hosszúságú termékspecifikus időssorral, ezért a modellbe vitt, összeadódó szakértői pontatlanságok mértékére vonatkozóan nem állnak rendelkezésünkre adatok.

A modell legfőbb gyengesége tehát a statikusság és a hiányzó trajektóriák jelentős aránya. Utóbbi megoldása, azaz még több determinisztikus szcenárió felírása azonban lényegesen növelné a szükséges manuális munkavégzést, míg az ezekhez kapcsolódó súlyokat továbbra is a banki szakértőknek kellene meghatározniuk, és azokat rendszeresen felülvizsgálniuk. Továbbá a megközelítés nem ad lehetőséget a bank saját megfigyeléseinek gyors beépítésére, a belső adatokon alapuló következtetések a részparaméterek széles körű felülvizsgálatát követelnék meg minden alkalommal.

Mint azt a későbbiekben saját megközelítésünk esetében bemutatjuk, korcsoportonkénti adatokból kiindulva, az eseménytér minél teljesebb körű lefedettségét szimulációval lehet a legkevesebb manualitás – és az ebből eredő emberi hibák – bevonásával biztosítani, ahol a súlyok szakértői meghatározása helyett azok az eloszlásból impliciten előállnak.

2.2. Babavárá hitel-kitettség és cash flow modellezése egyetlen szakértői szcenárióval

A másik szakértői megközelítés esetében csupán egyetlen szcenárióból, egy szakértői lefutási jelleggörbéből indulnak ki az ezt a módszertant alkalmazó pénzintézetek. Az előző megközelítéshez képest az az előnye, hogy az egyetlen görbe meghatározásánál feltételezik, hogy az minden kimenetelt tartalmaz, és a várható világhállapotok és meglévő ismeretek alapján szakértőileg az a legvalószínűbb kompozitkimenetel.

További előnye a módszernek, hogy az átsúlyozása egyszerű és gyors, egyszerűen a szakértők eltérítik a görbét az új, legvalószínűbb kompozitkimenetek irányába. A modell pontatlanságát visszamérés hiányában nem ismerjük, azonban a módszer egyszerűsége az egyik legnagyobb hátránya is: az eredmények nagyfokú szakértői szubjektivitáson alapulnak, objektíven harmadik fél számára kiindulási adatokból nem reprodukálhatók, valamint a portfólió korosodásával, szerkezeti átalakulásával egyre nehezebbé válik egyetlen szcenárióba sűríteni egy teljes portfólióra alkalmazandó szcenáriót és az ehhez tartozó lefutást.

Ezzel megnő a kulcsemlerockázat, a modellhez kapcsolódó modellkockázat, valamint működési kockázat, amelyek magasabb komplexitású pénzügyi intézmény esetén mind túrt és csökkentendő kockázatokként vannak nyilvántartva. Éppen ezért meglátásunk szerint ehhez a modellhez képest is egy szofisztikáltabb megközelítés irányába való elmozdulás megéri a befektetett energiát, azaz a költség-haszon elvű javítás és fejlődés feltételezésünk szerint az ettől a modelltől való eltérés esetén is megvalósítható.

3. EGY ÚJ MEGKÖZELÍTÉS

A babavárá hitel modellezési kihívásaira válaszul eleinte csak a bankszektor által mindaddig nem használt demográfiai paraméterek becslésénél jött szóba aktuáriusok bevonása. A babavárá hitelhez szükséges statisztikai repertoár ugyanis sokban hasonlít a születési biztosítások árazásában és értékelésénél alkalmazottakhoz. Az ilyen biztosítások nem túl gyakoriak ugyan (és akkor is inkább általános egészségbiztosítási csomag részeként vagy csoportos fedezetként jellemzőek), de például akár Magyarországon is elérhetőek egyéni születési életbiztosítások.

Hamar nyilvánvalóvá vált azonban, hogy nem csupán a demográfiai ismeretekkel, hanem az addig jellemzően biztosítási kötelezettség oldalon alkalmazott cash flow-modellezési gyakorlatukkal és a többek között viszontbiztosítási szerződések árazására használt sztochasztikus demográfiai modellek használatával is jelentősen javítható a babavárá hitelek értékelése.

3.1. A cash flow-modellezés aktuáriusi gyakorlata

A biztosítási szektor kockázatkezelési folyamataiban hagyományosan a Szolvencia 2 (lényegében a Bázeli III-mal ekvivalens tőke megfelelési keretrendszer) bevezetéséig a céltartalékok kaptak sokkal nagyobb fókuszot, amelyek cash flow-becslésen alapultak, míg a bankszektor esetén az IFRS9 bevezetéséig az IAS39 nem tette szükségessé a teljes üzleti cash flow felírását az értékvesztés elszámolásához, mivel arra csak objektív evidencia megléte esetén volt szükség.

A biztosítóknak a biztosítási kockázatokra képzett, ún. technikai céltartalékok (technical provision) módszertanai gyakran évszázados múltra tekintenek vissza. Például az új üzlettel kapcsolatos szerzési költségekre képzett, negatív tartalék-korrektúra (ún. „zillmerezés²⁾”) – lényegében aktivált szerzési költségek kimutatása negatív kötelezettségként implicit eszköz helyett – alapjait még *August Zillmer* német aktuárius fektette le 1863-ban(!), és alkalmazása lényegében változatlan formában még ma is bevett gyakorlat sok magyar biztosítónál. Egy másik, az ún. IBNR- (incurred but not reported – bekövetkezett, de be nem jelentett) károkra képzett céltartalék napjainkban is leggyakrabban használt módszertánát pedig még 1934-ben fektették le.³

Ezen céltartalékok meghatározásának általános jellemzője, hogy valamilyen becsléssel él a várható jövőbeni kifizetésekre ($E[K]$), és (esetlegesen) a még várható jövőbeni bevételekre ($E[B]$), majd ezek különbségként határozza meg a mérlegben képzendő kockázati tartalékok mértékét ($E[K] - E[B]$).

A biztosítási szektor alapvető kockázatkezelőinek, az aktuáriusoknak erősen absztrakt matematikai irányultsága sokáig biztosítani tudta, hogy mind a bevételek, mind a kiadások – azaz lényegében az üzleti pénzáramok – becslése zárt formulákkal, függvényszerűen felírva nem túl számításigényesen biztosított legyen. Az egyszerűsítéseket lehetővé tette az is, hogy a biztosítócégek által a könyvekben kimutatott kötelezettségek (biztosítástechnikai céltartalékok) még a hosszú lejáratú megtakarítási termékekénél is egyszerűen az ügyfél mindenkor számlaértékével volt egyenlő.

Alapvetően több jelenség az 1990-es évekre mégis életre hívta a kifinomultabb cash flow-modellezés igényét a biztosítási kockázatkezelési területen:

- 1) Az életbiztosítás hosszú távú üzlet, emiatt bizonyos paramétereknek az eredményre gyakorolt hatását egyszerű heurisztikus módszerekkel nem mindig lehet pontosan megállapítani.

2 <https://en.wikipedia.org/wiki/Zillmerisation>

3 TARBELL, THOMAS F. (1934): "Incurred But Not Reported Claim Reserves." Proceedings of the Casualty Actuarial Society. Vol. XX, 275.

- 2) Míg a bankszektorban az eszköz- és a forrásoldal „külön életet él”, addig az életbiztosításban a szerződők szintjén van közvetlen kapcsolat az eszköz és a forrásoldal között, ami kihívásokat jelent a jövőbeni kötelezettségek pontos becslésében: a kötelezettségoldali pénzáram hat az eszközoldali pénzáramra és viszont.
- 3) Az életbiztosítás a kezdetektől fogva – már jóval azelőtt, hogy ezeket nevének nevezték volna – egzotikusabb beágyazott derivatívákat tartalmazott. A sokak által ismert standard, ún. „vegyes életbiztosítás”⁴ is egy komplett reper-toárt vonultat fel az egzotikusnál egzotikusabb garanciákból és opciókból. Ezekre néhány példa:
 - a) A befizetett díjak⁵ egy részéből képzett számlaértékre **garantált hozam** (ún. technikai kamat), ennek időszakos, folyamatos jóváírása.
 - b) **Garantált lejárat** összeg a tartam (futamidő) végén.
 - c) **Garantált „repurchase price”**, azaz lehívási vagy visszavásárlási érték a mögöttes eszközök teljesítményétől függetlenül, az ügyfél mindenkori számlaértékének egy előre ismert, minimális részére (ami ráadásul növekedhet is a tartam során). Az ügyfélnek tehát eladási opciója van a biztosítóval szemben.
 - d) A garantált hozamon felül elért éves hozam (ún. „többlethozam”) jelentős részének (80%–90%-ának) visszajuttatása az ügyfeleknek, majd ennek a többletnek az eredetileg garantált hozamrátaival való automatikus felkamatolása a tartam végéig (ún. „**ratchet**”), ezzel a garantált lejárat szolgáltatást és a garantált visszavásárlási értéket is növelve.
 - e) **Díjmentesítési opció**: lényegében egy beágyazott swaptionügylet, amikor az ügyfélnek ugyan kötelezettsége van arra, hogy jövőbeni befizetéseit egy előre rögzített, fix kamaton befektesse, de egy szintén rögzített díjért ebből „kiszállhat”.
 - f) Kockázatelbírálás nélküli biztosításiösszeg-emelés (Guaranteed Insurability Option – **GIO**).

Teljesen nyilvánvaló, hogy e jelentős számú és gyakran jelentős súlyú garanciák mérése rendkívül komplex feladat. Lényegében a tudományos cikkekben leírt elemzéseken kívül a gyakorlatban évtizedekig sokáig komolyabb kísérlet sem történt ezek értékének mérésére. Mivel e kockázatok mérve nem voltak, fedezésükre komolyabb fedezeti ügylet sem jöhetett szóba, így ezek a kitétségek lényegében ún. „*unhedged exposure*”-ként voltak ott szinte minden nagyobb biztosítónál.

4 A vegyes biztosítás (angolul *endowment*) mind a tartam alatt bekövetkezett halál, mind a lejárat elérése esetén az előre meghatározott szerződéses összeget fizeti ki.

5 A biztosítási szektorban neveznek minden ügyféloldali cash flow-t, így például a megtakarítási termékekre befizetett depozitokat is.

Az 1990-as évekre azonban a személyi számítógépek elterjedésével és számítókacitásuk megsokszorozódásával nyilvánvalóvá vált, hogy a további ragaszkodás ezen formalizált, régi gyakorlatokhoz, egyszerűsítésekhez konkrét versenyhátrányt fog jelenteni a későbbi kapcsolódó piaci szereplőknek.

Megjelentek az első PC-re elérhető (liability) cash flow-modellező szoftverek: Bacon & Woodrow Prophet vagy Tillinghast TAS. Segítségükkel nem csupán az addig teljesen zárt képletekkel operáló árazás, hanem a tartalékok és a portfólióértékelések módszertana is kvantumugrást tudott végrehajtani. Ennek hatására hamarosan a termékinnováció útjába sem a zárt képletek által felállított korlátok, hanem egyre inkább az informatikai rendszerek fejlesztési igényei álltak.

A jelentősen megnövekedett számolókapacitás és a modellezési eszköztár fejlődése oda vezetett, hogy az 1990-es évek végére a „kockás papír” alapú modellektől a biztosítók eljutottak a havi felbontású, valószínűséggel súlyozott pénzáramok szerződésszintű projekciójáig, mindezt sok helyütt sztochasztikusan, több kamatpálya szerint, Monte-Carlo-szimulációval is kiértékelve.

Az első alkalmazások a szokásos pénzügyi előrejelzéseken és a termékárarázon túl főleg az ALM-területen jelentkeztek már az 1990-es években; ennek ellenére a folyamatot még ma is a jelentős egyszerűsítés jellemzi, és a kockázat megfelelő mérése és kezelése helyett ma is inkább az elkerülést választják a biztosítók.

Érdekes módon a magyar (élet)biztosítóknál a komplex kötelezettségoldali modellek ellenére sem vált bevett gyakorlattá az eszközoldal hasonló szintű modellezése. Ennek oka főként abban keresendő, hogy a magyar biztosítók eszközoldala a bevállalt egzotikus beágyazott garanciák ellenére sem túlságosan „izgalmas”; javarészt állampapírokból vagy unit-linked eszközalapokból áll.

4. VÁRHATÓ ÉRTÉK BECSLÉSE MONTE-CARLO-SZIMULÁCIÓVAL⁶

Szimulációkból való különféle statisztikai becslések végzése nem újkeletű dolog, többek között már *Neumann János* is foglalkozott vele az 1940-es években. Neumann volt az első, aki digitális, programozható számítógépen (az ENIAC-on) Monte-Carlo-szimulációkat futtatott.⁷ Újabb lökést alkalmazásuknak és széleskörű elterjedésüknek a napjainkra megnövekedett számolókapacitások adtak.

A Monte-Carlo-modellek sztochasztikus szimulációk, azaz alapesetben ugyanazt a szimulációt többször is ugyanazon bemenettel elvégezve, nem ugyanazt a végered-

⁶ A fejezetben részben támaszkodtunk a *Statisztikai Szemle* 2012. júniusi számának a témában megjelent cikkére, I. KEHL DÁNIEL (2012): Monte-Carlo-módszerek a statisztikában. *Statisztikai Szemle*, 90(6), június, http://www.ksh.hu/statszemle_archive/2012/2012_06/2012_06_521.pdf.

⁷ <https://permalink.lanl.gov/object/tr?what=info:lanl-repo/lareport/LA-UR-88-9068>.

ményt kapjuk. Ha a kimenetek nem determinisztikusak, az a gyakorlatban nem-kívánatos eltéréseket okoz; például egy valószínűség-számítás könyvelésének analitikus egyezőségét borítja fel, vagy az auditor számára okozhat problémákat (ún. *SL-GL-eltérés*) vagy akár meg is haladhat egy bizonyos auditmaterialitási szintet.

A nem determinisztikus kimenetek ezen kívül jogi nehézségeket is okozhatnak. Németországban jó egy évtizede *fuzzy logic*, illetve kaoszelmélet alapú egészségügyi kockázatbírálási algoritmusokat kellett „lebutítani” egy vezető aktuárius tanácsadó cégnek, mert a peres ügyekben a bíróság nem tudott mit kezdeni a scoringmodellek azon tulajdonságával, hogy ugyanaz a bemenet nem garantáltan adta ugyanazt a kimenetet.

A babaváró hitel modellezése természetesen ennél jóval egyszerűbb algoritmus, de ezek a nehézségek ugyanúgy jelentkeztek, hiszen gyakran sem a számvitel, sem a felügyelet, sem a külsős auditor módszertana nincs felkészülve a fenti jelenségre.

A probléma – a számviteli terület és az auditor jobb belátásra bírásán túl – többféle módon is kezelhető és kezelendő is.

Alapvetően két feladatot kell megkülönböztetnünk:

- 1) Szeretnénk, hogy ugyanazon inputadatokból – egyéb paraméterek változatlansága esetén – determinisztikusan ugyanazt az outputot kapjuk.
- 2) Szeretnénk általában is csökkenteni a „szimulációs zajt”; konkrétan a variancia csökkentése a célunk.

A következő fejezetekben ezekről ejtünk pár szót.

4.1. A várható érték becslése

A babaváró hitel készpénzáramainak becslése is egy olyan várható érték keresése, aminek formalizált felírása egyenértékű egy integrálással. Ha $g(x)$ jelöli az X véletlen változó sűrűségfüggvényét, akkor a $h(x)$ transzformált véletlen változó várható értéke nem más, mint:

$$\mu = E[h(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)g(x)dx$$

Belátható, hogy egy X eloszlásából vett véletlen minta és a fenti függvényből számolt átlag a μ torzítatlan becslését adja, ha $n \rightarrow \infty$:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(X_i) \rightarrow \mu,$$

ahol X_i jelöli az i . mintaelemhez tartozó véletlen változót.

4.2. A szimuláció eredményeinek reprodukálhatósága

Ahogy a bevezetőben említettük, a Monte-Carlo-szimulációk során alapesetben a szimulációkat újra és újra változatlan bemenetekkel elvégezve nem ugyanazokat a kimeneteket kapjuk. Probléma lehet az is, hogy a különböző programnyelvek és architektúrák véletlenszám-generálási algoritmusainak minősége jelentősen eltérhet. A múltban éppen a MS Excel véletlenszám-generáló algoritmusait érte számos (jogos) kritika.⁸

Amennyiben célunk az, hogy a Monte-Carlo-modell minden platformon konzisztensen ugyanazon eredményeket produkálja, úgy arról kell gondoskodnunk, hogy a megfelelő méretű (és minőségű) véletlenszám-mintát előre legeneráljuk, majd ezt eltároljuk. A CF-projekció minden lépésében és minden kontraktusra szükségünk van (legalább) egy véletlen számra. Egy 10 ezres állományon a kb. 280 hónapos időtávra már 2,8 millió véletlen számot elhasználunk, és ez még csak egyetlen sztochasztikus scenárió, ami 100 szimuláció esetén már 280 milliós előre legenerált véletlen számot jelent. Ennek tárolási igénye duplapontos (8 byte méretű) lebegőpontos értékre kb. 2,1 gigabyte!

Nyilvánvaló, hogy mindez még a mai nagy kapacitású háttértárak esetén is nehézségeket okoz. Két megoldás is szóba jöhet: az egyik csak azonos architektúra esetén alkalmazható, rögzített random seedek használata, ahol a szimuláció során mindig ugyanazokat a (pszeudo) véletlen számokat generáltatjuk le. A másik eljárás pedig a következő fejezetben ismertetett módszertanok valamelyikének visszavezetése magukra a szimulációban felhasznált véletlen számokra.

4.3. Szimulációs zaj csökkentése

A modellezés során célunk az is, hogy a várható értéket minél pontosabban és minél kisebb varianciával előre jelezzük – függetlenül attól, hogy előre generált véletlenszám-halmazt használunk-e vagy sem.

A Monte-Carlo-becslés varianciája a scenáriók számától, a $g(x)$ sűrűségfüggvény alakjától és a legenerált véletlen scenáriók számától függ. A variancia tehát a véletlen minták darabszámának növelésével elvileg egyszerűen csökkenthető, de ez meglehetősen számításigényes: a szimulációk számát n -nel jelölve, a centrális határeloszlás-tétel értelmében a szórás csak $o(\sqrt{n})$ sebességgel csökken, más-képpen fogalmazva, a szórás tizedelése érdekében a scenáriók számát mindig kb. 100-szorosára kell növelnünk. Több scenárió viszont a futásidő jelentős növeke-

⁸ Erről bővebben lásd: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/artigos/planilhas/gmelard_csdaz3.pdf.

dését okozza: egy 10 ezer kontraktusból álló állomány 100 sztochasztikus scenárió mentén történő kiértékelése egyenértékű 1 millió szerződés determinisztikus értékelésével.

A Monte-Carlo-módszer konvergenciája tehát nagyon lassú, ezért joggal merül fel az igény, hogy a becslési hibát egyéb módszerekkel csökkentjük. Erre szerencsére számos módszer létezik:

- 1) importance sampling (fontossági mintavételezés),
- 2) stratified sampling (rétegző mintavételezés),
- 3) control variates (ellenőrző véletlen változók),
- 4) antithetic variables (ellentétes változók).

Ezek közül most az utolsó hármat mutatjuk be, amelyeket részben a gyakorlatban is felhasználtunk.

4.3.1. Rétegző mintavétel⁹

A rétegző mintavétel („stratified sampling”) lényege, hogy a becslendő valószínűségi változó eloszlásfüggvényét homogén rétegekre bontja, és ezeken a kis részvariánciájú rétegeken belül olyan arányban vesz mintákat, amennyire heterogén az adott réteg. Például ha az

$$\int_0^1 f(x) dx$$

integrált szeretnénk kiszámolni Monte-Carlo-szimulációval, és tudjuk, hogy a függvény közel konstans a $[0; \frac{1}{2}]$ intervallumon, akkor elég lehet akár csak egy mintaelemet generálni onnan, míg az összes többi a nagyobb szórású $[\frac{1}{2}; 1]$ intervallumból.

A módszer általánosan a következőképpen néz ki: felosztjuk az Ω eseményteret $\Omega_1, \dots, \Omega_J$ diszjunkt partíciókra úgy, hogy $\cup_{j=1}^J \Omega_j = \Omega$. Ezeket hívjuk rétegeknek. A j . rétegből n_j darab mintát választunk, és azok átlagát véve, rétegenként a feltételes várható értéket becsüljük, azaz

$$\widehat{\mu}_k = E[X | \Omega_k].$$

A várható érték becslését pedig ezekből kapjuk a teljes várható érték tételéből, vagyis p_j -vel jelölve a j . réteg valószínűségét:

$$\widehat{\mu} = \sum_{k=1}^J p_k \cdot \widehat{\mu}_k.$$

9 https://www.math.arizona.edu/~tgk/mc/book_chap5.pdf

Hátránya a módszernek, hogy ismerni kell a rétegek valószínűségét. Ugyanakkor erre maga a Monte-Carlo-modell tud adni kielégítő becslést. Ha egyszer lefuttatjuk akkor szcenáriósámra a modellt, amelyről indokolt azt gondolni, hogy a kapott eredmény a valós eloszlást adja vissza, akkor ebből mind a homogén csoportokat, mind az azokból kialakított rétegek valószínűségeit is megkaphatjuk. Ennek felülvizsgálata azonban időről időre erősen ajánlott.

A rétegekhez tartozó mintaelemszám megválasztását kimerítően vitatja a hivatkozott irodalom. A babaváró hitel szempontjából ismét a költség-haszon elv szerint érdemes megfontolni ezen módszer alkalmazását. Egy kézenfekvő implementációt azonban megemlítünk. Könnyen megkapjuk ugyanis annak a valószínűségét, hogy a 60. hónap előtt nem születik meg az első gyerek. Ennek a szcenáriónak a szórása gyakorlatilag nulla, hiszen 60 hónapig a kedvezményes törlesztés szerinti cash flow-t kapja a bank, utána pedig a piacit (itt feltesszük, hogy a kamatokat és a válást determinisztikusan számoljuk). Tehát ebből a szcenárióból elég egyet generálni, ennek a cash flow-ját súlyozzuk a kiszámolt valószínűséggel és a többi $N - 1$ szcenáriót már úgy generáljuk, hogy legalább egy gyermek szülessen a 60. hónap előtt. Így két réteggel számolhatunk, és a varianciát csökkentettük azáltal, hogy több mintaelemet kapunk a nagy varianciájú rétegből.

4.3.2. Kontroll véletlen változók

A kontroll véletlen változók („*control variates*”) módszertana akkor használható, ha az adott X véletlen változóra alkalmazott valamilyen ismeretlen $E[Y]$ várható értékű numerikus modell ($h(x)$) várható értékét egy egyszerűbb $g^*(X)$ modellel is meg tudjuk becsülni (ez az ún. 'control variate'), amire:

$$E[Z] = g^*(X)$$

az ismert várható érték. Ekkor az ismeretlen (m_Y) várható értéket kiszámolhatjuk az alábbi módon:

$$m_Y = m_{(Y-Z)} + E[Z],$$

azaz a különbségek várható értékével korrigálva, azokat pedig mintavételezéssel becsülve. Belátható, hogy $m_{(Y-Z)}$ varianciája nem más, mint:

$$m_{(Y-Z)} = \frac{Var[Y - Z]}{n} = \frac{Var[Y] + Var[Z] - 2Cov[Y, Z]}{n}.$$

Ebben az esetben, ha a Z valószínűségi változó pozitívan korrelál az Y változóval, és:

$$2Cov[Y, Z] > Var[Z],$$

akkor a $Var[m_y]$ csökken. Ez azonban csak akkor kifizetődő, ha a $g^*(X)$ modellből származó várható érték (vagy annak becslése) rendelkezésre áll. A babaváró hitelek modellezése esetén inkább az előre generált véletlenszámok minőségének javítására jöhet szóba e technika.

4.3.3. Ellentétes változók

Legyenek X és Y valamilyen valószínűségi változók. Együttes varianciájukat a varianciájuk összege és a kovariancia mértéke határozza meg:

$$Var[X + Y] = Var[X] + Var[Y] + 2Cov[X, Y] = Var[X] + Var[Y] + 2\rho_{X,Y}\sigma_X\sigma_Y.$$

Az együttes variancia akkor kisebb a részvarianciák összegénél, ha $\rho_{X,Y}$ korrelációs együttható negatív. Ha tehát a szimuláció során olyan véletlen változókat használunk, ahol a kovariancia negatív, akkor az együttes variancia csökkenthető ahhoz az esethez képest, amikor a véletlen változók között nincs korreláció. Lényegében ez az alapötlete az ellentétes változók (antithetic pairs vagy variables) módszerének.

A Monte-Carlo-szimulációban a keresett várható érték becslése egyenletes eloszlású $U(0, 1)$ változók valamilyen függvénye lesz (ebből az eloszlásból generáljuk a véletlen számokat):

$$\hat{E}[X] = h(U_1, U_2, \dots, U_n).$$

Legyen ennek antitetikus becslése:

$$\hat{E}[Y] = h(1 - U_1, 1 - U_2, \dots, 1 - U_n).$$

Belátható, hogy a két fenti valószínűségi változó eloszlása megegyezik, és a kettő közötti kovarianciára

$$Cov[\hat{E}[X], \hat{E}[Y]] = Cov[h(U_1, U_2, \dots, U_n), h(1 - U_1, 1 - U_2, \dots, 1 - U_n)] \leq 0,$$

amennyiben a h függvény monoton.¹⁰

¹⁰ http://www.ksh.hu/statszemle_archive/2012/2012_06/2012_06_521.pdf.

A gyakorlati alkalmazás rendkívül egyszerű. A szimulációhoz szükséges n mintaelemet úgy generáljuk le, hogy $n/2$ darabot az egyenletes eloszlásból veszünk, a maradékot pedig ezen elemeknek rendre 1-ből való kivonásával képezzük. Így a becslés varianciája alacsonyabb lesz, mintha változóink függetlenek lennének. és a számítási idő sem nőtt (sőt, a kivonás még jelentősen gyorsabb is, mint a véletlenszám-generálás).

Az ellentétes változók módszere a kontroll véletlen változók módszerének azon speciális esete, ahol a lineáris korreláció -1 , így a varianciacsökkenés mértéke a lehető legnagyobb. Ennek ellenére a szakirodalom a két módszertant jellemzően külön-külön tárgyalja.

4.4. Babaváráhitel-kitettségi és cash flow modellezése Monte-Carlo-szimulációval

A szakértői megközelítéstől eltérő módon, bizonyos demográfiai ismérveket valószínűségi változókként kezelve modellünkben szimulációval állítottuk elő a pénzáramlásokat, azaz a cash flow-kat (CF). Jelölje $X_t^{(i)}$ az i . szerződés pénzáramlását a t időpontban. Ekkor m darab szerződés esetén a hitel pénzárama a t időpontban

$$CF_t = \sum_{i=1}^m X_t^{(i)}.$$

A bank – a korábban már kifejtett célokból – előre szeretné jelezni a CF-folyamatot. Ebben a szakaszban azt mutatjuk be, hogyan lehet megközelíteni a CF_t értékek becslésének problémáját.

Egy ügyfélhez tartozó pénzáramot – tehát $X_t^{(i)}$ -t – a következők határozzák meg:

- Hogyan alakulnak a kamatok?
- Történik-e előtörlesztés?
- Hány gyerek születik, és mikor születnek?
- Történik-e válás, és ha igen, mikor?

Ezek fényében az $X_t^{(i)}$ folyamat tulajdonképpen 4 folyamat függvénye: kamatfolyamat (r_t ; a hitel aktuális kamata), ügyfél általi előtörlesztés¹¹ időpontja (τ_t ; t , ha t időpontban az ügyfél minden tartozását visszafizette – ez végtelen, ha nem történt előtörlesztés), gyermekek száma (G_t), válás indikátora (D_t). Ha ezeket a

¹¹ Megkülönböztetjük az ügyfél általi előtörlesztést és az állam általit. Az állam általi előtörlesztést a G_t folyamat egyértelműen meghatározza. Mivel azonban az ügyfél is bármikor előtörleszthet, ezért ezt is figyelembe vesszük a modellben.

folyamatokat ismerjük az i . ügyfélre, akkor a törlesztés menetét egyértelműen fel tudjuk írni, azaz

$$X_t^{(i)} = f(r_t, G_t, \tau_t, D_t),$$

ahol f a hitel feltételrendszerét írja le. Minél több paraméter határozza meg a folyamatot, annál inkább indokolt a Monte-Carlo-szimuláció alkalmazása. Minden szerződésre legeneráljuk az azt meghatározó folyamatokat, majd hozzárendeljük az ügyfél cash flow-ját. Így azonos eloszlásból vett független mintákat tudunk előállítani, amelyek átlaga a centrális határeloszlás tétele szerint konvergál az eloszlás várható értékéhez.

Természetesen a gyakorlatban nem érdemes mind a négy folyamatot sztochasztikusan generálni. Ez indokolatlanul bonyolult modellt eredményez, ami a futásidőt is nagyságrendekkel megnövelheti, és nem teljesülne az elvárt költség-haszon elvű javulás és fejlődés. A kamatfolyamat esetében például megfelelő megoldás lehet, ha az 5 éves forwardrátákat használjuk ahelyett, hogy minden szcenárióban új folyamatot generálnánk, azaz a kamatpályákra a spot hozamgörbéből számolunk forwardrátákat, ami transzparens és reprodukálható egyszerűsítést tesz lehetővé.

Az ügyfél önkéntes előtörlesztését és a válást is elégséges és célszerű determinisztikusan beépíteni a modellbe, mert ezek egyszer bekövetkező események, így ezekre elég a valószínűségükkel súlyozni a cash flow-t. Az ügyfél önkéntes előtörlesztése egy kamatmentes hitel esetében, a pénz időértékét és egyéb befektetések alternatívaköltségeit figyelembe véve, nem racionális viselkedés, így alapesetben az ilyen típusú, azaz önkéntes és nem demográfiai eseménytől függő, az állam által fizetett előtörlesztési ráta 0%. A válás esetében a modell egyik fontos inputja a házasságkötés dátuma, a kumulatív válási valószínűséget a trajektóriák mentén már a hitelfolyósítás és házasságkötés között eltelt idővel korrigálva állítja be az algoritmus.

A gyermekvállalás beépítésénél azonban a sztochasztikus megközelítés nem kerülhető el. Lényegesen különböző pénzáramlást eredményez ugyanis az, hogy az első gyermek megszületik-e a hitel folyósításától számított 60. hónapig. Ezen felül, ha ez meg is történik, számít az, hogy mikor, számít az, hogy követi-e az első második gyermek, valamint az is, hogy mennyi idő után, és így tovább a harmadik gyerekkel. Emiatt nem helyes az az elképzelés, hogy az ügyfelekre egy-egy tipizált gyermekvállalást leíró trajektóriát rendelünk, és annak megfelelően számoljuk ki a hozzá tartozó pénzáramlást, mint ahogy azt több piaci szereplő próbálta.

Kis eltérés a trajektóriától nagyon nagy eltérést tud okozni a pénzáramlásban. (Például, ha egy ügyfélcsoportra azt látjuk, hogy várhatóan az 59. hónapban vállalják első gyermeküket, akkor ettől mindössze elég egy hónappal eltérni, és már

eleve nem lehet jogosult a pár a kedvezményekre. Miközben, ha megszületik időben az első gyermek, az is megtörténhet, hogy pár évvel később már ki is fut a hitel, mert esetleg megszületik hamar a további két gyermek.) A családtervezés pedig ennél jóval nagyobb szórást is produkálhat.

Így az algoritmus a következő: minden szerződésre generálunk n darab G_t folyamatot, ami a gyermekek számát jelenti a t időpontban. Ehhez hozzárendeljük a megfelelő cash flow-t, amit pedig súlyozunk a válás és előtörlesztés valószínűségével. Ezeket a scenáriókat átlagolva kapjuk meg a becslést a várható értékre.

4.5. A becslés pontossága

Nem szabad azonban megfeledkeznünk a becslés pontosságáról sem, azaz arról, hogy a scenáriók számát, n -t hogyan válasszuk meg, valamint milyen megbízhatóságot kapunk n függvényében. Természetesen minél nagyobb az n értéke, annál kisebb az átlag szórása. Ugyanakkor felmerül a kérdés: hogyan állapíthatjuk meg a szórás nagyságát, ha magát az eloszlást nem is ismerjük? Ezt kétféleképpen lehet kiküszöbölni. Az első – általunk kevésbé precíznek tartott – módszer az, hogy jelentősen nagy számú scenárióra futtatjuk a modellt. Erről feltételezzük, hogy már elég közel van a valódi eloszláshoz ahhoz, hogy ennek tapasztalati szórását a valódi eloszlás szórásának tekinthessük. Ezzel persze az a probléma, hogy ördögi körbe kerültünk: mekkora legyen ez a „jelentősen nagy szám”?

A másik megközelítés a szórás vizsgálatára, hogy a mintákat elemezve megnézzük, tipikusan mely hónapoknak lesz nagy a tapasztalati szórása. Ezekre a hónapokra definíció szerint – ha kiszámolni nem is tudjuk – megbecsüljük a szórását. Jelöljük az ügyfél lehetséges törlesztő részleteinek halmazát a t időpontban F_t -vel. Ekkor

$$E[X_t^{(i)}] = \sum_{f \in F_t} p_f \cdot f,$$

$$E[X_t^{(i)2}] = \sum_{f \in F_t} p_f \cdot f^2.$$

Természetesen a fő nehézséget a valószínűségek felírása jelenti. Szemléltető példaként felírjuk annak a valószínűségét, hogy képzeletbeli ügyfelünk a 65. hónapban piaci törlesztőrészletet fizet. Ez akkor valósul meg, ha az első 60 hónapban nem született gyerek, és az adósok nem váltak el, vagy a megelőző 64 hónapban valamikor elváltak:

$$p_{\text{piaci}} = (1 - p_v)^{64} \cdot (1 - p_1)^{60} + \sum_{i=1}^{64} (1 - p_v)^i \cdot p_v.$$

Itt az a lényeg, hogy felső becslésre törekedjünk. Sem a gyermekszületési valószínűségek, sem a válás valószínűsége nem térnek el egymástól túlságosan, így azokat lehet egyetlen rátával helyettesíteni az egyszerűbb számolás érdekében. A cash flow-elemeket is össze lehet vonni: például a 65. hónapra a cash flow egy ügyfél esetében lehet 0, ha 3 éven belül, de a 60. hónap előtt született az első gyermek, lehet 50 ezer forint + kamat (ez már egy felső becslés), ha kedvezményes maradt a hitel, 120 ezer forint, ha piacivá alakult, és 3, illetve 10 millió forint, amennyiben éppen második vagy harmadik gyerek született. Ezek persze mind nagyon konzervatív felső becslések, de ezek segítségével – és szükség esetén finomításával – kaphatunk becslést a szórásra (akár a fent említett zajcsökkentő modelleket is figyelembe véve).

Azonban a nehezen még nem vagyunk túl akkor sem, ha kaptunk egy elfogadható eredményt $Var[X_t^{(i)}]$ -re. Amennyiben a mintaátlag – $\overline{X_t(i)}$ – normális eloszlású, mondhatjuk azt, hogy például 95%-os konfidenciaszinten 5%-os relatív standard hibával dolgozik a modell, ha

$$P \left[-5\% < \frac{\overline{X_t(i)} - \mu}{\sigma} < 5\% \right] > 95\%,$$

vagyis

$$5\% \cdot \sqrt{n} > 1,96.$$

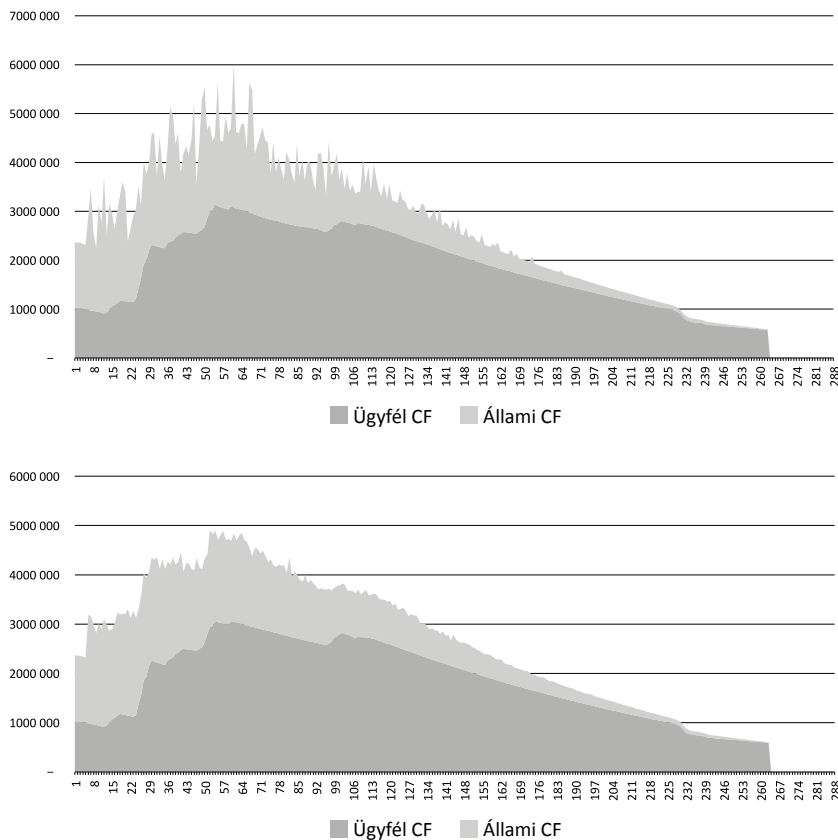
Azonban a centrális határeloszlás tétel szerint a mintaátlag eloszlása csupán konvergál a normálishoz. A konvergencia sebessége ugyancsak n -től függ, amelynek mérésére nem láttunk a gyakorlatban használható eredményeket.¹² Amennyiben – például illeszkedésvizsgálattal – meg tudunk győződni arról, hogy a mintaátlag normális eloszlású, akkor használhatjuk a fenti klasszikus eljárást.

Végezetül egy másik tényre is szeretnénk felhívni a figyelmet a szükséges szcenáriószámmal kapcsolatban. Ha csupán egy ügyfelet nézünk, akkor egy adott hónapra kijöhet eredményül irreális cash flow-elem is, például 5,5 millió forint. Itt a „statisztikusok gyermekmeséje” juthat eszünkbe, amelyben a statisztikus nyúlra vadászik. A puskája 50% valószínűséggel jobbra, vagy balra lő 45°-ban. Ha pont a nyúlra céloz, akkor várható érték szerint eltalálja a nyulat, a gyakorlatban azonban éhen marad. Ezeket az értékeket nem a nagy szcenáriószám, hanem a

¹² Elméleti eredményként a Berry–Esseen-tételek állnak rendelkezésre. Ennek megvalósíthatósága azonban nagyon körülményes.

sok szerződés fogja elsimítani. Tehát segítségünkre van az is, ha elég sok ügyfelet szerzünk. Ekkor a scenáriók számából lehet engedni.

1. ábra
Babaváró hiteltörlesztések cash flow-ja 50 fiktív ügyfélre,
10 (fent) és 200 scenárióra (lent)



A két ábra 50 véletlenszerűen generált, fiktív szerződésre futtatott modell kimeneteit ábrázolja. A fenti ábrán tíz scenáriót futtattunk ügyfelenként, míg lejjebb 200-at. Szembesítve, hogy az ügyfél cash flow-ja nagyon hasonló alakú mindkét esetben, míg az állami cash flow – ami a kamatokból és az előtörlesztésekből áll – rendkívül „tüskés” a tíz scenáriós esetben, és 200 scenárióra sem simult ki teljesen. Ez tehát jól mutatja, hogy ezt inkább az ügyfelek számának növelésével lehetne egyenletesebbé tenni, hiszen 50 ügyfélre még nagyon szórna a hitel pénzáramlása.

4.6. Demográfiai paraméterek becslése

Magyarországon – de talán a világon is¹³ – a babaváró hitel az első olyan hitel, amelynek a pénzáramlása legelső sorban demográfiai paraméterektől függ, mint a gyermekszületés, vagy akár a válás. Így ezek eloszlásának becslésére külön fejezetet szentelünk.

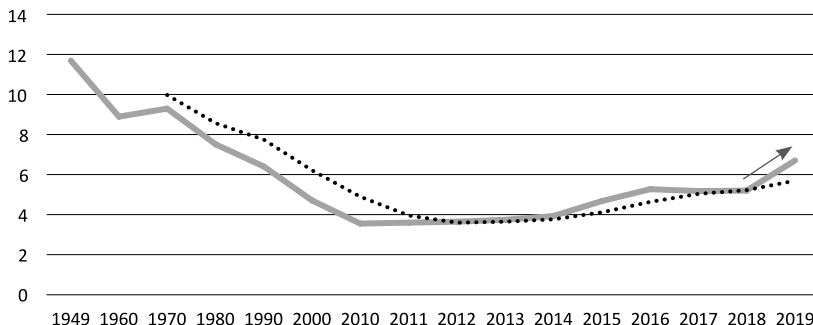
Mint az előző fejezetben kifejtettük, a válás esetében havi gyakoriságú, determinisztikus módon a modellbe épített túlélési görbét becsültünk a KSH adatai alapján.¹⁴ A válások gyakoriságának és a túlélési görbének a modellbe emeléséhez el kellett döntenünk, alkalmazunk-e valamely sokkot a megfigyelhető tendenciák szerint, vagy jelen ismereteinkre hagyatkozva, nem teszünk különbséget a babaváró hitel bevezetése előtt és után kötött házasságok között.

Említettük azt is, hogy tavaly rekord számú, 65 268 házasságot kötöttek (több mint 41 ezret az év második felében), míg 2016–2018 között az átlagos házasságkötések száma 51 ezer körül alakult. Bár a házasságkötésekben tapasztalható megugrás időben egybeesik a babaváró hitel bevezetésével, jelenleg nem tudjuk megmondani, hogy mekkora arányban történt csupán a hivatalos házasságkötés időbeli előrehozatala, és mekkora arányban volt mögötte sietség. Éppen ezért jelen ismereteink alapján nem jelenthetjük ki egyértelműen, hogy ezek a házasságok várható élettartamukban különböznek a korábbi trendektől, ezért véleményünk szerint konzervatív módon szükséges a megfigyelhető válási aránnyal számolni, de később szükség esetén akár kiigazítással élni.

Ha a 2020 első felében kötött 26 792 házasságot egyszerűen lineárisan évesítjük, akkor a korábbi évekre jellemző értékekhez jutunk, közel 54 ezer házassághoz. Ha azonban megnézzük, hogy 2019 első felében 24 ezer házasságot kötöttek Magyarországon, míg a Covid-19 pandémia miatt az év második felére halasztott házasságkötések számát nem ismerjük, úgy 2020-ra a házasságkötési kedvre vonatkozóan nem tudunk egyértelmű feltételezéssel élni.

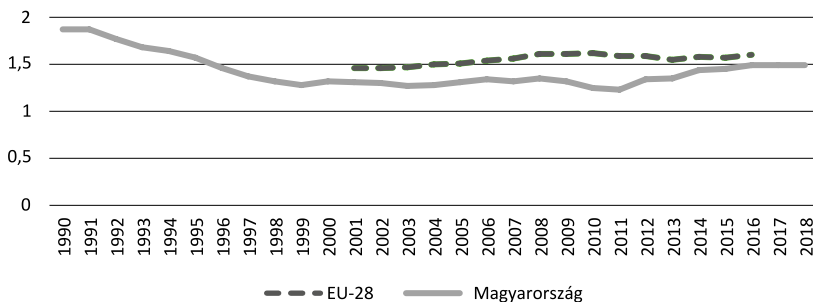
13 Nem kizárható, hogy létezik ilyen, de a szerzők nem találkoztak erre vonatkozó leírással a lényegi külföldi sajtóban.

14 KSH [2019]: A válások demográfiai jellemzői. *Statistikai Tükör*, március 28. (<http://www.ksh.hu/docs/hun/xftp/stattukor/valas17.pdf>).

2. ábra**Házasságkötések ezer főre vetítve és 3 éves mozgóátlaguk**

Forrás: KSH

A gyermekvállalás bizonyos szempontból tudatos döntés, így első ránézésre úgy tűnhet, jó megoldás bizonyos trendeket megfigyelni jól meghatározott társadalmi csoportokon belül, majd ezeket használni a cash flow modellezésére. Azonban ennek a kimutatásához, meghatározásához nem áll rendelkezésre elég adat, ráadásul nem is lehetünk biztosak ilyen trendek létezésében, ugyanis a legtudatosabb családtervezésbe is sokszor beleszól a véletlen (meddőség, anyagi helyzet stb.). Amíg ennek a vizsgálatához nem generálódik elegendő mennyiségű, megfelelő minőségű adat, addig semmiképp sem kerülhető meg a G_t folyamat eloszlásának meghatározása. A gyermekvállalási kedv a teljes termékenységi mutatón keresztül bemutatva viszonylag stabilan alakult az elmúlt 4-5 évben, valamivel 1,5 alatt, eltávolodva 2011-es mélypontjától (1,23), de az EU-28 átlag alatt maradván, ahol a Baltikum, Skandináviában és Franciaországban igen magas a gyermekvállalási kedv.

3. ábra**Termékenységi ráták alakulása Magyarországon és az EU-ban (1990–2018)**

Forrás: KSH, Eurostat

Mivel ezekben az adatokban a babaváró potenciális ösztönző hatása még nem jelenik meg, a szimuláció alapját képező eloszlások meghatározásakor a közelmúltban stabilizálódott szintekre tudunk támaszkodni. Fontos azonban a kiindulási paramétereket évente felülvizsgálni és az egyes bank- és portfólióspecifikus adatokkal kibővíteni.

Eddig a t időindex a törlesztés időhorizontját jelölte, hogy összhangban legyen a cash flow indexével. A gyermek születésének időpontja azonban nyilvánvalóan nem ettől függ. A legkézenfekvőbb szegmentálás a gyermekszületési valószínűségek becslésének tekintetében az anya életkora, illetve a gyermek ranghelye¹⁵ alapján történik. Mint azt már korábban is jeleztük, ezt jelen statisztikáink szerint nem lehet alapos alátámasztással igazolni. Azonban a családtervezés sztochasztikus jellegét elsősorban az anya termékenysége adja, és figyelembe véve a természetes biológiai folyamatokat, az életkor és gyermek ranghelye szerinti csoportosítás mindenképpen indokolt.

A bank egyedi tapasztalata alapján azonban mindenképpen érdemes figyelembe venni és időnként felülvizsgálni más szegmentációs lehetőségeket is (például jövedelem, szülők iskolai végzettsége, földrajzi vagy településtípus szerinti szegmentáció stb.). A jelenlegi adataink azt mutatják, hogy a jelentkezők többségénél megvan a gyermekvállalási szándék¹⁶, így jelenleg további szegmentáció az országos adatok alapján nem vezetne jobb eredményre, a bankok azonban folyamatos visszamérés mellett a paramétertáblákat tovább szegmentálhatják.

Vizsgáljuk tehát a G_k^* sztochasztikus folyamatot, ami azt jelöli, hogy egy nőnek k éves korában hány gyereke van. Ennek minden trajektóriája egy monoton növvő lépcsős függvény, amelynek az ugrásai 1 nagyságúak. (Ha figyelembe vesszük az ikerterhességeket, akkor ez utóbbi feltételt nem írjuk elő. Ennek valószínűsége azonban elhanyagolhatóan kicsi, míg további komplexitást és ezzel többlet erőforrásigényt vinnénk a modellbe, ami az addicionális hasznossággal nem állna arányban.¹⁷)

A sztochasztikus scenáriógenerálás szempontjából nekünk elég a $P(G_k^* = i | G_{k-1}^* = i - 1)$ feltételes valószínűségeket meghatározni. Ahogy többször is leírtuk, amíg a banknak nincs saját tapasztalata, addig országos statisztikák alapján becsülhetők ezek az értékek. Később javasolt a saját statisztikával történő kiigazítás, ami már figyelembe tudja venni az autoszelekciót is, vagyis azt,

15 Azaz hányadik gyermekként jön a világra.

16 Többnyire vagy már terhesség alatt folyamodnak a hitelért, vagy eleve az első gyermek születés-kori tipikus életkorban vannak

17 Az ikerszületési arányszámra vonatkozó adatunk 32,2‰. Forrás: KSH (2014): *Statisztikai Tükör*, 8(9).

hogy a hitelfelvevők gyermekvállalási hajlandósága várhatóan magasabb-e, mint az országos átlagé.

A másik út, ha a gyermekszületek között eltelt időt modellezzük, és bevezetjük a τ_1, τ_2, \dots előléseket, ahol τ_i az i . gyermek születéséig eltelt idő. Ekkor $G_k^* = \sum \chi_{\{\tau_i < k\}}$. A megvalósított modellben a szimuláció során a hátra lévő cash flow-kat a demográfiai változók függvényében minden hátralévő időpontra¹⁸ felírjuk, és ezekből készítünk lefutási és jövedelmezőségi statisztikákat. A modell alkalmas egyedi hitelek szcenáriószintű kiértékelésére, de alkalmas portfóliószintű aggregált adatok alapján portfóliószintű értékelések megvalósítására is.

A CF-futások a modellben meg vannak bontva kockázat szerint, ami a pontosabb, eltérő kockázati profilt is figyelembe vevő jelenérték kiszámítását teszi lehetővé. Azaz a modell tudja, hogy valamely változó függvényében a CF mekkora részét fizetné az adós, és mennyi lenne az állami támogatás, mindezt a hitelező, a bank szemszögéből nézve.

Az így kapott várható cash flow-kból pedig a megfelelő diszkontfaktorialal meghatározható a portfólió valós értéke, amely mind a számláló (demográfiai folyamatoktól függő CF-értékek, illetve hozamgörbével összefüggő kamatfizetési pénzáramlások), mind a nevező (diszkontfaktor kockázatifelár-komponensekkel) tételeinek hatására ingadozhat az időben.

4.7. Implementációs kérdések

A megfelelő implementáció legalább olyan fontos, mint a megfelelő módszertan, hiszen a modellt rendszeresen akarjuk használni időkritikus folyamatokban (havi és negyedéves zárás, felügyeleti jelentések stb.).

Vezetőként könnyű abba a hibába esni, hogy az implementáció architektúrájának tervezését azokra a modellezőkre bizzuk, akiknek gyakran nem a teljes folyamat zavartalan működtetése, hanem egy adott platformra vonatkozó, egyéni preferencia, a kényelem vagy akár a személyes ambíció a prioritásuk. Természetesen nagyon fontos a modellezőkkel való egyeztetés, de az implementáció platformjának kiválasztásakor számtalan egyéb szempontot mérlegelni kell:

- A modellnek észszerű idő alatt le kell futnia, puffert időt hagyva az esetleges újrafuttatás(ok)ra és érzékenységvizsgálatokra is
- A modellváltoztatások elvégzése minél egyszerűbben, gyorsabban és minimális hibalehetőséggel elvégezhető legyen.

¹⁸ A hátralévő idő nőhet, pl. 36 hónapos felfüggesztés miatt, vagy rövidülhet a 3. gyerekhez kötődő tőkeelengedés miatt.

- A modellváltoztatásoknak és a futtatásoknak nyoma maradjon (version control, audit trail).
- A munkaerőpiacon lehetőleg könnyen lehessen a modell karbantartásához megfelelő tudással rendelkező szakembereket találni – szigorúan cost-benefit alapon nem éri meg olyan komplexitású modellt építeni, amelynél könnyen „tudásmonopólium” alakul ki.
- A modell rutinszerű üzemeltetése, működtetése („futtatása”) minél kevésbé legyen komplex, manuális folyamat, jól illeszkedjen a standard üzemi folyamatokba.

Az implementációra alapvetően az alábbi platformok merülhetnek fel:

- MS Excel: előnyeként a változások gyors átvezetését és a nagy felhasználói/fejlesztői bázist említhetjük; hátrányaként a nem megfelelő audit trailt, a változáskövetés hiányát, a körülményességet és a lassúságot érdemes felvetni.
- R, Python: mindkettő népszerű programnyelv, amelyek számtalan függvénykönyvtárat tartalmaznak. Interpretált nyelv lévén, nem a leggyorsabb, de gyors fejlesztési időt tesz lehetővé, megspórolva a fordítási és fejlesztési időt.
- Java, .NET (C# vagy VB): közbülső (intermediate) code-ra fordított programnyelvek széles felhasználói bázissal és függvényekkel, amelyeknek a teljesítménye az interpretált és a fordított (pl. C++) nyelvek közé esik, optimális kompromisszumot jelentve. A .NET-környezetnek nagyon jó az interoperabilitása az MS Office-csomaggal, így a szimulációk inputadatai és outputjai is akár Excel-formátumban kiírathatók.
- Enterprise-környezetek (pl. SAS, SAP, SQL Server, Oracle stb.): a változáskövetés, audit trail és teljesítmény szempontból alighanem a legjobb választás, ám a modell karbantartása körülményesebb lehet az IT-folyamatok rezsiköltsége (overheadje) miatt.

Felügyeleti és operatív szempontból is érdemes megfontolni egy párhuzamos architektúra üzemeltetését, azaz egy ún. „prototype” modell és egy éles „production” modell párhuzamos fejlesztését. A prototype modell előnye modellváltoztatások esetén inkább az átláthatóság, az egyszerű módosíthatóság, ahonnan azok már könnyebben implementálhatók az éles rendszerekbe.

5. KONKLÚZIÓ

A banki és biztosítási szektor alapvetően hasonlít abban, hogy mindkettő kockázatközösségeket szervez (hitel-, illetve biztosítási kockázatra, együttesen pedig olykor piaci kockázatokra is). Ennek ellenére a kockázatkezelési és modellezési gyakorlatok néhány kivételtől eltekintve nagyon eltérő pályát jártak be a múltban.

A mára kialakult (sőt, meggyökeresedett) gyakorlat mindkét oldalon felmutatott erősségeket és gyengeségeket is.

A biztosítási szektor gyakorlatának pozitív eleme a kontraktusszintű havi CF-projekciók széleskörű alkalmazása, fogyatékoságai közé pedig az elnagyolt eszközoldali és makromodellezés tartozik.

A banki oldal erősségei közt említhetjük az erős makromodellezési hátteret és az eszközoldali értékelés kifinomultságát, ám a komplexebb kontraktusok pénzáramának (havi szintű) modellezésében mind az eszköz-, mind a kötelezettségoldalon vannak még lehetőségek a jelenlegi heurisztikák javítására.

A két szektor szabályozásában szerencsére egy ideje már egyfajta konvergencia figyelhető meg, lásd a Bázel III és a Solvency II pilléreit, vagy az IFRS9 konzisztens alkalmazását jelentős biztosítási kockázatot nem tartalmazó befektetési szerződésekre a meglehetősen szabad kezett adó IFRS4 helyett; ezek óhatatlanul is hasonló pályára állítják az eddig eléggé széttartó fejlődést, de véleményünk szerint ennek ellenére mind a banki, mind a biztosítói szektor még sokat tudna profitálni a másik szektor által alapvetően hasonló problémákra alkalmazott modellezési és kockázatkezelési technikákból.

A fentiekben ismertetett új cash flow-becslési megközelítéssel véleményünk szerint egy olyan költség-haszon szempontból is optimális modell építhető, amely megfelel a bank kockázatkezelési céljaira, illetve egyúttal használható a számviteli valós érték számításhoz is, megteremtve így az összhangot a két cél között, amely sok más esetben sajnos nem valósul meg. A modell számos, a fentiekben ismertetett tényezőt figyelembe vesz a pénzáramok becslése során, növelve ezzel a modell megbízhatóságát és precizitását, de nem túlságosan komplex ahhoz, hogy általános matematikai-statisztikai és közgazdasági ismeretekkel rendelkező szakemberek ne tudnák karbantartani és interpretálni az eredményeket. Ezen túl pedig szintén összhangban van azzal az általános felügyeleti elvárással, hogy a bankok szakmailag megalapozott modelleket használjanak szakértő becslések helyett, viszont azok ne „black-box” jellegűek legyenek, azaz a modell működése legyen átlátható és érthető mind a modell felhasználói, mind a felügyelet számára.

Mivel a szerzők alapvetően gyakorlati szakemberek, így elképzelhető, hogy a tudományos szakirodalomban már ismert(ebb) módszerek elkerülték a figyelmünket, így nem feltétlenül a legtökéletesebb megközelítést alkalmaztuk. A cikkben

tárgyalt statisztikai és modellezési eszköztár külön-külön nem nevezhető radikális újításnak. Ami újszerű, az az, ahogy ezeket a korábban más iparágban már jól bevált becslési és modellezési technikákat a babaváró hitellel kapcsolatos problémákra ötvöztük. Tény, hogy a babaváró hitelek modellezési és kockázatkezelési kérdései még így is csak gyerekcipőben járnak, de a tapasztalatok fényében a módszertan egyre kiforrottabbá válik majd. Reméljük, cikkünk az egyik első fontos lépés lehet ebbe az irányba.

HIVATKOZÁSOK

- ECKHARDT, ROGER (1987): Stan Ulam, John von Neumann, and the Monte Carlo method. *Los Alamos Science* 15 (Special Issue), 131–137.
- KEHL, DÁNIEL (2012): Monte-Carlo-módszerek a statisztikában. *Statisztikai Szemle* 90(6), 521–543.
- KENNEDY, TOM (2016): *Monte Carlo Methods – a special topics course*. The University of Arizona, 27 April, <https://www.math.arizona.edu/~tgk/mc/book.pdf>.
- KSH (2014): Ikerszületések Magyarországon. *Statisztikai Tükör* 8(9), <https://www.ksh.hu/docs/hun/xftp/stattukor/ikerszul.pdf>.
- KSH (2019): A válaszok demográfiai jellemzői. *Statisztikai Tükör*, március 28., <http://www.ksh.hu/docs/hun/xftp/stattukor/valas17.pdf>.
- MÉLARD, GUY (2010): On the accuracy of statistical procedures in Microsoft Excel 2010. *Computational Statistics* 29, 1095–1128.
- TARBELL, THOMAS F. (1934): *Incurred But Not Reported Claim Reserves*. Proceedings of the Casualty Actuarial Society XX, 84–89, <https://www.casact.org/pubs/proceed/proceed71/71083.pdf>.