

GYIMESI ANDRÁS

## Hosszú távú versenyegyensúly egy csapatsportliga közgazdasági modelljében

A piaci verseny kiegyenlítetttségét koncentrációs mutatókkal mérik, amelyek rendszerint statikus mérőszámok, például a Herfindahl–Hirschman-index. A sportban a verseny statikus egyensúlya mellett lényeges a dinamikus versenyegyensúly is, amely az erőviszonyok változékonyságára utal. A sportligákban különös jelentőségű a verseny kiegyensúlyozottsága, mivel összefügg a sportverseny érdekességével. A sportklubok általában gazdasági társaságként működnek, ami lehetővé teszi, hogy munkafelhasználási döntéseiket és az ebből kialakuló versenyegyensúlyt közgazdasági modellben vizsgáljuk. A bemutatott elméleti modell alapján szimulált eredmények azt mutatják, hogy azok a bajnokságok lesznek kiegyensúlyozottabbak, ahol a klubok piacméretei kevésbé szóródnak, magasabb a sporteredményektől független bevételek aránya, a nyereség kisebb hányadát forgatják vissza, és kiszámíthatatlanabbak a mérkőzések eredményei. Azt találtuk, hogy a statikus és dinamikus egyensúlyra gyakorolt hatások összefüggnek, ám az eredményeket befolyásolja a klubok célfüggvénye. Gyakori megoldás a klubok bevételeinek újraosztása, ami valóban hatékonyan javítja a versenyegyensúlyt, ha a klubok a sporteredményüket maximalizálják, míg profitmaximalizálás mellett nincs pozitív hatása. A bemutatott modell elméleti megalapozást nyújt empirikus elemzésekhez, valamint alkalmazható hatásvizsgálatok lefolytatásához.\*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: D21, L11, L83, Z20.

A csapatsportokkal foglalkozó nemzetközi szakirodalom egyik legfontosabb kérdésköre a verseny kiegyensúlyozottsága (*competitive balance*). A sportversenyt akkor tekintjük tökéletesen kiegyensúlyozottnak, ha minden egyes résztvevőnek egyenlő

\* A szerző köszönettel tartozik a Magyar Közgazdaságtudományi Egyesületnek és a Gazdaságmodellezési Társaságnak, hogy lehetővé tették a tanulmány korábbi változatának bemutatását a Doktorandusz Műhelyen, valamint a Szigma 50 GMT Szakértői Konferencián. Továbbá a szerző köszöni Bessenyei Istvánnak, Kehl Dánielnek és az anonim lektornak a tanulmány korábbi változatához fűzött hasznos megjegyzéseit. A kutatás az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-20-3-II kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának szakmai támogatásával készült.

esélye van a győzelemre. Ez megjelenhet rövid távon, ami abban nyilvánul meg, hogy egy időszakban az egyes mérkőzések eredményei kiegyenlítettek, illetve hosszú távon is, ami a versenyben szereplő csapatok egyforma eredményességében érhető tetten (Pawlowski–Nalbantis [2019]). Jelen tanulmányban a hosszú távú versenyegyensúlyal foglalkozunk részletesebben.

A téma jelentőségének fő oka, hogy egy kiegyensúlyozottabb versenyben kiszámíthatatlanabbak az eredmények, így az izgalmasabbá válik a nézők számára (Szymanski [2003]). Rottenberg [1956] a „kimenetel bizonytalansága” hipotézis (*uncertainty of outcome hypothesis*) néven elhíresült hipotézise szerint a kiszámíthatatlanság pozitív hatással van a szurkolók érdeklődésére, és így növeli a piaci keresletet. A hipotézis megvalósulását és feltételeit különböző formában évtizedek óta vizsgálják sportgazdasági kutatásokban.

A szektor sajátossága, hogy ugyanazon a piacon egyaránt folyik gazdasági verseny és sportverseny. A sportklubok sportáganként, területi alapon, majd ezen belül teljesítmény alapján ligákba rendeződnek. Tipikusan egy adott ország adott sportágában legjobb teljesítményt nyújtó klubok az első osztályú ligában szerepelnek (ilyen jelenleg az OTP Bank Liga a labdarúgásban vagy a K&H férfi-kézilabdaliga). A liga szabályrendszerét, a mérkőzések lebonyolítását egy külön, a klubok felett álló szervezet biztosítja (például a Magyar Labdarúgó Szövetség). A ligán belüli verseny az évente (más szóval szezononként) kiírásra kerülő bajnokságban folyik. A bajnokságon belüli verseny mellett a ligák más ligákkal és más sportágakkal is versenyben vannak a globális piacon – elsősorban a televíziós nézettségért –, így érdekükben áll a szurkolók hatékony bevonása és a kereslet növelése. Egy liga piaci versenyképességéhez hozzájárulhat a bajnokságon belüli versenyegyensúly.

Ha egy liga versenyképessége alacsony, az elégtelen piaci kereslet, az alacsony televíziós és helyszíni nézőszámok kérdésessé teszik a klubok működtetésének fenntarthatóságát, így a liga számára fontos azonosítani minden potenciális keresletnövelő tényezőt. Egy túlságosan kiszámítható bajnokság az alacsony kereslet mellett is számos kockázatot vet fel. Felmerülhet a bajnokság kettéválása vagy akár bizonyos jól teljesítő csapatok részvételével egy rivális liga megalakítása is (Michie–Oughton [2004]). Ennek jó példája a labdarúgásban az országos ligák felett álló európai szuperliga megalakulását taglaló, folyamatosan visszatérő ötlet.<sup>1</sup> A labdarúgásban a döntéshozók is látják a versenyegyensúly fontosságát, amit az is jelez, hogy 2009-ben az Európai Labdarúgó-szövetség (UEFA) elfogadta az úgynevezett *Financial Fair Play* intézkedéseket. Ennek fő célja, hogy megakadályozza a gazdag klubok túlköltekezését, és javítsa a versenyegyensúlyt, azonban a hatásosságát sokan megkérdőjelezik (Peeters–Szymanski [2014], Plumley és szerzőtársai [2019], Sass [2016]). A ligákon belül a csapatok bevételeinek újraosztása is a versenyegyensúly javítását célozza (Dietl és szerzőtársai [2011], Feess–Stähler [2009], Késenne [2006]).

<sup>1</sup> 2021. április 18-án 12 rangos klub megalapította a The Super League elnevezésű versenysorozatot, amely az eredeti elképzelés szerint 20 csapat részvételével a Bajnokok Ligája riválisa kívánt lenni. A versenysorozat nem valósult meg a tervezetnek megfelelően, azonban a felvetés maradandó következményekkel járhat az európai labdarúgásra nézve.

Egy liga hosszú távú versenyegyensúlya is többféleképpen értelmezhető. Leggyakrabban a statikus értelmezést használják, amely az erőviszonyok kiegyenlítetttségét mutatja egy adott szezonon belül (*Buzzacchi és szerzőtársai* [2003], *Humphreys* [2019], *Scully* [1989]). Ha egy szezonon belül minden csapat nagyjából egyforma teljesítményt produkál, akkor a liga statikusan kiegyenlített. A versenyegyensúly dinamikus eleme az erőviszonyok változékonyságára utal több szezont figyelembe véve. A csapatsportokban ez különösen nagy jelentőségű. Egy olyan bajnokság, ahol a csapatok közötti erőviszonyok évről évre változatlanok, kevésbé lehet érdekes a szurkolók számára, mint ha folyamatosan változna az esélyes csapatok köre. Több szerző is azt találta, hogy a dinamikus koncentrációt mérő mutatók erősebb összefüggést mutatnak a helyszíni nézőszámokkal, mint a pusztán statikus mérőszámok (*Gyimesi* [2020], *Humphreys* [2002], *Krautmann–Hadley* [2006]). A csapatsportokban a csapatok eredményességének változékonysága következhet a csapatok erősségének változásából és a véletlenből is (*Aldous* [2017]).

Fontos kérdés, hogy milyen szerepe van a közgazdasági elméletnek a sportligák elemzésében. Közgazdasági szemmel nézve a hivatásos csapatsportok egy speciális időtöltést kínáló szolgáltató ágazatot alkotnak, ahol a kínálatot valamilyen szervezett keretek között lezajló mérkőzéseken keresztül a sportklubok biztosítják. A legnépsebb látványcsapatsportágakban a sportklubok általában gazdasági társaság formájában működnek (*András* [2003]). A klubok fő outputjának ebben a tanulmányban a mérkőzéseket tekintjük, amelyek mennyisége a liga által rögzített, minősége pedig az eredményességtől függ. Ha az egyik klub eredményesebb, az rontja a többi klub eredményességét, ezáltal a többi klub „termékének minőségét” is. Ez biztosítja, hogy a klubok gazdasági helyettesítő viszonyban vannak.

A sportklubokhoz tartozó gazdasági társaságok üzleti modelljével kapcsolatban több hazai publikáció született (*András* [2003], *András és szerzőtársai* [2012], *Havran–András* [2019]). *András és szerzőtársai* [2019] sportgazdaságtannal kapcsolatos szakirodalmi összefoglalójából kiderül, hogy a hazai kutatók leginkább az üzleti tudományok irányából közelítik meg a sportklubok gazdasági tevékenységét. A szakirodalom jelentős hányadban leíró jellegű tanulmányokból áll, amelyek főként leíró statisztikai módszerekkel dolgoznak. *Fűrész–Rappai* [2019] útmutatást ad sportgazdasági kérdések ökonometriai modellezéséhez, azonban a sportklubok működésének matematikai modellszerű bemutatása hiányzik a magyar szakirodalomból. Hazai tanulmányok egy másik csoportja a sportversenyek lebonyolításával foglalkozik, amely a sportklubok működése mellett szintén befolyásolja a verseny kiegyensúlyozottságát. Ezek a kutatások módszereikben hasonlóak, inkább matematikai, játékelméleti megközelítést és szimulációt alkalmaznak. *Csató* [2020b] megmutatja, hogy egy csoportkört tartalmazó bajnokság (mint a kézilabdában és a labdarúgásban megrendezett Bajnokok Ligája) versenyegyensúlya javítható különböző erősségű csoportok használatával. A lebonyolítási rendszer befolyásolja a verseny igazságosságát, méltányosságát is, amelyek a közgazdaságtan területén is fontos fogalmak. *Csató–Petróczy* [2020] és *Csató* [2020a] a 2020-as labdarúgó-Európa-bajnokság selejtezőjének és pótselejtezőjének igazságtalanságára mutat rá, amely

szerint a gyengébb teljesítmény bizonyos esetekben kedvezőbb lehet egy csapat számára. *Csató–Petróczy* [2019] a labdarúgásban használt büntető párbajok lehetséges szabályait elemzi az igazságosság szempontjából. *Dobránszky–Sziklai* [2020] egyéni sportágak versenyformáit hasonlítja össze aszerint, hogy mennyire képes viszszaadni a sportolók rejtett erősorrendjét. Összességében a sportverseny lebonyolítása és értékelési rendszere hatással van egyrészt arra, hogy a verseny mennyire lesz kiegyenlített, másrészt arra, hogy milyen arányban győz a valóban erősebb résztvevő, és ezzel szemben milyen szerepe van a véletlennek. Ezt a tanulságot felhasználjuk az elméleti modellben is.

A nemzetközi szakirodalomban széles körben alkalmazzák a sportligák mikroökonómiai jellegű elméleti modellezését is a verseny kiegyenlítettségének értékelésére. Az első ilyen modellt *El-Hodiri–Quirk* [1971] publikálta, amelyben azt vizsgálták, hogy a trösztellenes törvények alól kivételt képező, versenyt kiegyensúlyozó eszközök mennyiben javítják ténylegesen a versenyegyensúlyt. Erre a modellre építve számos későbbi modellben vizsgálták a bevételek megosztásának versenykiegyenlítő hatását (például *Dietl és szerzőtársai* [2011], *Feess–Stähler* [2009], *Fort–Quirk* [1995], *Késenne* [2006], *Vrooman* [2009]). Fontos általános megállapítás, hogy a sportklubok célfüggvénye nagyban meghatározza a bevételmegosztás hatékonyságát. A gazdasági társaságokra leggyakrabban jellemző profitmaximalizáló viselkedés mindegyik felsorolt modellben a bevételmegosztás hatástalanságát eredményezi a versenyegyensúlyra nézve. A sportgazdaságtan területén azonban elfogadott feltevés, hogy egyes klubok nem az üzleti sikerességet, hanem a sportbeli eredményességet tűzik ki célul. Ez az eredménymaximalizálás leginkább az európai sportklubokra jellemző (*Rascher* [1997], *Késenne* [2007], *Vrooman* [2009]). Eredménymaximalizálás esetén általában a bevételmegosztás hatásosságát mutatják ki a versenyegyensúlyra (*Késenne* [2006], *Vrooman* [2009]).

*Késenne* [2007] a hivatásos csapatsportligák széles körű mikroökonómiai jellegű tárgyalását mutatja be, számos különböző esetet és feltevést megkülönböztetve. A bemutatott modellváltozatok segítségével elemzi az egyensúlyi összbevételet, a béreket és a statikus versenyegyensúlyt. Fontos, hogy ezek a modellek – és a fentebb bemutatott tanulmányokban szereplő modellek is – egyensúlyi jellegűek, nem szerepel bennük sztochasztikus tényező, így a klubok sorrendje változhat. Ez nem teszi lehetővé a dinamikus versenyegyensúly vizsgálatát, amely így nem jelenik meg egyetlen korábbi modellben sem.

Ebben a tanulmányban a magyar sportgazdasági szakirodalomban egyedülálló módon a sportklubok alkotta piac olyan elméleti modelljét mutatjuk be, amelyben számos tényező megváltozásának hatása vizsgálható, valamint elméleti megalapozást nyújt későbbi empirikus kutatásokhoz. A tanulmány fő kérdése, hogy milyen hatást fejtenek ki a modell feltevései és paraméterei a bajnokság versenyegyensúlyára, amit szimulációs módszerrel vizsgálunk meg. A statikus és dinamikus versenyegyensúlyt befolyásoló tényezők között különbségek lehetnek (*Humphreys* [2019]), így külön kiemeljük a dinamikus egyensúlyra gyakorolt hatásokat, ami nemzetközi szinten is új eredmény. Ugyanakkor ez a modellkeret lehetőséget biztosít számos egyéb tényező beépítésére és vizsgálatára.

A következő fejezetben bemutatjuk, hogy milyen módon mérhető a versenyegyensúly statikus és dinamikus eleme, valamint kiszámoljuk az egyes mutatókat néhány európai ligára. Ezután a hivatásos sportligák közgazdasági modellezésének kérdéseiről írunk a szakirodalom alapján. Ezt követően bevezetjük egy munkapiaci jellegű modell feltevéseit, majd bemutatjuk, hogy miként alakulnak a modellben a klubok döntési változójaként megjelenő munkakereslet és a bérek négy különböző forgatókönyvben. Végül szimulációs módszerrel vizsgáljuk meg, hogy a modell paraméterei miként hatnak a szimulált liga statikus és dinamikus versenyegyensúlyára. Az eredményeket összegezzük, következtetéseket vonunk le, és javaslatokat teszünk további kutatási irányokra a bemutatott modellre támaszkodva.

## A versenyegyensúly mérése

### *Statikus versenyegyensúly*

A statikus versenyegyensúly azon alapul, hogy mennyire koncentrálódik a sportteljesítmény (például a pontszámok) bizonyos csapatoknál, így alkalmazhatók rá a tradicionális piaci koncentrációs mérőszámok. Tulajdonképpen a piaci részesedések koncentrációja is a piac versenyegyensúlyát jelzi, csakúgy, mint a pontszámok koncentrációja egy liga esetében. Ennek megfelelően *Fűrész–Rappai* [2018] a versenyegyensúly hiányát erőkoncentrációnak nevezi. A magyar szakirodalomban *Hajdu* [1986] részletes összefoglalást ad a gyakran alkalmazott koncentrációs mérőszámokról és azok alkalmazási feltételeiről.

A piacok koncentrációjának vizsgálatára szívesen alkalmazzák az úgynevezett Herfindahl–Hirschman-indexet (*HHI*), amely a piaci részesedések négyzetösszegét jelenti. A sportban számolható a megszerzett pontok vagy győzelmek koncentrációja a *HHI* segítségével (*Fűrész–Rappai* [2018], *Owen és szerzőtársai* [2007]). *Fűrész–Rappai* [2018] részletesen bemutatja a *HHI* alkalmazásának lehetőségeit és megfelelő normalizálását különböző sportágak és pontozási rendszerek esetében.

A *HHI* mellett egy másik gyakran alkalmazott módszer a csapatok győzelmi arányának szórása. Egy-egy liga statikus versenyegyensúlyának mérésére használható a szóráshányados, amely a csapatok győzelmi arányainak szórását osztja az „ideális” esettel (*Scully* [1989]). A szóráshányadossal szemben a győzelmi arányok szórásának normalizált változata (*normalized standard deviation*, *NSD*) hatékonyan alkalmazható a különböző létszámú bajnokságok összehasonlításakor is (*Goossens* [2006], *Groot* [2008], *Owen* [2010]). Az *NSD* mutató, a győzelmi arányok szórásának (*SD*) 0 és 1 közé normalizált változata – a minimális (amelynek értéke 0) és a maximális érték figyelembevételével – az (1) egyenlet alapján számolható (*Goossens* [2006], *Groot* [2008], *Owen* [2010]).<sup>2</sup> A ligában részt vevő csapatok számát  $N$ , az egyes csapatok győzelmi arányát pedig  $w_i$  jelöli. A nevezőben a szórás maximális értéke jelenik

<sup>2</sup> A győzelmi arányok normalizált szórását nevezi *Goossens* [2006] *NAMSI* (*National Measure of Seasonal Imbalance*) mutatónak.

meg,  $w_{\max}$  egy az csapathoz tartozó győzelmi arányt mutatja a teljes kiszámíthatóság esetében, amikor a csapatok közötti egyértelmű sorrendben egy csapat mindig legyőz minden mögötte állót. Amennyiben nem fordulhat elő döntetlen eredmény, az átlagos győzelmi arány mindig  $1/2$ .

$$NSD = \frac{SD - SD_{\min}}{SD_{\max} - SD_{\min}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_i - 1/2)^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_{i\max} - 1/2)^2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_i - 1/2)^2}{\frac{N+1}{12(N-1)}}}. \quad (1)$$

A mutató alacsonyabb értéke kisebb szórást, így kiegyensúlyozottabb bajnokságot jelöl. A legtöbb sportágban előfordulhatnak döntetlen eredmények. Annak érdekében, hogy az átlagos győzelmi arány minden esetben  $1/2$  maradjon, a döntetlennek értékét  $1/2$  győzelemnek tekintjük. Egyes sportágakban (például labdarúgás és vízilabda) úgy osztják ki a pontokat, hogy a döntetlen valójában nem az  $1/2$  győzelemnek felel meg. Ebben az esetben a győzelmi arányok nem egyenesen arányosak a pontszámokkal. Az egyszerűség kedvéért kizárólag a győzelmi arányokkal mérjük a csapatok teljesítményét, ez alapján számoljuk az *NSD* mutatót.

A normalizált *HHI* (*HRCB*) mutató számítása bonyolultabb, és általában a pontszámokra alkalmazzák, így értéke függ a pontozási rendszertől (*Fűrész–Rappai* [2018]). A tanulmányban nem célunk kitérni a pontozási rendszerek közti különbségekre, így a pontozástól független *NSD* mutatót alkalmazzuk a statikus versenyegyensúly mérésére. Valójában hagyományos pontozási rendszerek esetén, ahol a kiosztott pontok összege minden mérkőzésen azonos (például kézilabda), az *NSD* és a normalizált *HHI* között szoros függvényyszerű kapcsolat áll fenn, egyszerűsége miatt mégis az *NSD* mutatót választjuk.<sup>3</sup>

Az 1. táblázatban látható egy példa, amely egy képzeletbeli négycsapatos bajnokság két szezonjának végeredményét mutatja. Mindegyik esetben kiszámoltuk az *NSD* mutató értékét. Az első szezonban a csapatok győzelmeinek aránya nagyon eltérő, a győzelmekből vett részesedések jelentősen különböznek, így az *NSD* mutató értéke magas (1-hez közeli). A második szezonban a győzelmi arányok szóródása jóval kisebb, így az *NSD* mutató értéke is alacsonyabb, ami kiegyensúlyozottabb bajnokságot jelez. A statikus mutató nem veszi figyelembe a csapatok sorrendjét.

<sup>3</sup> Ha a vereség 0 pontot ér, a döntetlen pedig a győzelemért járó pontszám felét, akkor a normalizált *HHI* a következőképpen írható fel a győzelmi arány szórása és a csapatok számának függvényében:  $\frac{HHI - HHI_{\min}}{HHI_{\max} - HHI_{\min}} = \frac{SD^2 N}{(N+1)[3N(N-1)]}$ , felhasználva *Fűrész–Rappai* [2018] és *Owen és szerzőtársai* [2007] számításait. Ez a felírás nagyon hasonló az *NSD* mutató számításához.

## 1. táblázat

Egy példabajnokság statikus versenyegyensúlya két szezonban

Helyezés	1. szezon			2. szezon		
	csapat	győzelmi arány	részesedés (százalék)	csapat	győzelmi arány	részesedés (százalék)
1.	A	0,9	45	A	0,6	30
2.	B	0,6	30	B	0,6	30
3.	C	0,4	20	C	0,4	20
4.	D	0,1	5	D	0,4	20
NSD		0,782			0,268	
HRCB		0,612			0,072	

*Dinamikus versenyegyensúly*

A dinamikus versenyegyensúly mérése a közgazdaságtanban nem terjedt el, nincs standard eljárás a piac dinamikus koncentrációjának mérésére, a tradicionális koncentrációs mérőszámok statikusak. Az újságpiac dinamikus koncentráltóságának mérésére több kutatásban alkalmazták a piaci részesedés mobilitási indexét (*Market Share Mobility Index*), amely a piaci részesedések változékonyságán alapul (*Björkroth–Grönlund* [2015], *Cable* [1997], *Van Kranenburg* [2002]). A sportligákra azonban több mérési módszert is kidolgoztak, amelyek egyaránt alkalmasak lehetnek a piac és a sportverseny dinamikus koncentráltóságának mérésére. A sportban a dinamikus egyensúly különválasztását elsőként *Eckard* [1998] és *Humphreys* [2002] végezték el, mindketten a győzelmi arányok varianciájának dekompozícióját alkalmazták egy több szezonból álló periódusra.

Ez a győzelmi arányokon alapuló mutató nem teszi lehetővé különböző csapat-számú bajnokságok összehasonlítását, így a legtöbb alkalmazott mutató inkább csak a szezonok végső rangsorát veszi figyelembe. Az egyik megközelítés a legjobb  $k$  helyezést elérő csapatok számát használja egy több szezont felölelő periódus alatt (*Buzzacchi és szerzőtársai* [2003], *Goossens* [2006], *FIFA* [2021]). A  $G$ -index ennek egy idealizált esettel való összehasonlítása (*Buzzacchi és szerzőtársai* [2003]).

Ebben a tanulmányban egy másik megközelítést használunk a dinamikus versenyegyensúly mérésére. Két egymást követő szezon rangsorát hasonlítjuk össze. Ennek a megközelítésnek az előzőhöz képest az az előnye a gyakorlatban, hogy nem igényli sok szezon aggregálását, szezononként új értéket kaphatunk. Hátránya, hogy „rövid a memóriája”, nem veszi figyelembe, ha az adott szezon végeredménye esetleg megegyezik a két évvel azelőttivel, mindig csak az előző évhez viszonyít. A két rangsor összehasonlítására alkalmazhatók a statisztikából ismert különböző mérőszámok: a Spearman-féle rangkorrelációs együttható (*Maxcy–Mondello* [2006], *Kringstad–Gerrard* [2007]) vagy a Kendall- $\tau$  távolság is (*Groot* [2008]). Ebben a tanulmányban a *Haan és szerzőtársai* [2007] által kidolgozott dinamikus indexet (*index of dynamics*) alkalmazzuk, amelyet

Gyimesi [2020] tanulmányához hasonlóan rangsormobilitásnak ( $RM$ ) nevezzük, és a (2) egyenlet alapján számoljuk. Ugyanezt a mutatót több másik kutatásban alkalmazzák, más-más néven (*Mizak és szerzőtársai* [2007], *Flores és szerzőtársai* [2010]).

$$RM = \frac{2}{N^2} \sum_{t=1}^N |r_{it} - r_{it-1}|, \quad (2)$$

ahol  $r_{it}$  az  $i$ -edik csapat helyezése a  $t$ -edik szezonban, és  $N$  a ligában szereplő csapatok száma. Ez lényegében a csapatok helyezésváltozásának az átlagát adja eredményül. A nyers átlag maximumértéke  $N/2$  páros számú csapat esetén (ami általános a bajnokságokban). Az európai bajnokságokban nagyban különbözik a részt vevő csapatok száma, azonban a normalizálás  $N/2$ -vel érzéketlenné teszi az indexet a csapatok számára, és így páros  $N$ -re minden esetben 0 és 1 közötti számot kapunk. Az index 0 értéke a mobilitás hiányát, tehát dinamikusan kiegyenlítetlenebb bajnokságot jelez, míg 1 értéke éppen fordítva. Ez a mutató hasonló a normalizált Kendall- $\tau$  távolsághoz, amely szintén 0 és 1 közötti intervallumon értelmezett, és a rangsorolt elemek ellentmondásos és egybehangzó párosításainak arányán alapul (*Kendall* [1955]). *Manassis-Ntzoufras* [2014] rámutat, hogy a rangsormobilitás, a Spearman-féle rangkorrelációs együttható és a Kendall- $\tau$  távolság között nagyon magas a korreláció, így nem vezetnek lényegesen eltérő következtetésekre.

Az 1. táblázat folytatásaként a 2. táblázatban bemutatjuk a példánkban szereplő liga következő három egymást követő szezonjának végső sorrendjét. Látható, hogy a győzelmi arányok minden szezonban megegyeznek, így a statikus versenyegyensúly mindhárom szezonban azonos. A 3. és 4. szezon között mindössze a C és a D csapat sorrendje cserélődik, így a 4. szezonra mért  $RM$  alacsony. Az 5. szezonra a C csapat az élre ugrik, míg az A csapat visszaesik az utolsó helyre. A rangsormobilitás értéke magasabb lesz az 5. szezonban, ami dinamikus értelemben kiegyenlített bajnokságot jelez.<sup>4</sup>

## 2. táblázat

Egy példabajnokság végeredménye három egymást követő szezonban

Helyezés	3. szezon			4. szezon			5. szezon		
	csapat	győzelmi arány	részesedés (százalék)	csapat	győzelmi arány	részesedés (százalék)	csapat	győzelmi arány	részesedés (százalék)
1.	A	0,9	23	A	0,9	16	C	0,9	16
2.	B	0,6	20	B	0,6	15	B	0,6	15
3.	C	0,4	17	D	0,4	14	D	0,4	14
4.	D	0,1	14	C	0,1	13	A	0,1	13
$RM$	–			0,25			0,75		
$\tau$	–			0,167			0,833		

<sup>4</sup> A 2. táblázatban feltüntettük a Kendall- $\tau$  távolságot is, amely hasonlóan viselkedik a rangsormobilitáshoz, azonban nem teljesen azonos vele. A  $\tau$  értéke a 4. szezonban alacsonyabb, míg az 5.-ben magasabb az  $RM$ -nél, ami abból következik, hogy a  $\tau$  értéke jobban növekszik két egymástól messze elhelyezkedő csapat sorrendjének felcserélésekor.



Azt gondoljuk, hogy a verseny izgalmához a statikus és a dinamikus komponens is hozzájárul. A példánkban szereplő liga esetében a bajnokság a 2. szezonra izgalmasabbá válhatott a csapatok szóródásának csökkenése miatt (amit az *NSD* csökkenése mutat), az 5. szezonra pedig a csapatok sorrendjének felcserélődéséből következő meglepetéshelyzet miatt (amit a magas *RM* mutat). A bemutatott egyszerű mutatók korlátja, hogy nem veszik figyelembe, hogy a bajnokság élmezőnyében nagyobb tétért küzdenek a csapatok, így a kialakuló különbségek vagy változások fontosabban lehetnek az izgalom szempontjából. Valós ligák versenyegyensúlya izgalmi elemének elemzésekor alkalmazhatók olyan mérőszámok, amelyek nagyobb súllyal veszik figyelembe a rangsor elejét: például a *Manasis és szerzőtársai* [2013]-ban használt statikus „speciális koncentrációs hányados” (*Special Concentration Ratio, SCR*), a súlyozott rangsormobilitás (*Manasis–Ntzoufras* [2014], *Gyimesi* [2020]) vagy más súlyozási módszerek (például *Can* [2014], *Csató* [2017]). Az egyszerűséget szem előtt tartva a bemutatott modellben nem vezetünk be helyezésekhez kapcsolódó téteket, így az egyszerű *NSD* és *RM* mutatókat használjuk a versenyegyensúly számszerűsítésére. A két mutatószámot több szezonra átlagolva megkapjuk az adott liga hosszú távú versenyegyensúlyát.

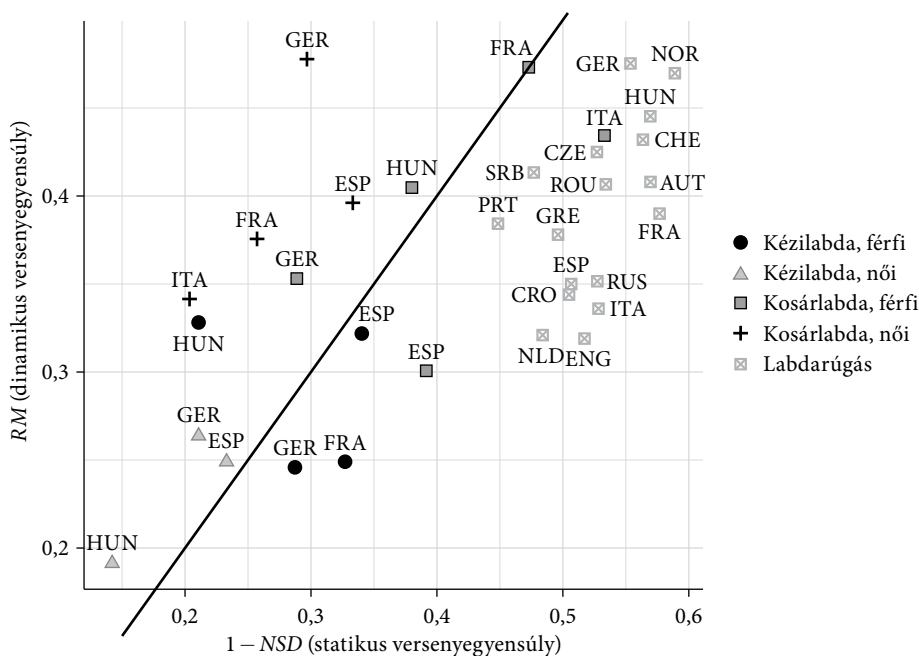
Elvégeztük a két mutató kiszámítását több sportág és ország legrangosabb bajnokságára. A közelmúlt szezonjainak végeredményei alapján számolt átlagos értékek láthatók az 1. ábrán. Az *NSD* mutató értékét 1-ből kivonva ábráztuk, így az *RM*-hez hasonlóan a nagyobb értékek kiegyenlítettbb versenyt jelölnek az ábrán. Ezekben a bajnokságokban kieséses rendszer működik, így az újonnan feljutó csapatokhoz az  $r_{it-1}$  értékéhez az előző szezonban kiesett csapatok helyezését rendeljük az *RM* mutató kiszámításakor.

Az 1. ábra a nagyságrendeket hivatott bemutatni, mélyebb empirikus elemzésekre nem vállalkozunk a tanulmányban. A sportágakat összehasonlítva statikus értelemben a labdarúgás a leginkább kiegyensúlyozott, ezt követi a kosárlabda, majd a kézilabda. A vizsgált sportágak között fontos különbség, hogy a kosárlabdában nincs döntetlen eredmény, míg a kézilabdában és a labdarúgásban van, ami jótékony hatással lehet a versenyegyensúlyra. A férfi-kosár- és -kézilabdabajnokságok jellemzően kiegyenlítettbbek a női párjuknál. Ezek a következtetések összhangban vannak *Fűrész–Rappai* [2018] magyar bajnokságok hasonló időszakára végzett elemzésének eredményeivel. A dinamikus versenyegyensúlyt tekintve árnyaltabb a kép, a labdarúgás és a kosárlabda között itt nem látszik lényeges különbség, tehát az erőviszonyok változékonysága hasonló a két sportágban. A kézilabda a dinamikus versenyegyensúly tekintetében is le van maradva. A magyar labdarúgóliga első osztálya európai összevetésben mindkét tekintetben a kiegyensúlyozottabbak között szerepelt a vizsgált időszakban. A magyar kézilabdiligák azonban statikus értelemben kevésbé kiegyenlítették a többi vizsgált országnál. Emellett az élmezőny dinamikus értelemben is nagyon egyenlőtlen képet mutat, mivel 2002 és 2019 között a férfi-kézilabdabajnokságban minden szezonban a Veszprém és a Szeged csapata végzett az első két helyen, míg a nőknél 2006 és 2019 között három szezon kivételével a Győr és a Ferencváros csapata.

Összességében megállapíthatjuk, hogy a statikus és dinamikus versenyegyensúly között pozitív irányú kapcsolat látszik, azonban megfigyelhetők ettől eltérő

## 1. ábra

Európai sportligák statikus és dinamikus versenyegyensúlya



ISO 3166 $\alpha$ 3 országkódok: Anglia – ENG, Ausztria – AUT, Csehország – CZE, Franciaország – FRA, Hollandia – NLD, Horvátország – CRO, Magyarország – HUN, Németország – GER, Norvégia – NOR, Olaszország – ITA, Oroszország – RUS, Portugália – PRT, Románia – ROU, Spanyolország – ESP, Svájc – CHE, Szerbia – SRB.

Megjegyzés: a labdarúgás esetén a 2008/2009-es és a 2017/2018-as szezon közötti, a többi sportág esetén a 2013/2014-es és a 2017/2018-as szezon közötti értékeket átlagoltuk.

Forrás: a [www.flashscore.com](http://www.flashscore.com) és a [www.worldfootball.net](http://www.worldfootball.net) adatai alapján saját szerkesztés.

tendenciák. A labdarúgásban például konzekvensen magasabb, a női kosárlabdában és kézilabdában pedig alacsonyabb a mért dinamikus versenyegyensúly a statikusnál. Célunk, hogy a tanulmányban bemutatott modell alapján azonosítsunk bizonyos tényezőket, amelyek részben magyarázzák a ligák közti különbségeket.

## Egy csapatsportliga modellje

Tanulmányunkban Késenne [2007] 3. fejezetében bemutatott munkapiaci modellt vesszük alapul. Ez egy mikroökonómiai modell, amelyben a sportklubok olyan ágensek, amelyek tökéletesen racionálisak, és optimalizáló viselkedést követnek. A termékpiac nem jelenik meg részletesen a modellben, erre nincs szükség a következtetések levonásához. A bemutatott modell váza megegyezik Késenne [2007] statikus egyensúlyi modelljével, azonban itt többperiódusosra bővítettük a modellt, amelyben megjelenik a dinamikus versenyegyensúly is. Emellett több ponton

emeltünk be új elemeket, így több, a korábbiakban nem vizsgált tényező versenyegyensúlyra gyakorolt hatását is elemezni tudjuk (például a sporteredménytől független bevételek, fix költségek, a nyereség visszaforgatása vagy a véletlen súlya). A kétcsapatos liga esete helyett sokcsapatos ligát feltételezünk, és szimulációs módszerrel elemezzük a hatásokat.

A modellben szereplő  $N$  sportklub azonos bajnokságban szerepel, ők alkotják a ligát. Egy olyan esetet mutatunk be, amelyben az európai csapatsportokban megszokottakhoz hasonlóan minden csapat azonos alkalommal mérkőzik meg a többi részt vevő csapattal. A döntetlenekkel és a különböző pontozási rendszerekkel nem foglalkozunk részletesen a modellben, a döntetleneket egyszerűen fél győzelemnek tekintjük mindkét csapat számára. A bajnokság  $T$  szezonon keresztül zajlik,  $t$  jelöli az aktuális szeont.

A csapatok által kínált termékek a mérkőzések, és mivel ezek mennyisége rögzített, a csapatok nem dönthetnek a kínált mennyiségről. Egyszerűsítő feltevésként a jegy- és egyéb árakat csapatonként és időben is rögzítettnek tekintjük. A tőkekötséget és tőkejövedelmet nem modellezzük, a modellben az egyetlen input a munkaerő, így a csapatok egyetlen döntési változója, hogy mennyi munkaerőt alkalmazzanak. A sportgazdasági modellekben általánosan a munkaerőt nem az alkalmazottak számával mérik, hanem egy összetett erőforrással, amit a nemzetközi szakirodalom (*Fort–Quirk* [1995], *Késenne* [2006], [2007], *Dietl és szerzőtársai* [2011], *Vrooman* [2009]) *playing talentnek* nevez, amit itt játékosminőségnak fordítunk. Ez magában foglalja nemcsak a játékosok, hanem az edzők és a szakmai stáb képzettségét, felkészültségét is, ami hatással van a mérkőzések eredményességére. Minden  $t$ -edik szezonban döntenek a csapatok arról, hogy mekkora a játékosminőségre irányuló munkakeresletük.

A sportban a munka igen magas képzettséget igényel, és az ilyen munkapiacokon nagyon alacsony a munkakínálat berrugalmassága. Egy zárt piacon, amilyenek az észak-amerikai *major* sportligák, a klubok elsősorban a ligán belüli emberi erőforrást cserélik egymás között, így a munkakínálatot rögzítettnek tekinthetjük. Az európai csapatsportokban kialakult átigazolási rendszer azonban lehetőséget biztosít a csapatoknak, hogy akár szezon közben külföldről is szerződtessenek újabb játékosokat, növelve ezzel a játékosminőséget. Egy európai nemzeti liga csak egy a számos hasonló liga közül, így munkapiaci kereslete elhanyagolható a globális munkakínálathoz képest. Egy ilyen nyitott piacon a munkakínálatot tekinthetjük korlátatlannak (végtelennek) (*Késenne* [2007]). Ilyenkor a bérszínvonal a globális munkapiacra alakul ki, egy nyitott liga számára adottságnak tekinthető.

Elsőként profitmaximalizáló klubokat feltételezünk, amelyeknek munkakeresletét a mikroökonómiából ismert módon a határbevétel és a határkötség egyenlősége adja meg, így szükség van a bevételi és a költségfüggvény specifikálására. A klubok költségét egyszerűen egy  $c_0$  fix (játékosminőségtől független) és egy változó részre osztjuk. Így a lineáris költségfüggvény alakja a következő:

$$C_{it} = c_0 + c_i x_{it}. \quad (3)$$

Az  $i$ -edik csapat  $t$ -edik szezonjában alkalmazott játékosok minőségét jelöli az  $x_{it}$ , a  $c_i$  pedig egy egység játékosminőség bére a  $t$ -edik periódusban, amely mindegyik

klubra érvényes. A sportklubok bevételeit három kategóriára osztja a nemzetközi szakirodalom: a mérkőzések helyszíni bevételei, a televíziós közvetítésekből származó bevételek, valamint a kereskedelmi bevételek. Ebben az egyszerű modellben ezeket a bevételeket nem bontjuk szét, és a termékpiacot sem modellezzük részletesen. *Késenne* [2007] modelljéhez hasonlóan feltesszük, hogy a bevétel a termékpiaci kereslettől függ, ami pedig függ egyrészt a klub piacméretétől ( $m_i$ ), másrészt a klub adott szezonbeli eredményességétől, amit a győzelmeinek arányával mérünk, jelölje  $w_{it}$ . A sportklubok keresletét meghatározó egyéb tényezőkről (például a jövedelmi helyzet vagy a helyszín minősége) *Borland–MacDonald* [2003] ad összefoglalást, azonban a modellben az egyéb tényezőket az árakhoz hasonlóan rögzítettnek tekintjük. Szokásos feltevés, hogy a csapat győzelmi arányának növekedése nem lineárisan növeli a keresletet. A bevételi függvény nemlinearitásával ezt ragadja meg a  $b$  paraméter. Ez egyrészt magyarázható a mikroökonómiából ismert csökkenő határhaszon elvével. Másrészt értelmezhető úgy, hogy a szurkolók mennyire nem kedvelik a kiegyenlítetlen mérkőzéseket. Ha egy klub győzelmi aránya nagyon magas, akkor a mérkőzésein a győzelem szinte biztos, így a győzelmi arány további növekedése már nem feltétlenül növeli a mérkőzései nézettségét. Túlságosan magas  $w_{it}$  akár negatív hatással is lehet a keresletre.

A versenyegyensúly javítása érdekében a ligák gyakran szabályozzák a bevételek redisztribúcióját. Ennek tipikus példája Európában a televíziós közvetítések csomagban értékesítése, amikor is a bevétel meghatározott hányadát a csapatok az eredményektől és a nézettségtől függetlenül egyenlően osztják el (*pool sharing*). Erre *Késenne* [2006] modelljéhez hasonlóan bevezetjük a  $\mu$  paramétert, amely azt mutatja meg, hogy a klubok piaci bevételük (jelöljük  $R'$ -vel) mekkora részét tarthatják meg; a maradék piaci bevételt  $[(1 - \mu)R']$  egyenlően újraosztják a csapatok között.

A győzelmi aránytól függő piaci bevételek mellett bevezetjük az  $r_0$  konstans tagot, amely magában foglalja egyrészt a rögzített tőkebevételt, másrészt a nem piaci bevételeket, a külső támogatásokat. Ezt ebben az egyszerű modellben azonosnak tekintjük minden csapat esetében. Bevezetjük továbbá a  $p\pi_{i,t-1}$  tagot, amely azt mutatja meg, hogy a klub az előző szezonbeli profitjának  $p$  részét felhasználhatja forrásként. Így a bevételi függvény a (4) formában írható fel:

$$R_{it} = r_0 + \mu m_i w_{it} - \mu b w_{it}^2 + (1 - \mu) \overline{R'_i} + p \pi_{i,t-1}. \quad (4)$$

A keresleti preferenciákat jelző  $b$  paramétert a teljes piacra (és nem a csapatokra) jellemzőnek tekintjük. Az  $m_i$  piacméret pedig klubonként változó, viszont időben változatlan adottság. A klub profitját az adott szezonban a bevételek és a költségek különbsége adja meg.

Fontos meghatározni, hogy mitől függ egy klub győzelmi aránya a szezonban. A sportbeli eredményességet a modellben a játékosminőség befolyásolja. A kiinduló modellben ez determinisztikusan működik, azonban itt bevezetünk egy sztochasztikus tényezőt. *Késenne* [2007] (32. o.) levezeti, hogy ha egy mérkőzésen a győzelem valószínűsége a két csapat játékosminőségének arányától determinisztikusan függ, akkor egy csapat győzelmeinek aránya a szezonban (némi egyszerűsítéssel élve)  $N/2(x_{it}/\sum_j x_{jt})$ . Bevezetjük a modellbe a kiszámíthatatlanságot azért, hogy

a győzelmi arányt  $a$  súllyal határozza meg a játékosminőségből determinisztikusan következő tag, és  $1 - a$  súllyal a véletlen. Ha minden mérkőzés eredményét a pusztán véletlen határozná meg, és végtelen sok mérkőzést játszanának egymással a csapatok, akkor minden csapatnak  $1/2$  lenne a győzelmi aránya, ekkor a véletlennek nem lenne szórása (a döntetlent fél győzelemnek számolva). A valóságban azonban nem játszanak végtelen számú mérkőzést, így a pusztán véletlen sem eredményez teljesen egyforma győzelmi arányokat, a véletlen is szóródni fog. Ezt nem modellezzük részletesen, a véletlen tagot ( $u_{it}$ ) egyszerűen egy  $1/2$  várható értékű,  $s$  szórású normális eloszlásból generáljuk:  $u_{it} \sim N(1/2; s)$ . Így egy csapat győzelmi aránya:

$$w_{it} = a \frac{N}{2} \sum_j x_{jt} + (1-a)u_{it}, \quad (5)$$

vagy más alakban a győzelmi arány várható értéke:

$$E(w_{it}) = a \frac{x_{it}}{2x_t} + \frac{1-a}{2}, \quad (6)$$

azaz függ az adott csapat játékosainak minőségétől, illetve a liga játékosainak átlagos minőségétől. A bajnokság végső sorrendje egyszerűen a győzelmi arányok sorba rendezésével alakul ki, tehát a legmagasabb győzelmi arányt elérő csapat végez az 1. helyen, a második legmagasabb győzelmi arányú a 2. helyen, és így tovább. Az (1) egyenletben felírt NSD statikus versenyegyensúlyi mutatónk visszavezethető a győzelmi arányok relatív szórására. A modellben a győzelmi arányok relatív szórása függ egyrészt a csapatok játékosminőségeinek, másrészt a véletlen relatív szórásától, az  $a$  paraméter szerinti súlyozásban.

Egy klub bevételének várható értéke az adott szezonban a (6) egyenletben felírt várható győzelmi aránytól függ, amelyet behelyettesítve a (7) általános egyenletet kapjuk a várható bevételre:

$$E(R_{it}) = r_0 + \mu m_i \left( a \frac{x_{it}}{2x_t} + \frac{1-a}{2} \right) - \mu b \left( a \frac{x_{it}}{2x_t} + \frac{1-a}{2} \right)^2 + (1-\mu)E(\overline{R}_t) + p\pi_{i,t-1}. \quad (7)$$

A várható bevétel egyenletét felírhatjuk az  $x_{it}$  játékosminőség függvényében a következő alakban:

$$E(R_{it}) = K_{it}^0 + K_{it}^1 x_{it} + K_t^2 x_{it}^2, \quad (8)$$

ahol

$$K_{it}^0 = r_0 + (1-\mu)E(\overline{R}_t) + p\pi_{i,t-1} + \mu m_i \left( \frac{1-a}{2} \right) - \mu b \frac{(1-a)^2}{4},$$

$$K_{it}^1 = \frac{\mu a}{2x_t} [m_i - b(1-a)],$$

$$K_t^2 = \frac{-\mu b a^2}{2x_t^2}.$$

## 3. táblázat

A modellben használt jelölések

Jelölés	Leírás	Feltevés
$\pi_{it}$	az $i$ -edik klub nyeresége a $t$ -edik szezonban	endogén változó
$C_{it}$	az $i$ -edik klub összes költsége a $t$ -edik szezonban	endogén változó
$R_{it}$	az $i$ -edik klub összes bevétele a $t$ -edik szezonban	endogén változó
$R'_{it}$	az $i$ -edik klub eredményességtől függő (piaci) bevétele az újraosztás előtt: $R'_{it} = m_i w_{it} - b w_{it}^2$	endogén változó
$w_{it}$	az $i$ -edik klub győzelmeinek aránya a $t$ -edik szezonban, a döntetlent 1/2 győzelemnek számolva	endogén változó
$x_{it}$	az $i$ -edik klub munkafelhasználása a $t$ -edik szezonban játékosminőség-egységben mérve	endogén változó
$\bar{x}_t$	az átlagos játékosminőség a $t$ -edik szezonban	endogén változó
$c_t$	az egységnyi játékosminőség bére a $t$ -edik szezonban	endogén változó
$m_i$	az $i$ -edik klub piacmérete, amely a bevételi függvény meredekségét befolyásolja	exogén változó
$\bar{m}$	az átlagos piacméret	exogén változó
$u_{it}$	az $i$ -edik klub győzelmi arányának véletlen tagja a $t$ -edik szezonban: $u_{it} \sim N(1/2; s)$	exogén változó
$b$	a keresleti preferenciákat, a bevételi függvény nemlinearitásának mértékét jelző paraméter	paraméter
$\mu$	a klubok által megtartott bevétel aránya, az újraosztott bevétellel szemben	paraméter
$p$	a nyereség következő szezonban felhasználható aránya	paraméter
$a$	a játékosminőség szerepének aránya a győzelmi arány meghatározásában a véletlennel szemben	paraméter
$s$	az $u_{it}$ normális eloszlású véletlen szórásparamétere	paraméter
$c_0$	fix, játékosminőségtől független költség	paraméter
$r_0$	fix, a győzelmek arányától független bevétel	paraméter
$T$	a szezonok száma	paraméter
$N$	a csapatok száma a ligában	paraméter

A függvényben az  $\bar{R}'_t$  tag az összes klub összes olyan piaci bevételeinek átlaga, amely az eredményességtől függ. Felhasználva a (4) egyenletet, és hogy  $E(w) = 1/2$ ,

$$E(\bar{R}') = \frac{\bar{m}}{2} - \frac{b}{4}. \quad (9)$$

A következőkben áttekintünk négy forgatókönyvet a zárt–nyitott ligák, valamint a profitmaximalizálás–eredménymaximalizálás dimenziójában. A várható bevétel és a költségfüggvény központi szerepet játszik a klubok optimális döntésének meghatározásában. Látni fogjuk, hogy a különböző forgatókönyvekben minden tag egyaránt

adottságként jelenik meg a klubok számára a várható bevétel függvényben. Ez alapján a klubok minden periódusban képesek úgy meghatározni az  $x_{it}$  játékosminőséget, hogy az várhatóan optimális legyen az adott célfüggvény alapján. A modellben nincs olyan mechanizmus, amely megtakarításra ösztönzi a klubokat, így nem feltételezünk előretekintő klubokat, a klubok mindig az adott periódusban követik a célfüggvényüket, nincs szükség dinamikus optimalizálásra. A modellben használt változókat és paramétereket a 3. táblázat foglalja össze.

## Munkafelhasználás és bérek egy zárt ligában

Ha az észak-amerikai zárt sportligákra jellemző módon a munkakínálat rögzített, akkor a nagyságát megválaszthatjuk úgy, hogy a kínálat nagysága pontosan  $N/2$  legyen. Ekkor az átlagos játékosminőség  $\bar{x}_i = 1/2$ , így a (7) összefüggésben kapott várható bevételi függvény leegyszerűsödik.

### *Profitmaximalizáló klubok*

Az előzőekben tárgyaltak alapján elsőként profitmaximalizáló klubokat tekintünk. A klubok feladata, hogy a várható profitot maximalizálják:  $\max_{x_{it}} E(R_{it}) - C_{it}$ . A profitmaximalizáláshoz a következő feltételnek kell teljesülnie minden klub esetében:

$$\frac{\partial E(R_{it})}{\partial x_{it}} = \frac{\partial C_{it}}{\partial x_{it}}. \quad (10)$$

Tehát a határbevétel egyenlő a határköltséggel, amely a (8) egyenlet alapján a következő formában jelenik meg:  $K_{it}^1 + 2K_{it}^2 x_{it} = c_i$ . Ebből meghatározható az optimális munkakereslet:

$$x_{it}^D = \frac{\mu a [m_i - b(1-a)] - c_i}{2\mu b a^2}. \quad (11)$$

A (11) egyenletben furcsának tűnhet a bér kivonása a piacméretből, azonban az  $m_i$  paraméter a bevételi függvényben a munka határbevételi függvényének konstans tagjaként is értelmezhető, ami megkönnyíti a kivonás interpretációját. Ha a bérek rögtön és tökéletesen rugalmasan tudnak alkalmazkodni, akkor az egyensúlyi bér meghatározható az összes munkakereslet és a munkakínálat egyenlőségéből:

$$\begin{aligned} \frac{N}{2} &= N \cdot \frac{\mu a [\bar{m} - b(1-a)] - c_i^*}{2\mu b a^2}, \\ c_i^* &= \mu a (\bar{m} - b). \end{aligned} \quad (12)$$

Tehát ilyen függvnyspecifikációkkal az egyensúlyi bér időben változatlan, és függ az átlagos piacmérettől, a  $b$  keresleti preferenciákat jelző paramétertől, továbbá *Késenne*

[2007] alapmodelljéhez képest kiegészül a bevételmegosztás paraméterével, valamint a kiszámíthatatlanságot jelző  $a$  paraméterrel. Ha az egyensúlyi bér kialakul a piacon, akkor a (11) és a (12) egyenleteket felhasználva az  $i$ -edik csapat a (13) összefüggés szerinti játékosminőséget foglalkoztatja:

$$x_{it} = \frac{m_i - \bar{m} + ba}{2ba} = \frac{m_i - \bar{m}}{2ba} + \frac{1}{2}, \quad (13)$$

azaz egy klub által foglalkoztatott játékosminőség szintén időben változatlan, és jobb, ha a klub az átlagoshoz képest nagyobb piaccal rendelkezik. *Késenne* [2007] alapmodelljével megegyező egyenletet kapunk, ám ez kiegészül az  $a$  paraméterrel. Ha az  $a$  és a  $b$  paraméter nagyobb, akkor kevesebbet számít a klub piacmérete, a bevételmegosztás  $\mu$  paraméterének azonban nincs szerepe. Minden esetben a legnagyobb piaccal rendelkező klub fogja a legjobb minőségű játékosokat alkalmazni, azonban a véletlen miatt a  $w_{it}$  győzelmi aránya nem feltétlenül lesz a legmagasabb, és nem garantált, hogy a bajnokság első helyezését meg tudja szerezni. Ahhoz, hogy az egyensúlyi bér mellett egy klub várhatóan profitot tudjon realizálni pozitív játékosminőség mellett, és így megérje a piacon maradnia, a (13) egyenlet alapján teljesülnie kell a (14) egyenlőtlenségnek:

$$m_i > \bar{m} - ba. \quad (14)$$

### *Sporteredmény-maximalizáló klubok*

Leginkább az európai sportligákra jellemző, hogy a klubok nem profitmaximalizálóként működnek, hanem a sportbeli eredményességüket maximalizálják, valamilyen profitra vonatkozó korlátozó feltétel mellett. Egyes modellekben a klubok célfüggvénye a profit és az eredményesség valamilyen kombinációja (*Rascher* [1997]), azonban tanulmányunkban csak a két szélsőséges esetet tárgyaljuk (teljes profit- vagy teljes eredményességmaximalizálás). A győzelmi arányt maximalizáló klubok problémája tehát a következőképp írható fel:  $\max_{x_{it}} E(w_{it})$ , feltéve, hogy  $E(R_{it}) - C_{it} \geq \pi_0$ .

A győzelmi arányt akkor maximalizálják, ha minden bevételüket elköltik játékosminőségre úgy, hogy várhatóan  $\pi_0$  profitot érjenek el, tehát a megoldandó egyenlet a következőképpen írható fel, változatlan bevételi és költségfüggvények mellett:  $E(R_{it}) - C_{it} = \pi_0$ , tehát a (3) és a (8) egyenletből

$$K_{it}^0 + K_{it}^1 x_{it} + K_t^2 x_{it}^2 - c_0 - c_t x_{it} = \pi_0. \quad (15)$$

Ez egy  $x_{it}$ -re másodfokú egyenlet, amelynek pozitív piacméretek mellett csak egyik megoldása vezet nemnegatív játékosminőséghez és átlagosan 1/2 győzelmi arányhoz. Ez alapján eredménymaximalizálás esetén a játékosminőségre irányuló kereslet a következő:

$$x_{it}^D = \frac{c_t - K_{it}^1 - \sqrt{(K_{it}^1 - c_t)^2 - 4K_t^2 (K_{it}^0 - c_0)}}{2K_t^2}. \quad (16)$$



Felhasználhatjuk a (8) és a (9) egyenleteket, így az egyensúlyi bér ismeretében ez minden klubra megoldható. A paramétereknek csak bizonyos értékei mellett lesz a gyök alatt nemnegatív érték, amire figyelni kell a paraméterek megválasztásakor. Ekkor az összes klub munkakereslete és a munkakínálat ( $N/2$ ) egyenlősége alapján a (12) egyenlethez hasonlóan az egyensúlyi bér:

$$c_i^* = \mu a \left( \bar{m} - b + \frac{ab}{2} \right) + 2 \left( \bar{K}_i^0 - c_0 - \pi_0 \right). \quad (17)$$

Látható, hogy eredményességmaximalizálás esetén jóval több paraméter befolyásolja a játékosok keresett minőségét, és itt ez nem változatlan időben sem, mivel az előző szezonban elért profit hatással van mind a munkakeresletre, mind az egyensúlyi bérszintre. Az is megfigyelhető, hogy a bevételi függvény alakját befolyásoló  $a$ ,  $b$  és  $\mu$  paraméterek mellett a profitmaximalizáló esethez képest a  $K_{it}^0$ -ban szereplő konstans tagok, a fix bevétel ( $r_0$ ) és a fix költség ( $c_0$ ) is hatással vannak a keresett játékosminőségre, valamint az egyensúlyi bérrre.

## Munkafelhasználás egy nyitott ligában

A korábbiakban említettük, hogy az európai csapatsportokra a nyitott munkaerőpiac jellemző, így a rögzített munkakínálat feltevése nem állja meg a helyét. Ezzel szemben egy nyitott ligában a korlátlan munkakínálat és az exogén módon meghatározott munkabér feltevése életszerűbb (*Késenne* [2007]). A várható bevételi és a költségfüggvényt tekintjük változatatlannak a zárt liga modelljéhez képest, az (5)–(9) összefüggések továbbra is fennállnak. A különbség azonban, hogy a munkakínálat nem egyenlő  $N/2$ -vel, így  $\bar{x}_i \neq 1/2$ .

### Profitmaximalizáló klubok

A profitmaximalizáló klub problémája a (10) egyenletben leírtak alapján a határbevétel és a határköltség egyenlősége. A határköltség jelen esetben a konstans, így jelölhetjük egyszerűen  $c$ -vel. A (8) egyenlet alapján  $K_{it}^1 + 2K_{it}^2 x_{it} = c$ , így meghatározható az optimális keresett játékosminőség:

$$x_{it}^D = \frac{\frac{\mu a}{2\bar{x}_i} [m_i - b(1-a)] - c}{\frac{2\mu b a^2}{2\bar{x}_i^2}}. \quad (18)$$

Tehát a piacméret, a bérek és az  $a$ ,  $b$  és  $\mu$  paraméterek hasonlóan hatnak a keresett játékosminőségre, mint a zárt liga esetében. Itt azonban megjelenik a piaci átlagos játékosminőség is, amely nem exogén adottság. A modell bonyolultsága és a sokcsapatos liga feltételezése miatt feltesszük, hogy az egyes klubok munkakeresletének hatása a liga átlagos játékosminőségére elenyésző, így a klubok nem is veszik figyelembe ezt

a hatást. Ha a munkakínálat tökéletesen rugalmas, tehát bármelyik klub tetszőleges mennyiségű játékosminőséget alkalmazhat, akkor minden klub érvényesíteni tudja az  $x_{it}^D$  munkakeresletét, és az összmunkakereslet meg fog egyezni a rugalmas munkakínálattal. Ekkor teljesülni fog, hogy  $\sum_{i=1}^N x_{it}^D = N\bar{x}_t$ .

$$N\bar{x}_t = N \frac{\frac{\mu a}{2x_t} [\bar{m} - b(1-a)] - c}{\frac{2\mu b a^2}{2x_t^2}}. \quad (19)$$

Ebből  $\bar{x}_t$ -ra a következő egyenlet adódik:

$$\bar{x}_t = \frac{\mu a (\bar{m} - b)}{2c}. \quad (20)$$

Látható, hogy az átlagos játékosminőség és így minden profitmaximalizáló klub keresett játékosminősége is független lesz az időtől, akárcsak zárt liga esetén. Az átlagos játékosminőség, amely összefügg a liga színvonalával, profitmaximalizálás mellett jobb lesz, ha átlagban nagyobbak a piacméretek, ha a klubok a bevétel nagyobb részét tarthatják meg maguknak ( $\mu$ ), és ha a véletlennel szemben a játékosminőség nagyobb arányban járul hozzá az eredményességhez ( $a$ ). Ezzel szemben gyengébb lesz, ha magasabbak a bérek és nagyobb a  $b$  paraméter.

### *Sporteredmény-maximalizáló klubok*

Egy nyitott ligában is megvizsgálható, hogy mi történik, ha sporteredmény-maximalizáló klubokat feltételezünk. Ez áll legközelebb ahhoz az esethez, amely a kutatások alapján jellemző az európai csapatsportligákra (Késenne [2007], Vrooman [2009]). Hasonlóan a zárt ligákhoz, itt is akkor maximalizálják a klubok a győzelmi arányt, ha minden bevételüket elköltik játékosminőségre úgy, hogy várhatóan  $\pi_0$  profitot érjenek el:  $E(R_{it}) - C_{it} = \pi_0$ . A megoldandó egyenlet itt is megegyezik a (15) összefüggéssel:  $K_{it}^0 + K_{it}^1 x_{it} + K_{it}^2 x_{it}^2 - c_0 - c x_{it} = \pi_0$ . Ez  $x_{it}$ -re megint egy másodfokú egyenlet, amelynek – csakúgy, mint a zárt liga modelljében – pozitív piacméretek mellett csak egyik megoldása vezet értelmes eredményre, hasonlóan a (16)-hoz:

$$x_{it}^D = \frac{c - K_{it}^1 - \sqrt{(K_{it}^1 - c)^2 - 4K_{it}^2 (K_{it}^0 - c_0)}}{2K_{it}^2}. \quad (21)$$

Ez megegyezik a zárt ligában kapott keresett játékosminőséggel, azzal a különbséggel, hogy itt a  $c$  bér rögzített, viszont a munkakínálat korlátlan, így  $\bar{x}_t \neq 1/2$ . A nyitott liga profitmaximalizáló esetéhez képest a piacméreten, a rögzített béreken, a bevételmegosztás paraméterén, illetve a  $b$  paraméteren kívül a bevételi és költségfüggvényben szereplő konstans tagok is megjelennek az egyenletben. Az átlagos játékosminőséget a (19) egyenlethez hasonlóan a munkakereslet és munkakínálat egyenlőségéből kapjuk meg. Ebből a következő adódik:

$$\bar{x}_t = \frac{\mu a(2\bar{m} - 2b + ab) + 4(\bar{K}_t^0 - c_0 - \pi_0)}{4c}. \quad (22)$$

A (21) és a (22) egyenletben megjelenik az előző szezonban elért profit, így sem az átlagos, sem az egyes klubok által foglalkoztatott játékosminőség nem lesz állandó időben. A bevételi függvény alakját befolyásoló  $a$ ,  $b$  és  $\mu$  paraméterek mellett a profitmaximalizáló esethez képest a  $K_{it}^0$ -ban szereplő konstans tagok, a fix bevétel ( $r_0$ ) és a fix költség ( $c_0$ ) is hatással lesznek az átlagos játékosminőségre, így a liga általános színvonalára.

## Szimulációs eredmények

A következőkben megvizsgáljuk, hogy a különböző modellváltozatokban miként alakul a versenyegyensúly statikus és dinamikus eleme. Megmutatjuk, hogy az egyes paraméterek különböző értékei milyen versenyegyensúlyt eredményeznek. Ennek elemzéséhez szimulációs módszert használunk, egyszerre csak egyetlenegy paraméter értékét változtatva. A versenyegyensúly javítása nem lehet egyedüli célja a ligának, így minden elemzésnél kitérünk a liga átlagos színvonalának alakulására.

A paraméterek kezdő értékeit úgy választjuk meg, hogy minden esetben legyen értelmes megoldása a klubok optimalizálásának. A modellben nincs technikai akadály, hogy a játékosminőség negatív érték legyen, azonban az interpretálhatóság kedvéért figyelembe vesszük a (14) egyenlőtlenséget a paraméterértékek megválasztásakor. A piacméreteket egy eloszlásból generáljuk, ahol minden klub piacmérete a (23) egyenletes eloszlásból származik. A  $d$  paraméter határozza meg a piacméretek szórását. A paraméterek kezdő értékei a bemutatott szimulációkban a 4. táblázatban olvashatók.

$$m_i \sim U(m_0 - d, m_0 + d). \quad (23)$$

Más kiinduló paraméterértékekkel is futtattunk szimulációkat, de a választás a fő következtetéseket nem befolyásolta. A választott kezdő értékről mozdítjuk el az egyes paramétereket, és elemezzük, hogy miként változik a hosszú távú versenyegyensúly. Minden vizsgált paraméternek 30 különböző értéket adtunk, és mindegyikkel 100 darab szimulációt futtattunk (amelyek a sztochasztikus piacméretek és a véletlen miatt különböznek), majd ezek eredményeit átlagoltuk.<sup>5</sup> Minden futtatás során a hosszú távú versenyegyensúly statikus elemét a  $T = 10$  szezon átlagos NSD mutatójával mérjük, amelyet 1-ből kivonunk, így a nagyobb értékek kiegyensúlyozottabb versenyt (kisebb szórást) jelentenek. A dinamikus elemet a rangsormobilitás RM mutatója ragadja meg, amelynek a nagyobb értékei szintén jobb versenyegyensúlyt jelentenek. A liga színvonalát a klubok átlagos játékosminőségével mérjük. Zárt liga esetében ez függetlenül a paraméterektől mindig 1/2 lesz, mivel a munkakínálat rögzített, és értékét  $N/2$ -nek választottuk. A zárt liga modelljében a munkakínálat alkalmazkodása helyett béralkalmazkodás figyelhető meg.

<sup>5</sup> Az  $u_{it}$  véletleneket egy szimuláción belül egyformának vettük annak érdekében, hogy valóban csak a vizsgált paraméter hatása jelenjen meg.

4. táblázat

A paraméterek leírása és kezdő értékei a szimulációkban

Paraméter Leírás		Kezdő érték a szimulációkban
$T$	a szezonok száma	10
$N$	a csapatok száma a ligában	10
$m_0$	a klubok egyenletes piacméret-eloszlásának várható értéke	6
$d$	a klubok egyenletes piacméret-eloszlásának terjedelmét meghatározó paraméter	1,5
$b$	a keresleti preferenciákat, a bevételi függvény nemlinearitásának mértékét jelző paraméter	3
$\mu$	a klubok által megtartott bevétel aránya az újraosztott bevétellel szemben	1
$p$	a nyereség következő szezonban felhasználható aránya	0,5
$a$	a játékosminőség szerepének aránya a győzelmi arány meghatározásában a véletlennel szemben	0,5
$s$	az $u_{it}$ normális eloszlású véletlen szórásparamétere	0,2
$c_0$	fix, játékosminőségtől független költség	0
$r_0$	fix, a győzelmek arányától független bevétel	0
$\pi_0$	profitcél (eredménymaximalizálás esetén)	0
$c$	egységnyi játékosminőség exogén bére (nyitott ligában)	2
$\bar{x}$	exogén átlagos játékosminőség (a rögzített $N/2$ munkakínálat miatt zárt ligában)	0,5

A következőkben ábrák segítségével mutatjuk be a szimulációk eredményeit. Az ábrákon a különböző árnyalattal jelölt vonalak a négy különböző modellvariánst jelzik. Az európai csapatsportligákra leginkább jellemző nyitott munkapiac és eredménymaximalizáló klubok esetét feketével jelöltük. A szimulációk alapján általánosan megfigyelhető, hogy a nyitott és a zárt ligák között nincs különbség sem a statikus, sem a dinamikus versenyegyensúly alakulásában. A zárt ligák modelljét jelző vonalak (azonos véletleneket választva) egybeesnek a nyitott modellekével. Ennek oka, hogy bár az optimális bérek és játékosminőség különbözik a két esetben, nem ezek határozzák meg a győzelmi arányok szóródását és változékonyságát, így a versenyegyensúly mutatóinak értékét sem.

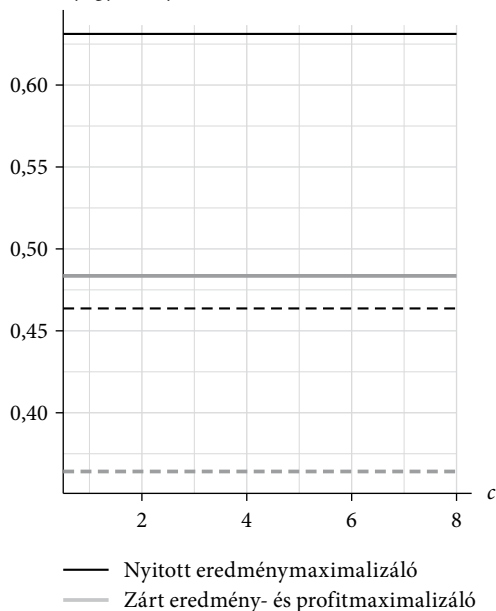
A 2. ábrán látható, hogy egységnyi játékosminőség rögzített bérének változása nincs hatással a versenyegyensúly mutatóira. A magasabb bérek nyitott liga esetén egyszerűen rosszabb játékosminőséghez, a nyitott liga alacsonyabb színvonalához vezetnek. A zárt ligában endogén módon határozódnak meg a bérek, így itt nem is lehet semmilyen hatása az exogén bér szintjének.

A 3. ábra megmutatja, hogy a keresleti preferenciák ( $b$  paraméter) megváltozása mindegyik forgatókönyvben hatással van a versenyegyensúlyra. Ha a  $b$  paraméter nagy, az azt jelenti, hogy a győzelmi arány határbevétele meredeken csökken. Ilyenkor

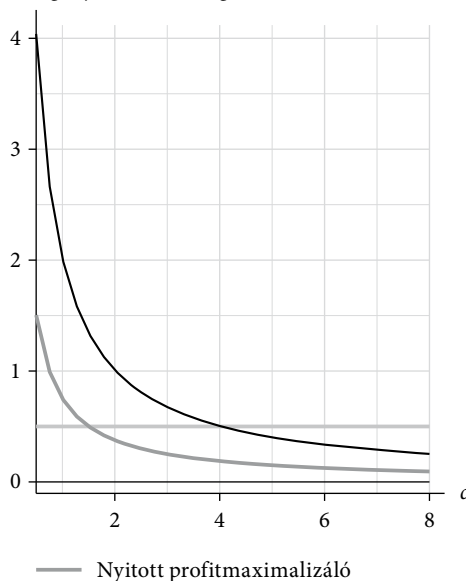
## 2. ábra

Az exogén bérszínvonal hatása

Versenyegyensúly



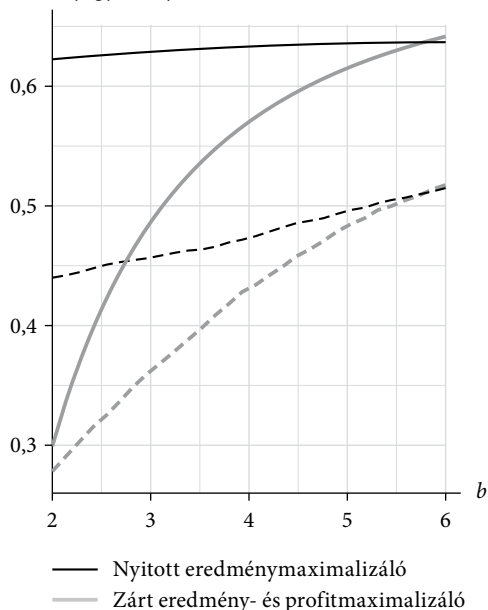
Átlagos játékosminőség



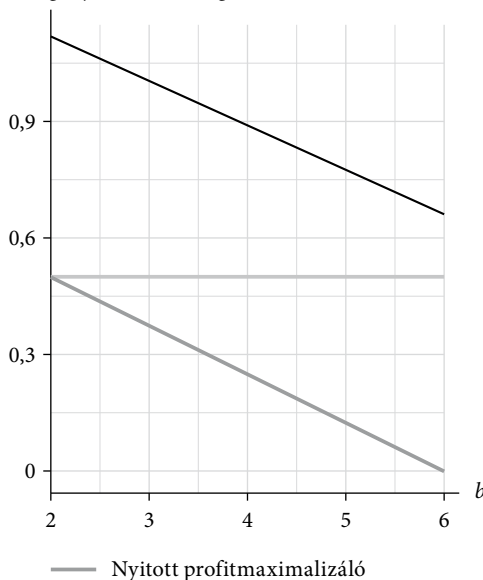
## 3. ábra

A keresleti preferenciák hatása

Versenyegyensúly



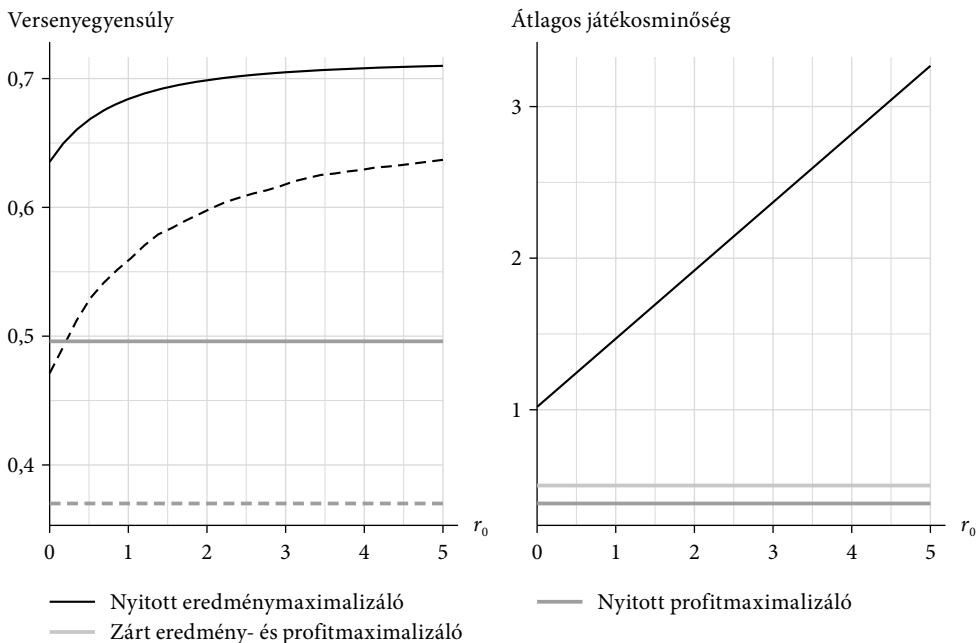
Átlagos játékosminőség



Megjegyzés: a bal oldali ábrákon a folytonos vonal: 1 – NSD, a szaggatott vonal: RM.

## 4. ábra

A tőke- és egyéb bevételek hatása



Megjegyzés: a bal oldali ábrán a folytonos vonal:  $1 - NSD$ , a szaggatott vonal:  $RM$ .

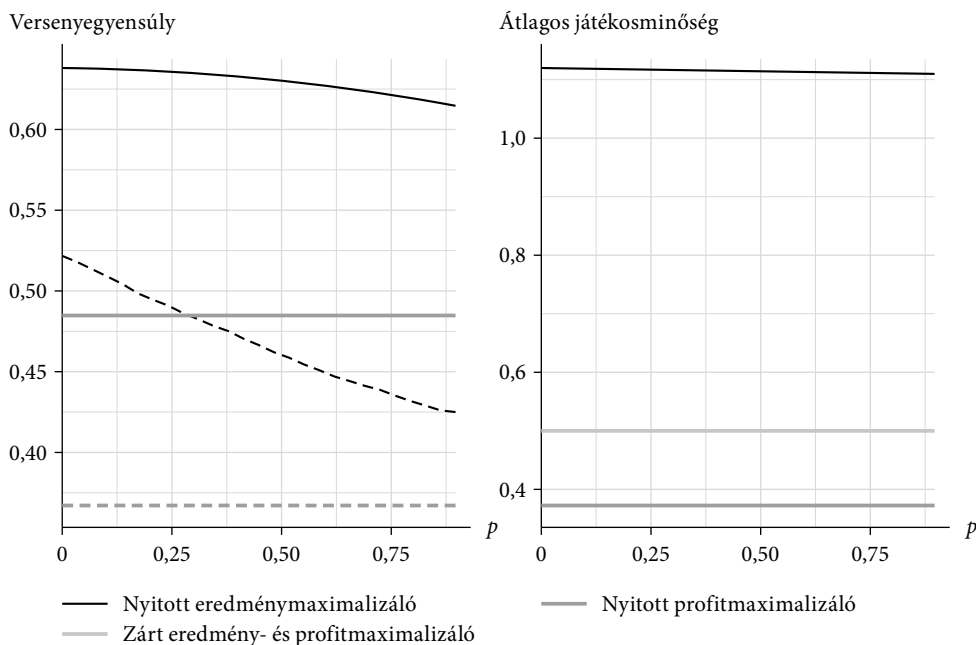
magasabb lesz a versenyegyensúly, dekoncentráltabb lesz a liga. A szimuláció alapján a profitmaximalizáló klubok érzékenyebbek a keresleti preferenciákra, az eredménymaximalizáló klubok esetében alig van befolyása a  $b$  paraméternek a versenyegyensúlyra. Bár a versenyegyensúlyt javítja a paraméter növekedése, de az átlagos játékosminőséget, így a liga átlagos színvonalát csökkenti. Ennek oka, hogy a klubok kevésbé motiváltak magasabb játékosminőséget foglalkoztatni, ha az eredményesség keresletre gyakorolt hatása meredeken csökkenő.

A 4. ábra azt mutatja, hogy ha a klubok profitmaximalizálók, a sporteredményektől független tőke- és egyéb bevételeknek ( $r_0$  paraméter) nincs hatása a klubok döntéseire, így a versenyegyensúlyra és az átlagos játékosminőségre sem. Ezzel ellentétben, ha az eredménymaximalizáló klubok sporteredményektől független bevételeinek aránya növekszik, az jelentősen, de csökkenő mértékben javítja mind a statikus, mind a dinamikus versenyegyensúlyt. Ennek oka, hogy az egyenletesen eloszló fix bevételek csökkentik a relatív szóródást a klubok pénzügyi helyzetében. Eközben – mivel a modellben a klubok a többletbevételt a játékosok minőségének növelésére fordítják – a liga színvonala is növekszik a fix bevételek növekedésével. A fix bevételek növekedésével teljesen ekvivalens a fix költségek ( $c_0$ ) csökkenése és a  $\pi_0$  profitcél csökkenése is. Így a  $c_0$  és a  $\pi_0$  paraméterrel végzett szimulációk ugyanilyen, csak éppen fordított irányú hatást mutatnának.

Fontos, hogy ez a jelenség csak akkor áll fenn, ha ezek a sporteredménytől független bevételek/kiadások valóban egyenletesen oszlanak el a klubok között, illetve a klubok ezt a bevételforrást is teljes egészében a sporteredmény javítására fordítják. Ilyenkor

## 5. ábra

A visszaforgatott nyereség mértékének hatása



Megjegyzés: a bal oldali ábrán a folytonos vonal: 1 – NSD, a szaggatott vonal: RM.

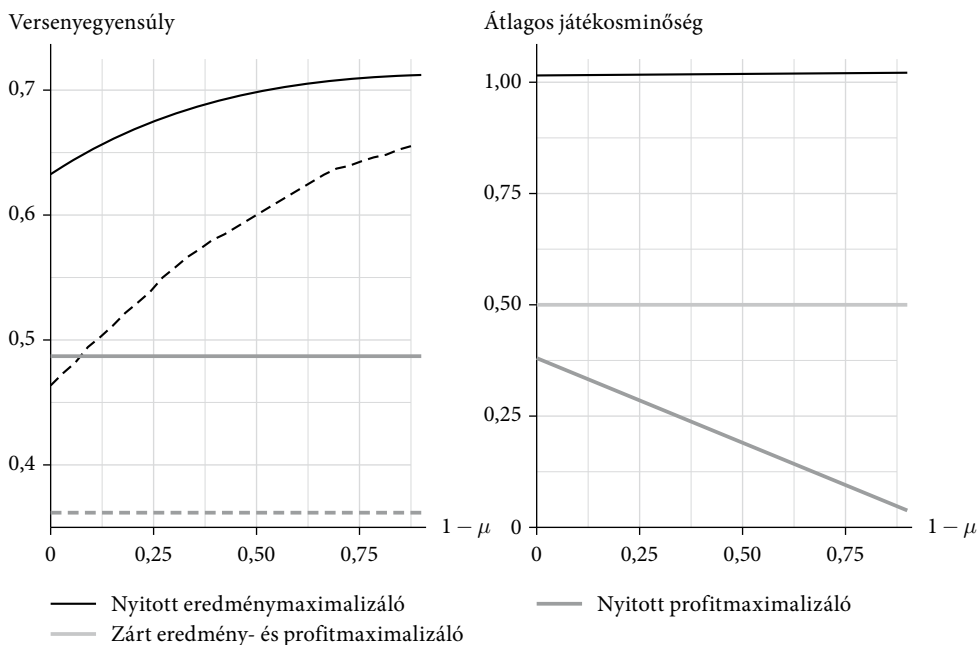
a modell feltételeinek teljesülése esetén a kis, nyitott ligában az eredménymaximalizáló klubok egyenlő külső támogatása is hatékonyan javíthatja a versenyegyensúlyt. A külső bevételek növelése azonban – vagy ezzel ekvivalensen a klubok negatív profitcéljának megengedése és finanszírozása – a puha költségvetési korlát helyzetét idézi elő, amelynek hátrányait Havran–András [2019] részletesen bemutatja a kelet-közép-európai labdarúgás példáján. E hátrányokat figyelembe véve a liga számára a klubok egységes támogatásának költsége meghaladhatja a hasznokat.

A visszaforgatott profit lényegében szintén külső bevételként jelenik meg a modellben, így az 5. ábra is megmutatja, hogy profitmaximalizálás esetén nem tapasztalunk semmilyen hatást. Eredménymaximalizálás esetén a visszaforgatott profit hányadának növekedése jelentősen csökkenti a rangsormobilitással mért dinamikus versenyegyensúlyt. Ez azzal magyarázható, hogy ha egy eredményes szezon után a jól teljesítő klub visszaforgatja a magas nyereségét, az a következő szezonban is jobb eredményt prognosztizál. Emiatt a sokkok hatása valamelyest tartóssá válik, ami egy időre konzerválja az erőviszonyokat a ligában. Az egyes szezonokon belüli statikus versenyegyensúlyra gyakorolt hatás ezzel szemben csekély, és pusztán a fix bevételek arányának enyhe növekedéséből fakad. Ez az eredmény azt jelzi, hogy bizonyos dinamikus tényezők eltérően hatnak a statikus és a dinamikus versenyegyensúlyra, így fontos a két megközelítés elkülönítése.

A bevételmegosztás az európai ligák egyik fő válasza a versenyegyensúly javításának érdekében. A 6. ábra azt mutatja, hogy eredménymaximalizálás esetén

## 6. ábra

## A bevételmegosztás hatása



Megjegyzés: a bal oldali ábrán a folytonos vonal:  $1 - \text{NSD}$ , a szaggatott vonal:  $\text{RM}$ .

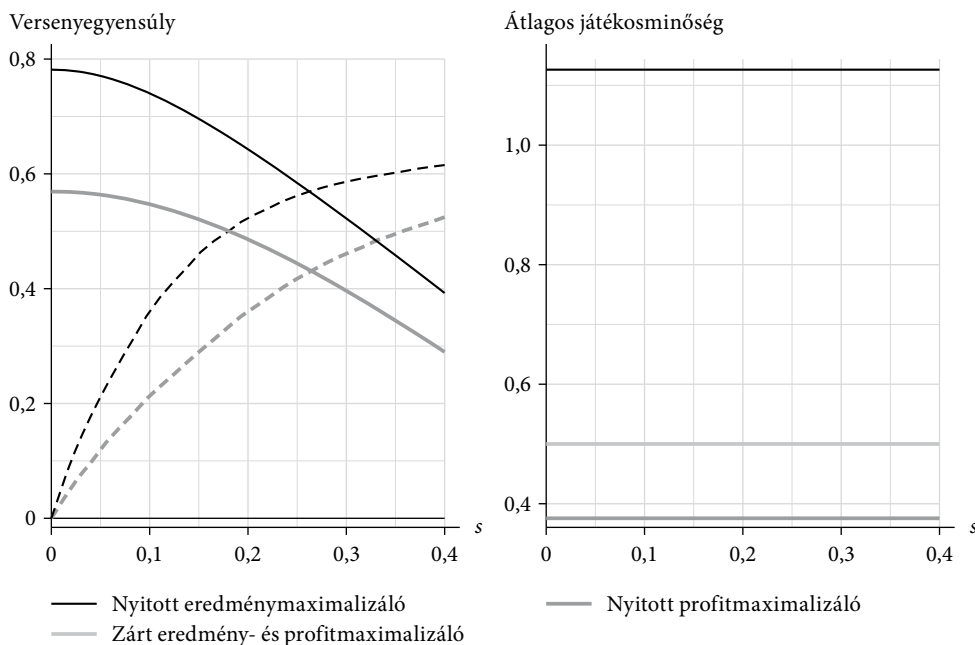
a bevételmegosztás ( $\mu$  paraméter alacsonyabb értéke) valóban jelentősen javítja mind a statikus, mind a dinamikus versenyegyensúlyt, miközben csak minimális hatással van a liga átlagos színvonalára. Ha azonban a klubok profitmaximalizáló viselkedést folytatnak, akkor a bevételek megosztása nem javítja a versenyegyensúlyt, ráadásul csökkenti a liga színvonalát. Ennek oka, hogy a kisebb piaccal rendelkező klubok is kevésbé motiváltak magas minőségű játékosokat alkalmazni, nem használják fel a számukra szétosztott többletbevételt a játékosminőség növelésére. Tehát, ha a klubok inkább a sporteredményüket maximalizálják, akkor a bevételmegosztás hatékony eszköz lehet a versenyegyensúly javítására, míg ha profitmaximalizálóként viselkednek, akkor nem hatékony.

A modellben a normális eloszlású véletlen fontosságát az  $a$  paraméter ragadja meg, míg a szórását az  $s$  paraméter. A 7. ábra megmutatja, hogy a véletlen szórása eltérően hat a versenyegyensúly két komponensére. A statikus egyensúly pusztán a játékosminőség és a véletlen relatív szórásától függ. A játékosminőségre az  $s$  nincs hatással, a véletlen tag szórását pedig növeli, így összességében rontja a statikus versenyegyensúlyt. Ezzel szemben a dinamikus egyensúlyt javítja. Ennek magyarázatához idézzük fel, hogy a véletlen szórása csökkenthető például az egy szezonban lejátszott mérkőzések számának növelésével. Ha a csapatok piaccmérete, így erőssorrendje sem változik, és végtelen sok mérkőzést játszanak minden szezonban ( $s = 0$ ), akkor minden szezon végeredménye ugyanaz lesz, 0 lesz a rangsormobilitás. Viszont minél kevesebb mérkőzést játszanak (nagyobb  $s$ ), annál inkább változékony lesz a szezonok sorrendje.



## 7. ábra

A véletlen szórásának hatása



Megjegyzés: a bal oldali ábrán a folytonos vonal: 1 – NSD, a szaggatott vonal: RM.

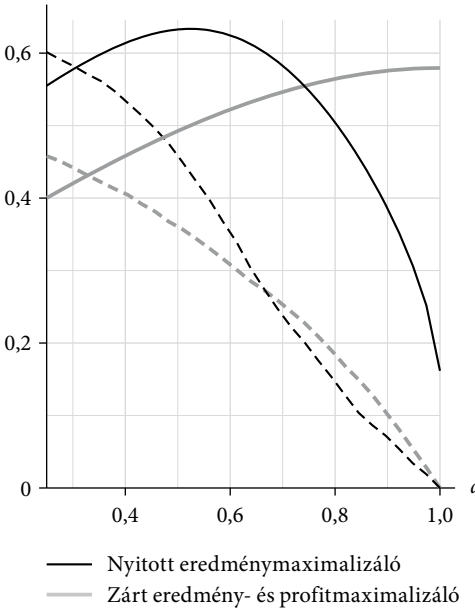
A 8. ábra az  $a$  paraméter hatását mutatja. Ez a paraméter azt méri, hogy a játékosok minősége mekkora súllyal határozza meg a győzelmek arányát a véletlennel szemben. Ha az  $a$  paraméter értéke 1, akkor a véletlennek nincs súlya, a mérkőzések kiszámíthatók, a győzelmi arányok egyszerűen a játékosminőségek arányából következnek. Az ábrán látható, hogy ilyenkor egyáltalán nincs is rangsormobilitás. Ahogy csökkentjük az  $a$  paramétert, a rangsormobilitás meredeken növekszik, egyre változókéonyabb lesz a csapatok sorrendje mindegyik forgatókönyvben.

A statikus versenyegyensúlyra gyakorolt hatások ettől teljesen eltérők. Ez abból adódik, hogy itt két hatás eredője adódik össze, mivel a statikus egyensúly a játékosminőség és a véletlen relatív szórásától függ. A szimulációk során választott paraméterek mellett a véletlen relatív szórása általában kisebb a játékosminőség relatív szórásánál, így  $a$  növelné a statikus egyensúlyt. Profitmaximalizálás mellett megjelenik egy ezzel ellentétes hatás, amely szerint a kisebb (nagyobb) piaccal rendelkező klubok a véletlen szerepének növekedésére úgy reagálnak, hogy az átlaghoz képest relatíve kisebb (nagyobb) játékosminőséget kívánnak foglalkoztatni [lásd (6) egyenlet]. A játékosminőség nagyobb relatív szórása miatt látunk a 8. ábrán alacsonyabb statikus versenyegyensúlyt, amikor az  $a$  paraméter értéke kisebb. Eredménymaximalizálás esetén ez a hatás nem jelenik meg, így az  $a$  csökkenésével a statikus versenyegyensúly is javul egy bizonyos határig, azonban egy nagyon kiegyensúlyozott bajnokságban a véletlen relatív szórása már nagyobb lesz, mint a játékosminőség relatív szórása, ezért kezd el csökkenni újra a versenyegyensúly alacsony  $a$ -értékeknél.

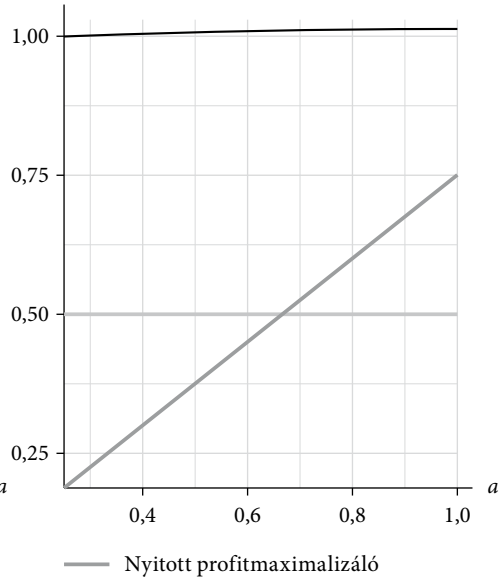
8. ábra

A mérkőzések kiszámíthatóságának hatása

Versenyegyensúly



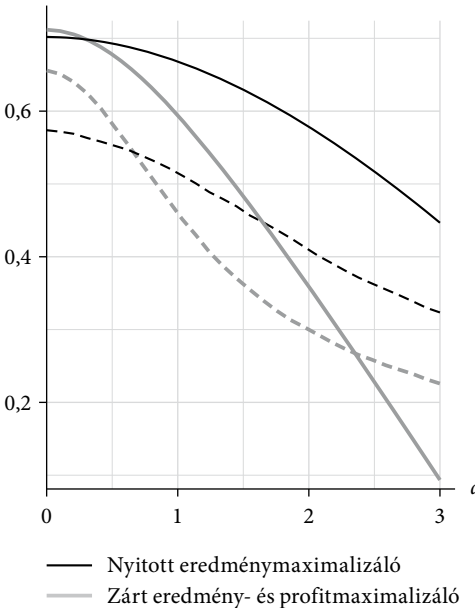
Átlagos játékosminőség



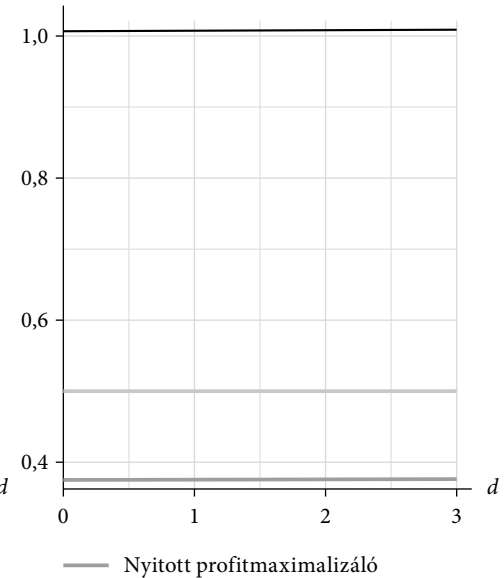
9. ábra

A piacméretek szóródásának hatása

Versenyegyensúly



Átlagos játékosminőség



Megjegyzés: a bal oldali ábrákon a folytonos vonal:  $1 - NSD$ , a szaggatott vonal:  $RM$ .

A csapatok egyazon tágabb piacon versenyeznek egymással, azonban heterogének a szűkebb lokális piac mérete szempontjából. Egy nagyvárosban működő klub potenciálisan nagyobb tömeget tud megmozgatni, nagyobb szurkolótábora alakulhat ki, mint egy falusi térségben működő klubnak. A csapatok piacméreteit egyenletes eloszlásból generáltuk, ahol nagyobb  $d$  nagyobb szórást jelent. A 9. ábra azt mutatja, hogy minél heterogénebbek a klubok a potenciális piacaik szempontjából, annál rosszabb a versenyegyensúly, különösen profitmaximalizáló klubok esetén.

## Összegzés és diszkusszió

A tanulmányban egy munkapiaci megközelítésű modell négy különböző forgatókönyvében vizsgáltuk, hogy az egyes tényezők hogyan befolyásolják egy hivatásos sportligában a verseny kiegyensúlyozottságát. A legtöbb korábbi tanulmány a versenyegyensúlynak csak a statikus dimenzióját emeli ki, amelyet hagyományosan piaci koncentrációs mutatókkal (például szóródási mérőszámok, Herfindahl–Hirschman-index) mérnek, azonban több tanulmány is kiemelte, hogy a versenyegyensúly dinamikus dimenziója – például a nézőszámok alakításában – legalább ugyanekkora jelentőségű. Ez a liga erőviszonyainak változékonyságát jelöli, így a helyezések változékonyságát mérő rangsormobilitást használtuk a mérésére. A tanulmány fontos hozzájárulása, hogy – eltérően a korábbi statikus elméleti modellektől – számos tényezőnek mind a statikus, mind a dinamikus versenyegyensúlyra gyakorolt hatását megvizsgáltuk.

Összehasonlítva a klubok két szélsőséges célfüggvényét, az eredmények arra utalnak, hogy az eredménymaximalizáló viselkedés a profitmaximalizáláshoz képest a ligában átlagosan magasabb játékosminőségre ösztönöz, így emeli a bajnokság színvonalát – természetesen a pénzügyi nyereségesség rovására. Ez megerősíti Késenne [2007] statikus modellben kapott eredményét. Azt találtuk, hogy a ligára jellemző paraméterek függvényében alakul, hogy a profit- vagy az eredménymaximalizálás vezet-e jobb versenyegyensúlyhoz.<sup>6</sup> Ez az eredmény látszólag ellentmond Késenne [2007] következtetésének, amely szerint a játékosminőség szórása a csapatok között profitmaximalizálás mellett kisebb, ami kiegyenlítettebb bajnokságra utal. Valójában a játékosminőség abszolút szórása hasonlóan alakul a mi modellünkben is, azonban ha a súlyt – az empirikus kutatásokkal összhangban – a klubok eredményességével mérjük (ami inkább a relatív szóródáson alapul), akkor a paraméterek függvénye az, hogy melyik célfüggvény eredményez kiegyensúlyozottabb ligát.

A nyitott és a zárt munkapiac között nem találtunk semmilyen különbséget a versenyegyensúly szempontjából. A valóságban a zárt amerikai *major* ligák kiegyenlítettébbek az európai bajnokságoknál (Buzzacchi és szerzőtársai [2003]). Ezt a különbséget azonban inkább egyéb versenykiegyenlítő tényezők okozzák, mint például a fizetési sapka vagy a *draft* játékosválogató rendszer, amelyek a modell jelenlegi

<sup>6</sup> A szimulációk többségében az eredménymaximalizálás tűnik jótékonyabbnak a versenyegyensúlyra nézve, azonban ez nem törvényszerű, függ a paraméterértékek megválasztásától.

változatában nem szerepelnek (*Buzzacchi és szerzőtársai* [2003]). Eredményeink alapján a játékospiac zártsága önmagában nem járul hozzá a kiegyenlítettebb versenyhez. *Késenne* [2006] és *Vrooman* [2009] eredményeihez hasonlóan azt találtuk, hogy a sportbeli eredményességet maximalizáló klubok esetén az európai labdarúgásban alkalmazott bevételmegosztás hatékonyan javítja a versenyegyensúlyt.

Elvégeztük a versenyegyensúly mérését valós sportligák néhány szezonjára is. A valós ligákban bemutatott példákban összefüggés látszott a statikus és a dinamikus versenyegyensúly között. Ezt a modellből származó eredmények is alátámasztják, mivel a versenyegyensúly két dimenziója jellemzően azonos irányba mozdul az egyes tényezők megváltozásának hatására. Ugyanakkor a hatások erősségében van eltérés, továbbá a véletlen tag szórása és fontossága is eltérően hat a statikus és a dinamikus versenyegyensúlyra.

A véletlen tényezőt újszerű módon, súlyozással építettük be a modellbe. Szórása úgy értelmezhető, hogy mekkora lenne a csapatok győzelmi arányának szórása a bajnokság végén, ha minden mérkőzést a pusztán véletlen döntene el. Ez a szórás főképp lebonyolítási kérdésektől függ. Befolyásolja, hogy az adott sportágban van-e döntetlen eredmény, illetve csökkenthető az egy szezonban lejátszott fordulók számával. Eredményeink alapján, ha több mérkőzést játszanak, az a statikus egyensúlyt javítja, azonban a dinamikus komponenst rontja.

A véletlen súlya ahhoz kapcsolódik, hogy mennyire állunk közel ahhoz az esethez, amely szerint minden mérkőzést „pénzfeldobás” dönt el. A valóságban tehát a mérkőzések kiszámíthatatlansága határozza meg, amely főképp sportágspecifikus adottság, a sportág szabályrendszerétől függ. Például a szabályokból következően a labdarúgásban kevesebb találat esik, mint a kosár- és a kézilabdában. *Scarf és szerzőtársai* [2019] szerint, ha alacsonyabb a találatok átlagos mennyisége, akkor kiszámíthatatlanabb egy mérkőzés győztese, így nagyobb lesz a véletlen súlya. Azt találtuk, hogy ilyenkor (egy bizonyos határig) magasabb lesz a versenyegyensúly mindkét komponense. Ez magyarázatot adhat a labdarúgás 1. ábrán és *Fűrész–Rappai* [2018] tanulmányában bemutatott versenyegyensúly-beli előnyére.

A statikus versenyegyensúlyhoz hasonlóan a piaci koncentráció statikus mérését is széles körben alkalmazzák, de a piacelemzésben is ritka a piaci koncentráció dinamikus elemének mérése. Ugyanakkor bármilyen piacot jellemezhetünk abból a szempontból, hogy az erőviszonyok mennyire változékonyak, ami hasznos információkkal szolgálhat az adott piac dinamikájáról. Ehhez akár az itt bemutatott rangsormobilitási index, akár a sportban alkalmazott más dinamikus koncentrációs mérőszámok is felhasználhatók. A sportligáktól különböző piacok dinamikus versenyegyensúlyának összehasonlítása egy eddig kiaknázatlan kutatási irány, ami érdekes következtetésekre vezethet a statikus piaci koncentrációs méréseket kiegészítve.

Mivel a versenyegyensúly mérésére nincs egyetlen standard eljárás, a kapott eredményeket befolyásolhatják a választott mérőszámok. Ugyanakkor törekedtünk a különböző mérőszámok hasonlóságának bemutatására, ami alapján azt gondoljuk, hogy a fő eredményeket más mérőszámok választása sem befolyásolná jelentősen. A tanulmányban bemutatott modell korlátjaként említhető, hogy specifikus bevételi és költségfüggvényformákkal operál. Bár ezeket gyakran alkalmazzák sportgazdasági modellekben,

elképzelhető, hogy más függvényformák esetén más eredményeket kapnánk. Az európai sportklubok számára fontos cél a nemzetközi kupaszereplés. A modellből ez a nemzetközi dimenzió az egyszerűség miatt hiányzik. Ugyanakkor fontos megemlíteni, hogy a nemzetközi kupás helyekért folyó küzdelem és az onnan befolyó bevételek befolyásolhatják a ligán belüli versenyegyensúlyt is. A csapatok nemzetközi szereplésére akár kedvezően is hathat egy kiegyensúlyozatlan hazai liga.

A korlátokat figyelembe véve a tanulmány több ponton elősegítheti a sportligák további gazdasági szempontú kutatását. Egyrészt, elősegítheti a sportligák empirikus elemzését azáltal, hogy elméleti megalapozást nyújt. Másrészt, lehetővé teszi további tényezők beépítését, amelyeknek hatása így szintén elemezhetővé válik. Ilyen további tényezők lehetnek például a feljutásos/kieséses rendszer, a fizetési sapka, az utánpótlás-nevelés, az előretekinthető vagy heterogén stratégiát követő klubok. Ezek a bemutatott modellben nem szerepelnek, azonban jelentőségük lehet a versenyegyensúly és a liga színvonalának alakításában. A fentiek mellett a modell egy valós liga adataira kalibrálásával alkalmassá válhat hatásvizsgálatok lefolytatására és sportgazdasági döntések támogatására. Valamilyen tényező külső megváltoztatásának időbeli lecsengése is elemezhető a modell segítségével. További kihívásként merül fel a modellből származó eredmények empirikus verifikálása.

### *Hivatkozások*

- ALDOUS, D. [2017]: Elo ratings and the sports model: A neglected topic in applied probability? *Statistical Science*, Vol. 34. No. 4. 616–629. o. <https://doi.org/10.1214/17-sts628>.
- ANDRÁS KRISZTINA [2003]: A sport és az üzlet kapcsolata – elméleti alapok. BKÁE Vállalatgazdaságtan Tanszék, Budapest.
- ANDRÁS KRISZTINA–HAVRAN ZSOLT–JANDÓ ZOLTÁN [2012]: Üzleti globalizáció és a hivatásos sport: sportvállalatok nemzetközi szerepvállalása. BCE Vállalatgazdaságtan Intézet, Versenyképesség Kutató Központ, Budapest.
- ANDRÁS KRISZTINA–HAVRAN ZSOLT–KAJOS ATTILA–KOZMA MIKLÓS–MÁTÉ TÜNDE–SZABÓ ÁGNES [2019]: A sportgazdaságtani kutatások nemzetközi és hazai fejlődése. *Vezetéstudomány*, 50. évf. 12. sz. 136–148. o. <https://doi.org/10.14267/veztud.2019.12.12>.
- BJÖRKROTH, T.–GRÖNLUND, M. [2015]: Market share mobility in regional newspaper markets. *European Journal of Communication*, Vol. 30. No. 6. 714–744. o. <https://doi.org/10.1177/0267323115612214>.
- BORLAND, J.–MACDONALD, R. [2003]: Demand for sport. *Oxford Review of Economic Policy*, Vol. 19. No. 4. 478–502. o. <https://doi.org/10.1093/oxrep/19.4.478>.
- BUZZACCHI, L.–SZYMANSKI, S.–VALLETTI, T. M. [2003]: Equality of opportunity and equality of outcome: open leagues, closed leagues and competitive balance. *Journal of Industry, Competition and Trade*, Vol. 3. No. 3. 167–186. o. [https://doi.org/10.1057/9780230274273\\_5](https://doi.org/10.1057/9780230274273_5).
- CABLE, J. R. [1997]: Market share behavior and mobility: an analysis and time-series application. *Review of Economics and Statistics*, Vol. 79. No. 1. 136–141. o. <https://doi.org/10.1162/003465397556476>.
- CAN, B. [2014]: Weighted distances between preferences. *Journal of Mathematical Economics*, No. 51. 109–115. o. <https://doi.org/10.26481/umamet.2012056>.

- CSATÓ LÁSZLÓ [2017]: On the ranking of a Swiss system chess team tournament. *Annals of Operations Research*, Vol. 254. No. 1–2. 17–36. o. <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2440-4>.
- CSATÓ LÁSZLÓ [2020a]: A 2020-as labdarúgó-Európa-bajnokság pótselejtezőjének problémái. *Sigma*, 51. évf. 2. sz. 81–94. o.
- CSATÓ LÁSZLÓ [2020b]: Sportbajnokságok tervezése: Tanulságok a férfi kézilabda Bajnokok Ligájából. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 37. évf. 2. sz. 157–166. o. <https://doi.org/10.37070/aml.2020.37.2.02>.
- CSATÓ LÁSZLÓ–PETRÓCZY DÓRA GRÉTA [2019]: Hogyan tehető igazságosabbá a labdarúgó-mérkőzéseket követő büntetőpárbaj? *Statisztikai Szemle*, 97. évf. 8. sz. 779–798. o. <https://doi.org/10.20311/stat2019.8.hu0779>.
- CSATÓ LÁSZLÓ–PETRÓCZY DÓRA GRÉTA [2020]: Miért igazságtalan a 2020-as labdarúgó-Európa-bajnokság kvalifikációja? *Közgazdasági Szemle*, 67. évf. 7–8. sz. 734–747. o. <https://doi.org/10.18414/ksz.2020.7-8.734>.
- DIETL, H. M.–GROSSMANN, M.–LANG, M. [2011]: Competitive balance and revenue sharing in sports leagues with utility-maximizing teams. *Journal of Sports Economics*, Vol. 12. No. 3. 284–308. o. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1516713>.
- DOBRÁNSZKY BLANKA–SZIKLAI BALÁZS [2020]: Az időn múlik? Egyéni teljesítménysportok hatékonyságvizsgálata Monte-Carlo-szimuláció segítségével. *Sigma*, 51. évf. 4. sz. 383–400. o.
- ECKARD, E. W. [1998]: The NCAA cartel and competitive balance in college football. *Review of Industrial Organization*, Vol. 13. No. 3. 347–369. o. <https://doi.org/10.1023/A:1007713802480>.
- EL-HODIRI, M.–QUIRK, J. [1971]: An economic model of a professional sports league. *Journal of Political Economy*, Vol. 79. No. 6. 1302–1319. o. <https://doi.org/10.1086/259837>.
- FEES, E.–STÄHLER, F. [2009]: Revenue sharing in professional sports leagues. *Scottish Journal of Political Economy*, Vol. 56. No. 2. 255–265. o. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9485.2009.00483.x>.
- FIFA [2021]: Global Competitive Balance Report 2020. <https://img.fifa.com/image/upload/uq7rwnxcj6m55frwmrhs.pdf>.
- FLORES, R.–FORREST, D.–TENA, J. D. D. [2010]: Impact on competitive balance from allowing foreign players in a sports league: Evidence from European soccer. *Kyklos*, Vol. 63. No. 4. 546–557. o. <https://doi.org/10.1111/j.1467-6435.2010.00487.x>.
- FORT, R.–QUIRK, J. [1995]: Cross-subsidization, incentives, and outcomes in professional team sports leagues. *Journal of Economic Literature*, Vol. 33. No. 3. 1265–1299. o.
- FŰRÉSZ DIÁNA IVETT–RAPPAI GÁBOR [2018]: Koncentrációs mérőszámok „sportos” szerepkörben. *Statisztikai Szemle*, 96. évf. 10. sz. 949–972. o. <https://doi.org/10.20311/stat2018.10.hu0949>.
- FŰRÉSZ DIÁNA IVETT–RAPPAI GÁBOR [2019]: Ökonometriai modellek alkalmazása a sportgazdaságban. Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, Pécs.
- GOOSSENS, K. [2006]: Competitive balance in European football: Comparison by adapting measures: National Measure of Seasonal Imbalance and Top 3. *Rivista Di Diritto Ed Economia Dello Sport*, Vol. 2. 77–122. o.
- GROOT, L. [2008]: *Economics, uncertainty and European football: Trends in competitive balance*. Edward Elgar Publishing, Cheltenham–Northampton, MA.
- GYIMESI ANDRÁS [2020]: League ranking mobility affects attendance: Evidence from European soccer leagues. *Journal of Sports Economics*, Vol. 21. No. 8. 808–828. o. <https://doi.org/10.1177/1527002520944451>.

- HAAN, M.–KONING, R. H.–VAN WITTELOOSTUIJN, A. [2007]: Competitive balance in national European soccer competitions. Megjelent: *Albert, J.–Koning, R. H.* (szerk.): Statistical thinking in sports. Chapman and Hall/CRC, New York, 75–88. o. <https://doi.org/10.1201/9781584888697-8>.
- HAJDU OTTÓ [1986]: A beruházások koncentrációjának vizsgálata. Statisztikai Szemle, 64. évf. 3. sz. 234–260. o.
- HAVRAN ZSOLT–ANDRÁS KRISZTINA [2019]: Understanding soft budget constraint in Western-European and Central-Eastern-European professional football. Budapesti Corvinus Egyetem Sportgazdaságtani Kutatóközpont, Budapest.
- HUMPHREYS, B. R. [2002]: Alternative measures of competitive balance in sports leagues. Journal of Sports Economics, Vol. 3. No. 2. 133–148. o. <https://doi.org/10.1177/152700250200300203>.
- HUMPHREYS, B. R. [2019]: A practical guide to measuring competitive balance. Sports (and) Economics, FUNCAS Social and Economic Studies, No. 7. 75–103. o. <https://www.funcas.es/wp-content/uploads/Migracion/Publicaciones/PDF/2163.pdf>.
- KENDALL, M. G. [1955]: Rank correlation methods. Griffin, London.
- KÉSENNE, S. [2006]: Competitive balance in team sports and the impact of revenue sharing. Journal of Sport Management, Vol. 20. No. 1. 39–51. o. <https://doi.org/10.1123/jsm.20.1.39>.
- KÉSENNE, S. [2007]: The economic theory of professional team sports: An analytical treatment. Edward Elgar Publishing, Cheltenham.
- KRAUTMANN, A. C.–HADLEY, L. [2006]: Dynasties versus pennant races: Competitive balance in Major League Baseball. Managerial and Decision Economics, Vol. 27. No. 4. 287–292. o. <https://doi.org/10.1002/mde.1260>.
- KRINGSTAD, M.–GERRARD, B. [2007]: Beyond Competitive Balance. Megjelent: *Parent, M. M.–Slack, T.* (szerk.): International Perspectives on the Management of Sport. Butterworth-Heinemann, Burlington, MA, 149–172. o. <https://doi.org/10.1016/b978-0-7506-8237-4.50014-5>.
- MANASIS, V.–AVGERINOU, V.–NTZOUFRAS, I.–READE, J. J. [2013]: Quantification of competitive balance in European football: development of specially designed indices. IMA Journal of Management Mathematics, Vol. 24. No. 3. 363–375. o. <https://doi.org/10.1093/imaman/dps014>.
- MANASIS, V.–NTZOUFRAS, I. [2014]: Between-seasons competitive balance in European football: Review of existing and development of specially designed indices. Journal of Quantitative Analysis in Sports, Vol. 10. No. 2. 139–152. o. <https://doi.org/10.1515/jqas-2013-0107>.
- MAXCY, J.–MONDELLO, M. [2006]: The impact of free agency on competitive balance in North American professional team sports leagues. Journal of Sport Management, Vol. 20. No. 3. 345–365. o. <https://doi.org/10.1123/jsm.20.3.345>.
- MICHIE, J.–OUGHTON, C. [2004]: Competitive balance in football: Trends and effects. The Sports Nexus, [https://www.researchgate.net/publication/283569348\\_Competitive\\_Balance\\_in\\_Football\\_Trends\\_and\\_Effects](https://www.researchgate.net/publication/283569348_Competitive_Balance_in_Football_Trends_and_Effects).
- MIZAK, D.–NERAL, J.–STAIR, A. [2007]: The Adjusted Churn: An index of competitive balance for sports leagues based on changes in team standings over time. Economics Bulletin, Vol. 26. No. 3. 1–7. o.
- OWEN, P. D. [2010]: Limitations of the relative standard deviation of win percentages for measuring competitive balance in sports leagues. Economics Letters, Vol. 109. No. 1. 38–41. o. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2010.07.012>.

- OWEN, P. D.–RYAN, M.–WEATHERSTON, C. R. [2007]: Measuring competitive balance in professional team sports using the Herfindahl-Hirschman index. *Review of Industrial Organization*, Vol. 31. No. 4. 289–302. o. <https://doi.org/10.1007/s11151-008-9157-0>.
- PAWLOWSKI, T.–NALBANTIS, G. [2019]: Competitive balance: Measurement and relevance. Megjelent: *Downward, P.–Frick, B.–Humphreys, B. R.–Pawlowski, T.–Ruseski, J. E.–Soebbing, B. P.* (szerk.): *The SAGE Handbook of Sports Economics*. SAGE Publications, <https://doi.org/10.4135/9781526470447.n16>.
- PEETERS, T.–SZYMANSKI, S. [2014]: Financial fair play in European football. *Economic Policy*, Vol. 29. No. 78. 343–390. o. <https://doi.org/10.1111/1468-0327.12031>.
- PLUMLEY, D.–RAMCHANDANI, G. M.–WILSON, R. [2019]: The unintended consequence of Financial Fair Play. An examination of competitive balance across five European football leagues. *Sport, Business and Management*, Vol. 9. No. 2. 118–133. o. <https://doi.org/10.1108/sbm-03-2018-0025>.
- RASCHER, D. [1997]: A model of a professional sports league. Megjelent: *Hendricks, W.* (szerk.): *Advances in the Economics of Sport*. Vol. 2. JAI Press, Greenwich–London, 27–76. o. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1601>.
- ROTTENBERG, S. [1956]: The baseball players' labor market. *Journal of Political Economy*, Vol. 64. No. 3. 242–258. o. <https://doi.org/10.1086/257790>.
- SASS MAGDOLNA [2016]: Glory hunters, sugar daddies, and long-term competitive balance under UEFA Financial Fair Play. *Journal of Sports Economics*, Vol. 17. No. 2. 148–158. o. <https://doi.org/10.1177/1527002514526412>.
- SCARF, P.–PARMA, R.–MCHALE, I. [2019]: On outcome uncertainty and scoring rates in sport: The case of international rugby union. *European Journal of Operational Research*, Vol. 273. No. 2. 721–730. o.
- SCULLY, G. W. [1989]: *The business of major league baseball*. University of Chicago Press.
- SZYMANSKI, S. [2003]: The economic design of sporting contests. *Journal of Economic Literature*, Vol. 41. No. 4. 1137–1187. o. <https://doi.org/10.1257/jel.41.4.1137>.
- VAN KRANENBURG, H. [2002]: Mobility and market structure in the Dutch daily newspaper market segments. *Journal of Media Economics*, Vol. 15. No. 2. 107–123. o. [https://doi.org/10.1207/s15327736me1502\\_3](https://doi.org/10.1207/s15327736me1502_3).
- VROOMAN, J. [2009]: Theory of the perfect game: Competitive balance in monopoly sports leagues. *Review of Industrial Organization*, Vol. 34. No. 1. 5–44. o. <https://doi.org/10.1007/s11151-009-9202-7>.