

DÖNTÉSTÁMOGATÓ RENDSZER TEHENÉSZETEK JÖVEDELMEZŐSÉGE JAVÍTÁSÁRA¹

HEINC EMILIA, BÁNHELYI BALÁZS, MIKÓ EDIT, CSENDES TIBOR
Szegedi Tudományegyetem

A tejtermelő szarvasmarha-tenyésztés egyik hangsúlyos döntési tényezője a tehenek selejtezési idejének megválasztása. Ezt a döntést több bonyolult tényező befolyásolja, melyek közül a legfontosabb a reprodukciós paraméterek alakulása. A cikk első felében bemutatjuk, hogy a modell nagymértékű egyszerűsítésével hogyan lehet kiszámolni a reprodukciót befolyásoló adatokból egy selejtezési döntésszabály pénzügyi hatását. Majd ezen gondolatmenetet követve alkalmazzuk az általunk fejlesztett mikroszimulációs módszert tehenek életútjának modellezésére. Ezzel a megoldással megmutatjuk, hogy bonyolultabb esetekben is pontos becslést lehet adni a tehen hasznos, termeléssel eltöltött élettartamának alakulására. Továbbá kimutatjuk, hogy különböző költségek és bevételek alakulása mellett milyen selejtezési szabályt lenne gazdaságos használni.

1 Bevezető

Talán azt gondolnánk, hogy a mezőgazdaság területén még nem annyira elterjedt a modern rendszerek alkalmazása. A mai kombájnok, traktorok a személyautókkal azonos komforttal rendelkeznek, automatikus vezetésük kifinomultabb, klimatizáltak és a külső zajoktól teljesen elszigeteltek. A precíziós növénytermesztésben mindennapi a drónok segítségével készített felvételek használata, melyek lehetővé teszik, hogy egy adott parcella meghatározott részén végezzünk gyomirtást, speciális kezelést, ezzel elkerülve a túlzott vegyszerfelhasználást, ezáltal a környezetszennyezést. Az állattenyésztésben szenzorok használatával képesek vagyunk összegyűjteni az állatok életfolyamatainak zavarása nélkül azokat az egyedi paramétereket (pulzusszám, testhőmérséklet, aktivitás, pihenés, takarmányfogyasztás) melyek elemzésével a termelés hatékonyabbá tehető. Ennek ellenére vannak olyan többtényezős, nehezen modellezhető kérdések az ágazatban, melyeknek megoldására sok esetben a megszokás, a „ránézésre jó”, esetleg az „így szokták” választ kapjuk.

A tejtermelő ágazat összetett termelési folyamata során a keletkezett fő termék az emberi fogyasztásra alkalmas árutej, mely az ágazat árbevételének több mint 90%-át adja. Mint szinte minden termelői tevékenység, a tejtermelés elsődleges célja is a jövedelmező gazdálkodás folytatása.

Az állattenyésztési ágazatok közül a szarvasmarha-tenyésztés igényli az anyagi és szellemi erőforrások legnagyobb szintű koncentrációját. A faj hosszú

¹Beérkezett 2021. január 21. E-mail: banhelyi@inf.szte.hu.

generációs intervallumból adódó rugalmatlanság miatt egy rosszul meghozott tenyésztői vagy gazdasági döntés következtében kialakuló állapot korrigálásához évek szükségesek. A termelés elsődleges szereplője a holstein-fríz szarvasmarha, mely világviszonylatban a legelterjedtebb tejtermelő fajta.

Ma Magyarországon a szarvasmarha létszám megközelítőleg 900 ezer, melyből a tejtermelő tehenek száma 210 ezer, ennek a létszámnak 81%-a nagyüzemi (200-1500 tehén) körülmények között termel. Vagyis csaknem 170 ezer tehén termel intenzív termelési formában naponta tejet a fogyasztók számára. Munkánkban ezeket a tehenészeteket vizsgáljuk gazdasági szempontból és írunk fel rá modellt, mellyel vizsgálhatjuk a működésüket.

Az általunk tanulmányozott kérdés talán az egyik legérzékenyebb gazdaságossági témakör, hogy meddig érdemes a tehenet termelésben tartani. Mikor jön el az a pillanat, amikor selejtezni kell, mert a ráfordított költségeket nem képes termelésével fedezni az állat. A selejtezés, illetve a tehenek termelésben tartásának ideje meghatározza az állomány kor szerinti összetételét, tejhozamát és az élettartamát, ezáltal a jövedelmezőséget is befolyásolja. A selejtezési arány növekedésével több tenyészűszőre van szükség ahhoz, hogy az állomány létszámát szinten tartsuk. A tehénselejtezésből adódó értékvesztés nagyságát (a tenyészűsző bekerülési költségének és a selejt tehén értékesítési árának különbözetét) nagymértékben befolyásolja a selejtezés helyesen megválasztott időpontja.

2 A kidolgozott modell összefüggései

Magyarországon gyakori a kisüzemi gazdálkodási forma, mely lehet egy-két tehenet tartó egyéni gazdálkodó, vagy akár ötven szarvasmarhával dolgozó családi gazdaság is. Ezen felül azonban leginkább jellemző az úgynevezett nagyüzemi szarvasmarha tenyésztés, ahol az állományok átlagléttszáma akár az ezres nagyságrendet is elérheti. A kutatás alapját elsősorban ezeknek a nagyobb állománylétszámú tehenészeteknek a vizsgálata adta. Egy kisüzemi gazdaságban a selejtezés időpontjának megválasztása sok esetben szubjektív, a kedvenc tehenet nem adjuk el akkor sem, ha már bizonyítottan nem termel gazdaságosan. Azt gondolnánk, hogy ez a jelenség nem érinti a nagyüzemet. Ennek ellenére találkozunk a már korábban említett „így szokták” válasszal a nagyobb gazdaságokban is. Ugyancsak gyakran elhangzik a tenyésztők szájáról az „adjunk még egy esélyt neki”, ami sokkal inkább érzelmi alapú, mint gazdasági döntés. Mivel a nagyüzemi szarvasmarha állományok tehénlétszáma, termelési és gazdasági környezete igen változatos, így a feladat is összetett.

Egy tehén két ellés közötti időtartama két részre, a laktációra (tejtermelés) és a szárazon állási időszakra bontható. Utóbbi a vemhesség utolsó két hónapja (60 nap), amikor a tehén tejet nem termel, energiáit a születendő borjú és saját testállományának javítására fordítja, ezáltal tejárbevétel sincs.

Az ellés után az a cél, hogy a tehén minél hamarabb újra vemhesüljön, ez azonban gyakran, elsősorban biológiai akadályokba ütközik [5]. Az ellést kö-

vető 15-20. napon bekövetkező első ivarzás gyakran csendes (tünetek nélküli), és nincs szabályos peteleválás sem. Kifejezett ivarzási tünetekkel, peteleválással (ovuláció) járó ivarzásra az ellés utáni 36-42. napon számíthatunk, és rendszerint a következő ivarzás során, az 51-63. napon már a termékenyítés eredményes lehet. Amennyiben a fogamzás nem következik be, az ivarzás 21 naponként (19-23 nap) ismétlődik, azonban csendes ivarzás esetén esetleg nem észlelik az ivarzó egyedeket, ezért a termékenyülés időpontja tovább tolódik. Az időben észlelt ivarzás jövedelmezőbb, mivel javul a fogamzási arány a tehenészetekben. Az emberi észlelést segíti a legtöbb nagyüzemi tehenészetben alkalmazott ivarzásmegfigyelő rendszer, mely az állatok aktivitásában bekövetkezett változást jelzi, ezáltal a csendesen ivarzó tehenek is sikeresebben detektálhatók. Bekara és Bareille szerint [6] míg szabad szemmel a csendesen ivarzók 50%-a észlelhető, addig az ivarzásmegfigyelő rendszerek eredménye 90%-os is lehet. A vemhesülési időpont eltolódását azonban más tényezők is okozhatják, ilyen az intenzív termelési állapot, valamint a szarvasmarhák anyagcsere-folyamataiban történő változások, akár a túlzott soványság, esetleg az elhízás is.

A termékenyítési index árulja el, hogy hányadik termékenyítésre sikerült vemhesíteni a tehenet. Populáció szinten természetesen tört számokat is kaphatunk, jelenleg tehenek esetében a hazai átlag 3,0-3,5, üszöknél pedig 1,2-1,5 körül alakul, egyedi szinten azonban előfordul a 10 feletti érték is. Kutatásunk szükségességét alátámasztja, hogy a termékenyítési index rosszul öröklődő tulajdonság ($h^2 = 0,02$) [4], tehát alakulását sokkal inkább befolyásolják a környezeti tényezők, mint a genetika.

A tehenek vemhességi idejét paraméterként használhatjuk, nincs hatásunk rá, bár típusonként eltérő lehet. A lassúbb anyagcseréjű, kettős hasznosítású, illetve hús típusú állományokban reálisan számolhattunk 285 nappal, azonban az intenzív tejtermelő fajták – Holstein fríz – vemhességi ideje rövidebb lehet, a szakirodalmi források általában 270-275 nappal számolnak.

A termelés várhatóan az elléstől számított 200 napig igazán rentábilis. Utána a tejmennyiség csökkenése miatt növekszik a tej önköltsége és csökken a tejárbevétel.

A probléma kettőssége már látható. A tehen fő árbevétele a megtermelt tej, mely ellés után relatíve rövid ideig áll rendelkezésre gazdaságosan. Ezért cél a viszonylag korai vemhesítés, hogy minél rövidebb legyen az az idő, amikor már nem gazdaságos a tehen tartása. A termékenyítések sikeressége csak részben befolyásolható (pl. hormonokkal), inkább a tehenet érő környezeti jellemzőkből adódó tulajdonság. A [8] közlemény szerint főleg azokban a tehenészetekben elterjedt az ivarzás szinkronizálás, ahol a vizuális ivarzásmegfigyelés nem elég hatékony. Ezzel szemben [7] szerint a GnRH-val történő preszinkronizálás jobb gazdasági megtérülést jelent a tehenészetekben, mint a hagyományos eljárás.

Arra a kérdésre, hogy hány sikertelen termékenyítést követően döntenek a tehen selejtezése mellett, várhatóan eltérő válaszokat kapnánk a tehenészetek vezetőitől. A döntést befolyásolja az egyedi termelés, a származás, és más, esetenként gazdasági, de nem ritkán érzelmi döntés. Legtöbbször egyéni mér-

legelésen, leginkább az inszeminátor döntésén dől el a kérdés. Mindezekből a tényezőkből tehát egyértelműen kitűnik, hogy a selejtezési időpont meghatározása szigorúan vett gazdaságossági kérdés, azonban a helyes döntés meghozatalát nagy számú tényező befolyásolhatja. A telepi vezetésnek mérlegelni kell többek között a selejtezett tehén pótlásának szükségességét, mely szintén jelentős költséghányadot jelent. Tovább nehezíti a helyes válasz meghozatalát, hogy az ágazat összetett volta miatt csak jóval később tudjuk megítélni a választás helyességét.

Munkánkban arra a kérdésre keressük a választ, hogy hány termékenyítési kísérletet követően kell a selejtezés döntését meghozni. Az előbbieknél során változott okok miatt a selejtezési határt az elléstől számított konkrét napok számában fogjuk meghatározni. Számításunkban konstans értékkel, 200 nappal kalkulálunk, mert ez egy olyan határnap a tapasztalatok alapján, ami után a sikeres termékenyítés esélye kicsi a valóságban. Annak megválaszolására törekszünk, hogy a nagy számok mit mondanak, és egyéb paraméterek miként befolyásolják ezt a döntést.

3 A mikroszimuláció

A fent említett problémát több változó is befolyásolja. Jelen példánkban ezen egyszerű feladaton szeretnénk bemutatni az elkészített alkalmazásunk hatékonyságát. A megoldásunk alapja a mikroszimuláció [2], melyet korábban is alkalmaztak több problémára [1, 11].

A felvetett problémát valószínűleg más módszerekkel is meg lehet oldani. Egyszerűbb esetekben egyik ilyen módszer az egyszerű Monte Carlo eljárás, amivel több hasonló kérdést megoldottak [9, 13]. De minél több változót veszünk bele a modellbe, annál nehezebb lesz a módszer alkalmazása. Sok esetben akár használhatatlanná is válik. Több változó esetén bonyolulttá válik az alkalmazásunk paraméterezése, erre próbáljuk használni a kor legelterjedtebb, korszerű informatikai technológiáit. Ennek megfelelően könnyen átlátható json fájlokon keresztül paraméterezzük a modellt, az azokban részt vevő változókat. Illetve az objektumorientált technológiában meglévő előnyt is kihasználjuk.

A modellünkben 4 változó szerepel: a termékenyítési kísérlet sikeressége, az ellés és az első ivarzás közti napok száma, az ivarzások közötti napok száma, illetve a vemhesség hossza. A termékenyítés sikerességi valószínűségét 0,28-nak vettünk, ez egy átlagosnak mondható érték a megvizsgált tehenészetekben. A vizsgálataink során ez leginkább attól függ, hogy tehénről vagy üszőről van szó. Az üszőknél ez az arány sokkal nagyobb, de jelenleg még folynak vizsgálataink, hogy mi az a tényező, ami még befolyásolja ezt az értéket.

Az ellés utáni első vizsgált esemény az első inszeminálási kísérlet napja volt. Több hazai nagyüzemi tehenészet esetében vizsgáltuk az ellés után eltelt napok számát az első termékenyítésig. Ez az adat nagyban függ a tehén állapotától. Értelemszerűen a tehénnek az ellés után valamilyen szinten újra

fogamzóképesnek kell lennie, csak akkor történhet meg a vemhesítési kísérlet. A szakirodalomban erre vonatkozóan nem találtunk statisztikai vizsgálatot. Ennek az az oka, hogy a tenyésztők az önkéntes várakozási idővel számolnak, mely sokkal mélyebben vizsgált terület [10]. Ebben a témakörben többen tanulmányozták, hogy hogyan hat a tejelő tehenekre a várakozási idő hossza. Sokkal inkább ezen önkéntes döntés befolyásolhatja az adatokat, melyet kezdetben 60 napra állítottunk. Több tehenészetben is ez valós adatnak tekinthető, mert hormonokkal próbálják szabályozni.

A teheneknél két ivarzás között eltelt idő körülbelül 21 nap. Természetesen előfordulnak itt is kimaradt, illetve nem észrevett ivarzások. Bár egyre több eszközzel próbálják ezeket serkenteni és detektálni. Sajnos a telepek adminisztrációjában az ivarzást nem, csak a termékenyítési kísérleteket rögzítik Magyarországon. Nem minden ivarzás esetén van inszeminálási kísérlet. Ennek több oka is lehet, például mert éppen beteg a tehén, vagy rossz kondícióban van. Ezekkel első körben nem foglalkozunk, és 21 nappal fogjuk a kísérleti számításokat elvégezni.

A vemhesség hosszára, azaz a sikeres termékenyítéstől az ellésig eltelt napok számára vonatkozóan a szakirodalomban több hivatkozás is fellelhető. Ezen adatot más állatoknál és az embernél is tipikusan normális eloszlással kezelik [12]. A tejelő tehenekre vonatkozóan is használhatjuk ezt a típusú eloszlást, de mi most első körben a rögzített átlagos 275 nappal számolunk.

Az utóbbi három változó esetében a probléma megértéséhez az első eredményeket a fent említett fix napokkal mutatjuk meg. Jelenleg folynak a kutatásaink, hogy melyik változókra milyen eloszlás illeszkedik a legjobban, illetve azoknak mik a legjobb paraméterei. A 4. szakasz végén a jelenlegi állapottal futatott eredményeket is bemutatjuk.

A mikroszimuláció futtatása során több tehén életútját szimuláltuk a következő módon: minden egyes eseményhez egy címkét rendeltünk hozzá. Ha aznap bekövetkezett egy esemény, akkor a megfelelő címke hozzá lett adva az adott naphoz. Minden címkéhez tartozik egy profit mennyiség, amelyet összegezve kijön a tehén napi profit értéke. Ezt a szimulációt több tehenre is lefutattuk. A tehenek életútja egymástól független. Nem csak a haszon értékeket tudtuk megvizsgálni, hanem a tehén életkorát is meg lehetett jósolni.

A tehén jövőbeli életét nem egyszerű előrejelezni. Egy tehén tartása általában önmagában nullszaldós, a bevételt a tehén adott napi tejtermelése adja. A tehén tartása, illetve selejtezése is egy bizonyos költséggel jár, ami változó lehet. Ennek a függvényében mikroszimulációs módszer segítségével megpróbáljuk megjósolni a tehén teljes összegzett profitját, illetve az 1000. napon összesített profitját. A legkedvezőbb selejtezési napot, azaz, hogy mikor érdemes a tehenet eladni, a mikroszimuláció segítségével próbáljuk meghatározni. Abból kiindulva, hogy egy tehenet általában akkor érdemes eladni, amikor már túl van több sikertelen termékenyítésen, felvettük a sikertelen termékenyítések számát a modellbe. Meghatározott számú sikertelen termékenyítés után leállunk a termékenyítési kísérletekkel, és mivel a tehén tartása addig gazdaságos, amíg ad tejet, megvárjuk, míg a tehén teje elapad.

A tehén teljes összegzett profitértékének meghatározásához legfőképpen

kétféle adatra van szükségünk: azokra a napokra, amikor a tehén tejet adott, illetve az a nap, amikor le lett selejtezve. A selejtezés napja és a tejtermelés várható értéke a tehén modelljének ismeretében közvetlenül is pontosan megadhatók. Most feltettük, hogy a tehén paraméterei konstans értékek, de a valóságban egy bizonyos eloszlást követnek. Ezért van szükségünk mikroszimulációra, aminek a segítségével pontosabban meg tudjuk becsülni a tehén jövőbeli életútját. A mikroszimulációnál a címkézős módszert alkalmaztuk, aminek a lényege, hogy különböző eseményeket vehetünk fel rugalmasan, amikhez különböző címkéket rendelünk. Ezek a címkék bizonyos profitértékeket jelentenek. A címkék napokra bontva kerülnek fel, ha egy esemény aznap bekövetkezett, és napokra összegezve a címkék értékeit megkapjuk a tehén napi profitértékét. A profitértékeket összegezve a tehén élete során kapjuk meg a tehén teljes összegzett hasznát. Az események függhetnek egymástól, például egy tehén akkor termelhet, ha közben még tartjuk, vagy akkor vemhesülhet, ha sikeres volt a termékenyítése.

3.1 A selejtezés várható értéke a tehén élete során elvégzett sikertelen termékenyítések függvényében

A tehén napi tartása bizonyos költségekkel jár. Az állat tartása csak akkor gazdaságos, ha termékeny, azaz több laktáción keresztül termel. Vemhesülés nélkül nincs ellés, ezért a tejtermelés is elapad, a tartás gazdaságtalan. Ezért fontos annak a meghatározása, hogy hány eredménytelen termékenyítés után selejtezzük a tehenet.

A tehén modelljéből kiindulva felírhatunk egy rekurzív formulát a tehén várható életkorára vonatkozóan. Bizonyos ideig tartjuk, amíg az élete során pontosan k darab sikertelen termékenyítésen esett át, azután pedig amíg termel, addig még tartjuk, majd selejtezzük.

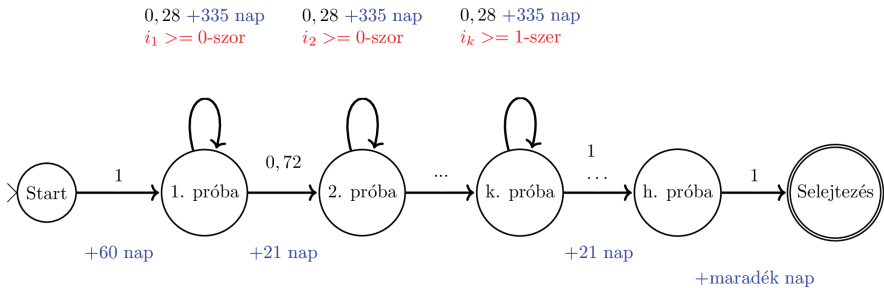
Legyen ez a függvény az $E_T(k) : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{R}$, ahol a k változó azt a számot jelöli, ahány sikertelen termékenyítésig tartjuk a tehenet. Ennek a függvénynek a kiszámításához vezessük be a $T(k, h)$ segédfüggvényt, ahol a h változó a tehén élete során megengedett sikertelen termékenyítések számát jelöli, ami után selejtezzük. A k változó azt jelöli, hogy mennyi próbálkozásunk maradt összesen. A sikertelenek száma számolható ezekből az adatokból, mivel a selejtezés előtt h darab sikertelen próbálkozást engedünk meg, és k maradt a selejtezésig, azaz $h - k$ próbálkozás volt sikertelen eddig.

Az alapeset az, amikor összesen 0 darab próbálkozásunk maradt, azaz $k = 0$. Ekkor ez azt jelenti, hogy összesen eddig a tehén életében $h - k$ sikertelen próbálkozás következett be és $k = 0$ próbálkozás maradt hátra. Mivel az első kísérlet a termékenyítésre mindig a 60. napon következik be, és ha sikertelen lett a termékenyítés, akkor 21 naponta újra próbálkozunk. Alapesetben 200 napos termeléssel számoltunk. Azaz a selejtezést akkor is csak a laktáció 200-ik napjára időzítjük, ha egyetlen termékenyítési kísérletet sem teszünk. Ezért a két lehetséges értéknek a maximumát kell venni, hogy mikor következik be a selejtezés:

$$T(0, h) = \max(60 + 21h, 200). \quad (1)$$

Ha $k \neq 0$ akkor a $T(k, h)$ függvény jelentése: ez a tehén selejtezésének várható értéke, ha a tehénnek összesen az élete során h darab sikertelen termékenyítést engedünk meg pontosan, illetve ebből már $h - k$ darab sikertelen volt és összesen k darab sikertelen próbálkozás maradt, amit még megengedhetünk. Fontos megjegyezni, hogy csak a maradék k darab próbálkozást vizsgáljuk, a többi $(h - k)$ próbálkozást lezártnak tekintjük, mert biztosan sikertelenek voltak. A $T(h, k)$ ennek a várható értékét jelöli. Annyit tesz hozzá a h változó, hogy mivel $h - k$ sikertelen próbálkozásunk volt eddig, így összesen (sikertelen próbálkozások közötti intervallum) $\cdot (h - k)$ -val hosszabbodik meg a tehén élete. Két esetre bonthatjuk a $T(k, h)$ függvényt: ha a következő próbálkozásunk sikeres lett vagy sikertelen. Ha sikertelen lett, akkor a k értéke csökkent eggyel, és ezzel visszavezettük a függvényünket egy korábbi esetre. Ez az eset tudjuk, hogy 0,72 valószínűséggel következhet be.

A másik eset az, hogy sikeres lett a következő termékenyítésünk. Ez jelentheti azt, hogy több sikeres termékenyítésünk volt egymás után, annyi a kikötésünk, hogy legalább egy darab sikeres termékenyítés következett be. Sikeres termékenyítés esetén a tehén 275 napig vemhes, majd az ellés utáni 60. napon próbálkozunk újra a termékenyítéssel. Két sikeres termékenyítés között így $60 + 275 = 335$ nap telik el. A maradék $h - k$ darab próbálkozásról biztosan tudjuk, hogy sikertelenek lettek. Tudjuk ugyanis, hogy eddig a k próbálkozásból a k -ik biztosan sikeres. Az előzőek pedig vagy sikeresek voltak, vagy sem. Legyen a tetszőleges $i_m \mid m \leq k$ az i -ik próbálkozásnál a sikeres termékenyítések száma. Azt tudjuk, hogy $i_m \geq 0 \mid m < k$, illetve, hogy $i_k \geq 1$. Mivel akármennyiszor lehetett sikeres a termékenyítésünk, ezért $i_1, \dots, i_k \rightarrow \infty$.



1. ábra. $H(k, h)$ azon esete, amikor a maradék k próbálkozásból a k -ik egyszer sikeres lett. Fontos megjegyezni, hogy az ábrán látható esetben azt tesszük fel, hogy az utolsó $(k - h)$ darab termékenyítés biztosan sikertelen.

A második eset összesen $0,72^k \cdot 0,28 \sum_{j=1}^k i_j$ valószínűséggel következik be. A végén, mivel a 200 napban benne van az, hogy 60 napot vártunk a sikertelen termékenyítéssel, vagy 140 napig még nem apad el a teje, vagy mivel tudjuk, hogy a h próbát el kellett végezni, amiből biztosan az utolsó $h - k$ db sikertelen lett, azaz nem vemhesült az utolsó próbálkozásoknál a tehén, és ezért egy idő után már lecsökken a tejtermelése. Ha ez a $21(h - k)$ intervallum hosszabb, mint a 140 nap, akkor eddig vártunk a selejtezéssel vagy eladással. Az utolsó pár napban a második esetben már negatív bevételünk lesz. Ezért a várakozás

időtartama, azaz a maradék nap az alábbi mennyiség lesz:

$$\max(21(h - k), 140). \quad (2)$$

Az egyik próbáról a másikra akkor tudunk átlépni, ha az sikertelen lett, de ekkor 21 nappal később selejtezzük le a tehenet. Mivel a k próba között $21(k - 1)$ idő telik el, azt is hozzá kell venni a tehen várható életkorához. Ennek megfelelően az alábbi képletet kapjuk a $T(k, h)$ várható értékére, ha $k \neq 0$:

$$T(k, h) = 0,72T(k - 1, h) + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{\substack{i_2, \dots, i_k=0, \dots, n, \\ i_1=1, \dots, n}} 0,72^k 0,28^{\sum_{j=1}^k i_j} \times \\ \times \left(335(i_1 + \dots + i_k) + \max(21(h - k), 140) + 60 + 21(k - 1) \right). \quad (3)$$

A következő lépésekben egyszerűsítsük a (3) függvényt. Azt tudjuk, hogy $i_k \geq 1$, ezért átírhatjuk az alábbi módon a $T(k, h)$ függvényt:

$$T(k, h) = 0,72T(k - 1, h) + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_k=0, \dots, n} 0,72^k 0,28^{\sum_{j=1}^k i_j} \times \\ \times \left(335 + 335 \sum_{j=1}^k i_j + \max(21(h - k), 140) + 60 + 21(k - 1) \right). \quad (4)$$

A továbbiakban egyszerűsítsük tovább az egyenletet, illetve rögzítsük le a $i = \sum_{j=1}^k i_j$ változót. Mivel az i többször is előfordul az összegben, pontosan annyszor, amennyiszor egy pozitív egész számot fel lehet bontani pontosan k darab nemnegatív egész szám összegére, így ezt is behelyettesítve az alábbi egyenlőséget kapjuk:

$$T(k, h) = 0,72T(k - 1, h) + 0,72^k 0,28 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n 0,28^i \binom{k + i - 1}{k - 1} \times \\ \times \left(374 + 21k + \max(21(h - k), 140) + 335i \right). \quad (5)$$

Legyen a könnyebb jelölés végett a $0,28$ konstans a q változóval jelölve. Mivel $q < 1$, ezért használjuk fel az alábbi azonosságot, vezessük be $f^{(i)}(x)$ függvényt:

$$f^{(i)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x}, & \text{ha } i = 0 \\ x \frac{\partial}{\partial x} f^{(i-1)}, & \text{ha } i > 0. \end{cases} \quad (6)$$

A mértani sorozatokra vonatkozó egyenlőség miatt így a (6) egyenlőségből, mivel $q = 0,28 < 1$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n i^k q^i = f^{(k)}(q) = f^{(k)}. \quad (7)$$

Behelyettesítve az (5) egyenletbe a q változót a 0,28 konstans helyére, illetve felhasználva a (7) mértani sorozatokra vonatkozó szabályt:

$$T(k, h) = (1 - q)T(k - 1, h) + (1 - q)^k q \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \binom{k + i - 1}{k - 1} \times \left((374 + 21k + \max(21(h - k), 140))q^i + 335i^i \right) \quad (8)$$

$$T(k, h) = (1 - q)T(k - 1, h) + (1 - q)^k q \sum_{i=0}^{k-1} a_i \times \left((374 + 21k + \max(21(h - k), 140))f^{(k)} + 335f^{(k+1)} \right). \quad (9)$$

Tekintsük az alábbi segédfüggvényt. Felhasználva a (6) és a (7) egyenletet, ki tudjuk bontani a (8) egyenletet:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \binom{k + i - 1}{k - 1} q^i &= \frac{1}{(k - 1)!} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n (i + 1) \dots (i + k - 1) q^i \\ &= \frac{1}{(k - 1)!} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \prod_{j=1}^{k-1} (i + j) q^i \\ &= \frac{1}{(k - 1)!} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{k-1} a_j i^j q^i \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} a_j \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n i^j q^i = \sum_{j=0}^{k-1} a_j f^{(j)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Itt legyen $\prod_{j=1}^{k-1} (i + j)$ behelyettesítve a következő módon:

$$\prod_{j=1}^{k-1} (i + j) = \sum_{j=0}^{k-1} a_j i^j. \quad (11)$$

Összegezve az (1) és a (8) eseteket, az alábbi egyenletet kapjuk a $T(k, h)$ segédfüggvényre:

$$T(k, h) = \begin{cases} \max(60 + 21h, 200) & \text{ha } k = 0, \\ (1 - q)T(k - 1, h) + (1 - q)^k q \sum_{i=0}^{k-1} a_i \left((374 + 21k + \max(21(h - k), 140))f^{(k)} + 335f^{(k+1)} \right) & \text{ha } k > 0. \end{cases} \quad (12)$$

A tehen selejtezésének várható értéke egyenlő lesz azzal, hogy összesen k db sikertelen termékenyítése volt az életében, összesen k db sikertelen termékenyítés be is következett a tehen élete során, és selejtezzük. Ezért az $E_T(k)$ -t az alábbi egyenlet adja a segédfüggvény definíciójából kiindulva:

$$E_T(k) = T(k, k). \quad (13)$$

3.2 Az összes tejtermelés napjai számának várható értéke a sikertelen termékenyítések függvényében

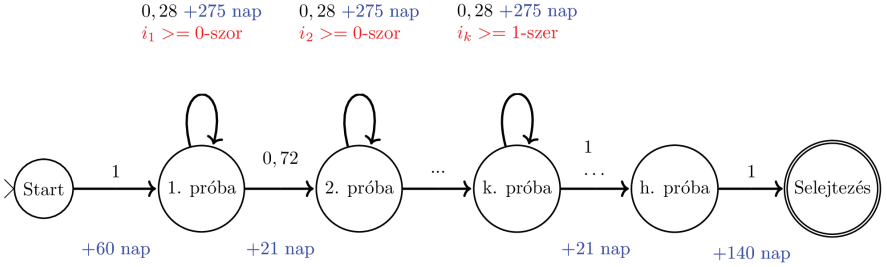
A tejtermelés napjai számának várható értéke hasonlóan meghatározható, mint a tehén selejtezésének várható értéke. Néhány paramétert kell csak módosítani. Legyen ez a várható érték az $E_M(k) : \mathcal{N}_0 \rightarrow \mathbb{R}$, ahol a $k \in \mathcal{N}_0$ változó azt jelöli, hogy a tehén életében összesen hány sikertelen termékenyítésig tartjuk a tehenet. Hasonlóan a tehén selejtezéséhez, itt is vezessünk be egy rekurzív segédfüggvényt, az $M(k, h) : \mathcal{N}_0 \times \mathcal{N}_0 \rightarrow \mathbb{R}$ -t. A függvény változóit ugyanazt jelölik, mint a $T(k, h)$ segédfüggvény változóit. Hasonlóan a $T(k, h)$ segédfüggvényhez, vezessük be a rekurzió alapesetét. Az alapeset az, mikor $k = 0$, ekkor nincs több próbálkozásunk, a többi, $h - k$ próbálkozásunk pedig sikertelen lett 1 valószínűséggel. Mivel a tehén teje 200 nap után lecsökken, és hiába tartjuk tovább a tehenet, az nincs befolyással a tejtermelés várható értékére, így a segédfüggvényre sem:

$$M(0, h) = 200. \quad (14)$$

Vizsgáljuk most meg a $k > 0$ esetet. Ekkor, hasonlóan a tartás várható értékéhez, vissza tudjuk vezetni rekurzívan az $M(k, h)$ függvényt az $M(k-1, h)$ függvényre. Az $M(k-1, h)$ akkor következik be, ha a k -ik próbálkozásunk sikertelen lett. Ez 0,72 valószínűséggel következik be. A másik eset az, mikor a k -ik próbálkozásunk egyszer legalább sikeres lett, és a többi próbálkozásunk, amik utána következtek be, az $M(k, h)$ függvény definíciója miatt 1 valószínűséggel sikertelenek lettek. Egy idő után az utolsó sikeres termékenyítés után, ami a k -ik próbálkozásnál következett be, elapad a tehén teje. Mivel most nem játszik szerepet, hogy hosszabb ideig tartjuk, mint 200 nap, mikor lecsökken a termelés, ezért mindig további 200 napig tejel a tehén. A tejtermelésre így nincs befolyással az a paraméter, hogy a tehenet hányadik sikertelen termékenyítésig tartottuk az élete során, amely a h paraméter. Csak az befolyásolja a tejtermelés hosszát, hogy melyik volt az utolsó próbálkozás, mikor sikeres lett a termékenyítésünk, ez a k paraméter. Így a továbbiakban a segédfüggvényben felesleges a h paramétert felvenni. Ezért elég egy paraméterrel számolni, hagyjuk el a h paramétert. Legyen mostantól az M segédfüggvény: $M(k) : \mathcal{N}_0 \rightarrow \mathbb{R}$. Ennek megfelelően az alapeset így módosul:

$$M(0) = 200. \quad (15)$$

A másik különbség a tehén selejtezésének várható értékéhez képest, hogy az első ivarzás + vemhesség 335 napos ciklusában a tehén 60 napig szárazon áll, ezért a 335 napból le kell vonnunk a 60 napos szárazon állás idejét. Mivel az utolsó elléstől számítva 200 napig termel gazdaságosan a tehén, így az utolsó sikeres termékenyítés és az az utáni sikertelen között még eltelik 60 nap. Emiatt 140 napig ad még tejet a tehén az utolsó sikeres termékenyítéstől számítva.



2. ábra. $M(k) : k > 0$ azon esete, mikor a maradék k próbából a k -ik próba egyszer sikeres lett

Mivel összesen a k darab próbálkozás között 21-21 nap telt el, az alábbi egyenlet jön ki az $M(k) : k > 0$ esetre, legyen a $q = 0,28$ változó ismét bevezetve:

$$M(k) = (1 - q)M(k - 1) + (1 - q)^k \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{\substack{i_2, \dots, i_k = 0, \dots, n, \\ i_1 = 1, \dots, n}} q^{\sum_{j=1}^k i_j} \times \quad (16)$$

$$\times [(275(i_1 + \dots + i_k) + 21(k - 1) + 200)].$$

Hasonlóan a $T(k, h)$ segédfüggvényhez, az $M(k)$ is levezethető ugyanazokkal a lépésekkel, mint a $T(k, h)$ függvény. A levezetés végén az alábbi függvényt kapjuk:

$$M(k) = (1 - q)M(k - 1) + (1 - q)^k q \sum_{i=0}^{k-1} a_i \times$$

$$\times [(275 - 21 + 200 + 21k)f^{(k)} + 275f^{(k+1)}]$$

$$= (1 - q)M(k - 1) + (1 - q)^k q \sum_{i=0}^{k-1} a_i [(454 - 21k)f^{(k)} + 275f^{(k+1)}]. \quad (17)$$

Ekkor a (15) és a (17) egyenlőségekből összerakva az alábbi lesz az $M(k)$ segédfüggvény:

$$M(k) = \begin{cases} 200 & \text{ha } k = 0, \\ (1 - q)M(k - 1) + (1 - q)^k q \sum_{i=0}^{k-1} a_i \times & \text{ha } k > 0. \end{cases} \quad (18)$$

$$\times [(454 + 21k)f^{(k)} + 275f^{(k+1)}]$$

Itt az a_i ($i = 0, \dots, k$) együtthatók a következő módon jönnek ki. Mivel k egy rögzített konstans szám, és az i a változó, $\binom{k+i-1}{k-1}$ együtthatót kell kibontani, a (10) egyenletből kiindulva:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \binom{k+i-1}{k-1} q^i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \frac{1}{(k-1)!} \prod_{j=1}^{k-1} (i+j) q^i = \sum_{j=0}^{k-1} a_j f^{(j)}. \quad (19)$$

Hasonlóan a selejtezéshez, az alábbi lesz a tejtermelés várható értéke a segédfüggvény definíciójából kiindulva:

$$E_M(k) = M(k). \quad (20)$$

4 Eredmények

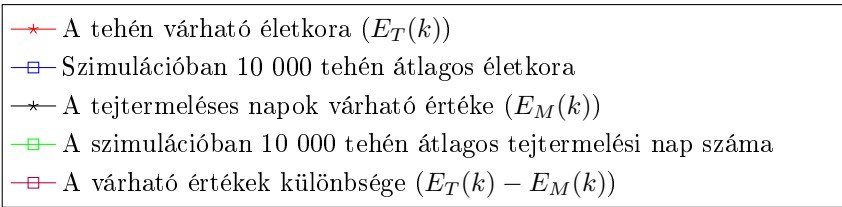
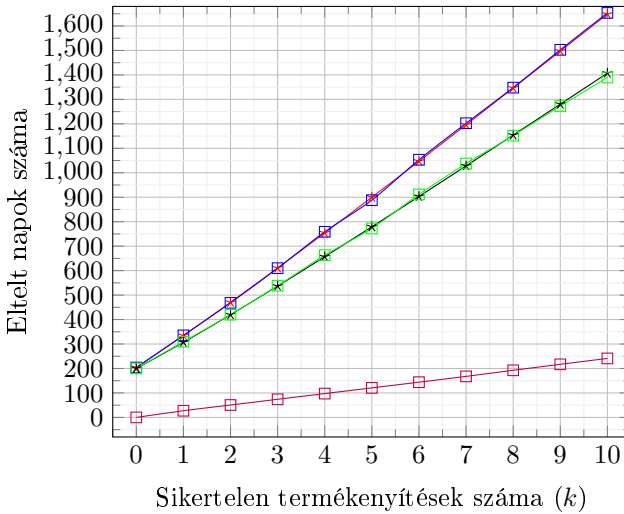
A szimulációval nagyon pontos becslést lehet adni a tehén jövőbeli várható életútjára. Ezt nem csak a laktációs ciklusai és a tartási ideje befolyásolja, hanem egy nagyon gyakori betegség, a mastitis is. A tőgygyulladás érinti a termelés gazdaságosságát, és kedvezőtlenül hat a reprodukcióra is. [3] szerint a vetélés kockázata 2,21-szer nagyobb tőgygyulladásos teheneknél, mint egészségeseknél. Célunk azt megmutatni, hogy a szimulációval tetszőlegesen, akár csak a laktáció ismeretében is meg lehet jósolni a tehén profitját és életútját. Az első részben belátjuk, hogy a szimuláció is elég jó eredményt nyújt, a további részekben pedig a szimuláció helyességéből kiindulva, mivel egészen pontos értéket nem lehet mondani a profitértékekre, felvettük a profiertéket is, mint ismeretlen változó. A profitértékek függvényében további mutatókat is le tudunk szűrni a tehén jövőbeli hasznáról a szimuláció segítségével.

4.1 A tehén tejtermelésének és tartásának várható értéke

A szimulációt lefuttattuk a modellnek megfelelő beállításokkal előbb 1000, majd 10 000 tehenre. Az eredményeket az *1. táblázatban* és a *3. ábrán* jelenítettük meg. Ahogy látható, a szimulációs közelítés nem adott 1,4%-nál nagyobb relatív hibát.

k	Tartás várható értéke			Tejtermelés várható értéke		
	$E_T(k)$	A szimulációból kapott átlagos érték 10 000 tehenre	Relatív hiba (%)	$E_M(k)$	A szimulációból kapott átlagos érték 10 000 tehenre	Relatív hiba (%)
0	200.00	200.00	0.00	200.00	200.00	0.00
1	334.28	335.29	0.30	306.94	309.16	0.72
2	470.44	468.31	0.45	419.77	419.78	0.00
3	610.83	610.01	0.13	536.83	538.32	0.28
4	754.27	758.66	0.58	656.93	663.13	0.94
5	899.90	888.01	1.32	779.23	772.30	0.89
6	1047.12	1053.10	0.57	903.12	911.46	0.92
7	1195.87	1202.58	0.56	1028.13	1037.70	0.93
8	1346.56	1348.01	0.11	1153.97	1151.75	0.19
9	1497.41	1502.68	0.35	1280.40	1272.63	0.61
10	1648.38	1653.39	0.30	1407.25	1389.35	1.27

1. táblázat. A szimulációból kapott átlagos értékek és a várható értékek összehasonlítása



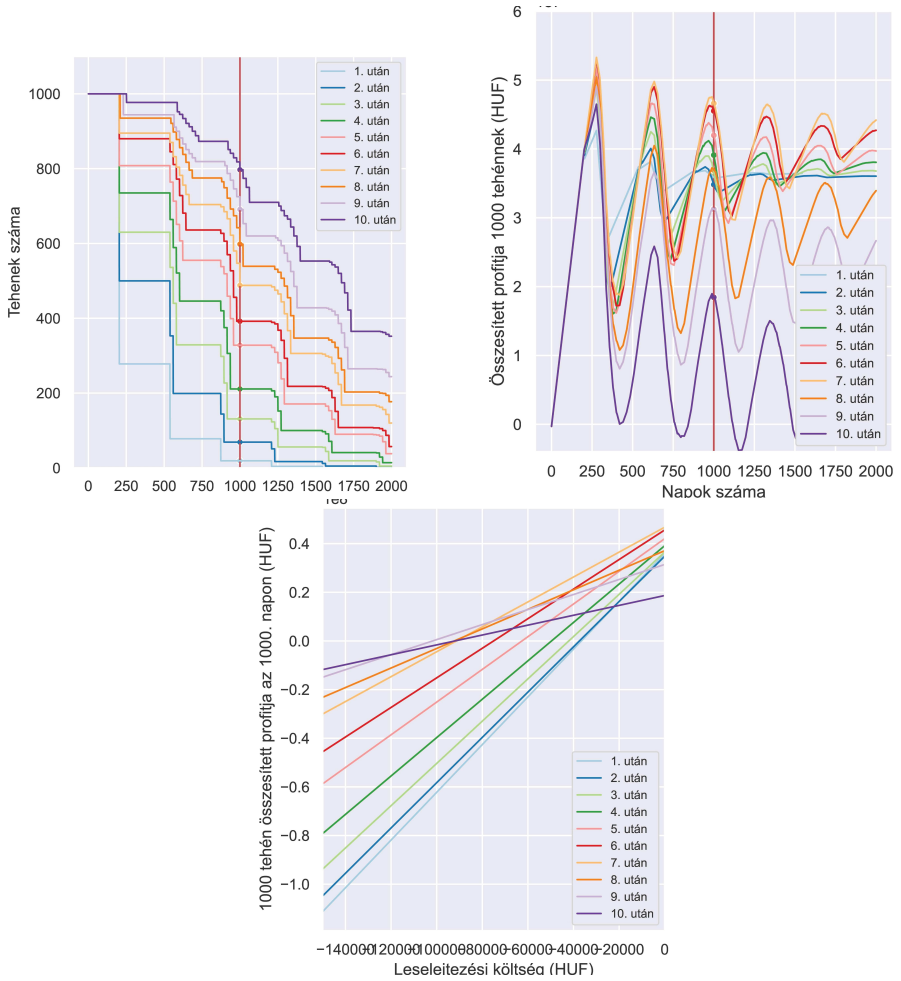
3. ábra. Az egzakt várható értékek és a szimuláció közelítő eredményeinek összehasonlítása

A tehén minden egyes napi tartásának és tejtermelésének van valamennyi bevétele. A tartásnak általában negatív a bevétele, ugyanis a tehenet költséges tartani, a tejtermelés az, ami pozitív bevételt ad. Ahogy láthatjuk a 3. ábrán, ahogy több sikertelen termékenyítést megengedünk a tehén élete során, úgy nő a különbség a tartás napok várható értéke ($E_T(k)$) és a tejtermelés várható értéke ($E_M(k)$) között. Ennek megfelelően kell lennie egy pontnak, mikor éppen gazdaságos a tehén tartása, majd mivel túl nagy a különbség a tejtermelés és a tartás között, gazdaságtalanná válik a tehén további tartása.

4.2 A profitértékek alakulása a tehén teljes élete során

Az látható, hogy szimulációs módszerekkel meg tudjuk közelíteni a végső átlagos tejtermelési és tartási najok számát egy tehenélnél. Ha negatív profitértékeket rendelünk minden egyes naphoz, mikor a tehén még nem lett sejtvezve; valamint ha adott tejet, akkor egy pozitív értéket rendelünk hozzá, majd ezt minden napra összegezzük, nem csak a tehén végleges profitját tudjuk megjósolni, hanem a tehén egész élete során tetszőleges naphoz tartozó kumulatív profit értékeket.

Ezen módszerek segítségével meg tudjuk becsülni a tehenállomány haszna alakulását napokra lebontva. Ezt a 4. ábra első diagramjáról lehet leolvasni.



4. ábra. Adott napokon a tehenek száma, a profitértékek alakulása, illetve az adott selejtezési költség mellett a teljes költség értékek alakulása a selejtezési szabályok függvényében

A diagram azt ábrázolja, hogy mennyi tehen lesz az állományban napokra bontva a selejtezési szabályok függvényében, azaz összesen hány sikertelen termékenyítés után vágjuk le a tehenet.

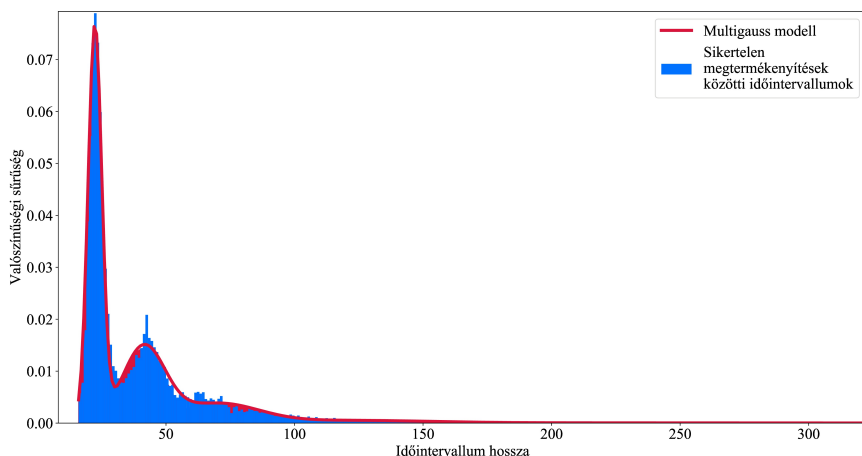
A mikroszimulációs módszer napra bontva címkéket tesz fel a tehenre. Ezért ha a tartáshoz és a tejtermeléshez valamilyen tetszőleges profitértéket rendelünk, akkor könnyen leolvasható lesz, hogy melyik napokon termelt a tehen, és elég csak a szimulációban a napi címkék összegét felvenni napi profitnak. Most a tartási profitértéket -1000 forintnak vettük, a tejtermelést pedig 1200 forintnak. Mivel a mikroszimulációs módszer kimenetele nem csak a napi profit és tehenállomány számát tartalmazza, hanem a tejtermelési címkék napokra bontott számát is, így ezek az értékek könnyen módosíthatók

utólag. Az 1000 tehenre futtatott szimuláció eredménye, a napokra bontott összesített értékek a 4. ábra 2. diagramján láthatók. A diagramok ugyanazon szimuláció eredményeit tartalmazzák.

A tehennek nem csak a tejtermeléséből és a tartásából származik a teljes profit értéke, hanem további költségek merülhetnek fel. Ilyen például a selejtezésével járó bizonyos összeg. Ehhez vizsgáljuk meg a szimulációból egy előre rögzített napot, ismerve addig a napig selejtezett tehenek számát és az aznapi profitértékeket. A selejtezési költség és a selejtezési szabályok függvényében ki tudjuk számítani az aznapi profitértékeket. Vizsgáljuk meg azon futtatás eredményét, amelyet az első és a második ábrán jelenítettünk meg, azon belül a tehenek életének 1000. napját.

Az 1000. napon a profitértékek a különböző szabályok függvényében az alábbi módon jönnek ki: Végső profit(k , selejtezési költség) = Profit az 1000. napon(k) – (1000 – Tehén állomány az 1000. napon(k)) * selejtezési költség, ahol $k = 1 \dots, 10$ változó a selejtezési szabályt jelöli. Az eredmény a 4. ábra harmadik diagramján van. Jól látható, hogy nem csak attól függ, hogy hány napig tartjuk a tehenet, hogy mennyi lesz a végső profit, hanem attól is, hogy mennyi a selejtezési költség. Ha ez egy nagyobb érték, a mostani esetben például 140 000 forint, akkor érdemesebb olyan szabályt választani, ahol a teheneket tovább tartjuk.

A valóságban a tehen különböző paraméterei nem konstans értékek, hanem valamiféle speciális eloszlást követnek. Ilyen például a két sikertelen termékenyítés közötti időtartam. Ez az intervallum a valóságban igazából más várható értékhez tart, ugyanis lehetségesek csendes ivarzások, amely miatt nem lett végrehajtva a termékenyítés, hanem a következő 21. napi termékenyítés lett csak végrehajtva. Emiatt a 21 napos időintervallum valamennyi valószínűséggel megtöbbszöröződik és torzítja az átlagos értéket.

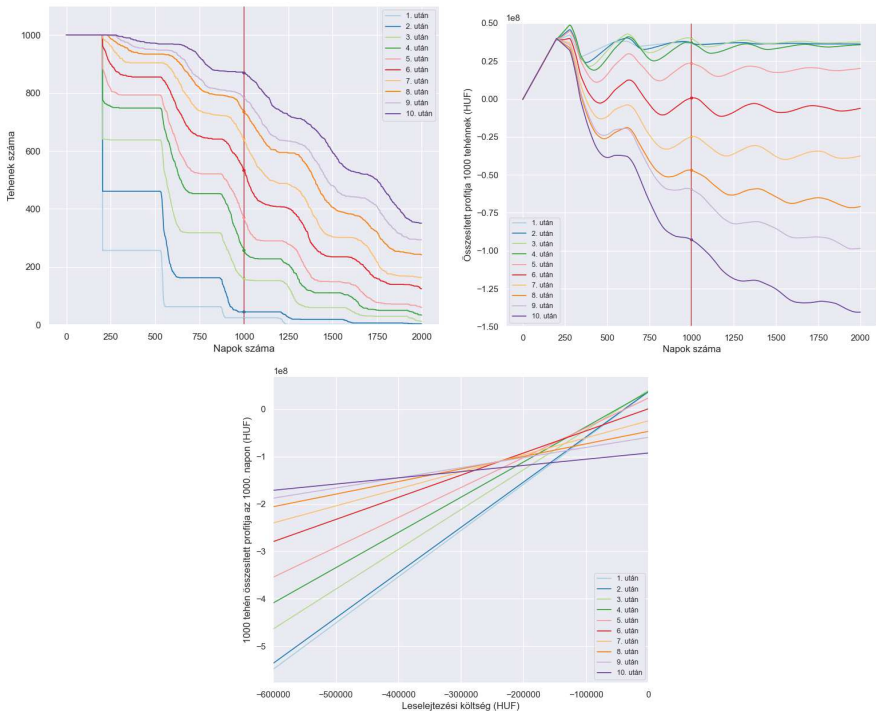


5. ábra. A sikertelen termékenyítések közötti időtartamok sűrűségfüggvényére illesztett kevert Gauss-modell folytonos sűrűségfüggvény

A torzított sűrűségfüggvényre könnyen tudunk illeszteni egy kevert Gauss-modellt, ami jól látszik az 5. ábrán, ahol az első súlyozott normális eloszlás jelképezi az időben észrevett ivarzásokat, amelyek 21 naponta következnek be, a további súlyozott normális eloszlások a csendes ivarzásokat jelképezik. A szimulációba az eloszlások könnyen beilleszthetők, illetve az illesztett folytonos eloszlások ismeretében könnyen generálhatunk egy véletlen értéket a két nap közötti időintervallumra.

A másik dolog, ami miatt a matematikai modell alulmarad a szimulációval szemben, az az, hogy jóval rugalmasabban fel tudunk venni további selejtezési szabályokat, illetve többfajta eseményt, amelyek befolyásolják a tehén selejtezésének idejét. Ilyen selejtezési szabály például, hogy bizonyos év után biztosan nem tartjuk tovább az állatot, ugyanis nem nyereséges a tartása egy bizonyos idő után. A szimuláció segítségével a megadott eloszlás szerint vett két sikertelen termékenyítés közötti idővel a profitértékek a 6. ábra szerint alakultak.

A 4. ábrához hasonlóan a 6. ábrán láthatók azon esetek, ha a torzított eloszlásokkal vesszük a profit értékeket. Mivel a két sikertelen termékenyítés között megnő a várakozási idő, így a profitértékek is lecsökkennek.



6. ábra. Adott napokon a tehének száma, a profit értékek alakulása, illetve az adott selejtezési költség mellett a költség értékek alakulása a selejtezési szabályok függvényében

5 Összefoglalás

A tej alapvető élelmiszerünk, fogyasztásával jellemzően biztosítható a lakosság fehérjeigényének több komponense. A tejtermelés az egyik legérzékenyebb területe a mezőgazdaságnak, általánosságban elmondható, hogy a tejtermelő tehenészetek a mezőgazdaság nehéziparát képviselik. Nehéz, mert munkaerő-igényes, mert jelentős anyagi ráfordítással jár. A termelés főszereplője a tejelő tehén is egy nehéz, 600-800 kg testtömegű állat, melynek biológiai igényeit kielégíteni a gazdaságosság határain belül nagy szakmai tapasztalatot és sok-sok jól megalapozott tenyésztői döntést igényel.

Az ilyen tenyésztői döntések egyike a munkánk során vizsgált selejtezési időpont optimális megválasztása is. A döntést önmagában több tényező befolyásolja, melyek közül az egyik legjelentősebb a reprodukciós paraméterek alakulása, hiszen jó szaporodás nélkül nincs hatékony tejtermelés. Az általunk alkalmazott mikroszimulációs módszer segítségével több tehén életútját modelleztük. Ezzel a megoldással pontos becslést lehet adni a tehén hasznos, termeléssel eltöltött élettartamának alakulására.

A legtöbb kutatás elsősorban a már megtörtént események alapján próbál előrejelzést adni egy-egy esemény bekövetkezésére. Az általunk alkalmazott szimuláció rugalmasabban képes kezelni a folyamatokat, előnye, hogy menet közben vagyunk képesek újabb, az általunk vizsgált paramétert befolyásoló tényezőt beiktatni a modellbe.

Célunk, hogy a kapott eredmények alapján a modell további finomítását elvégezve a gyakorlati életben is használható eszközt adjunk a tejtermelő menedzsment kezébe. Olyan előrejelzési módszert, melynek segítségével meghatározott tenyésztői döntések meghozatala a jövőben kevesebb szubjektivitással és véletlen hibával társul.

Köszönetnyilvánítás

Jelen kutatás eredményei a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, 2018-1.3.1-VKE-2018-00033 és az EFOP-3.6.2-16-2017-00015 számú projektek támogatásával készültek. A projekt a Magyar Tudományos Akadémia, Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alap és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Irodalom

1. Almási Bernát, Palatinus Endre és Pauló Gergely (2010). Az időalapú jegyrendszer gazdasági hatásának számítógépes modellezése. Tudományos diákköri konferencia, Szegedi Tudományegyetem.
2. John Cockburn, Luc Savard, és Luca Tiberti (2014). *Handbook of Microsimulation Modelling*, 251–274.
3. M. O. Dahl, A. De Vries, F. P. Maunsell, K. N. Galvao, C. A. Risco, és J. A. Hernandez (2012). Epidemiologic and economic analyses of pregnancy

- loss attributable to mastitis in primiparous holstein cows. *Journal of Dairy Science*, 101:10142–10150.
4. O. González-Recio és R. Alenda (2005). Genetic parameters for female fertility traits and a fertility index in spanish dairy cattle. *Journal of Dairy Science*, 88:3282–3289.
 5. C. Inchaisri, R. Jorritsma, P. L. M. Vos, G. C. van der Weijden és H. Hogeveen (2010). Determining the optimal voluntary waiting period in dairy cows. In: *Proceedings of the International Workshop Farm Animal Health Economics*, 78–79.
 6. Bekara M. E. A. és Bareille N. (2019). Quantification by simulation of the effect of herd management practices and cow fertility on the reproductive and economic performance of holstein dairy herds. *Journal of Dairy Science*, 102:9435–9457.
 7. L. G. D. Mendonca, S. T. Dewey, G. Lopes, F. A. Rivera, F. S. Guagnini, J. P. Fetrow, T. R. Bilby, és R. C. Chebel (2012). Effects of resynchronization strategies for lactating holstein cows on pattern of reinsemination, fertility, and economic outcome. *Theriogenology*, 77:1151–1158.
 8. N. J. Olynk és C. A. Wolf (2008). Economic analysis of reproductive management strategies on US commercial dairy farms. *Journal of Dairy Science*, 91:4082–4091.
 9. Boros Péter (2018). A kitétség profilok becslése többszintű Monte Carlo módszerrel. *Sigma*, 49(1-2):39–56.
 10. L. Stangaferro, R. Wijma, M. Masello, M. J. Thomas, és J. O. Giordano (2018). Economic performance of lactating dairy cows submitted for first service timed artificial insemination after a voluntary waiting period of 60 or 88 days. *Journal of Dairy Science*, 101:7500–7516.
 11. Holly Sutherland és Francesco Figari (2013). Euromod: The European Union tax-benefit microsimulation model. *International Journal of Microsimulation*, 6:4–26.
 12. Sobek Zbigniew, Anna Nienartowicz-Zdrojewska, Jolanta Rózanska-Zawieja és Idzi Siatkowski (2015). The evaluation of gestation length range for different breeds of polish dairy cattle. *Biometrical Letters*, 52:37–45.
 13. Kovács Zoltán (2008). Karbantartási stratégiák Monte Carlo optimalizálása. *Sigma*, 39(3-4):185–198.

DECISION SUPPORT HEURISTIC TO IMPROVE THE PROFITABILITY OF DAIRY FARMS

The milk economy is one of the most common and sensitive points in agriculture. The dairy cattle breeding has many important decisions, among them to find the proper time when the cow is to be culled. This decision is influenced by many complex factors, out of which the most important one being the change of the reproduction parameters. In other words, the profit value of keeping a cow depends mostly on its milk production which is highly conditioned by the decision when we sell the animal. This step means also the restructuring of the cattle of the farm, since the sold cow is usually substituted by a replacement heifer. We have developed a microsimulation model based on real data to improve the quality of the decision. With the help of the microsimulation algorithm applied, we are also

able to predict the future life cycle of the cow and the changes in the total profit of the given animal during its lifecycle. In the first part of the paper, we show that by a substantial reduction and simplification of the underlying full model we can calculate the financial consequences of the culling decision based on the reproduction data and their statistical distribution. Further we applied this line of thoughts the developed microsimulation method to model the life cycle of cows. We demonstrated that in this way we are able to precisely estimate the productive, profitable part of the life for the given animal. Further we have calculated which culling decision is the most profitable regarding the changes in costs and incomes.