

Ez az OTKA pályázat viszonylag rövid, mindössze két éves volt. Ehhez kepest sok jelentos eredményt értünk el, es a kituzott feladatok nagyreszeben komoly elorelepes törtent.

Barany Imre több kerdescsoporttal foglalkozott. Peldaul sikerult karakterizalni egy adott sikkeli konvex test maximalis affin keruletu konvex reszhalmazat. Konvex halmazok veletlen esz burkanak vizsgalatakor egy erdekes kerdes merult fol: Milyen valoszinuseggel nem tartalmaz racspontot egy fix konvex K halmaz veletlenül ledobott peldanya. Ezt a kerdest, amely a Buffon-fele tu-problemanak egy tavoli rokona, sikerult aszimptotikusan megoldani: a keresett valoszinuseg mindig kisebb, mint $\text{konst}/\text{Vol } K$, es ha K szelesege eleg kicsi, akkor e valoszinuseg nagyobb is mint $\text{konst}/\text{Vol } K$. Itt a ket konstans csak a dimenziotol fugg. A veletlen politopoknal hasznalt modszerek tovabfejlesztesevel, bizonyos veletlen jatekok Nash egyensuly-pontjat határozta meg Barany Imre (tarsszerzokkel) egy veletlen es effektiv algoritmus segitsegevel. Veletlen politopokra vonatkozó centralis hatareloszlas teteleket is bizonyított. Ez a temakor egy regota megoldatlan, nyitott kerdes volt. Hogyan lehet konvex halmazokat, vagy meg altalanosabban valoszinusegi mertekeket egy hipersikkal eloirt aranyban egyszerre kettevagni? Barany Imre ezt a kerdest topologiai modszerek segitsegevel oldotta meg. Sikgrafok szigoruan konvex lerajzolasaval kapcsolatban is ért el fontos eredményeket. Ez nagyon erdekes új fejlemany egy mostanaban intenziven kutatott teruleten.

Furedi Zoltan is folytatta a megkezdett kutatasokat. T Sos regi sejtését megoldva, saját regebbi munkait tovabfejlesztve meghatározta a Fano konfiguracio Turan szamat. Ez az egyik elso nemtrivialis eredmény 3-uniform rendszerekre. Ugyano (tarsszerzokkel) Ando es Egawa (1997) illetve Huang es Yeo (1998) eredményeit elesítve belatja, hogy egy pontelhagyásra kritikus 2-atmerőju graf minimalis elszama $(5n-17)/2$ ha n paratlan es $(5n-14)/2$ ha n paros ($n > 22$). Erdos es Simonovits 1960-as evekbol szarmazo sejtését cäfolva igazolta, hogy van olyan hatszogmentes n -pontu graf amelynek $0.533n^{4/3}$ ele van. Ugyanakkor sikerult egy meglehetosen közeli felso korlatot adni ($0.628n^{4/3}$, $n > n_0$). Ugyancsak tarsszerzokkel a mohó algoritmussal kaphato szinezési szamat vizsgalta (greedy chromatic number) különbozo grafosztalyokban. A konstrukciokat veges projektiv sikkokbol, illetve differenciahalmazokbol kapjuk. Egy meg publikalatlan cikkeben az Erdos-Ko-Rado tetelre Blokhuis modszerevel egy valoban rövid bizonyítást ad, amely csupan multilinearis polinomok linearis függetlensegen alapszik. Közvetlenül geometriai iranyu kutatasokat is folytatott. Peldaul azt vizsgalta, hogy egy adott haromszog milyen feltetelek mellett fedhető le pozitiv es negativ homotetikus peldanyainak segitsegevel gazdasagosan.

Kincses Janos különbozo halmazok Helly dimenziojat tanulmányozta, peldaul politopok L_1 osszeget, es a Hammer politopoket. Kutatasairol konferenciakon számolt be, a publikaciok folyamatban vannak.

Pach Janos többfele kerdeskorben is dolgozott. Peldaul, adott n egysegnyi atmerőju korlemez egy tetszoleges kiindulasi helyzete a sikkban, belatta, hogy ebbol barmely kivant veghelyzet elérhető legfeljebb kb. $3n/2$ lepesben, ahol egy 'lepesen' egy lemez egy folytonos iv menten törteno elmozditását értjük, melynek soran nem utkozik össze semmilyen más lemezzel. Azt is belatta, hogy bizonyos esetekben legalabb $(1+1/15)n$ lepesre van szükseg, de

sejtelmunk sincs arról, hogy mi a legjobb korlát. Hasonló számítási problémákat vizsgált egy olyan modellben, ahol a babuk egy graf elei menten mozoghatnak utközesmentesen, és egy 'lépés' egy babu egy szomszédos üres csucsra való áttolását jelenti. Belátta, hogy ezek NP-nehezsegu feladatok, és hatékony approximációs eljárásokat dolgozott ki közelítő megoldásukra.

Pach János, részben Tóth Gézával közösen, megvizsgálta a grafok 'elfajult' keresztezodesi számának fogalmát. Ez az a legkisebb $x=x(G)$ szám, melyre egy G graf lerajzolható a síkban úgy, hogy elei olyan görbék legyenek, melyek nem haladnak át semmilyen (végpontjaiktól különböző) csúcson, ne legyenek közöttük érintőpar, és a keresztezodesek száma, (melyeken több mint két él is áthaladhat) maximum x legyen. (A 'közönséges' keresztezodesi szám fogalmától ez annyiban tér el, hogy most egy pontban sok él is keresztezodheti egymást, és ezt a pontot megis csak egy keresztezodesnek számítjuk.) Róte, Sharir és mások sejtése szerint a nevezetes Ajtai-Chvátal-Newborn-Szemerédi-Leighton lemma, miszerint minden n csucsú és $e > 4n$ élű graf keresztezodesi száma legalább $c \frac{e^3}{n^2}$ egy alkalmas $c > 0$ konstansra, érvényes az elfajult keresztezodesi számra. Miután legáltalánosabb formájában ezt a sejtést megcáfolták, bebizonyították, hogy érvényes 'szűk' grafokra, azzal a megszorítással, hogy csak olyan lerajzolásokat tekintünk, melyekben bármely két él maximum egyszer keresztezod egymást.

Por Attila David Wooddal közösen igazolta, hogy egy teljes n csucsú graf realizálható egy legfeljebb $n^{\frac{3}{2}}$ terfogatú három dimenziós kockában egész rácspontokon, azaz semmelyik három pont nincs egy egyenesen. Ez lenyegében optimalis. Por Attila (társ szerzőkkel) a lathatosági grafokat vizsgálta. Egy lathatosági graf csúcshalmaza a sík egy ponthalmaza és két csúc között él van, ha az őket összekötő szakaszon nincs további pontja a halmaznak, azaz "látják" egymást. Megmutatták, hogy létezik olyan lathatosági graf melynek a kromatikus száma "sokkal" nagyobb mint a klikk száma. Az Erdős-Székéres tétel szerint minden n természetes számhoz létezik minimális $f(n)$, hogy $f(n)$ általános helyzetű pontból a síkon ki lehet választani n -et melyek konvex helyzetben vannak. Por Attila P. Valtr-ral közösen az Erdős-Székéres tétel pozitív százalékos módosítását igazolta konvex halmazokra a következő feltétel mellett. Konvex halmazok egy halmaza általános helyzetű ha semmelyik két halmaz nem tartalmaz egy harmadikat a konvex burkukban.

Solymosi József kombinatorikus módszereinek alkalmazásait vizsgálta szemelmeleti problémákban. A kutatásaiban kiemelt szerepet játszott diszkrét geometriai eredmények használata szemelmeleti kérdésekben. Ezek a módszerek nagyon hatékonyak bizonyultak: sok nehéz problémára sikerült egyszerű, kombinatorikus-geometriai módszerrel új bizonyítást, illetve az eddigieknél pontosabb becslést adni. Ezek közül is kiemelendő a van der Waerden tételre adott új, elegáns és elemi bizonyítása, amely egyúttal becslést is ad a megfelelő halmaz méretére.

Tóth Géza többféle területen dolgozott. Egy síkbeli C halmazt fedés-felbonthatónak hívunk ha létezik olyan k szám, hogy minden, a C eltöltőjéből álló k -szoros fedés felbontható két (legalább egyszeres) fedésre. Pach 1986-ban bebizonyította hogy a középpontosan szimmetrikus konvex sokszögek fedés-felbonthatóak. Tardos Gaborral ezt általánosítva sikerült bebizonyítani hogy minden konvex sokszög fedés-felbontható. Ez nagyon jelentős új eredmény egy régóta és sokak által vizsgált területen. Pach

Janossal es Tardos Gaborral azt vizsgaltak, hogy milyen halmazok nem fedes-felbonthatoak. Tobbek kozott bebizonyitottak, hogy a konkav negyszogek nem fedes-felbonthatoak. Vizsgaltak a kerdes dualis valtozatot is, es olyan halmazrendszereket is, amelyek nemegy halmaz eltoltjaibol allnak.

Brass sejtését igazolva Pach Janos es Toth Geza bebizonyította, hogy ha egy graf lerajzolható a toruszra metszes nélkül, es a maximalis fokszáma $\leq d$, akkor a sík-metszesi száma legfeljebb $\leq cd$. Erősebb es általánosabb változatot is bizonyítanak, ahol a torusz helyett tetszőleges irányítható felület szerepelhet, es a fokszámokra vonatkozó korlátozást is kiküszöbölik.

Keszegh Balázs, Palvolgyi Domotor, Pach Janos es Toth Geza bebizonyította, hogy ha egy graf maximalis fokszáma ≤ 3 , akkor lerajzolható szakaszokkal mint eleekkel úgy, hogy az elemek legfeljebb ≤ 5 különböző irányba mutatnak, es semelyik elem nem megy át egy csúcson.