

# Körforgalmak honnan-hová forgalmainak becslése állapotér-elméleti módszerekkel

A kutatás célja különböző eljárások vizsgálata a körforgalmak honnan-hová forgalmainak meghatározásához fordulási arányok becslése alapján.

DOI: <https://doi.org/10.24228/KTSZ.2022.1.2>

Gressai Mánuel – Tettamanti Tamás – Varga István

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Közlekedésmérnöki- és Járműmérnöki Kar, Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék

e-mail: gressai.manuel@edu.bme.hu, tettamanti.tamas@kjk.bme.hu, varga.istvan@kjk.bme.hu

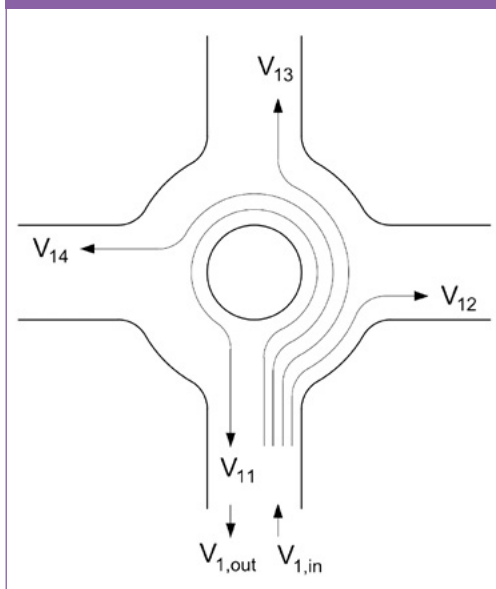
## 1. BEVEZETÉS

A közúti infrastruktúra tervezésének és a hatékony forgalomirányítás alapja a forgalmi modellezés, amelyhez elengedhetetlen a valós honnan-hová forgalmak ismerete. A kanyarodó forgalmak mérése legtöbbször kézi forgalomszámlálással történik, ez pedig időigényes és költséges. A körforgalmaknál ráadásul a valós idejű mérés még több nehézséggel jár, több ág egyidejű felmérése is nehezen kivitelezhető. Mindezek miatt a kutatásban a körforgalmak vizsgálatára fókuszáltunk.

A célforgalmi mérések végeredménye a célforgalmi mátrix, amely a behajtó- és kihajtóágak forgalma között teremt kapcsolatot. A mátrix megfelelő eleme az adott irányból érkező, adott irányba továbbhaladó járművek számát mutatja a vizsgálati időtartam alatt. Egy négyágú egysávos körforgalom egy adott ágról érkező járműveinek lehetséges fordulási műveleteit az **1. ábra** mutatja.

Ha a célforgalmi mátrix elemeit az adott behajtóág forgalmával elosztjuk, megkapjuk a fordulási arányokat, azaz hogy egy adott irányból érkező járművek milyen arányban haladtak tovább az egyes ágakon.

1. ábra: Egy négyágú körforgalom egyik irányából a lehetséges fordulási műveletek



A célforgalmi mátrixot becsülő módszerekkel a forgalomnagyságok felmérhetők, azonban a fordulási arányok értékeihez korlátozó feltétel is rendelhető: egy adott irányból érkezők összesített aránya 1. Így a kutatás során

a fordulási arányokat becsültük, ami alapján a járműszámok kiszámíthatók a keresztmetszeti forgalmak és a megfelelő arányok szorzatából.

A célforgalmi mérések automatizálására léteznek modern módszerek, például kamerás felvételek alapján mesterséges intelligencia által végzett forgalomszámlálás [1], de a kamerák telepítése vagy drónfelvételek készítése szintén drága, valamint a hozzájuk kötődő szabályozás elavult [2]. A keresztmetszeti mérések automatizálására viszont számos lehetőség áll rendelkezésre, például a lézeres járműérzékelő vagy az induktív hurokdetektor [3].

Ha egy körforgalom ágain a be- és kihajtó forgalmat mérjük, és ez alapján megfelelő pontossággal megbecsüljük a fordulási arányokat, ez akár ki is válthatja a nagyobb erőforrásigényű célforgalmi számlálást, csökkentve a folyamat költségeit. A keresztmetszeti mérések eredményeiből következtetünk a körforgalmak célforgalmi mennyiségeire, fordulási arányaira, lehetőséget nyújtva a csomóponti forgalomszámlálás nehézségeinek kiküszöbölésére.

## 2. BECSLŐ MÓDSZEREK ISMERTETÉSE

A hagyományos módszerek közül a biproporcionális eljárás, az állapotter-elméleti becslők közül a Kalman-szűrő, majd ennek korlátozásokkal kiegészített verzióját mutatjuk be.

### 2.1. Biproporcionális eljárás

A biproporcionális eljárás (BP – Biproportional Procedure) egy iterációs módszer, amelynek során két aránytag (a és b) változtatása jelenti a becsült forgalmi értékek változását minden iterációban. Az eljáráshoz kétféle bemenő adat szükséges: egy előzetes célforgalmi mátrix az n ágú csomóponttól (t), valamint a körforgalom ágain be- és kihaladó keresztmetszeti forgalom (i behajtó és j kihajtó ág esetén  $O_i$  és  $D_j$ ). A becslés pontossága nagyban függ az előzetes célforgalmi mátrix értékeitől [4].

Az eljárás célja, hogy a t előzetes célforgalmi mátrix, valamint az  $O_i$  és  $D_j$  bemenő adatok alapján megbecsülje a jelenlegi T célforgalmi mátrix elemeit, amelyek az aktuális vizsgálati időtartamban i irányból j irányba fordulóok számát jelentik. Ezt a becslést pedig a következő korlátozások teljesülése mellett kell elvégezni:

$$O_i = \sum_{j=1}^{n_D} T_{ij}, \quad (1)$$

$$D_j = \sum_{i=1}^{n_O} T_{ij}. \quad (2)$$

Az (1) és (2) egyenletek teljesülése egymást követő iterációkkal érhető el, amelyek során az a és b arányszámokat változtatjuk. A k-adik mintavételi időintervallumban több iteráció is lefut. Az előző iteráció a és b értékei  $a^*$  és  $b^*$  jelölést kapnak. Az eljárás optimálisan az előzetes t célforgalmi mátrixtól legkisebb eltéréssel kapott T mátrixot adja, amely a fenti korlátokat kielégíti [4].

A biproporcionális eljárás lépései a k-adik időintervallumban alább láthatók [5].

KEZDETI FELTÉTELEK
$b_j = 1$
$b_j^* = 1$
$a_i^* = 1$
$T_{ij} = t_{ij}$

ITERÁCIÓ
$a_i$ meghatározása:
$a_i = \left( \frac{O_i}{\sum_{j=1}^{n_D} T_{ij}} \right) a_i^* \quad (3)$
$T_{ij}$ számolása:
$T_{ij} = t_{ij} a_i b_j \quad (4)$

$b_j$  meghatározása:

$$b_j = \left( \frac{D_j}{\sum_{i=1}^{m_0} T_{ij}} \right) b_j^* \quad (5)$$

$T_{ij}$  számolása a (4) egyenlet segítségével

Iteráció vége. Ha  $a_i$  és  $b_j$  iterációk közti változása nagyobb, mint  $\varepsilon$ , ugrás az iteráció elejére. Ha kisebb, a lépés befejeződik.

A fenti algoritmus egyetlen vizsgálati időszakot jelenít meg ( $k$ -adik lépés). Az eljárás alkalmazásánál szükség van arra, hogy minden mintavételi időintervallumban megtörténjen a becslés, hiszen ekkor változnak a mért járműszámok. A MATLAB-kódban tehát az iterációk leállási feltétele után (ha  $a$  és  $b$  vektor elemeinek két iteráció közötti változásai közül a legnagyobb is maximum  $\varepsilon$  nagyságú) a becsült  $T$  mátrix kerékített értékei adják a következő mérési időszak előzetes  $t$  mátrixát, valamint az  $O_i$  és  $D_j$  járműszámok is frissülnek a következő időszak input adatainak megfelelően.

A biproporcionális eljárás előnye, hogy viszonylag egyszerű számítással, valamint a csomóponti ágak be- és kihajtó forgalmának keresztmetszeti számlálásával képes célforgalmi mátrixot becsülni (16 kanyarodási irány mérése helyett 8 keresztmetszeti mérés). Ezenkívül az algoritmus lépéseiből adódóan, ha a vizszaforrásokat elhanyagoljuk (a  $t$  mátrixban a főátló elemei nullák), akkor a becsült  $T$  mátrixban sem jelennek meg ezek az értékek. Hátránya viszont, hogy a pontossága nagyban függ az előzetes  $t$  célforgalmi mátrix helyességétől. A  $t$  mátrixot pedig minden mintavételi időszakban az előző lépés becsült értékei alkotják, ezért nagy változásokra érzéketlen a módszer.

## 2.2. Kalman-szűrő

Az állapotter-elméleti módszerek a rendszert és az azt érő zajokat is modellezik, valamint némely eljárás bizonyos korlátok kezelésére is képes, így a becsült értékek valós keretek közé szoríthatók (pl. a fordulási arány értékek csak nemnegatív értéket vehetnek fel). Ezenkívül az állapotter-elméleti módszerek az állapotok várható értékén kívül a hozzájuk tartozó szórás értékeket is megbecsülik, így Gauss-eloszlást adnak eredményül.

A nemzetközi szakirodalmat áttekintve kijelenthető, hogy ugyan a hagyományos keresztveződések esetében már alkalmaztak állapotter-elméleti módszereket [6,7], azonban ez körforgalmi fordulási arányok becslésére korábban még nem történt meg. Az alábbiakban a Kalman-szűrő és annak korlátozásokkal kiegészített formáját mutatjuk be.

A Kalman-szűrő eljárás a következő diszkrét idejű mérési egyenletből indul ki [8]:

$$y(k) = C(k)x(k) + z(k), \quad (6)$$

ahol az egyenletben szereplő jelölések a következők:

- $y(k)$  – a zajjal terhelt mérési értékek vektora;
- $x(k)$  – az ismeretlen, időben változó állapotvektor;
- $C(k)$  – súlyozó mátrix;
- $z(k)$  – mérési zaj vektora.

A (6) egyenlet azt fejezi ki, hogy az  $x(k)$  állapotvektor nem mindig mérhető közvetlenül, valamint mérési zajjal is terhelt. A Kalman-szűrő legfőbb célja, hogy ezt az  $x(k)$  állapotot minél pontosabban becsülje, és minden lépésben kiszámítson egy ilyen becsült állapotot. A mérési zajt fehér zajnak tekintjük.

Ezek után definiálunk egy  $R$  kovarianciamátrixot, amely a gyakorlatban a mérési zajok szórásnégyzeteit tartalmazó diagonális mátrix. Bevezetünk egy  $P$  állapothiba-kovarianciamátrixot is, amely a becsült állapotokhoz (várható értékekhez) tartozó szórásnégyzeteket tartalmazza a főátlójában. A  $G$  mátrix a Kalman-szűrő erősítésértéke, ami a  $P$  állapothiba-kovarianciamátrix számításában játszik szerepet.

Dinamikus rendszereknél szükséges lehet magát a rendszert és a hozzá tartozó bizonytalanságot is modellezni, mivel csupán a mérési egyenlettel leírt rendszereknél a hosszú időtartományú mérések során rugalmatlanság figyelhető meg. A Kalman-szűrő rekurzív algoritmus, amely tartalmazza a rendszermodellét és az ahhoz tartozó zaj leírását.

A rendszer modellezésénél tehát egy állapot-egyenletet is bevezetünk, amely diszkrét lineáris esetben (LTV – Linear Time Varying) a következőképpen írható fel:

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + v(k), \quad (7)$$

ahol az egyenletben használt jelölések:

- ♦  $x(k)$  – állapotvektor;
- ♦  $u(k)$  – szabályozó jel, determinisztikus bemenőjel;
- ♦  $A(k), B(k)$  – rendszermátrixok;
- ♦  $v(k)$  – állapotzaj/állapothiba vektora, azaz a rendszert leíró modell hibája (pl. elhanyagolások miatt).

Ahogy a  $z(k)$  mérési zajvektorhoz tartozik egy  $R$  mérési zaj kovarianciamátrix, a  $v(k)$  állapotzajhoz is tartozik egy  $Q$  állapotzaj-kovarianciamátrix. A  $v(k)$  állapotzaj és így a  $Q$  mátrix is a rendszer modellezésének pontatlanságát, bizonytalanságát fejezi ki, a rendszert leíró állapotegyenletben megjelenő 0 várható értékű, Gauss-eloszlású fehér zaj.

A  $Q$  és  $R$  kovarianciamátrixok értékeinek, egymáshoz való viszonyuknak fontos szerepe van a Kalman-szűrő működésében. A mátrixok értékeit az algoritmus indítása előtt tapasztalati úton kell megbecsülni, szerepük szerint pedig hangolási mátrixokként is jellemezhetők. Ha a  $Q$  mátrix értékei jóval nagyobbak  $R$  értékeinél, akkor a szűrő eljárás az aktuális mérésekre jobban támaszkodik, viszont ha a  $Q$  értéke csökken az  $R$ -hez képest, akkor az eljárás inkább a becslés eredményét fogadja el a mérési eredményekkel szemben.

A Kalman-szűrő algoritmus a alább látható (ahol  $A, B$  és  $C$  mátrixok időben változó módon  $A(k), B(k)$  és  $C(k)$  mátrixként jelennek meg) [9].

BECSLÉS	
Az „a priori” állapotbecslés számítása:	
$\hat{x}^-(k) = A\hat{x}^-(k-1) + B(k-1)u(k-1).$	(8)
Az „a priori” hiba-kovarianciamátrix számítása:	
$P^-(k) = AP(k-1)A^T + Q.$	(9)

KORREKCIÓ	
Mérés, ami $y(k)$ -t szolgáltatja.	
Erősítési érték kiszámítása:	
$G(k) = P^-(k)C^T(CP^-(k)C^T + R)^{-1}.$	(10)
Az „a posteriori” állapotbecslés számítása:	
$\hat{x}(k) = \hat{x}^-(k) + G(k)(y(k) - C\hat{x}^-(k)).$	(11)
Az „a posteriori” hiba-kovarianciamátrix számítása:	
$P(k) = (I - G(k)C)P^-(k).$	(12)
Léptetés, majd ugrás a BECSLÉS első pontjára:	
$k := k + 1.$	

A becslő algoritmus két részből áll: az előzetes (a priori) értékek kiszámításából, majd a korrekcióból. Az első részben az előző lépésbeli állapotbecslésből és hiba-kovarianciamátrixból állítjuk elő az előzetes  $\hat{x}^-(k)$  vektort és  $P^-(k)$  mátrixot. Ezután az aktuális mérési eredményeket becsatolva történik a  $G(k)$  erősítés, az aktuális állapotbecslés és a hiba-kovarianciamátrix számítása.

Ha körforgalmak esetében az ágak ki- és behajtó forgalmát mérjük, és a fordulási arányokat szeretnénk becsülni, a Kalman-szűrő eljárás állapotvektorának elemei lesznek a fordulási arányok. Az állapotegyenletben az  $A$  mátrix egységmátrixszal, a  $B$  mátrix 0-val helyettesítendő, ugyanis nem használunk szabályozó jelet. A mért bemenő forgalmak a  $C(k)$  mátrixban jelennek meg. A kimenő forgalom az „a posteriori” állapotbecslés számításánál játszik szerepet, az  $y(k)$  oszlopvektor elemei a különböző ágaknál a csomópontot elhagyó járművek számát jelentik a  $k$ -adik időintervallumban [10].

### 2.3. Kalman-szűrő korlátozásokkal

Tegyük fel, hogy a modellezett rendszer teljesíti a következő feltételeket:

$$A_{eq}x(k) = b_{eq}, \quad (13)$$

$$A_{in}x(k) \leq b_{in}. \quad (14)$$

ahol  $A_{eq}$  és  $A_{in}$  ismert mátrixok,  $b_{eq}$  és  $b_{in}$  pedig ismert oszlopvektorok. Az indexek az egyenlő-

ségi (equality) és egyenlőtlenségi (inequality) feltételekre utalnak. Ekkor olyan becslést szeretnénk végezni, ahol a becslült  $\hat{x}(k)$  értékekre is igaz, hogy:

$$A_{eq} \hat{x}(k) = b_{eq}, \quad (15)$$

$$A_{in} \hat{x}(k) \leq b_{in}. \quad (16)$$

Az, hogy az eljárás teljesítse a fenti korlátozásokat, a becslés projekciójával [11] érhető el. Ez azt jelenti, hogy a Kalman-szűrő algoritmus  $k$ -adik lépése után kapott becsléseket „rávetítjük” a korlátozások által meghatározott tartományra. Ezen megközelítés esetén az analitikus megoldás már nem alkalmazható, numerikus módszerre van szükség.

A korlátozásokat teljesítő becslés felírható a következő optimalizációs problémaként [11]:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k) = \\ = \operatorname{argmin}_x (x - \hat{x}(k))^T W (x - \hat{x}(k)), \end{aligned} \quad (17)$$

(13) és (14) korlátozások teljesülése mellett, ahol  $W$  egy súlymátrix.

Ha a  $W$  súlymátrixot egységmátrixnak választjuk meg, akkor a becslés a legkisebb négyzetek módszerének megfelelő eredményt ad a feltételezett korlátozások mellett, ebből pedig az következik, hogy a becslült értékek a korlátozások implementálása után közelebb kerülnek a valós állapothoz. Az egységmátrixot általánosan  $I$ -vel jelölik a szakirodalomban, így  $W=I$  esetben a továbbiakban cKF-I-ként hivatkozunk a korlátozásokat kezelő Kalman-szűrőre.

Ha a mérési zajokat fehér zajnak feltételezzük, és  $W$  értékét  $P(k)^{-1}$ -nek, azaz a  $k$ -adik lépésben az állapothiba-kovarianciamátrix inverzének vesszük fel, akkor a korlátozások teljesítése melletti minimális varianciájú becslés várható értéket kapjuk eredményül [12]. A  $W=P(k)^{-1}$  esetet cKF-P-vel jelöljük a továbbiakban.

A korlátozások problémájának megoldása a MATLAB optimalizációs csomagjában, az

Optimization Toolbox-ban található `fmincon` függvény segítségével történik. Ennek a függvénynek az argumentumába írandók a következők:

- ♦ a minimalizálandó függvény;
- ♦ a változó kiindulási értéke ( $x_0$ );
- ♦  $A_{in}$ ;
- ♦  $b_{in}$ ;
- ♦  $A_{eq}$ ;
- ♦  $b_{eq}$ .

A minimalizálandó függvény esetünkben az alábbi kifejezés:

$$J(x) = (x - \hat{x}(k))^T W (x - \hat{x}(k)), \quad (18)$$

(13) és (14) korlátozások teljesülése mellett.

Az  $x_0$  kiindulási érték a korlátozások nélküli Kalman-szűrő által becslült  $\hat{x}^-(k)$  állapotvektor. Az egyenlőtlenségi feltétel a fordulási arányokra nézve az, hogy minden egyes érték nemnegatív legyen (ez  $A_{in}$  és  $b_{in}$  megfelelő megválasztásával érhető el). Az egyenlőségi feltételben  $A_{eq}$  és  $b_{eq}$  segítségével két korlát is definiálható: az egy irányból érkező járművek fordulási arányainak összege 1-et kell, hogy adjon, valamint a visszafordulásokhoz tartozó fordulási arányok értéke 0 legyen. Az utóbbi korlátozásban megfogalmazott egyszerűsítést azért tehetjük meg, mert a valós mérések során a visszafordulások száma elhanyagolható volt, ezen feltételezés bevonásával pedig javítható a becslés pontossága. Ugyanakkor, ha valóban jelentős visszafordulási arány lenne egy adott körforgalomban, a javasolt becslő módszer természetesen azt is tudná kezelni.

A korlátozások kezelése tehát a következő módon történik. A Kalman-szűrő algoritmus a  $k$ -adik lépésben lefut, a további optimalizálás pedig ezen becslült értékekkel történik. A korlátozások nélküli állapotvektor lesz az `fmincon` függvény bemenete, majd a fentebb részletezett (15) és (16) korlátozások betartása mellett végrehajtódik az optimalizáció. A  $(k+1)$ -edik lépésben a Kalman-szűrő azt az állapotvektort használja fel, amely a  $k$ -adik lépésben teljesítette a korlátozásokat.

## 3. VALÓS FORGALOMSZÁMLÁLÁS

A becslő algoritmusok bemeneti adataihoz, valamint a becslt fordulási arányok valós értékekkel való összehasonlításához valós forgalomszámlálásra van szükség. Az elvégzendő vizsgálatokhoz két kecskeméti helyszínen történt forgalomszámlálás az MS Kft. drónos légifelvételei alapján 2020-ban:

- ♦ **1. körforgalom:** Kecskemét, 5. sz. főút és Ladánybenei út találkozási pontja (GPS koordináták: 46.92971298057884, 19.663997128931193);
- ♦ **2. körforgalom:** Kecskemét, 5. sz. főút és Szent László körút találkozási pontja (GPS koordináták: 46.88150317109579, 19.707799625939572).

2. ábra: Drónfelvétel az 1. (felül) és 2. (alul) körforgalomról (forrás: MS Kft.)



A két csomópontot a 2. ábra mutatja, ahol az 1. körforgalom (felül) esetében az 5. sz. főút az 1-3. irány, a Ladánybenei út a 4. irány, a 2. irány pedig a csomópont melletti bevásárló központ felé is vezető bekötőút. A 2. körforgalom (alul) esetében az 1-3. irány szintén az 5. sz. főút, a 4. irány a Szent László körút, a 2. irány pedig a Georg Knorr utca. Mindkét vizsgált csomópont egysávos négyágú kör-

forgalom, az 1. helyszínnél azonban a 2-3. irány kiemelt jobbra kanyarodó sávot is tartalmaz.

Az első helyszínen egy délutáni mérés, a második helyszínen egy délelőtti és egy délutáni számlálás történt. Mindegyik mérés időtartama 26 perc volt (a drón maximális repülési idejének megfelelően). A fentebb megnevezett időintervallumokban a körforgalmakról drónfelvételek készültek, a forgalomszámlálás pedig utólag történt.

A becslő algoritmusok az egységjármű mennyiséget [13][13] veszik alapul, így a forgalomszámlálás járműosztályok szerint történt. Az egyes kategóriák egységjármű-szorozóit az Útügyi Műszaki Előírás határozza meg [14]. Minden vizsgálati időszakra percenkénti és járműosztályonkénti bontásban történt a számlálás. A becslő eljárások vizsgálatánál többféle mintavételi idő is figyelembe vehető, ezért az 1 percesen kívül 2 és 5 perces bontásban is kiszámításra kerültek az egységjármű forgalmak.

## 4. BECSLŐ MÓDSZEREK ALKALMAZÁSA

Ebben a fejezetben a megvalósított becslő eljárások tesztelésének bemutatására kerül sor. A valós forgalomszámlálások által szolgáltatott adatsor adja mind a becslők input-adatait, mind az eljárások minősítéséhez szükséges valós adatokat. A minősítés mindig az állapotbecslések és a valós állapotok összehasonlításával, performanciamutatókon keresztül történik. Mindegyik módszer alkalmazásra kerül minden rendelkezésre álló forgalmi adatsoron, különböző mintavételi idővel.

### 4.1. Performanciamutatók

A kiértékelés során két mutató került alkalmazásra [15]: az átlagos abszolút hiba (MAE) és az átlagos négyzetes hiba négyzetgyöke (RMSE). Az előbbi esetében a számítás módja

$$MAE = \frac{\sum_{k=1}^n |\hat{x}_k - x_k|}{n}, \quad (19)$$

ahol  $n$  a mintavételek száma,  $\hat{x}_k$  a  $k$ -adik mintavétel becslült állapota,  $x_k$  pedig a valós állapot.

Az RMSE kiszámítása a következőképpen történik:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \hat{x}_k)^2}. \quad (20)$$

A MAE és az RMSE is a vizsgált mennyiség mértékegységében adja meg az átlagos hibát. A mi esetünkben ez a fordulási arányok jellemzőiből adódóan egy 0 és 1 közötti mértékegység nélküli szám. Az eltérés irányát mindkét mutató figyelmen kívül hagyja: a MAE az eltérés abszolút értékének vizsgálatával, az RMSE esetén pedig a négyzetre emeléssel oldja meg az előjelek problémáját, valamint a négyzetgyökös kifejezésnek így mindig lesz valós megoldása.

## 4.2. Hangolás

A Kalman-szűrő alkalmazásánál a hangolási paraméterek pontos beállítása a legfontosabb cél. A becslés tulajdonságai az állapotzaj és a mérési zaj kovarianciamátrixainak ( $Q$  és  $R$  mátrixok) értékeitől függ. Ezek állítják be a becslő súlyozását az aktuálisan mért és a korábban becslült értékek között. A gyakorlatban  $Q$  és  $R$  is definiálható fix értékű diagonális mátrixként, a hangolás pedig a két mátrix értékeinek arányától függ. Így elegendő az  $R$  mátrixot egységmátrixként rögzíteni, és az egyes futtatásoknál  $Q$  értékét változtatni. Ilyen módon  $Q$  értéke lényegében a  $Q/R$  arányt is adja. Ez az arány a Kalman-szűrő esetében  $10^{20}$ -ról indul és futtatásonként tizedére csökken, egészen  $10^{-10}$ -ig. A feljegyzett hibamutatók minimumhelye adja az optimális hangolás helyét, így a  $10^{-3}$ -t kapjuk a megfelelő  $Q/R$  aránynak.

A korlátozásokat is kezelő Kalman-szűrő (cKF) esetében először az optimalizálásnál alkalmazott  $W$  súlymátrixot egységmátrixnak vesszük (cKF-I). Ebben az esetben a  $10^{-2}$  az optimális  $Q/R$  arány.

A cKF esetében érdemes megvizsgálni, hogy az egységmátrixtól eltérő  $W$  súlymátrix válasz-

tása eredményezhet-e pontosságbeli javulást a becslésben. Ennek érdekében egy rögzített  $Q/R$  arány mellett változtattunk a  $W$  mátrix értékein. A vizsgálat a következő eredményre vezetett: rontani lehet a becslés pontosságán, javítani azonban még ezrelékes nagyságrendben sem. Fix értékű  $W$  optimalizálási súlymátrix esetén tehát érdemes azt egységmátrixnak felvenni (cKF-I).

A pontosabb becslés érdekében érdemes időben változó súlymátrixot felvenni az optimalizálásnál. Jól működő módszer, ha a  $W$  mátrixot minden  $k$ -adik lépésben az aktuális  $P$  állapothiba-kovarianciamátrix inverzének állítjuk be (cKF-P). Ebben az esetben a hibamutatók értékében a korlátozások nélküli vizsgálat esetén meghatározott optimális arány helyén megjelenik egy lokális minimumhely, viszont a  $Q/R$  arány növelése jelentős pontosságbeli javulást eredményez. Ez esetben a  $Q/R=10^6$  adódik ideális hangolásnak.

A hangolás során meghatároztuk a Kalman-szűrő optimális paramétereit:

- ♦ korlátozások nélkül -  $Q/R=10^{-3}$ ,
- ♦ korlátozásokkal,  $W=I$  esetben -  $Q/R=10^{-2}$ ,
- ♦ korlátozásokkal,  $W=P(k)^{-1}$  esetben -  $Q/R=10^6$ .

## 4.3. Eredmények

A tendenciák és a hibamutatók az összes esetben hasonlóan alakultak helyszíntől és napszaktól függetlenül. Az általánosabb eredmény és az átláthatóság érdekében a három forgalomszámllásra átlagolt értékek kerültek összehasonlításra.

Az 1. táblázat összefoglaló képet ad a vizsgált becslő módszerek hatékonyságáról a számításba vett mintavételi idők vonatkozásában, valamint a MAE értékek alapján sorba is állítja az eljárásokat. A táblázatban az összesített RMSE értékek is megjelennek, amelyek a MAE-hez hasonló karakterisztikát mutatnak. A sorrendből egyértelműen megállapítható, hogy leghatékonyabban a legnagyobb vizsgált mintavételi idővel becsül az összes módszer, az időköz csökkenésével pedig növekednek a hibák.

1. táblázat: A vizsgált módszerek rangsorolása

Eljárás	Mintavételi idő	MAE	RMSE	Rangsor (MAE)
BP	1 min	0.1181	0.1760	9
	2 min	0.0822	0.1230	5
	5 min	0.0670	0.1050	2
KF	1 min	0.1484	0.2122	12
	2 min	0.1036	0.1505	8
	5 min	0.0742	0.1118	4
cKF-I	1 min	0.1431	0.2110	11
	2 min	0.1026	0.1480	7
	5 min	0.0692	0.1048	3
cKF-P	1 min	0.1183	0.1765	10
	2 min	0.0843	0.1276	6
	5 min	0.0608	0.0945	1

Mindegyik eljárásnál az 5 perces mintavételi idő eredményezte a legkisebb hibákat. Ez a jelenség azzal magyarázható, hogy kisebb mintavételi időnél gyakoribb, hogy egy irányból nem érkezik jármű, ekkor pedig az arányok két lépés közötti változása igencsak nagy lehet, amit a becslő módszerek nehezen követnek. Ezenkívül a forgalomáramlási vizsgálatok ritkán kezelnek 5 percnél kisebb intervallumú adatokat, így érdemes ezen mintavétel eredményeit tanulmányozni.

A legkisebb hibával járó, vagyis az 5 perces mintavételi idő esetén a sorrend a MAE értékek összehasonlításakor a következő:

1. cKF ( $W=P(k)$  esetben);
2. Biproporcionális eljárás;
3. cKF ( $W=I$  esetben);
4. Kalman-szűrő.

5 perces mintavétellel tehát a korlátozószokat kezelő Kalman-szűrő hatékonyabb, mint a hagyományos biproporcionális módszer, azonban rövidebb mintavételi idő esetén a BP eljárás pontossága megelőzi az állapotér-elméleti becslőket.

## 5. SZIMULÁCIÓS ESETTANULMÁNY

Az esettanulmány egy valós forgalomszámlálásból kiindulva, majd szimulációs környezetben kiterjesztve végzi a vizsgálatot. Az

MS Kft. a korábbi fejezetekben feldolgozott videófelvételeken kívül egy ceglédi körforgalomról is szolgáltatott egy délelőtti és egy délutáni négyórás adatsort, negyedórás bontásban. Ez az időtartam és mintavételi idő a közúti tervezőcégek által gyakran alkalmazott mérési elrendezés. A vizsgálat helyszíne egy négyágú egysávos ceglédi körforgalom, amelyet a 3. ábra mutat.

3. ábra: A ceglédi körforgalom (GPS koordináták: 47.1816640982951, 19.80063741069683) (forrás: maps.google.com)



### 5.1. Hangolás

A becslő algoritmusok mindegyikét behangoltuk a rendelkezésre álló adatsorokra. A leghatékonyabb hangoláshoz tartozó performanciamutatók értékei a 2. táblázatban láthatók.

2. táblázat: A hangolt becslő módszerek összehasonlítása a ceglédi körforgalom esetében

Mintavételi idő: 15 min			
Eljárás	MAE	RMSE	Rangsor (MAE)
BP	0.0773	0.1144	4
KF	0.0606	0.0917	3
cKF-I	0.0565	0.0849	2
cKF-P	0.0529	0.0800	1



Ekkor, a 15 perces bontás esetén az állapotterelméleti becslők teljesítménye jóval meghaladja a BP eljárását. A leghatékonyabban a cKF-P végzi az állapotbecslést. A validáció után a szimulációs környezetben létrehozott különböző forgalmi helyzetekre így a cKF-P módszer kerül tesztelésre, a vizsgálat tárgyát pedig a becslés pontosságának változása jelenti.

## 5.2. Validáció

A különböző forgalmi helyzetek létrehozásához szimulációs modell építésére van szükség. Ezt a PTV Vissim forgalomszimulációs szoftverrel végeztük, majd a forgalom dinamikus ráterhelése és az adatok lekérdezése COM-programozással [16] történt.

A szimulációban és a valóságban mért értékek összevetésére a forgalmi modellezésben széles körben elfogadott módszer a GEH-indexek számítása. Ezen index alkalmazása nem egy statisztikai próba, hanem egy tapasztalati úton meghatározott képlet a hozzá tartozó küszöbértékekkel. A GEH-index a következő módon számítandó:

$$GEH_k = \sqrt{\frac{2(M_k - C_k)^2}{M_k + C_k}} \quad (21)$$

ahol  $M_k$  a  $k$ -adik irány szimulációban mért forgalma,  $C_k$  pedig a mért valós forgalom ( $E_{jm}/h$  mértékegységben). Ha a GEH-indexek a vizsgált irányok 85%-ára egyenként (minden mintavételi időre külön) 3-nál kisebb értéket vesznek fel, valamint az irányok mindegyikére átlagosan 2-nél kisebb az index, a validálás sikeresnek tekinthető [17,18]. Kiegészítő feltételenként megadható, hogy az irányokra egyenként vizsgálva az abszolút forgalomnagyságbeli eltérések az esetek 95%-ában kevesebb mint 100  $E_{jm}/h$ -nak kell lennie[19].

A délelőtti mérésre az egyes indexek 100%-a 3 alatti értéket vett fel, az átlagos értékek pedig mind 2 alatt voltak. Ezenkívül a forgalmak abszolút eltérése is 100%-ban 100  $E_{jm}/h$ -nál kisebb értéket adott.

A délutáni mérésnél a GEH-indexek 97,7%-a volt 3 alatti, az átlagos értékek mind 2-nél ki-

sebb értéket vettek fel. Az abszolút forgalomeltérés pedig 98,4%-ban 100  $E_{jm}/h$  alatt volt.

Mindezek alapján a Vissim-modell validációja sikeresnek tekinthető.

## 5.3. Szcenáriók

A különböző változatok a csomóponti geometria változtatása nélkül kerültek kialakításra. A cél a valós forgalmakra hangolt leghatékonyabb becslő eljárás vizsgálata a forgalmi körülmények változásával, a hangolás változtatása nélkül.

A három forgalmi paraméter, amelynek a változtatásával előállítjuk a scenáriókat, a következő:

- ♦ forgalomnagyság,
- ♦ a mellék- és főirányú forgalom aránya,
- ♦ a főirány elhelyezkedése (szemközti vagy szomszédos ágak).

A létrehozott scenáriók a következők:

- ♦ **Sz0:** kontroll scenárió, a délelőtti és délutáni mérések átlaga;
- ♦ **Sz1:** Sz0 célforgalmi mátrixának minden eleme megnövelve 1,3 szorzótényezővel;
- ♦ **Sz2:** 1:2 forgalmi arány, szemköztes főirányok (2, 4);
- ♦ **Sz3:** 1:6 forgalmi arány, szemköztes főirányok (2, 4);
- ♦ **Sz4:** 1:2 forgalmi arány, szomszédos főirányok: (2, 3);
- ♦ **Sz5:** 1:6 forgalmi arány, szomszédos főirányok: (2, 3).

A csomópontok teljes forgalma minden esetben az Sz0 esettel megegyező nagyságú (Sz1-et kivéve, ahol 1,3-szeres nagyságú minden forgalomnagyság). A létrehozott scenáriókban két-két főirány és mellékirány található. A két főirány forgalma egyenlő, valamint a két mellékirány forgalma is. A forgalmi arány a két mellékirány forgalmának és a két főirány forgalmának az arányát írja le. Az Sz4 esetében például a nagyobb forgalmú fűutat a 2-es és 3-as irány jelenti, az 1:2 arány pedig azt mutatja, hogy a 2-es és 3-as irány összesített bemenő keresztmetszeti forgalma kétszerese az 1-es és 4-es irány összesített forgalmának.

## 5.4. Eredmények

A valós délelőtti és délutáni forgalomszámlálások alapján behangolt becslő módszerek közül a cKF-P bizonyult a leghatékonyabbnak, ezért ez az eljárás került tesztelésre az előbbieken részletezett scenáriók esetében. A hangolási paraméterarány rögzített, így a hibamutatókban bekövetkezett változások pusztán az eltérő forgalmi helyzetek eredményei. Az egyes scenáriókhoz tartozó becslési eredmények hibái a 3. táblázatban láthatók.

3. táblázat: A hibamutatók alakulása a különböző scenáriók esetén

Scenárió	Sz0	Sz1	Sz2	Sz3	Sz4	Sz5
MAE	0.0448	0.0379	0.0639	0.0442	0.0577	0.0504
RMSE	0.0696	0.0533	0.0947	0.0726	0.0826	0.0790

A scenáriók performanciamutatóit a kontroll esettel összehasonlítva a következők figyelhetők meg:

- a forgalmi helyzet változása általánosságban véve nem okozott olyan hatékonyságbeli romlást, amely megkívánná a cKF-P becslő módszer felülvizsgálatát;
- a forgalomnagyság növekedése nem okozott nagyobb eltéréseket a becslő pontosságában;
- a mellék- és főirányú forgalmi arány tekintetében a cKF-P becslő annál hatékonyabb, minél kisebb a mellékirányú forgalom hányada a főirányú forgalomhoz képest;
- ha szomszédos ágak jelentik a körforgalom főirányait, a becslés pontossága mindenképpen valamelyest romlik, ha viszont a főirányú forgalom szemközti ágakon halad, a mellék- és főirányú forgalmi arány jobban befolyásolja a becslő hatékonyságát.

## 6. KONKLÚZIÓ

A kutatás során bemutatásra kerültek a körforgalmú csomópontok forgalmának számlálásával kapcsolatos problémák, és ezeknek már létező megoldásai. A modern állapotér-

elméleti módszerek alkalmazása azonban egy új irányvonalat jelent a körforgalmi fordulási arányok becslésének témakörében. A becslő eljárások részletes ismertetése után a valós mérésekre való tesztelésük következett különböző mintavételi idők figyelembevételével. A becslő eljárások összehasonlítása a kutatás legfontosabb mozzanata, amelyből az alábbi következtetések vonhatók le:

- általánosságban a nagyobb mintavételi idő pontosabb becslést eredményez;
- az állapotér-elméleti becslők hatékonyságát nagyban növeli a korlátozások kezelése;
- a megfelelően hangolt állapotér-elméleti becslők a hagyományos módszereknél jobb eredményt is képesek elérni.

Ezután következett az esettanulmány szimulációs környezetben. A valós mérésekre hangolt becslők közül kiválasztásra került a 15 perces intervallumokra legkisebb hibával operáló módszer, a cKF-P. A modell felépítése és validálása után különböző forgalmi szituációk kerültek kialakításra, amelyek a szimulációk lefuttatásával és a modellen végzett mérésekkel szolgáltatott bemenő adatsorokat a cKF-P becslőnek. Az esettanulmány alapján levonható következtetések a következők:

- a forgalmi helyzet változása általánosságban véve nem okoz lényeges pontosságbeli romlást;
- a cKF-P hangolása kellően robusztusnak tekinthető;
- a forgalomnagyság növelése nem okozott lényeges eltérést a becslő pontosságában;
- a cKF-P becslő annál hatékonyabb, minél kisebb a mellékirányú forgalom hányada a főirányú forgalomhoz képest;
- a becslés pontosabb, ha a főirányú forgalom egymással szemközti ágakon halad;
- ha két szomszédos ág jelenti a főirányokat, a mellék- és főirányú forgalmi arány kevésbé befolyásolja a becslő hatékonyságát.

A témában további kutatási irányt jelenthet a járműkategóriák kezelésének kérdésköre. Ehhez mindenképpen a keresztmetszeti forgalomszámláló módszernek kell biztosítania az osztályokra bontást, a becslő el-

járások azonban többféle módon is kezelhetik a problémát: a becslési eredmények utólagos kategóriaarányos felszorzásával, avagy a becselő eljárások dimenziójának bővítésével (így a becslés minden lépésben járműosztályokra bontva adna közelítést a fordulási arányokra). Ezenkívül a módszerek továbbfejlesztési lehetősége a hangolási paramétermátrixok pontosabb definiálása. Ez jelentheti a fő- és mellékirányú fordulási arányok becslésének eltérő beállításait, vagy akár forgalomtól függő hangolási mátrixok alkalmazását is.

A jövőbeli kutatásokban az eltérő méretű és geometriájú körforgalmak részletes vizsgálata is fontos irány. A spirális vagy turbó körforgalom esetében a lehetséges kilépési helyeket a belépés helye determinálja, így a becslés pontossága is javulhat.

A kutatás eredményei alapján kijelenthető, hogy az állapotér-elméleti becselő módszerek alkalmazása az automatizált keresztmetszeti mérésekkel kombinálva valós alternatívát nyújthat a célforgalmi forgalomszámlálásokkal szemben a körforgalmak esetén.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00001: Tehetséggondozás és kutatói utánpótlás fejlesztése autonóm járműirányítási technológiák területén - A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

A drónos mérési adatokat az MS Kft. bocsátotta rendelkezésre.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] C. Taylor; R. Kennedy; Y. Yang, Commission, D.V. R. P. Commission, et al., Automated video-based traffic count analysis, University of Pennsylvania, 2016

[2] I. Budinska, On ethical and legal issues of using drones, In Aspragathos, International Conference on Robotics in Alpe-Adria Danube Region, Springer International Publishing, Cham, 2018

[3] T. Luspay; T. Tettamanti; I. Varga, Forgalmirányítás: közúti járműforgalom modellezése és irányítása, Typotex, 2011, ISBN 978-963-279-665-9

[4] M. Dixon; L. Rilett, Population origin-destination estimation using automatic vehicle identification and volume data, Journal of Transportation Engineering, 2005 DOI: <https://doi.org/fcp943>

[5] M. Dixon; A. Abdel-Rahim; M. Kyte; P. Rust; H. Cooley; L. Rodegerdts, Field evaluation of roundabout turning movement estimation procedures, Journal of Transportation Engineering, 2007 DOI: <https://doi.org/df4srk>

[6] E. Papapanagiotou; J. Kathis; F. Busch, Kalman filter for turning rate estimation at signalized intersections, based on floating car data, Transportation Research Procedia, TUM 2018 DOI: <https://doi.org/hb46>

[7] B. Kulcsár; T. Bécsi; I. Varga, Estimation of dynamic origin destination matrix of traffic systems, Periodica Polytechnica Transportation Engineering, 2005

[8] R. E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction, Journal of Basic Engineering (ASME), 1960, 35-45

[9] T. Tettamanti; I. Varga; A. Csikós, Közúti mérések, eszközök és módszerek a közúti járműforgalom megfigyelésére. Typotex Kiadó, Budapest, 2016, ISBN 978-963-279-916-2

[10] T. Tettamanti; T. Luspay; I. Varga, Road Traffic Modeling and Simulation, Akadémiai Kiadó, 2019, <https://mersz.hu/tettamanti-luspay-varga-road-traffic-modeling-and-simulation>

[11] N. Gupta; R. Hauser, Kalman filtering with equality and inequality state constraints, arXiv preprint arXiv:0709.2791, 2007

[12] D. Simon, Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms, IET Control Theory & Applications, 2010, 4(8):1303-1318

[13] M. Lay, Handbook of Road Technology, SponPress, Abingdon, UK, 2009

[14] Magyar Közút Nonprofit Zártkörűen Működő Részvénytársaság, Országos közutak keresztmetszeti forgalomszámlálása és a forgalom nagyságának meghatározása, Ütügyi Műszaki Előírás, 2009

- [15] C. Chen; J. Twycross; J. M. Garibaldi, A new accuracy measure based on bounded relative error for time series forecasting, *PLoS one*, 2017, 12(3):e0174202 DOI: <https://doi.org/f9v4kd>
- [16] Zs. Bede; A. Csikós; M. T. Horváth; T. Tettamanti; I. Varga, *Közúti forgalommodellezési gyakorlatok*, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2018
- [17] M. Takács, *Forgalomszimulációs elemzések* egységes vizsgálati módszertanának kidolgozása, 2004
- [18] O. Feldman, *The GEH measure and quality of the highway assignment models*, Association for European Transport and Contributors, 2012, 1–18
- [19] TfL (Transport for London), *Traffic Modelling Guidelines: TfL Traffic Manager and Network Performance Best Practice Version 3.0*, 2010



## Estimation of the ‘from where to where’ traffic of roundabouts using state space theory methods

This paper describes the different traffic counting methods, the estimation methods used during the development, and the international research and examples of estimating the turnaround rates. Based on real traffic counts, the different state-space theory estimation methods are calibrated and their accuracy is compared using performance indicators. Finally, an examination of the accuracy of the most efficient estimation method is presented in different traffic situations in a validated simulation environment.



## Abschätzung des „von wo nach wohin“-Verkehrs von Kreisverkehren mit Methoden der Zustandsraumtheorie

Dieser Beitrag beschreibt die verschiedenen Verkehrszählungsmethoden, die bei der Entwicklung verwendeten Schätzmethoden sowie die internationale Forschung und Beispiele zur Schätzung der Wendungsraten. Die verschiedenen Schätzungsmethoden die auf den Zustandsraum-Theorien basieren, werden auf Grund von realen Verkehrszählungen kalibriert, und ihre Genauigkeit wird mit der Hilfe von Leistungsindikatoren verglichen. Abschließend wird die Genauigkeit des effizientesten Schätzverfahrens in verschiedenen Verkehrssituationen in einer validierten Simulationsumgebung untersucht.

