

BRAUN EMESE–SEBESTYÉN TAMÁS

# Hány fecske csinál nyarat?

## A nem teljes hálózati szerkezet és az attitűd hatása az együttműködésre

A kooperatív magatartás olyan meghatározó része a mindennapoknak, amelyet számos tényező képes befolyásolni. Ez a tanulmány ezek közül a hálózati viszonságra és a konformitásra összpontosít. Egy olyan egyszeri többszereplős fogolydilemma-játékból indulunk ki, amely megkülönbözteti a konformista és a klaszszikus játékból ismert racionális magatartást. A kapott eredmények alapján az egyének kapcsolatrendszerének – különösen a konformisták miatt –, valamint a társadalom kezdeti együttműködési intenzitásának jelentős szerepe van abban, hogy milyen mértékű együttműködés jön létre a játék egyensúlyában. Az elemzésben az ösztönzők megváltoztatásával egy speciális, fokszámarányos jutalmazási mechanizmust is vizsgálunk, amely a tovagyrűző hatásokon keresztül segíti elő a magasabb kooperációs arány létrejöttét.\*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C63, C72, D85, D91.

### Bevezetés

A kooperatív és az önérdékkövető magatartás közötti kapcsolat kutatása a kezdektől szerves része a közgazdaságtannak, az abban rejlő ellentmondások és szinergiák a piaci koordináció alapelemei. Ezt a kérdéskört kifejezetten aktuálisá teszi napjaink egyik fontos globális trendje, a természeti erőforrások túlzott mértékű használata/kimerítése, valamint az ezzel párhuzamosan megjelenő, fenntartható fejlődési pályákkal kapcsolatos fokozott érdeklődés. Ez a globális gazdasági-társadalmi kihívás mellett, hogy rávilágít az együttműködés kiemelt jelentőségére, az

\* A kutatás a K138401 számú projekt keretében az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a K21 pályázati program finanszírozásában valósult meg.

Braun Emese, Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, EconNet Kutatócsoport (e-mail: b.emese00@gmail.com).

Sebestyén Tamás, Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, MTA–PTE Innovációs és Gazdasági Növekedés Kutatócsoport (e-mail: sebestyent@ktk.pte.hu).

A kézirat első változata 2021. augusztus 9-én érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <https://doi.org/10.18414/KSZ.2022.7-8.869>

önérdekkövető magatartásra épülő ösztönzési mechanizmusok tervezését, működtetését is fontos kérdéssé emeli. Ez a megközelítés az együttműködéssel járó (jellemzően rövidebb távon jelentkező) költségek és a kooperatív magatartás (jellemzően hosszabb távon jelentkező) előnyei közötti választást állítja az elemzés középpontjába azzal a kérdéssel, hogy a költségekkel szembeni kompenzáció képes-e hosszú távon fennmaradó kooperatív magatartásra ösztönözni a szereplőket.

A fenti dilemmák klasszikus elemzési kerete a közlegelők tragédiája, amelyben a kölcsönös együttműködésben rejlő előnyök ellenére a kooperáció elbukik amiatt, hogy akadnak olyan résztvevők, akik anélkül élvezik az együttműködésből fakadó előnyöket (externáliákat), hogy ők maguk együttműködő magatartást tanúsítanak. Az utóbbiak (versengő magatartást tanúsítva) tehát kizsákmányolják az együttműködőket, akik válaszul versengéssel védhetik meg magukat, vagyis kerülhetnek jobb helyzetbe. Ha a természeti erőforrásokra mint közös javakra és tipikusan olyan jószágokra gondolunk, amelyek korlátozottan állnak rendelkezésre, akkor egy dilemma-helyzet alakul ki. Az együttműködőkkel szemben fennáll a kizsákmányolás lehetősége, és így a versengés tűnik racionális döntésnek. A versengés viszont a természeti erőforrások tekintetében túlzott mértékű felhasználást, végső soron az adott erőforrás kimerülését eredményezi. Az ellentmondást itt az okozza, hogy a racionális egyéni döntéshozatal visszafordíthatatlan folyamatokat indukál – az ilyen helyzetekből az együttműködés jelentheti a kiutat.

A kimerülő erőforrásokkal kapcsolatos kollektív cselekvés fenti problémája egy esete a fogolydilemma néven ismert játékelméleti megközelítésnek. Ebben az absztrakt keretben a játékosok a kooperáció és az önérdekkövetés (defektálás) között választhatnak, miközben az ösztönzők úgy vannak beállítva, hogy a kooperatív magatartással szemben mindig jobb választás az önérdekkövetés, függetlenül attól, hogy mások milyen magatartást követnek. Ebben a tanulmányban a fogolydilemmát vesszük alapul, és ennek keretein belül vizsgáljuk a kooperatív magatartás kialakulásának lehetőségét és feltételeit. A klasszikus játékelméleti keretet azonban két elemmel, valamint ezek kombinációjával egészítjük ki. Egyfelől figyelembe vesszük azt, hogy az egyéni attitűdök a döntéshozatal során eltérhetnek. A standard játékelméleti keretben feltételezett racionális cselekvő számára a választott magatartás (kooperáció vagy defektálás) a gondosan mérlegelt kifizetéstől függ – ennek eredménye, hogy bár a választás elvben függ a többi játékos által követett magatartástól, a kifizetések fogolydilemma-kompatibilis beállítása esetén minden esetben a defektálás a racionális döntés. Ezzel szemben a valós társadalmi környezetben az egyén cselekvése során sokszor (legalább részben) konformitásra törekszik, vagyis az egyén által követett magatartást nem pusztán annak racionálisan mérlegelt várható kifizetése határozza meg, hanem az is, hogy más egyének milyen magatartást követnek. Eszerint a fogolydilemmára épülő modellünkben megkülönböztetünk piacorientált – vagy másképpen a klasszikus keret racionális viselkedését mutató – egyéneket, valamint társadalomorientált – vagy másképpen konformista – egyéneket, akik a környezetükben tapasztalt többségi viselkedési mintát követik.

Másfelől, az egyének (játékosok) között egy nem teljes kapcsolati hálót feltételezünk, amivel a konformitás modellezését tesszük reálisabbá. Vagyis minden egyénnek

specifikus ismeretségi köre van, amely a konformitásra törekvő egyén számára meghatározó, ugyanakkor közvetetten a racionális, piacorientált szereplők magatartására is hatással lehet. Kulcskérdés e tekintetben a vizsgált társadalmi kapcsolatháló szerkezete, amely befolyásolhatja, hogy a kooperatív viselkedés elterjed-e a társadalomban, és képes-e fennmaradni.

E két fő elem, az egyének attitűdje és az egyéneket összekötő társadalmi hálózat szerkezete jelenti tanulmányunk fő elemét: a fogolydilemma e kiterjesztéseit vizsgáljuk abból a szempontból, hogy mely esetekben jöhet létre és maradhat fenn a kooperatív viselkedés a társadalomban. Ezenfelül reagálunk arra a már felvetett kérdésre is, hogy az ösztönzők megváltoztatása, azaz valamilyen jutalmazási séma bevezetése miképpen befolyásolja a játék egyensúlyi helyzetét, a kooperáció létrejöttét.

A tanulmány következő fejezetében áttekintjük a természeti erőforrások kapcsán felmerülő dilemmahelyzethez köthető és az együttműködés mögötti mechanizmusok feltárásával és hatásával foglalkozó tanulmányokat. Ezt követően részletesen ismertetjük az együttműködés elemzéséhez használt modellünk alapjait, majd két külön fejezetben elemezzük a kapott eredményeket. Először a különböző attitűdöket és a nem teljes hálózati szerkezeteket is tartalmazó általános modellverzió vizsgálata során kapott eredményeket mutatjuk be, majd pedig a jutalmazásnak a játék egyensúlyára gyakorolt hatását vizsgáljuk. A tanulmányt az eredmények összegzésével és a következtetések levonásával zárjuk.

## Szakirodalmi áttekintés

A természeti erőforrások mint közös javak szűkösen rendelkezésre álló készletek. Ezen erőforrások túlzott kitermelése a rövidlátás miatt mindaddig folytatódik, amíg az érzékelt költségek és haszon arányában nem következik be változás. A dilemmahelyzetet az okozza, hogy ha az erőforráskészletek beláthatatlan ideig felhasználhatók, akkor a termelők nem szándékoznak költséges időt és energiát feláldozni. Ha pedig az erőforrás már lényegében megsemmisült, akkor magas költségek árán sem hozható helyre. A felhasználók az erőforrás kimerülését követően továbblépnek, azt feltételezve, hogy további, számukra hasznos erőforrások még rendelkezésre állnak (*Ostrom* [2000]). Ez a magatartás viszont nem fenntartható, a társadalom nem tevékenykedhet úgy, mintha egy korlátlan világban élne (*Daly* [2005]). Ennek a dilemmahelyzetnek a keretrendszerét adja a *Hardin* [1968] által leírt közlegelő tragédiája, amely többszereplős fogolydilemmaként is értelmezhető (*Dawes* [1980]). A játékelméletben a fogolydilemma az egyik legszélesebb körben vizsgált játék az együttműködés tekintetében.

A klasszikus értelemben vett egyszeri (*one-shot*) fogolydilemma-játék szuboptimális Nash-egyensúlyának feloldására számos kísérlet és kutatási irány is megtalálható az irodalomban. Vannak olyan kísérleti eredmények, amelyek ellentmondanak a fogolydilemma játékelméleti megközelítésének, a játékosok nem a Nash-egyensúlyi stratégiát választják. *Khadjavi-Lange* [2013] például női egyetemi hallgatókkal és fogvatartottakkal végzett kísérletben megmutatta, hogy a játékosok mind kétszemélyes,

egyszeri, szimultán, mind szekvenciális fogolydilemma-játékban is hajlandók együttműködni. Szimultán esetben a hallgatók 37 százaléka, a fogvatartottak 55,6 százaléka volt együttműködő, míg szekvenciális fogolydilemma-játékban ez az arány 63,04 százalék és 46,30 százalék. A szerzőpáros különböző szociodemográfiai változók (kor, oktatás, dohányzási és kávézási szokások stb.) hatását vizsgálta az eredményekre, és csak a kávézási szokás volt szignifikáns (akik fogyasztanak kávé, azok együttműködőbbek, mint azok, akik nem). Továbbá megfigyelték, hogy szekvenciális fogolydilemma-játékban a hallgatók és a fogvatartottak egyaránt közel 60 százalékos arányban viszonzzzák az elsőként lépő együttműködését. *Clark–Sefton* [2001] szintén jelentős együttműködést figyelt meg egyszeri szekvenciális fogolydilemma-játékban, és arra a következtetésre jutott, hogy az együttműködés inkább a kölcsönösséget, mint a feltétel nélküli altruizmust jelenti. Az egyszeri fogolydilemma-játékkal szemben az ismételt fogolydilemma-játékok elemzésénél a stratégiára helyeződik a hangsúly, és arra, hogy a résztvevők egymással szemben milyen eredményeket képesek elérni. Érdemes megemlíteni *Axelrod* szimulációs versenyét, ahol a *tit-for-tat* megbocsátó stratégia bizonyult a legsikeresebbnek (*Axelrod* [1980]). Habár a *tit-for-tat* stratégia mellett a *grim trigger* mint büntető stratégia is ösztönözheti az együttműködést, az örök büntetés fenyegetése *Buskens–Weesie* [2000] szerint a leghatékonyabb módja a bizalom fenntartásának, mégis akadhatnak problémák e stratégiával (*Axelrod* [2000]).

A fogolydilemma-játékban való együttműködés elemzésének egy, az irodalomban széles körben vizsgált további vonulata a többszereplős fogolydilemma-játékokra és a játékosok közötti kapcsolatokra, hálózatokra irányul. Ez azért fontos, mert a valós társadalmi hálózatokban az egyének korlátozott mértékben vannak összekötésben egymással, korlátozott az információáramlás, és ez hatással van az egyének viselkedésére. A hálózatokra irányuló tanulmányokra jellemző, hogy a fogolydilemma-játékok evolúciós játékként definiálják. A kutatási irány egy kiemelkedő munkája *Nowak–May* [1992], amelyben a szerzők bevezették a térszerkezetet, és korlátozták az interakciókat. A modell alapja egy memória nélküli játék, amelyben a játékosok egy négyzet-rácson helyezkedtek el (sejtautomata). A játékosok a szomszédjaikkal fogolydilemma-játékokat játszottak, és a kifizetéseket összegezték. A játékosok minden időperiódusban frissítették stratégiájukat úgy, hogy adott játékos utánozta annak a szomszédnak a stratégiáját (önmagát is beleértve), akinek a legmagasabb volt a kifizetése. A szerzők több mintázatot is tapasztaltak (kaleidoszkópok, dinamikus fraktálok), és fő eredményük, hogy az együttműködők klasztereket hoztak létre, ezzel interakcióba kerülve más együttműködőkkel, és így megóvták magukat a kizsákmányolástól. *Nowak* egy későbbi munkában (*Nowak* [2006]) a hálózati viszonyosságot az együttműködésre nézve kulcsfontosságú tényezőként azonosította. A hálózat szerkezete e tekintetben fontos tényező, mert drasztikusan képes befolyásolni az együttműködők evolúciós esélyeit (*Szabó–Fáth* [2007]). Skálafüggetlen hálózatban az együttműködés robusztus a csúcsok véletlenszerű eltávolításával szemben (*Perc* [2009]), *Madeo–Mocenni* [2020] pedig megállapította, hogy a skálafüggetlen, heterogén hálózatokban jelen lévő társadalmi sokféleség hatékony az együttműködés szempontjából. Ezt az eredményt erősíti, hogy a heterogén kapcsolatháló bevezetése az együttműködő magartartás általános növekedését eredményezi, ahol az együttműködés nemcsak versenyképesség,

hanem gyakran az evolúció uralkodó stratégiájává tud válni (Santos–Pacheco [2005]). Ez a hatás pedig tovább fokozódik, ha a hálózat dinamikus (Kossinets–Watts [2006]). A dinamikus hálózatok együttműködésre gyakorolt hatására irányuló elméleti és viselkedési kísérletek alapján elmondható, hogy a dinamikus hálózatok elősegítik az együttműködést (Pacheco és szerzőtársai [2006], Rand és szerzőtársai [2011], Li és szerzőtársai [2020]). Ennek oka az, hogy az egyének ellenőrizhetik az interakciókat, és megszakíthatják a kapcsolatot a kizsákmányolókkal, és új kapcsolatokat hozhatnak létre az együttműködőkkel. A statikus hálózatokban a hálózati viszonyosság akkor segíti elő az együttműködést, ha  $b/c < k$  (Ohtsuki és szerzőtársai [2006]), ahol  $k$  az adott játékos szomszédjainak száma, és az együttműködő  $c$  költséget fizet, hogy a vele szomszédos játékos  $b$  előnyhöz jusson. A versengő játékos nem fizet költséget, és nem is részesíti előnyben a szomszédokat. A szerzők szerint az együttműködés a társadalmi viszkozitás következményeként alakulhat ki akkor, ha a haszon/költség arány meghaladja a szomszédok átlagos számát egyénenként. Ezt az elméleti eredményt kísérlettel is igazolták (Rand és szerzőtársai [2014]).

Egy további iránya a fogolydilemma-játék elemzésének szorosan összekapcsolódik a hálózati viszonyossággal. A fogolydilemma-játékban klasszikus értelemben az egyének a saját kifizetésük maximalizálására törekszenek, azonban a valóságban ez nem mindig van így. A szociálpszichológia szerint a konformitás az, hogy a csoport tagjai mennyire hajlandók megváltoztatni a viselkedésüket ahhoz, hogy az jobban illeszkedjen a csoportnormához. A konformitás jegyében az egyének képesek elfogadni olyan stratégiákat, amelyek a saját interakciós tartományukon belül a leggyakoribbak, függetlenül a várható kifizetéstől (Henrich–Boyd [1998]). Több elemzés is alátámasztja, hogy a hálózati viszonyosság és a konformitás együttes jelenléte fokozza az együttműködést (Pena és szerzőtársai [2009], Yang és szerzőtársai [2020]). Szolnoki–Perc [2015] szerint az interakciós tartományon belül a leggyakoribb stratégia megválasztása biztonságosabb, mert ekkor az egyén kifizetése nem lesz sokkal alacsonyabb az átlagnál. Eredményeik alapján minél nagyobb a konformisták aránya a társadalmon belül, annál nagyobb arányban marad fenn az együttműködés. Továbbá az együttműködés a különböző hálózati struktúrák (négyzet alakú rács, skálafüggetlen hálózat) szempontjából robusztusnak is mondható (Yang–Tian [2017]).

Ebben a tanulmányban a hálózati viszonyosság és a konformitás hatását az együttműködésre egy  $n$ -szereplős, memória nélküli szimultán fogolydilemma-játékban elemezzük. A tanulmányunk újdonsága abban rejlik, hogy a feldolgozott irodalomtól eltérően (Nowak–May [1992], Pena és szerzőtársai [2009], Szolnoki–Perc [2015], Yang–Tian [2017], Madeo–Mocenni [2020]) nem evolúciós, hanem klasszikus játékelméleti keretrendszerben modellezzük a fogolydilemma-játékot. Annak tudatában, hogy a dinamikus hálózatok elősegítik az együttműködést (Li és szerzőtársai [2020]), statikus hálózatokat vizsgálunk, hogy ennek az együttműködésre gyakorolt hatását kiszűrjük. Yang–Tian [2017], illetve Szolnoki–Perc [2015] tanulmányához képest a hálózatok tekintetében a négyzet alakú rács helyett az Erdős–Rényi-féle véletlen hálózatot (Erdős–Rényi [1960]) hasonlítjuk össze a Barabási–Albert-féle skálafüggetlen hálózattal (Barabási–Albert [1999]). Yang–Tian [2017] a konformitásnál figyelembe veszi a kifizetések közti különbségeket, míg mi a modellünkben

*Szolnoki–Perc* [2015]-höz hasonlóan kéttípusú attitűdöt különböztetünk meg, ahol a szerzőkkel ellentétben azt is megvizsgáljuk, hogy az együttműködés aránya az egyensúlyban hogyan függ a társadalomban kezdetben jelen lévő együttműködők és konformisták arányától. Mindemellett tanulmányunkban azzal is hozzájárulunk a szakirodalomhoz, hogy a hálózati szerkezet és az attitűd együttes elemzése mellett bevezetjük a jutalmazást mint ösztönző eszközt, és ennek segítségével vizsgáljuk azt, hogy a jutalmazásnak milyen közvetlen és közvetett hatásai vannak a szereplők viselkedésére akkor, amikor az együttműködés önszerveződő módon nem képes kialakulni.

## Az együttműködés elemzésére szolgáló modell alapjai

A tanulmányban felépített modell célja az emberi attitűd, a hálózati szerkezet és az együttműködés közötti kapcsolat elemzése. A kiindulási pont egy  $n$ -szereplős fogolydilemma-játék, ahol a szereplők racionális, kifizetésmaximalizáló egyének. Ezek az egyének hálózatba rendeződnek, amelynek csúcsai maguk az egyének, míg az élek a közöttük lévő társadalmi kapcsolatot reprezentálják. A kapcsolatok tartalma a modellben az, hogy ezeken a kapcsolatokon keresztül más egyének viselkedésére vonatkozó információ érhető el, amely potenciálisan befolyásolja az egyén viselkedését. Így tehát a hálózat élei viszonylag széles körű társadalmi-gazdasági kapcsolati tartalmakat reprezentálnak (baráti, családi, munkatársi kapcsolatok). A hálózatról feltesszük, hogy statikus, vagyis a kapcsolatok dinamikáját nem vizsgáljuk; összefüggő, tehát bármely két egyén között található véges hosszúságú út; és adott egyén döntését csak a közvetlen szomszédsága befolyásolja. A modell fontos eleme még az egyének attitűdje, amely feltevésünk szerint lehet piacorientált vagy társadalomorientált. Előbbi esetben az egyének döntéseiket a várható kifizetések alapján hozzák meg, míg az utóbbi esetben döntésüket közvetlenül a hálózati szomszédjaik által követett stratégia befolyásolja. Az elemzés középpontjában az együttműködő viselkedés áll, önszerveződés és – az annak bukása következtében bevezetett – jutalmazás mellett.

A modellt öt egymásra építkező és egymást kiegészítő részben mutatjuk be: 1. klasszikus fogolydilemma-játék, 2. fogolydilemma-játék nem teljes hálózatban, 3. fogolydilemma-játék és attitűd, 4. fogolydilemma-játék és attitűd nem teljes hálózatban és 5. fogolydilemma-játék és attitűd nem teljes hálózatban jutalmazással. Ebben a fejezetben bemutatjuk a teljes modell fő építőelemeit (az első három részt). Míg a fő eredményeket mutató 4. és 5. részt az előzőekre építkezve külön fejezetben ismertetjük.

### *Klasszikus fogolydilemma-játék*

A klasszikus egyszeri fogolydilemma-játék egy két játékosból és két stratégiából álló szimmetrikus játék, ahol a két választható stratégia az együttműködés (*cooperation*, *C*) és a versengés (*defect*, *D*). Ha a két játékos kölcsönösen együttműködik, akkor egyaránt  $R$ , míg kölcsönös versengés esetén  $P$  kifizetésben részesülnek. Ha az

együttműködés egyoldalú, akkor az együttműködő  $S$ , míg a versengő  $T$  kifizetést kap. A kifizetésekre igaz, hogy  $T > R > P > S$ .

Az  $n$ -szereplős fogolydilemma-játékban továbbra is egyszeri játékot feltételezünk. Az  $i$ -edik egyén kifizetése az  $n - 1$  számú – tehát minden más játékosal szemben játszott kétszemélyes játékból eredő – kifizetések összegeként adódik (Okada [1993]), amelyet az (1) és (2) egyenletek írnak le.

$$\pi_{i_c} = RN_C + SN_D, \quad (1)$$

$$\pi_{i_D} = TN_C + PN_D, \quad (2)$$

ahol  $\pi_{i_c}$  és  $\pi_{i_D}$  az  $i$ -edik egyén  $C$  és  $D$  stratégiájának kifizetése,  $N_C$  és  $N_D$  rendre a  $C$  és  $D$  stratégiát játszó játékosok száma,  $T$ ,  $R$ ,  $P$ ,  $S$  pedig a kifizetési mátrix elemei, ahogyan korábban definiáltuk.

A szereplők számától függetlenül egy  $n$ -szereplős egyszeri fogolydilemma-játék kimenetele a domináns stratégiákat követő, a Pareto-optimumhoz képest szuboptimális Nash-egyensúly: a  $T > R > P > S$  kikötésből következően  $\pi_{i_D} > \pi_{i_c}$  minden  $i$ -re, tehát minden egyén  $D$  stratégiát játszik.

### *Fogolydilemma-játék nem teljes hálózatban*

Az előzőekben bemutatott  $n$ -szereplős fogolydilemma-játék felfogható egy olyan játék speciális eseteként, amelyben a szereplőket egy exogén, nem feltétlenül teljes hálózat köti össze. Ekkor az  $n$ -szereplős alapjáték egy teljes hálózatnak felel meg, ahol minden csúcson között van él, minden egyén kapcsolatban van mindenkivel. A tanulmányban a nem teljes hálózati struktúrákat az Erdős–Rényi-féle véletlen (ER) és a Barabási–Albert-féle skálafüggetlen (BA) hálózati modellek szerint vizsgáljuk. Amíg az ER-hálózat az élek előfordulási valószínűségét azonosnak és egyenletesnek feltételezi, és így egy szimmetrikus, hasonló szereplőkből álló mintát ad, addig a BA-hálózat növekedésre és preferenciális kapcsolódásra épülő modellje a társadalmi hálózatokat jellemző aszimmetrikus (hatványfüggvényt követő) fokszámeloszlást generál.

Az ER-hálózatot az átlagos foksám, kapcsolatszám jól jellemzi (Erdős–Rényi [1960]), azonban a BA-hálózatban az e körüli szórás végtelen nagy, nincsen „tipikus”, reprezentatív szereplője a hálózatnak. Továbbá a BA-hálózatban a csúcsok közötti kapcsolatok nem teljesen véletlenszerűen alakulnak ki, mint az Erdős–Rényi-modellben, hanem a több kapcsolattal rendelkező csúcsok (hubok) könnyebben szereznek újabb kapcsolatokat, ami egyfajta önszerveződést mutat (Barabási–Albert [1999]). A kétféle hálózatra mutat egy-egy példát az 1. ábra.

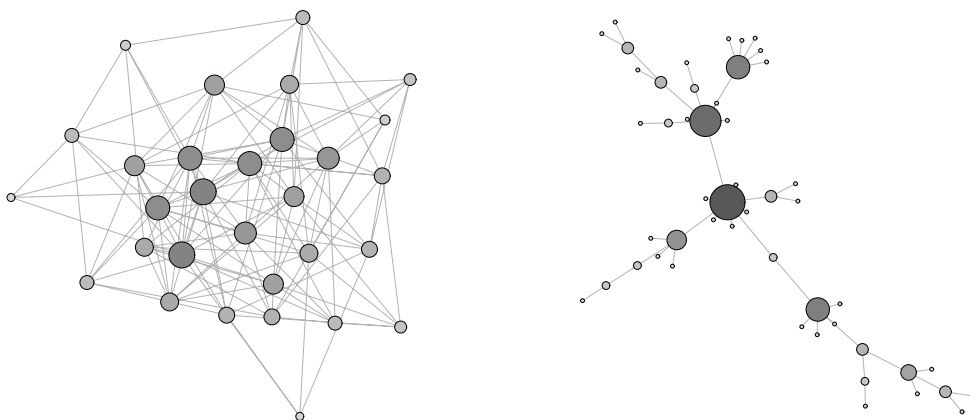
A hálózat szerkezetétől függetlenül a nem teljes hálózatban játszott fogolydilemma-játék kimenetele megegyezik a klasszikus fogolydilemma-játék végeredményével. Ebben az esetben az  $i$ -edik játékos kifizetése  $C$  vagy  $D$  stratégia esetén a következő:

$$\pi_{i_c} = RN_{i_c} + SN_{i_D}, \quad (3)$$

$$\pi_{i_D} = TN_{i_c} + PN_{i_D}, \quad (4)$$

## 1. ábra

ER- (bal) és BA- (jobb) hálózat



Forrás: saját szerkesztés Erdős–Rényi [1960] és Barabási–Albert [1999] alapján.

ahol  $N_{i_c}$  az  $i$ -edik játékos azon szomszédjainak száma, amelyek  $C$  stratégiát követnek, míg  $N_{i_p}$  a  $D$  stratégiát követő szomszédok száma. Bár a szomszédok száma játékosonként különbözhet, egy adott  $i$ -edik játékos esetén továbbra is fennáll, hogy számára  $T > R > P > S$  fennállása mellett a  $D$  stratégia választása biztosítja a magasabb kifizetést, függetlenül attól, hogy a szomszédjai milyen stratégiát követnek. Mivel ez minden  $i$ -edik játékosra fennáll, ezért a játékosok a kifizetési mátrix alapján szigorúan a domináns  $D$  stratégiát választják továbbra is, mert a hálózati struktúra megváltozásával az egyének döntéshozatalát befolyásoló tényezők közvetlenül nem változtak. Az egyének viselkedésmódja változatlan maradt, azonban a nem teljes hálózati struktúra bevezetésével a modellben megjelenik a nem teljes információs környezet. Az egyének a közvetlen szomszédjaik által képesek információhoz jutni, és ez a szomszédtság nem tartalmazza a hálózatban lévő összes csúcst. Ahogy láttuk, önmagában ez a változás nem befolyásolja a játék kimenetelét, azonban az attitűd bevezetésével együtt ez már nem így van.

### Fogolydilemma-játék és attitűd

A klasszikus fogolydilemmában az egyének homogének, ugyanazon mechanizmus alapján választanak stratégiát. Ezt a feltételt feloldva, az egyének attitűdje modellünkben lehet piacorientált ( $p$ -típus) és társadalomorientált ( $t$ -típus). A klasszikus fogolydilemma-játékban az egyének a kifizetési mátrix alapján, a többi egyéntől függetlenül, mindig a  $D$  stratégiát választják – ez a piaci elveken alapuló gondolkodás jellemzi a  $p$ -típust. Ezzel szemben a  $t$ -típusú egyének konformista módon döntenek, a szomszédjaik többsége által elfogadott stratégia biztosít számukra nagyobb kifizetést. Az általános modell ismertetése előtt most egy olyan esetet mutatunk be, ahol a hálózat teljes, vagyis minden játékos kapcsolatban áll minden másik játékosal. Ekkor a kifizetési függvényeket az (5) és (6) egyenletek írják le.



$$\pi_{i_c} = \beta_i N_{i_c} + (1 - \beta_i) \frac{RN_{i_c} + SN_{i_d}}{T}, \quad (5)$$

$$\pi_{i_d} = \beta_i N_{i_d} + (1 - \beta_i) \frac{TN_{i_c} + PN_{i_d}}{T}, \quad (6)$$

$\beta_i = \{0; 1\}$ , ha  $\beta_i = 1$ , akkor az egyén  $t$ -típusú, ha  $\beta_i = 0$ , akkor pedig  $p$ -típusú. A hálózat teljessége miatt ebben az esetben fennáll, hogy ha az  $i$ -edik egyén  $C$  stratégiát játszik, akkor  $N_{i_c} = N_C - 1$ , és  $N_{i_d} = N_D$ , míg ha  $D$  stratégiát játszik, akkor  $N_{i_c} = N_C$ , és  $N_{i_d} = N_D - 1$  (ha a hálózat mérete a végtelenbe tart, akkor  $N_{i_c} \rightarrow N_C$ , és  $N_{i_d} \rightarrow N_D$ ). Ha  $\pi_{i_c} > \pi_{i_d}$ , akkor az  $i$ -edik racionális egyén, akinek célja a saját kifizetésének maximalizálása, a  $C$  stratégiát választja, fordított esetben pedig a  $D$  stratégiát. Egy  $p$ -típusú egyén esetén ( $\beta_i = 0$ ) a kifizetéseket a korábbiakhoz képest normáltuk, ennek oka, hogy így összehasonlíthatók a  $t$ -típus kifizetéseivel (mivel az attitűd egyéni adottság, a játék során nem változik; ez gyakorlati szempontból fontos, és nem elvi oka van). A  $t$ -típusú egyének esetében egy játékból a maximális kifizetés egységnyi (amennyiben azonos stratégiát játszik a másik játékosal), a normálás után pedig egy  $p$ -típusú játékos kifizetése is legfeljebb egységnyi lehet, mivel  $T > R > P > S$ .

Az attitűdök bevezetése teljes hálózat esetében három lehetséges esetet generál, amelyeket külön tudunk elemezni: 1. minden egyén  $p$ -típusú, 2. minden egyén  $t$ -típusú, és 3. vannak  $t$ -típusú és  $p$ -típusú egyének is.

Az 1. eset az  $n$ -szereplős fogolydilemma-játékot jelenti, amikor a kooperáció nem képes kialakulni, minden egyén  $D$  stratégiát játszik (lásd a *Függelék F1. levezetését*).

A 2. esetben minden egyén  $t$ -típusú, vagyis  $\beta_i = 1, \forall i$ . Egy játékos akkor követ  $C$  stratégiát, ha  $\pi_{i_c} > \pi_{i_d}$ , vagyis ebben az esetben  $N_{i_c} > N_{i_d}$ . A hálózat teljessége miatt azonban ekkor minden játékos  $C$  stratégiát követ, tehát az együttműködés teljes körű és stabil. Mivel  $N_D = N - N_C$ , az együttműködés kialakulásának/fennmaradásának feltétele a (7) formában is írható (lásd a *Függelék F2. levezetését*):

$$\frac{N_C}{N} > 0,5 \left( 1 - \frac{1}{N} \right), \quad (7)$$

ami ekvivalens azzal, hogy

$$N_C > 0,5(N - 1). \quad (8)$$

Ha  $N \rightarrow \infty$ , akkor a jobb oldali zárójelben szereplő kifejezés egyhez tart, vagyis a (7) kifejezés gyakorlati szempontból azt jelenti, hogy az együttműködés akkor marad fenn, ha az együttműködők aránya legalább 50 százalék. Ekkor minden  $C$  stratégiát játszó  $t$ -típusú egyénnek legalább annyi  $C$  stratégiát játszó szomszédja lesz, mint  $D$ . Emellett pedig minden  $D$  stratégiát játszó  $t$ -típus szomszédjainak többsége  $C$  stratégiát játszik, és az együttműködés fennmarad. Az együttműködés fennmaradásához szükséges  $C$  stratégia aránya a  $t$ -típus definíciójából is kikövetkeztethető.

Ez az eset tehát nem független a játék induló állapotától: akármelyik stratégia is van többségben a populációban, ez az állapot a kifizetési függvények szerint az adott stratégia elterjedéséhez vezet. Az utóbbi egyensúlyi állapotok stabilak,

tehát a játékosok által követett stratégiák kismértékű perturbációja nem rendezi át érdemben a játék egyensúlyi állapotát.

Speciális helyzet alakulhat ki, amikor a játékosok száma páros. Ekkor, ha a  $C$  és  $D$  stratégia aránya megegyezik, akkor a  $C$  stratégiát játszó egyének szomszédságának többsége  $D$ -t, míg a  $D$  stratégiát játszó egyének szomszédságának többsége  $C$ -t játszik. Mivel kezdetben a  $C$  és  $D$  stratégia aránya megegyezik egymással, ezért ugyanannyi  $C$  fog  $D$ -t választani, mint amennyi  $D$   $C$ -t. Ekkor a játék iterálásával nem alakul ki statikus egyensúly, az egyének iterációról iterációra váltogatják a stratégiájukat (oszcilláló, dinamikus egyensúly), viszont maga a kooperáció fennmarad, bár nem terjed el.

Ha a játékosok száma páros, akkor mindhárom egyensúly létrejöhet: teljes versengés, teljes együttműködés és az előbb leírt köztes végállapot, amelyben mindkét stratégia fennmarad a társadalom tagjai között. Ha a játékosok száma páratlan, és minden egyén  $t$ -típusú, akkor vagy teljesen versengő, vagy teljesen együttműködő társadalom jöhet létre.

A 3. esetben mindkét típusú attitűd jelen van a teljes hálózatban, és ekkor a  $C$  stratégia fennmaradásához a (9) és a (10) feltételeknek kell teljesülniük, ahol  $N_c$  a  $t$ -típusú egyének száma.

$$\frac{N_c}{N} > 0,5 \left( 1 - \frac{1}{N} \right) \quad (9)$$

és

$$\frac{N_t}{N} > 0,5 \left( 1 - \frac{1}{N} \right). \quad (10)$$

Az együttműködés akkor képes kialakulni és fennmaradni, ha a  $C$  stratégia és a  $t$ -típus aránya is nagyobb 50 százaléknál. A  $t$ -típus aránya előtérbe kerül a  $p$ -típussal szemben, mert a  $p$ -típussal ellentétben a  $t$ -típus hajlamos az együttműködésre. A megoldáshoz vezető gondolatmenet alapja a 2. eset. Iterálva a játékot, ha a többség  $C$  stratégiát játszik, akkor minden játékos szomszédságának legalább a fele  $C$  stratégiát játszik. Másképpen, minden  $D$  stratégiát játszó egyén szomszédjainak többsége  $C$ -t játszik, és minden  $C$ -t játszó egyén szomszédságának legalább a fele szintén  $C$ -t játszik. Ez érvényes a teljes társadalomra, tehát a  $t$ -típusra is. Minden  $D$  stratégiát játszó  $t$ -típusú játékos  $C$  stratégiára vált, és minden  $C$  stratégiát játszó  $t$ -típusú játékos továbbra is  $C$  stratégiát fog játszani. Ezzel egy időben viszont minden  $p$ -típusú egyén  $D$  stratégiát választ. Mivel a (10) feltétel kimondja, hogy a  $t$ -típusúak többségben vannak, ezért a  $p$ -típusúak stratégiafrissítése nem lesz hatással a  $t$ -típusúakra. Az egyensúlyban minden  $t$ -típusú  $C$  stratégiát és minden  $p$ -típusú  $D$  stratégiát játszik, és minél nagyobb a  $t$ -típusúak aránya, annál nagyobb együttműködési arány alakul ki. Ha a (9) és a (10) feltételek egyike nem teljesül, akkor a versengés teljes mértékben elterjed a hálózatban. A teljes együttműködés csak  $N_p > 0$  esetén nem képes létrejönni, mert a  $p$ -típusú egyének mindig  $D$  stratégiát játszanak.

## Fogolydilemma-játék és attitűd nem teljes hálózatban

A következő elemzésben az előző részesetekből összeálló általános modell viselkedését mutatjuk be. Itt tehát a játékosok potenciálisan különböző attitűdje mellett a nem teljes hálózat szerepét is vizsgáljuk a fogolydilemma-játékban. Ebben az általános modellverzióban a játék kimenetelét befolyásolja a konkrét hálózati szerkezet, ezért szimulációs technikával vizsgáljuk az egyensúlyi állapot kialakulását és jellemzőit.

A szimulációkhoz a korábban bemutatott ER- és BA-hálózati modelleket használjuk, amelyek szerint explicit hálózati szerkezeteket határozzunk meg. A játékosok közötti hálózati szerkezet rögzítése után megadjuk a  $t$ - és a  $p$ -típusú szereplők arányát, valamint a  $C$  stratégia arányát az indulóhelyzetben. A rögzített arányoknak megfelelően, véletlenszerűen hozzárendeljük az attitűdöt ( $t$ - vagy  $p$ -típus), valamint az induló stratégiát ( $C$  vagy  $D$ ) az egyes játékosokhoz. Ezt követően szimuláljuk a játék alakulását. Minden játékosra meghatározzuk a kifizetéseket a (11) és a (12) összefüggés szerint:

$$\pi_{i_c} = \beta_i N_{i_c} + (1 - \beta_i) \frac{RN_{i_c} + SN_{i_b}}{T}, \quad (11)$$

$$\pi_{i_b} = \beta_i N_{i_b} + (1 - \beta_i) \frac{TN_{i_c} + PN_{i_b}}{T}, \quad (12)$$

$$\beta_i = \{0; 1\}.$$

A (11) és a (12) kifizetés annyiban tér el az (5) és a (6) összefüggésektől, hogy jelen esetben az  $i$ -edik játékos számára csak az ő közvetlen szomszédságában lévő más játékosokkal szemben értelmezett a játék.

Az explicit hálózati szerkezet, együtt az adott attitűdökkel és kezdeti stratégiákkal, minden  $i$ -edik játékosra definiálja a fentiek szerint a két stratégia kifizetését. Ha egy  $i$ -edik játékos  $C$  ( $D$ ) stratégiát játszik és  $\pi_{i_b} > \pi_{i_c}$  ( $\pi_{i_c} > \pi_{i_b}$ ), akkor a következő iterációban  $D$  ( $C$ ) stratégiára vált, ellenkező esetben megtartja eredeti stratégiáját. Ezt az iterációt 100 lépésig folytatjuk (ez, mint látható lesz, elegendő ahhoz, hogy az egyensúlyi állapot, amennyiben létezik, kialakuljon). Mivel egyes esetekben a modell oszcilláló (dinamikus) egyensúlyi állapotot ér el, ezért az elemzésben használt végállapot (egyensúlyi állapot) a 99. és a 100. iteráció átlagaként adódik. Ennek oka elsősorban a modellváltozatok közötti összehasonlíthatóság kritériuma, ami szimulációként egyetlen végállapotbeli értéket igényel. Másodsorban azt tapasztaltuk, hogy adott szimulációban az oszcilláció ugyanazt a két értéket veszi fel váltakozva, ezért két egymást követő periódus átlaga jól tükrözi a vizsgált változók várható értékét a végállapotban. Az oszcilláló (dinamikus) egyensúly előfordulásának gyakoriságát és egyéb tulajdonságait az egyes modellvariánsok esetében a kapcsolódó elemzésekben mutatjuk be részletesen.

Mivel mind az ER-, mind a BA-hálózati modellek véletlenszerűek, ezért az egyes hálózati szerkezetek kialakításakor felmerülő sztochasztikus hatások kiszűrésére minden hálózati paraméterezés mellett 100 független szimulációt hajtottunk végre,

amelyek eredményeit átlagoltuk. A játékokat  $N = 100$  játékkal (ugyanekkora méretű hálózattal) szimuláltuk.

A hálózatok lényeges tulajdonsága a sűrűség, amely azt mutatja meg, hogy az összes lehetséges kapcsolathoz képest a kapcsolatok mekkora része van ténylegesen jelen a hálózatban. A szimulációk során mind az ER-, mind a BA-hálózati modellek esetén három különböző sűrűség mellett vizsgáltuk a játék alakulását, ezek 2, 10 és 20 százalék. Az elemzés középpontjában a 2 százalékos, összefüggő, realiztikus sűrűségű hálózatok állnak. A valós társadalmi hálózatok szempontjából a releváns sűrűség körülbelül 1 százalék, viszont ekkor az ER-hálózat nem lesz összefüggő, ezért vizsgáljuk a 2 százalékos sűrűséget, amelynél már létrejön egy, az elemzés szempontjából használható óriáskomponens (vagyis a csúcsok legnagyobb részét tartalmazó algráf). Ahhoz, hogy egy megfelelő méretű és sűrűségű óriáskomponenst kapjunk, ami 2 százalékos sűrűségű, és 100 csúcsot tartalmaz, egy 180 csúcsot tartalmazó és 0,6 százalékos sűrűségű ER-hálózatból indultunk ki. Egy ilyen szimulált hálózatban már találunk legalább 100 elemet az óriáskomponensben, amelyből 100-at véletlenszerűen kiválasztva egy 2 százalékos sűrűségű ER-hálózatot kapunk, mivel az élek felülreprezentáltak az óriáskomponensben. A magasabb sűrűség tartományokban (10 és 20 százalék) végzett vizsgálatok általános képet adhatnak arról, hogy van-e érdemi különbség a modell működésében akkor, ha ilyen (valós társadalmi hálózatokhoz képest sűrű és extrém módon nagyon sűrű) hálózatokat vizsgálunk. A szimulációkhoz és az elemzésekhez az RStudio szoftvert használtuk.<sup>1</sup> Az eredményeket két részben dolgoztuk fel: 1. amikor minden egyén  $t$ -típusú, illetve 2. vannak  $t$ -típusú és  $p$ -típusú egyének is a hálózatokban.

### *Minden egyén $t$ -típusú*

Az első megfigyelés arra irányul, amikor minden egyén konformista módon dönt a társadalmon belül, vagyis minden játékos  $t$ -típusú. Ha vannak olyan egyének a társadalomban, akikre igaz, hogy  $\pi_{i_c} > \pi_{i_d}$ , vagyis  $\frac{N_{i_c}}{N_i} > 0,5 \left(1 - \frac{1}{N}\right)$ , akkor az együttműködés fennmaradhat, ez azonban most függ a hálózat szerkezetétől, vagyis attól, hogy milyen stratégiát követő más játékosokkal áll kapcsolatban az  $i$ -edik egyén. Ahhoz, hogy az  $i$ -edik egyén együttműködő stratégiát válasszon, a szomszédságában  $C$  stratégiát játszó arányának meg kell haladnia az 50 százalékot. Viszont az együttműködés csak akkor képes fennmaradni, ha a játék iterálása során ez a feltétel nem sérül. Ez viszont csak akkor van így, ha az  $i$ -edik játékos szomszédjainak több mint felére, azok szomszédjainak több mint felére stb. fennáll, hogy  $C$  stratégiát játszik.

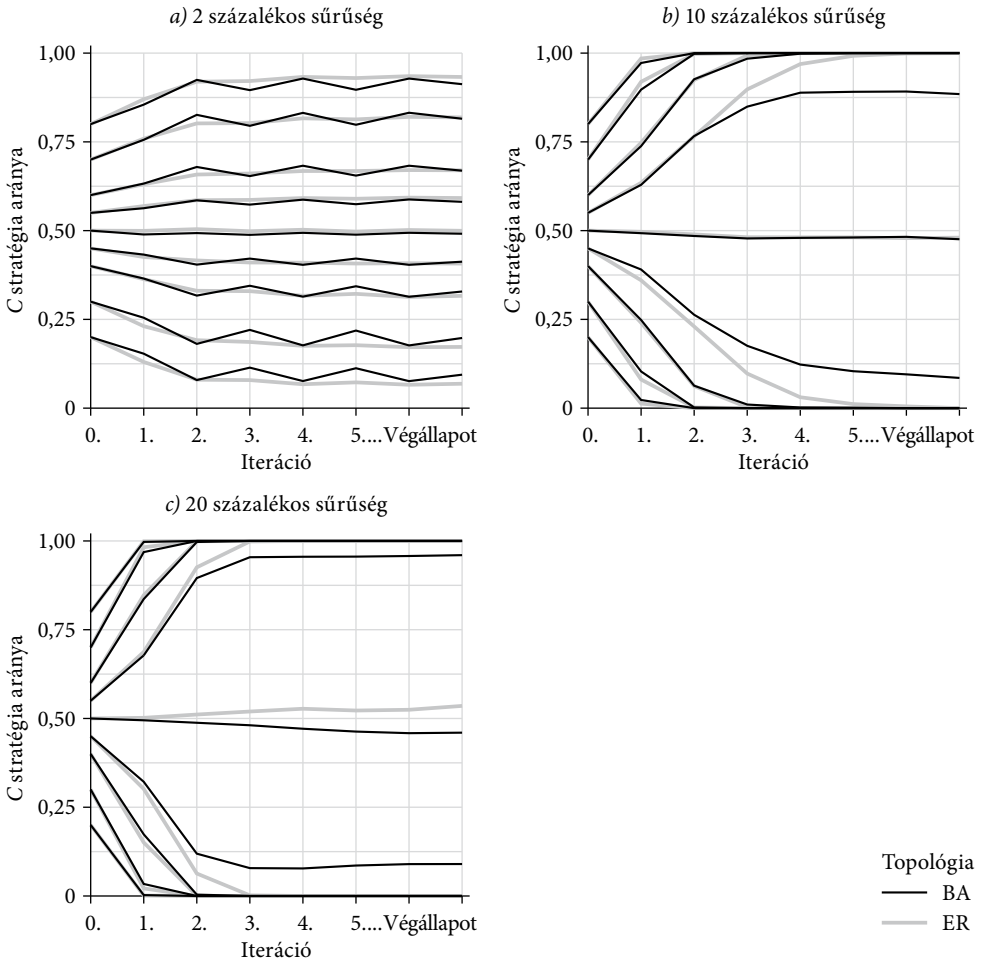
A 2. ábra azt mutatja meg, hogy a  $C$  stratégia adott kezdeti aránya mellett iterációnként és a végállapotban hogyan alakul az együttműködés aránya a hálózatokon belül különböző sűrűségek esetén. Az  $a$ ),  $b$ ) és  $c$ ) grafikonokon ugyanazon kezdeti együttműködési arányok lettek felmérve, a fekete görbe a BA-, míg a szürke görbe az ER-hálózatban kapott eredményeket mutatja. Mindkét hálózati modellel 100

<sup>1</sup> A programkódot igény szerint a szerzők rendelkezésre bocsátják.

független szimulációt futtattunk, minden kezdeti  $C$ -arányra és sűrűsége. Az ábrán a vonalak e 100 szimuláció periódusonkénti átlagát mutatják.

## 2. ábra

A  $t$ -típusúak hatása az együttműködésre



Az egyensúlyi állapotokat tekintve, mindhárom egyensúlyi állapot létrejön: a teljes együttműködés, a teljes versengés és a köztes végállapot. 2 százalékos sűrűség mellett elsődlegesen a köztes végállapot, míg nagyobb sűrűség mellett a teljes versengés vagy együttműködés alakul ki. Az egyensúlyi alkalmazkodás tekintetében a BA-hálózat jellemzően kevesebb iteráció alatt éri el az egyensúlyi állapotát, mint az ER-hálózat. Összességében nézve sűrűségtől és hálózati struktúrától függetlenül a görbék átlagosan öt iteráción belül érik el az egyensúlyi állapotot.

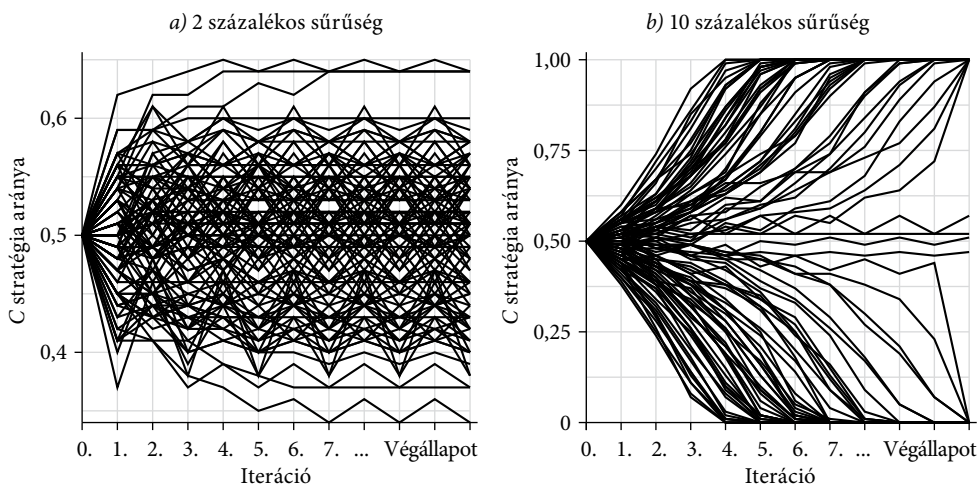
A statikus egyensúly mellett megjelent a dinamikus egyensúly is, amit két típus szerint lehet megkülönböztetni. Van, amikor a stratégiák iterációról iterációra úgy váltakoznak, hogy a  $C$  stratégia aránya is ennek megfelelően változik. A másik esetben

látszólag statikus egyensúly jön létre, mert az együttműködési arány állandó, miközben a stratégiaváltások megtörténnek. A statikus és dinamikus egyensúlyok gyakorisága kapcsolatban áll azzal, hogy realiztikus sűrűségnél inkább köztes, míg nagyobb sűrűségnél inkább egy stratégiából álló, homogén egyensúly jön létre. Az ER-hálózatban a szimulációk közel 40 százalékában alakul ki statikus egyensúly, míg a BA-hálózatban ez 20 százalék, tehát a BA-hálózatban nagyobb valószínűséggel jön létre a dinamikus egyensúly. Ennek hatása a 2. ábra a) grafikonján a BA-hálózat esetében látható, a görbén ugyanaz a mintázat ismétlődik az iterációk előrehaladásával. Minden páros iterációban átlagosan magasabb és minden páratlan iterációban átlagosan alacsonyabb együttműködési arány realizálódik. Az ER-hálózatban szintén jellemző a dinamikus egyensúly, de a görbe ezt kevésbé szemlélteti, mert az eredmények szórása kisebb. Amikor a BA-hálózatban a kezdeti együttműködés aránya 10 és 90 százalék között mozog, akkor 90–95 százalékos valószínűséggel többségében dinamikus egyensúly alakult ki. Az ER-hálózatban pedig 15 és 80 százalék között 80 százalékos valószínűséggel történik ugyanez. Ha a C stratégia kezdeti aránya hálózati modelltől függetlenül vagy nagyon alacsony, vagy nagyon magas (alsó, illetve felső 10–15 százalék), akkor többségében statikus egyensúly jön létre. A sűrűség növekedésével az eltérések a struktúrák között nem tekinthetők szignifikánsnak. 10 és 20 százalékos sűrűségnél szinte mindig statikus egyensúly alakul ki.

A 2. ábra alapján látható, hogy realiztikus sűrűség mellett a kezdeti együttműködési aránytól relatíve kisebb mértékben tér el az egyensúlyi arány, mint a sűrűbb hálózatokban. Ugyanakkor fontos megemlítenünk, hogy a 2. ábrán látható lefutások 100 szimuláció átlagát mutatják, így ezek alapján csak azt állapíthatjuk meg, hogy adott hálózati szerkezet és C stratégia induló aránya mellett *várhatóan* milyen C-arányt látunk a végállapotban. A 3. ábrán ezzel szemben azt látjuk, hogy az 50 százalékos kezdeti C-arány és 2 százalék, valamint 10 százalék sűrűségű ER-hálózatra elvégzett 100 szimuláció egyenként milyen lefutást mutatott.

### 3. ábra

A hálózati sűrűség növekedésének hatása az ER-hálózatra



Jól látható egyrészt, hogy az *a*) esetben (realisztikus, 2 százalékos sűrűség) az eredmények szórása relatíve kisebb, mint a *b*) esetben (magas sűrűség). Másrészt látható az oszcilláló (dinamikus) egyensúlyi állapotok dominanciája az *ábra a*) részén, valamint az is, hogy a *b*) esetben a véletlentől függ, hogy teljes együttműködés vagy teljes versengés alakul ki, miközben a köztes egyensúly csak néhány esetben jön létre. Ezzel szemben az alacsony sűrűségű hálózatnál minden esetben köztes egyensúly alakul ki. A 2. *ábrára* vetítve az itt látottakat, a 10 százalékos sűrűségű hálózatnál az átlagolt érték azt mutatja meg, hogy az esetek mekkora részében alakul ki teljes együttműködés vagy versengés, míg a 2 százalékos sűrűségű hálózatnál azt, hogy jellemzően milyen *C*-arány áll be köztes egyensúlyként. A 10 és a 20 százalékos sűrűségű hálózatok között nincs érdemi eltérés.

A 2. *ábra a*) grafikonja alapján elmondható, hogy a végállapotban megfigyelt kooperációs arány nagymértékben függ a kezdeti együttműködési aránytól. Ha kezdetben a társadalom többsége együttműködő, akkor annak az együttműködésre nézve pozitív tovaryűrűző hatásai vannak, mert a *C* stratégia aránya a végállapotban a kezdetinél nagyobb. Amikor 50 százalék alatt van az indulóállapotban a *C* stratégia aránya, akkor pedig a tovaryűrűző hatások negatívan érintik az egyensúlyi arányt. Továbbá, amikor a *C* stratégia kezdeti aránya 50 százalék alatt van, akkor a BA-hálózat mutatja a *C* stratégia minimálisan magasabb arányát a végállapotban, míg a felett az ER-hálózat.

Az eredményeket az 1. táblázat részletezi, ahol a különböző hálózati szerkezetek összehasonlítása látható a *C* stratégia kezdeti arányának függvényében. A táblázat az egyes paraméterezésekre elvégzett 100 független szimuláció átlagos végállapotát (a *C* stratégia arányát), valamint zárójelben a szórás nagyságát mutatja.

Az 1. táblázatban a színárnyalatok az átmenetet mutatják a homogén (kizárólag *C* vagy *D* stratégia terjed el) és a vegyes (mindkét stratégia jelen van) egyensúlyok között. Minél sötétebb egy cella színe, a 100 szimulációban annál többször jött létre homogén egyensúly. A 10 és 20 százalékos sűrűség, valamint a *C* stratégia 50 százalékos kezdeti arányánál eltérő árnyalatot használtunk, mert a szimulációk során mindkét típusú homogén egyensúly létrejött, ahogy a 3. *ábra b*) részén is látható. A 10 és 20 százalékos sűrűségű hálózatokban kapott eredmények között nincs szignifikáns eltérés, ezért nem érdemes a magasabb sűrűségtartományban tovább vizsgálni. A jövőben viszont célszerű lehet megnézni, hogy a modell hogyan viselkedik a 2 és 10 százalékos érték közötti tartományban.

Rátérve a realisztikus sűrűségű hálózatokra, amíg a kezdeti együttműködési arány nem haladja meg a 20 százalékot, a köztes egyensúlyok mellett vannak olyan szimulációk, amelyekben kialakul a teljes versengés. Az eredményeket részletezve, a hálózatokban 2 százalékos sűrűségnél 5 százalékos kezdeti együttműködési arány mellett nagy valószínűséggel (ER-hálózatban 75 százalék, BA-hálózatban 60 százalék) terjed el a versengés. Továbbá az 1. táblázat árnyalatai alapján is megállapítható, hogy legfeljebb 20 százalékos kezdeti együttműködési arány mellett a BA-hálózatban nagyobb valószínűséggel marad fenn a kooperáció. Ez magyarázza, hogy ekkor a BA-hálózatban átlagosan nagyobb együttműködési arány jön létre a végállapotban. Amikor a *C* stratégia kezdeti aránya nagyobb, mint 20 százalék, és kisebb, mint 80

## 1. táblázat

Hálózatok összehasonlítása, minden egyén  $t$ -típusú

A C stratégia kezdeti aránya (százalék)	A C stratégia átlagos aránya a végállapotban (százalék)					
	2 százalékos sűrűség		10 százalékos sűrűség		20 százalékos sűrűség	
	ER	BA	ER	BA	ER	BA
5	0,54 (1,00)	0,96 (1,32)	0,00	0,00	0,00	0,00
10	1,48 (1,63)	2,63 (2,33)	0,00	0,00	0,00	0,00
15	3,42 (2,18)	5,37 (3,90)	0,00	0,00	0,00	0,00
20	6,87 (3,64)	9,42 (4,94)	0,00	0,00	0,00	0,00
⋮						
50	49,96 (6,18)	49,13 (8,22)	48,03 (49,20)	47,58 (49,44)	53,54 (49,87)	46,00 (50,01)
⋮						
80	93,28 (3,60)	91,25 (3,95)	100,00	100,00	100,00	100,00
85	96,29 (2,96)	94,49 (3,17)	100,00	100,00	100,00	100,00
90	98,53 (1,69)	96,77 (2,67)	100,00	100,00	100,00	100,00
95	99,68 (0,69)	99,17 (1,33)	100,00	100,00	100,00	100,00

*Megjegyzés:* a színárnyalatok az átmenetet mutatják a homogén és a vegyes egyensúlyok között. Zárójelben a szórás nagysága.

százalék, akkor pedig mind a 100 szimulációban köztes végállapot jön létre; ennek az egyik esete látható a 3. *ábra a)* grafikonján is. A C stratégia kezdeti arányának növekedésével a C stratégia fennmaradásának valószínűsége nő, 10 százalék esetén az ER-hálózatban 57 százalék, 15 százaléknál 83 százalék, 20 százaléknál pedig már 95 százalék, míg a BA-hálózatban rendre 73, 94 és 97 százalék. Végül pedig, amikor a kooperáció aránya kezdetben legalább 80 százalék, akkor a kezdeti együttműködési arány növekedésével egyre többször alakul ki a teljes együttműködés. Mindezek alapján látható, hogy a homogén – vagyis kizárólag egyfajta stratégiát tartalmazó – végállapotok a C stratégia nagyon magas vagy nagyon alacsony kezdeti arányánál jönnek létre. Összességében az ilyen homogén végállapotok a köztes végállapotokhoz képest relatíve ritkán fordulnak elő, ami magyarázza a dinamikus egyensúlyok kialakulási valószínűségének nagyságát.

A csak  $t$ -típusú egyénekből álló társadalom esetében a következő megállapításokra jutottunk.



– A hálózat szerkezetének jelentős szerepe van abban, hogy milyen aránya alakul ki a kooperatív viselkedésnek.

– Realisztikus sűrűségű hálózatban a kooperatív viselkedés jellemzően fennmarad, méghozzá úgy, hogy a hálózati szerkezettől függően a játékosok egy része játsza a kooperatív stratégiát.

– Az ER- és a BA-hálózatok közötti különbség realisztikus (2 százalékos sűrűségű) hálózatnál jelentkezik érdemben.

– A BA-hálózatban többször marad fenn vegyes egyensúly a végállapotban, továbbá a C stratégia alacsony/magas kezdeti aránya mellett a C stratégia végállapotban jellemző átlagos aránya nagyobb/kisebb, mint ER-hálózatban.

### *Vannak p- és t-típusú egyének is a hálózatokban*

A következő elemzésben a hálózatokban *t*- és *p*-típusú egyének is jelen vannak. A *p*-típusúak jelenléte miatt a teljes együttműködés kialakulása lehetetlen, mert a *p*-típusúak mindig *D* stratégiát választanak. Vizsgálatunk fókuszában az áll, hogy a C stratégia különböző kezdeti arányának és a *t*-típus különböző arányainak kombinációi mellett milyen mértékben marad fenn az együttműködés. Az eredményeket a 2. táblázat foglalja össze, ahol az oszlopokban a C stratégia induló, a sorokban a *t*-típus aránya szerepel, míg a cellákban az adott kombinációra elvégzett 100 szimuláció végállapotában adódó C stratégia átlagos arányát tüntettük fel (zárójelben a szórással). A táblázat a 2 százalékos (realisztikus) sűrűségű hálózatokra vonatkozó eredményeket mutatja. Az 1. táblázathoz hasonlóan a színárnyalatok a homogén és vegyes egyensúlyokra utalnak, vagyis minél sötétebb egy cella színe, annál többször jött létre homogén (kizárólag C vagy D stratégiát mutató) egyensúly a 100 szimuláció során.

A 2. táblázat eredményei alapján a C stratégia fennmaradásának esélye a *t*-típus és a C stratégia kezdeti arányának növekedésével emelkedik. Amikor a *t*-típus és a C stratégia kezdeti aránya eleinte alacsony, akkor inkább a versengés jellemzi a társadalmat. Az egyensúlyi kooperációs arány csak akkor nagyobb a kezdeti értéknél, amikor a *t*-típusúak aránya 95 százalék és a C stratégia kezdeti aránya az ER-hálózatban legalább 60 százalék, míg a BA-hálózatban legalább 70 százalék. Minden más esetben alacsonyabb az együttműködés az indulóállapothoz képest. A *p*-típus jelenléte miatt a lehetséges maximális együttműködési arány a *t*-típusúak arányával egyezik meg. Ez a maximális érték azonban a vizsgált paraméterek mellett nem alakul ki, még akkor sem, amikor a C stratégia kezdeti aránya 100 százalék. Ez azt jelenti, hogy a kooperáció nem képes általánosan elterjedni úgy, hogy az arra „fogékony” *t*-típusú játékosok mindegyike ezt a stratégiát játssza.

Ugyanilyen szimulációkat elvégeztünk 10 és 20 százalékos sűrűségű hálózatokra is. A két sűrűség mellett kapott eredmények között nincs szignifikáns eltérés. A 3. ábra b) grafikonjához hasonlóan az eredmények a végletek között mozognak, ahol a *t*-típusúak aránya jelenti a maximumot. Ekkor főként (> 99 százalék) statikus egyensúly jön létre. Továbbá a nagyobb sűrűség miatt a realisztikus sűrűséggel szemben az

2. táblázat  
Hálózatok összehasonlítása, van  $p$ - és  $t$ -típusú egyén is

A $t$ -típus aránya (százalék)		A C stratégia aránya (százalék)																			
		10		20		30		40		50		60		70		80		90		100	
		ER	BA	ER	BA	ER	BA	ER	BA	ER	BA	ER	BA	ER	BA	ER	BA	ER	BA	ER	BA
10		0,00 (0,28)	0,00 (0,34)	0,00 (0,31)	0,12 (0,56)	0,00 (0,48)	0,06 (0,34)	0,17 (0,59)	0,17 (0,59)	0,20 (0,60)	0,21 (0,64)	0,49 (0,92)	0,18 (0,58)	0,33 (0,77)	0,35 (0,78)	0,53 (0,97)	0,25 (0,69)	0,57 (1,04)	0,40 (0,85)		
20		0,04 (0,37)	0,06 (0,42)	0,31 (0,92)	0,42 (0,92)	0,48 (0,94)	0,32 (0,78)	0,76 (1,19)	0,41 (0,90)	1,03 (1,44)	0,87 (1,32)	1,68 (1,84)	1,27 (1,73)	2,07 (2,01)	1,29 (1,66)	2,08 (2,01)	1,85 (1,98)	3,05 (2,58)	1,68 (1,79)		
30		0,08 (0,37)	0,11 (0,42)	0,37 (0,88)	0,24 (0,73)	0,67 (1,12)	1,28 (1,16)	2,36 (2,09)	1,80 (1,96)	4,09 (2,87)	2,64 (2,37)	4,90 (2,77)	3,30 (2,60)	5,29 (2,62)	4,25 (2,78)	6,65 (3,72)	4,42 (2,88)	7,21 (3,49)	5,16 (3,36)		
40		0,28 (0,76)	0,11 (0,53)	0,73 (1,22)	0,71 (0,80)	1,65 (1,94)	1,55 (2,19)	4,63 (3,33)	3,72 (3,00)	7,18 (3,53)	5,39 (3,75)	8,86 (3,75)	7,74 (4,03)	12,61 (4,96)	8,71 (3,94)	13,95 (4,62)	9,77 (4,22)	14,73 (4,56)	10,78 (4,38)		
50		0,25 (0,80)	0,43 (1,02)	1,19 (1,72)	1,29 (1,22)	2,34 (2,48)	2,40 (2,25)	8,85 (4,17)	7,75 (4,54)	11,77 (4,95)	9,62 (4,72)	16,55 (4,77)	13,81 (5,32)	20,07 (5,09)	16,93 (5,81)	23,37 (5,67)	19,53 (6,02)	26,69 (4,46)	21,39 (6,87)		
60		0,33 (0,90)	0,73 (1,38)	1,48 (1,71)	1,84 (1,93)	4,20 (2,91)	4,39 (3,24)	13,39 (5,32)	11,50 (5,12)	19,65 (6,00)	17,19 (5,98)	25,85 (5,74)	24,83 (7,96)	32,32 (5,15)	29,28 (7,48)	37,00 (4,43)	34,60 (7,33)	40,16 (4,29)	36,09 (6,19)		
70		0,63 (1,06)	0,76 (1,22)	2,53 (2,39)	2,76 (2,58)	6,72 (3,8)	6,46 (3,54)	19,89 (6,21)	19,61 (7,32)	28,48 (6,49)	29,69 (7,39)	39,34 (5,48)	37,40 (7,90)	46,69 (5,34)	44,09 (6,20)	52,21 (4,32)	49,39 (6,65)	55,66 (4,09)	50,46 (5,29)		
80		0,83 (1,41)	1,34 (1,54)	3,70 (3,07)	4,53 (2,77)	8,98 (3,71)	10,04 (4,79)	28,16 (5,98)	29,79 (7,51)	41,52 (6,89)	39,96 (8,44)	52,78 (6,17)	51,82 (7,64)	61,72 (4,71)	59,28 (6,86)	67,89 (3,74)	65,62 (5,16)	71,02 (2,62)	68,40 (4,56)		
90		1,04 (1,56)	2,21 (2,23)	5,15 (3,44)	6,21 (3,91)	12,43 (4,26)	13,39 (5,69)	38,39 (6,44)	39,64 (8,68)	53,68 (6,04)	54,79 (8,31)	67,39 (6,18)	66,59 (6,66)	77,32 (3,86)	74,70 (5,39)	83,67 (3,06)	80,16 (4,70)	85,81 (1,97)	84,57 (3,12)		
95		1,40 (1,57)	2,36 (2,35)	5,82 (3,59)	7,46 (3,61)	13,98 (4,76)	16,19 (5,88)	43,68 (5,98)	45,84 (7,30)	61,15 (5,42)	58,99 (7,59)	74,88 (5,33)	74,03 (6,23)	85,18 (3,61)	83,36 (5,37)	90,92 (2,33)	89,46 (3,55)	93,01 (1,36)	91,77 (2,48)		

Megjegyzés: a színránylatok az átmenetet mutatják a homogén és a vegyes egyensúlyok között. Zárójelben a szórás nagysága.

együttműködés képes elterjedni úgy, hogy az elérje a technikai maximumot. Továbbá, amikor a 10 százalékos és 20 százalékos sűrűségű hálózatoknál is már legalább 80 százalékos valószínűséggel alakul ki az együttműködés, akkor azokban nagyobb együttműködési arány jön létre a végállapotban. Az eredmények részletező táblázatai a *Függelékben* megtalálhatók (*F1–F4. táblázat*).

Realisztikus sűrűség mellett az ER-hálózatban a szimulációk 75 százalékában, a BA-hálózatban pedig 65 százalékában jött létre statikus egyensúly. Arányait tekintve ER-hálózatban kétszer, BA-hálózatban háromszor több alkalommal alakult ki statikus egyensúly, mint akkor, amikor minden egyén  $t$ -típusú. A  $p$ -típusúak korlátozzák a stratégia iterációról iterációra történő váltakozását, a dinamikus egyensúly kialakulásának esélyét. Ez a korlátozó erő BA-hálózatban jelentősebb. Amikor minden egyén  $t$ -típusú, akkor a  $C$  stratégia 50 százalékos kezdeti arányánál minden esetben a BA-hálózatban jön létre nagyobb mértékű együttműködés, tehát ekkor a BA-hálózatot hatékonyabbnak mondhatjuk. A *2. táblázatban* feltüntetett értékek és árnyalatok alapján az látható, hogy amikor mindkét típusú attitűd jelen van a hálózatokban, akkor ugyan nem minden esetben, de átlagosan még mindig a BA-hálózatban alakul ki nagyobb együttműködés. A hálózatok hatékonysága közötti választóvonal tehát továbbra is az 50 százalékos kezdeti együttműködési arány. Ha rögzítjük a  $t$ -típusúak arányát, és a  $C$  stratégia kezdeti arányának függvényében nézzük a hálózatok közti eltéréseket, akkor az tapasztalható, hogy a BA-hálózat csak akkor hatékonyabb az ER-hálózatnál, ha a  $C$  stratégia kezdeti aránya legfeljebb 50 százalék, és a  $t$ -típusúak aránya legalább 80 százalék. Minden más esetben átlagosan az ER-hálózatban alakul ki nagyobb mértékű együttműködés az egyensúlyban. Azon szempont alapján, hogy melyik hálózatban alakul ki nagyobb valószínűséggel olyan eset, amikor már egyáltalán nem alakul ki teljes versengés (fehér cellák), nincs eltérés a topológiák között. Ahhoz, hogy érdemben fennmaradjon az együttműködés mindkét hálózatban, legalább 40–50 százalékos  $t$ -típus és  $C$  stratégia kezdeti arányára van szükség.

A teljes modellre elvégzett szimulációk tehát összefoglalva a következőket mutatják.

- A  $t$ -típusú játékosok arányának csökkenése (a  $p$ -típusúak elterjedése a társadalomban) az intuícióval megegyezően csökkenti az együttműködés kialakulásának esélyét, valamint a végállapotban kialakuló együttműködési ( $C$  stratégiai) arányt.

- A teljesen  $t$ -típusú társadalomhoz képest a  $p$ -típus megjelenése és arányának növekedése azzal jár, hogy a  $C$  stratégiát követők aránya csökken, egyrészt közvetlen módon (hiszen a  $p$ -típusúak mindig  $D$  stratégiát játszanak), másrészt közvetett módon is (mivel a  $t$ -típusúak szomszédságában csökkentik a  $C$  stratégiát követők számát).

- Ettől függetlenül igaz, hogy mind a  $t$ -típus, mind a  $C$  stratégia kezdeti arányának meg kell haladnia az 50 százalékot ahhoz, hogy a játékosok többsége a végállapotban  $C$  stratégiát játsszon. A kétfajta (ER- és BA-) hálózati szerkezet között nem találtunk e tekintetben jelentős különbséget.

## Fogolydilemma-játék és attitűd nem teljes hálózatban jutalmazással

### *A jutalmazás bevezetése a modellbe*

Az előző elemzések azt mutatják, hogy a kooperáció fennmaradása nagyban függ a kooperációra „fogékony”  $t$ -típusú szereplők arányától, valamint attól, hogy kezdetben mennyien követik a kooperatív stratégiát a kibővített fogolydilemma-játékban. A nem teljes hálózati szerkezet mellett az együttműködés kis valószínűséggel marad fenn alacsony kezdeti  $C$  stratégia és  $t$ -típus arányok mellett. Amikor ez a fajta kooperatív önszerveződés elbukik, és a versengés terjed el, akkor a jutalmazás lehet egy eszköz, hogy a  $C$  stratégia ne tűnjön el teljesen a társadalomból. A következőkben a jutalmazás szerepét vizsgáljuk meg a modellben, azt keresve, hogy milyen jutalmazási szint mellett alakul ki homogén kooperatív viselkedés az egyes hálózati szerkezetek mellett. Maga a jutalom valamilyen monetáris juttatást jelent, amelyet a játékos akkor realizál, amikor  $C$  stratégiát követ. Ebből kifolyólag a jutalmazás közvetlenül a  $p$ -típusú játékosok stratégiaválasztására van hatással, mivel a  $t$ -típusú játékosok konformisták, számukra a döntés alapja nem monetáris, hanem a hálózatban vett szomszédok stratégiájához való igazodás. Így számukra a jutalom csak közvetetten hat arra, hogy milyen stratégiát követnek. A kifizetőfüggvények ebben az esetben a (13) és a (14) szerint módosulnak:

$$\pi_{i_c} = \beta_i N_{i_c} + (1 - \beta_i) \frac{k_i (RN_{i_c} + SN_{i_d} + \delta)}{\pi_{\max}}, \quad (13)$$

$$\pi_{i_d} = \beta_i N_{i_d} + (1 - \beta_i) \frac{k_i (TN_{i_c} + PN_{i_d})}{\pi_{\max}}, \quad (14)$$

$$\delta \geq 0, \quad \pi_{\max} > 0,$$

ahol  $\delta$  a jutalom nagysága,  $k_i$  az  $i$ -edik egyén fokszáma,  $\pi_{\max}$  pedig a  $p$ -típusú egyén kifizetésének technikai maximuma. A korábbiakhoz hasonlóan itt is normáltuk a kifizetéseket úgy, hogy mindkét típusú attitűd kifizetése adott stratégia mellett legfeljebb egységnyi lehet. Ha  $\delta$  nem elegendő nagyságú, akkor a  $p$ -típusú egyén nem vált  $C$  stratégiára, akkor  $\pi_{\max} = k_i T$ , viszont ha  $\delta$  elegendően nagy, akkor  $\pi_{\max} = k_i R + \delta$ . Ahhoz, hogy a  $p$ -típusú egyén  $C$  stratégiára váltson, a  $\pi_{i_c} > \pi_{i_d}$  egyenlőtlenségnek kell teljesülnie, ami (13) és (14) felhasználásával a (15) formára írható (lásd a *Függelék F3. levezetését*):

$$\delta > (T - R)N_{i_c} + (P - S)N_{i_d}. \quad (15)$$

A (15) összefüggés azt mutatja meg, hogy a jutalom hatásossága (képes-e stratégia-váltást kialakítani a  $p$ -típusú játékosoknál) a játékosok kifizetésekkel súlyozott fokszámától függ, figyelembe véve a szomszédok által követett stratégiát is.

A (15) egyenlőtlenség értelmezéséhez érdemes a jobb oldalon álló zárójel-les tagok tartalmát rögzíteni. Az első különbség  $(T - R)$  azt mutatja meg, hogy

mekkora addicionális kifizetést jelent a kölcsönös együttműködésről az egyoldalú együttműködésre való átállás (defektálás), míg a második ( $P - S$ ) azt mutatja, hogy milyen addicionális kifizetést jelent az egyoldalú együttműködésről a versengésre való átállás. Ezek a nagyságok tehát azokhoz a stratégiaváltásokhoz kötődő határkifizetések, amelyek során a játékos egy adott szituációban áttér a legjobb válaszra. Mindkét határkifizetés a kooperatív magatartással szemben a versengő magatartás előnyét számszerűsíti, így adódik, hogy a jutalomnak ( $\delta$ ) éppen ezt az előnyt kell kompenzálnia.

Ezeket a határkifizetéseket egy adott  $i$ -edik játékos  $C$  és  $D$  stratégiát játszó szomszédainak számával súlyozzuk. A  $C$  stratégiát játszó szomszédokkal szemben a  $(T - R)$  határkifizetés releváns, hiszen a kölcsönös együttműködéssel szemben a versengő magatartás  $e$  szomszédokkal szemben értelmezhető. Hasonlóan, a  $D$  stratégiát játszó szomszédokkal szemben a  $(P - S)$  határkifizetés releváns. Minél nagyobb tehát a kooperatív szomszédok száma egy adott játékos esetében, számára a jutalom kritikus nagysága annál nagyobb mértékben függ az egyoldalú versengés határkifizetésétől, és fordítva, a versengő szomszédok nagy aránya mellett pedig a kölcsönös versengés határkifizetésétől függ a jutalom kritikus nagysága.

Érdemes néhány speciális esetben is megvizsgálni a (15) kifejezés tartalmát. Bár nem „valódi” fogolydilemma-játékot reprezentál, de fontos referenciapont az az eset, amikor a fenti határkifizetések nullák:  $T - R = P - S = 0$ . Ekkor (15) szerint bármilyen minimális (pozitív) kompenzáció alkalmas a kooperatív stratégia kialakítására, függetlenül a szomszédok által követett stratégiáktól, így végső soron a hálózat szerkezetétől. Ha *Turocy-von Stengel* [2003] alapján a  $T = 3$ ,  $R = 2$ ,  $P = 1$ ,  $S = 0$  értékeket alkalmazzuk, akkor a határkifizetések azonosan egységnyiek, így azt kapjuk (lásd a *Függelék F3. levezetését*), hogy

$$\delta > k_i, \quad \beta_i = 0. \quad (16)$$

Vagyis az  $i$ -edik  $p$ -típusú játékos esetében akkor hatásos a jutalom, ha annak mértéke meghaladja a játékos foksámát. Ha az egyén foksámát meghaladja a jutalom, akkor biztosan  $C$  stratégiát fog játszani mindaddig, amíg a jutalom biztosítva van a számára. Ha a fenti két határkifizetés egynél nagyobb, akkor (a szomszédok által követett stratégiák arányának függvényében) a jutalom kritikus értéke a fokszámnál nagyobb, ellenkező esetben kisebb.

Érdemes a (15) összefüggést a foksám arányában felírni:

$$\frac{\delta}{k_i} > (T - R) \frac{N_{ic}}{k_i} + (P - S) \frac{N_{id}}{k_i}. \quad (17)$$

Ekkor a bal oldalon a jutalom foksámarányos értéke szerepel, a jobb oldalon pedig a  $C$  és a  $D$  stratégiát követő szomszédok aránya. Mivel  $N_{id}/k_i = 1 - N_{ic}/k_i$ , a jobb oldal felírható a  $C$  stratégiát követő szomszédok arányában. Könnyen megállapítható az is, hogy a  $C$  stratégiát követők arányának növekedése a jutalom kritikus értékét a két határkifizetés különbségével növeli.

– Így tehát az adódik, hogy mindaddig, amíg az egyoldalú versengés kölcsönös kooperációval szembeni határkifizetése ( $T - R$ ) magasabb a kölcsönös versengés

egyoldalú kooperációval szembeni határkifizetésénél ( $P - S$ ), a kooperatív szomszédok arányának növekedése növeli a kritikus jutalomszintet, ellenkező esetben pedig csökkenti.

– Abban az esetben, ha egy  $i$ -edik játékos szomszédságában a kooperáció elterjedtebbé válik, a számára szükséges mértékű kompenzáció akkor növekszik, amikor az egyoldalú versengés előnye meghaladja az egyoldalú kooperáció hátrányát.

### *A jutalmazás hatása*

Mivel a jutalmazás kritikus szintje játékosonként különböző azok eltérő hálózati beágyazottsága miatt, ezért ha egy általános jutalmazási szintet határozzunk meg, a hálózat szerkezete potenciálisan befolyásolja, hogy a jutalmazás mennyire lesz sikeres, tehát mi az az általános ( $\delta$ ) jutalomszint, amely teljes kooperációt eredményez a társadalomban. Hogy ezt megvizsgáljuk, a modell alapján az ER- és a BA-hálózatban különböző  $p$ -típus-arány mellett szimuláltuk a játékot. Az eredményeket a 4. ábra szemlélteti: a bal oldalon az ER-, a jobb oldalon pedig a BA-hálózatban elvégzett szimulációk átlagolt eredményei láthatók.

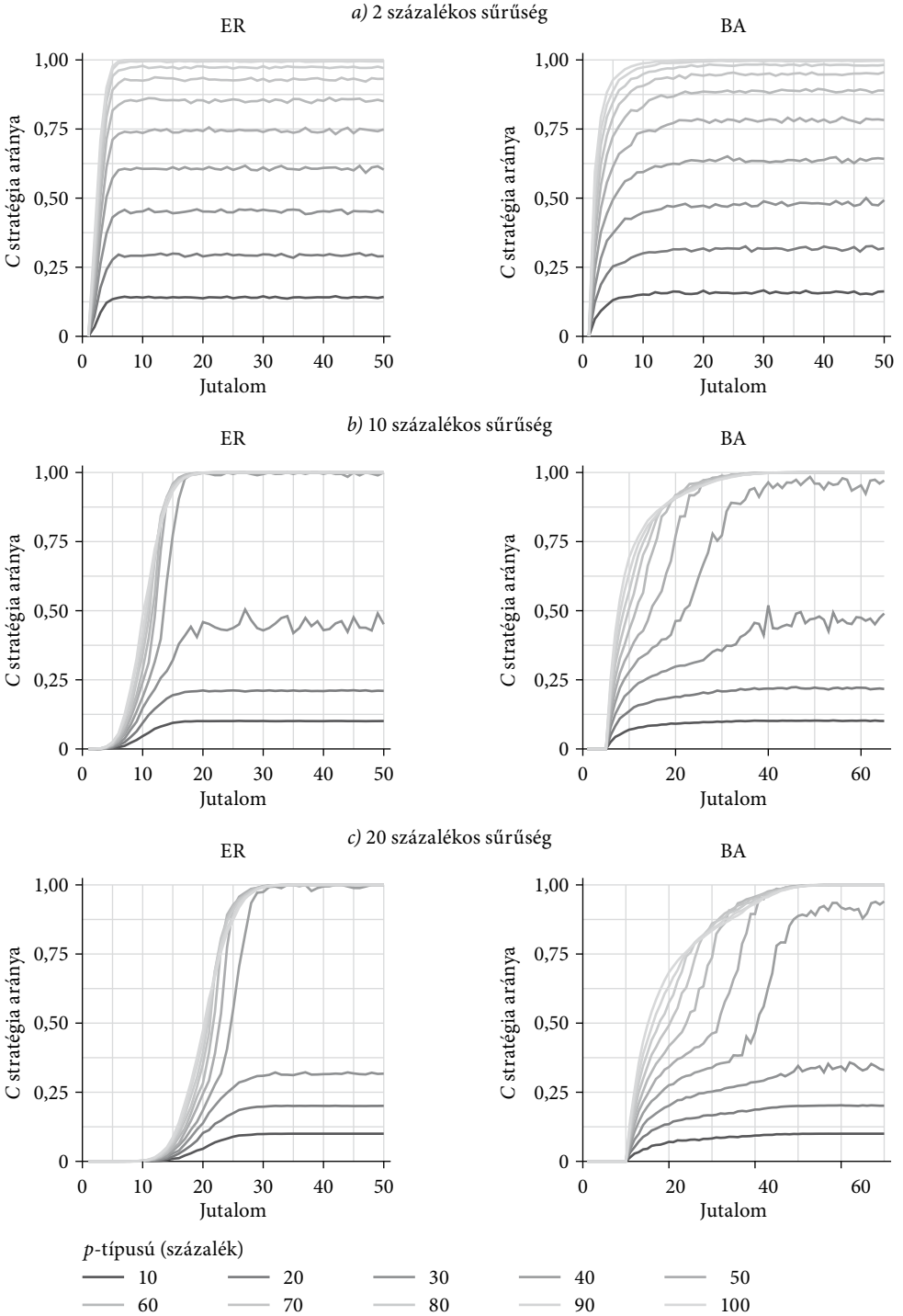
A korábbi modellvariánsok alapján az a feltételezés, hogy ha a  $t$ -típusúak aránya nagyobb, mint a  $p$ -típusúak aránya, akkor egyszerűbb elérni a csak  $C$  stratégiából álló egyensúlyt. Az eredmények viszont ezzel az intuícióval ellentétesen éppen azt mutatják, hogy ha a társadalmon belül nagyobb a  $p$ -típusúak aránya, akkor jutalmazás révén egyszerűbb elérni, hogy a társadalomban létrejöjjön a teljes együttműködés. Az eredmény mögött az áll, hogy a jutalmazás a  $p$ -típusú játékosokat érinti közvetlenül, így az  $\delta$  nagyobb arányuk lehetővé teszi a nagyobb mértékű „átbillenést” a  $C$  stratégia irányába, amit aztán a  $t$ -típusúakon keresztül a kapcsolati hálózat felerősít. Így tehát arról van szó, hogy a kétféle attitűd megfelelő elegyére van szükség ahhoz, hogy hatékony jutalmazási rendszer legyen kialakítható. Mivel azonban nincsen mechanizmus, amely a játékosok attitűdjét megváltoztatja a modellben (azt adottnak feltételeztük), a jutalmat folyamatosan biztosítani kell az egyének számára – így ez a fajta beavatkozás a rendszer működésébe igen költséges is lehet.

A 4. ábra azt mutatja meg, hogy adott jutalomnagyság mellett átlagosan milyen mértékű együttműködés alakul ki a végállapotban (függőleges tengely), míg a vonalak árnyalatai a  $p$ -típus különböző arányait mutatja (lásd a jelmagyarázatot). A korábbiakkal ellentétben nem fordulhatott elő (a jutalmazás miatt), hogy a 100 futtatás során hol teljes versengés, hol teljes együttműködés alakuljon ki. Vannak olyan szimulációk, amelyeket nagyobb szórás (0,1–0,3) jellemez, ekkor a futtatások során némely esetben köztes végállapot, némely esetben pedig teljes együttműködés alakul ki. A főbb következtetéseket a szórás nem befolyásolja szignifikánsan.

Az  $a$ ),  $b$ ) és  $c$ ) grafikonokat összehasonlítva látható, hogy a sűrűség növekedésével a görbék szétnyílnak, és a  $p$ -típusúak arányának növekedése növeli a  $C$  stratégia egyensúlyi arányát. Realisztikus sűrűségnél közel teljes vagy teljes együttműködés akkor jön létre, ha a  $p$ -típusúak aránya közel van a 100 százalékhoz. A sűrűség növekedésével az együttműködő társadalomhoz a  $p$ -típus alacsonyabb, legalább 40–50

4. ábra

A jutalmazás hatása az együttműködésre



százalékos aránya szükséges. Ennek oka, hogy a sűrűség növekedésével a hálózatok összekapcsoltabbá válnak, és a  $p$ -típusú játékosok stratégiaváltása több  $t$ -típusú játékos stratégiáját befolyásolja.

A 4. ábrán minden sűrűség mellett jól láthatók a tovagyrűző hatások. Minden esetben a  $p$ -típusúak arányánál nagyobb együttműködési arány jön létre a végállapotban. A jutalmazáson keresztül közvetlenül elért  $p$ -típusúak képesek tovább terjeszteni a  $C$  stratégiát a  $t$ -típusú szomszédjaikra. Egyrészt, minél nagyobb a  $p$ -típusúak aránya, annál több  $p$ -típusút lehet közvetlenül,  $t$ -típusút pedig közvetetten is ösztönözni az együttműködésre. Továbbá realisztikus sűrűségű hálózatokban a  $p$ -típus különböző arányait mutató görbék a  $p$ -típus arányának növekedésével egyre közelebb kerülnek egymáshoz, egyre kisebb a növekedés, amelyet a rendszer produkálni képes. A  $p$ -típus 50 százalékos aránya felett látható ez a folyamat, a görbék közötti távolságok csökkennek, e szint felett a  $p$ -típus arányának további növekedése egyre kisebb javulást eredményez az egyensúlyi együttműködés tekintetében. Ekkor még az együttműködés átlagos aránya a végállapotban nem éri el a felső korlátot, a teljes együttműködést.

Az 5. ábra a 4. ábra alapján a különböző hálózatokban adott jutalomérték mellett szemlélteti a  $C$  stratégia arányaiban kialakuló különbséget a végállapotban a BA- és az ER-hálózat között. Ennek megfelelően az ábrán a pozitív értékeknél a BA-, míg a negatív értékeknél az ER-hálózatban alakul ki nagyobb együttműködési arány. Az eredmények 50 egységnyi jutalomig lettek feltüntetve, mert ez elegendő ahhoz, hogy a tendenciát megfigyeljük.

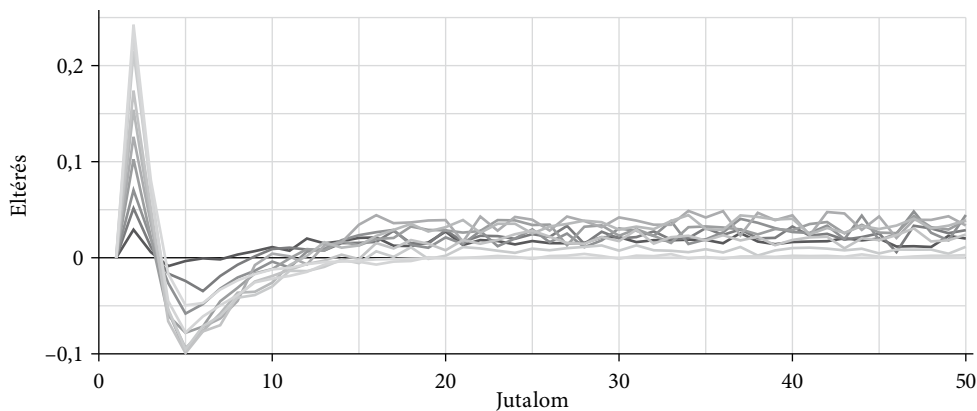
Az 5. ábrán a sűrűségtől és a  $p$ -típus arányától függetlenül alacsony jutalom mellett egy pozitív irányú nagyobb kilengés látható, ami azt jelenti, hogy ezekben az esetekben a BA-hálózat a hatékonyabb, mert ott nagyobb együttműködés alakult ki. A  $b$ ) ábrán a pozitív kilengés előtt egy kisebb negatív elmozdulás is látható, de ez nem jelentős mértékű. Ezt követően az  $a$ ) ábrán kisebb, míg a  $b$ ) és  $c$ ) ábrán az előző kilengéshez képest nagyobb mértékű és szélesebb negatív irányú kilengés tapasztalható, ami a jutalom növekedésével 10 és 20 százalékos sűrűségnél rásimul a referenciavonalra. 2 százalékos sűrűségnél viszont az látható, hogy a görbék stabilan visszatérnek a pozitív tartományba, vagyis ekkor a BA-hálózat nemcsak alacsony, hanem magas jutalom mellett is hatékonyabb az ER-hálózatnál. Mivel a jutalom és a  $C$  stratégia egyensúlyi aránya között a foksám adja a kapcsolatot, ezért amikor minden egyén  $p$ -típusú, akkor a görbék teljes mértékben tükrözik a hálózatok strukturális különbségeit. A skálafüggetlen (BA-) hálózatokra jellemző, hogy sok kis fokszámmal, illetve kevés nagy fokszámmal rendelkező csúc van. Mivel az attitűdök eloszlása egyenletes a játékosok (csúcok) között, így a nagy fokszámmal rendelkező csúcok jutalmazása és (feltételezve, hogy  $p$ -típusúak)  $C$  stratégiára való átállása jelentős számú másik csúcsot érint, amelyek között a  $t$ -típusúak így nagyobb valószínűséggel váltanak szintén  $C$  stratégiára. A nagy fokszámú központi szereplőknél megjelenő jutalom közvetett – további csúcok viselkedésére gyakorolt – hatása biztosítja tehát a BA-hálózat előnyét. Ez az előny azonban csak ritka hálózatban általános, a sűrűbb hálózatok mellett csak relatíve alacsony jutalmazás mellett áll fenn.



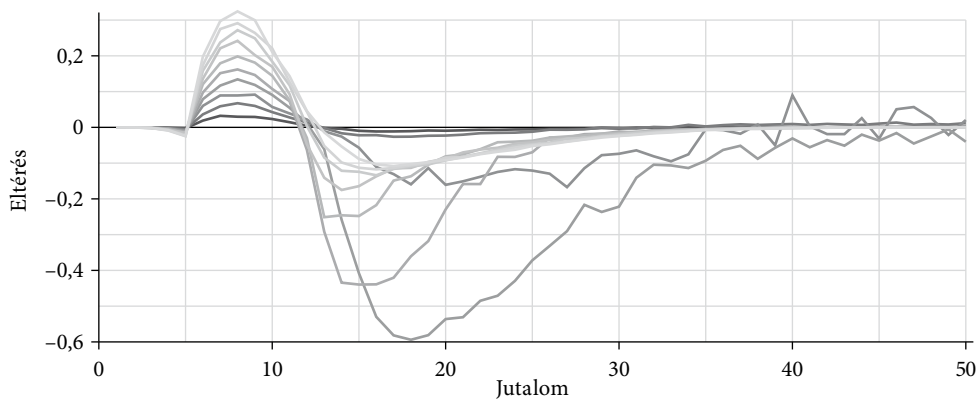
5. ábra

A BA- és az ER-hálózat közti különbség

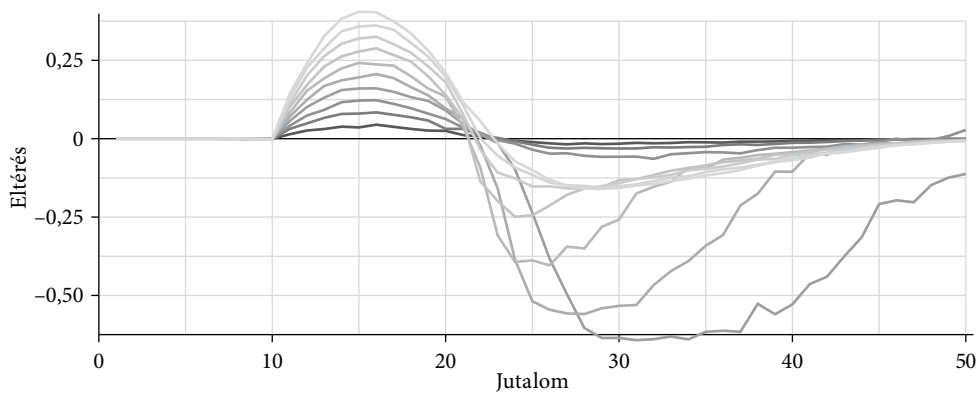
a) 2 százalékos sűrűség



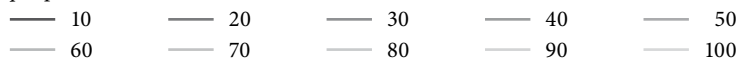
b) 10 százalékos sűrűség



c) 20 százalékos sűrűség



*p*-típusú (százalék)



### Összességében

– a jutalom bevezetése az együttműködésre nézve pozitív tovagyrűző hatásokat generál. A jutalom közvetlenül a  $p$ -típusúakat, rajtuk keresztül pedig közvetten a  $t$ -típusúakat képes ösztönözni a kooperatív magatartásra;

– realiztikus sűrűségnél a  $p$ -típus arányának a növekedésével a jutalmazás közvetett hatása egyre kisebb, továbbá

– a BA-hálózat alacsony és magas jutalomszint mellett hatékonyabb struktúrának bizonyul. Ennek oka, hogy a  $p$ -típusúak közvetítő szerepe a sok kis foksámú és a néhány nagy foksámú egyén miatt jobban tud érvényesülni.

### Következtetések

A tanulmányban a hálózati viszonyosság és a konformitás hatását vizsgáltuk az együttműködésre egy  $n$ -szereplős fogolydilemma-játék több modellváltozatán keresztül. A játékba bevezettünk két nem teljes hálózati struktúrát, az Erdős–Rényi-féle véletlen és a Barabási–Albert-féle skálafüggetlen hálózatot, valamint két típusú attitűdöt, a társadalom- és a piacorientált típust. A  $t$ -típus a hálózati szomszédjainak többségi stratégiáját követi, míg a  $p$ -típus a standard fogolydilemma-játék kifizetési mátrixán alapuló döntést hoz. Amikor minden egyén  $t$ -típusú, vagy mindkét típusú attitűd jelen van a társadalomban, akkor azt találtuk, hogy realiztikus (valós társadalmi hálózatokat jellemző) sűrűség mellett a hálózati szerkezetnek jelentős szerepe van abban, hogy milyen jellegű egyensúly és mekkora együttműködési arány jön létre a játék végállapotában.

Természetesen meghatározó az is, hogy milyen kezdeti kooperációs arány mellett indítjuk a játékot: a hálózati kapcsolatokon és a  $t$ -típusú játékosok arányán keresztül ez is befolyásolja a végállapotot. Amikor minden egyén  $t$ -típusú, akkor 50 százalékos kezdeti kooperációs arány alatt negatív, míg a felett pozitív tovagyrűző hatások érték a végállapotbéli együttműködési arányt. Ha vannak  $t$ -típusú játékosok, akkor igaz, hogy 50 százalékos kezdeti kooperációs arány alatt jellemzően az aszimmetrikus szerkezetű Barabási–Albert-féle (BA) skálafüggetlen hálózatban, míg 50 százalékos felett a szimmetrikus szerkezetű Erdős–Rényi-féle (ER) véletlen hálózatban alakul ki nagyobb kooperációs arány a játék (egyensúlyi) végállapotában. Ezzel együtt a BA-hálózatban gyakrabban fordul elő oszcilláló, dinamikus egyensúly, amelyben a kooperatív stratégiát követők aránya folyamatosan ingadozik, ami a vegyes (mindkét stratégiát tartalmazó) végállapotok nagyobb számához köthető.

Ezenfelül elemzésünkben reflektáltunk arra is, hogy a jutalom mint monetáris ösztönző miképpen hat a játék kimenetelére, a kooperáció létrejöttére. A jutalom a  $p$ -típusúak stratégiaválasztását befolyásolja közvetlenül, a jutalmazás együttműködésre gyakorolt hatása függ a hálózati szerkezettől. Megmutattuk azt is, hogy a társadalmi hálózatokra jellemző realiztikus kapcsolati sűrűségnél mind alacsony, mind magas jutalom mellett is a BA-hálózat a hatékonyabb. Továbbá mindkét hálózati struktúra esetén pozitív tovagyrűző hatásokat tapasztaltunk, vagyis a  $p$ -típusúak arányánál nagyobb mértékű együttműködés jött létre a végállapotban.

A tanulmány elején bemutatott szakirodalommal ellentétben klasszikus és nem evolúciós játékelméleti keretek között modelleztük a konformitás és a hálózati viszonyosság hatását az együttműködésre. E szempont alapján az általunk felépített modell „szigorúbbnak” mondható, mert a  $p$ -típusú egyének (jutalmazás nélkül) mindig  $D$  stratégiát játszanak, míg az evolúciós modellekben minden egyénnek megvan a lehetősége utánozni a szomszédok stratégiáját, ami  $C$  és  $D$  stratégiát is jelenthet (Szolnoki–Perc [2015], Yang–Tian [2017]). Ez a szigorúság többek között abban mutatkozik meg, hogy Nowak–May [1992] eredményeivel szemben az evolúció hiánya miatt kizárólag az interakciók korlátozásával hálózattípustól függetlenül nem jön létre a kooperáció. Ahhoz, hogy a kooperáció létrejöjjön, szükség van a konformistákra, akiknek jelenléte teljes és nem teljes hálózatban is ösztönzi az együttműködést. A korábbi eredményeket (Pena és szerzőtársai [2009]) erősítve mi is megállapítottuk, hogy a két tényező (konformitás és hálózati viszonyosság) együttes jelenléte pozitívan hat az együttműködésre. Eredményeink alapján nagyobb valószínűséggel marad fenn az együttműködés olyan társadalmakban, ahol a konformisták jelenléte mellett az interakciók is korlátozottak, mint ott, ahol az egyik vagy mindkét tényező hiányzik. Szolnoki–Perc [2015] eredményeit – amelyek szerint minél nagyobb a konformisták kezdeti aránya, annál nagyobb együttműködési arány jön létre a végállapotban – megerősítve arra is rávilágítottunk, hogy milyen nagy jelentőségű a kezdeti kooperációs arány. Amikor mindkét típusú attitűd jelen van a társadalomban, akkor ahhoz, hogy az együttműködés biztosan kialakuljon, mind a  $t$ -típus arányának, mind a  $C$  stratégia arányának meg kell haladnia az 50 százalékot. Ha a társadalmat kizárólag konformisták alkotják, akkor a  $C$  stratégia kezdeti arányának 20 százalékot kell meghaladnia. Továbbá a jutalmazásnál egy olyan összefüggést találtunk, amely valamilyen szinten összekapcsolható a szakirodalomban találtakkal, miszerint statikus hálózatban az együttműködés akkor alakul ki, ha a haszon/költség arány meghaladja az adott egyén foksámát (Ohtsuki és szerzőtársai [2006], Rand és szerzőtársai [2014]). Ezzel kapcsolatban azt találtuk, hogy egy  $p$ -típusú (a klasszikus fogolydilemma-játék szempontjából racionális) egyén valóban akkor választ  $C$  stratégiát, ha a jutalom értéke meghaladja a foksámát, ez azonban pontosan akkor igaz, ha  $T - R = P - S = 1$ . Ha a kifizetési mátrix paraméterezése ettől eltér, akkor a kritikus (hatásos) jutalomszint szempontjából továbbra is meghatározó a játékosok foksáma, de azt a kapcsolódó játékosok által követett stratégia, valamint a versengő magatartás addicionális kifizetésének nagysága is befolyásolja. A kapcsolódó játékosok által követett stratégia szerepén keresztül a teljes hálózati szerkezet hatással van a jutalmazás hatásosságára.

A tanulmányban bemutatott modellváltozatoknak és elemzéseknek több ponton mutatkoznak korlátai, amelyek további kutatási irányokat jelölnek ki. Egyrészt az attitűdöt bináris adottságként kezeltük, azonban felmerülhet, hogy ez egy folytonos paramétere a játékosoknak, akik a piacorientált és a társadalomorientált attitűdök kifizetéseinek egyéni preferencia szerinti súlyozott átlagát vesszük figyelembe. Érdekes lehet az a kiterjesztés is, amelyben az attitűd nem exogén adottsága a játékosoknak, hanem választható stratégia. Ezen túlmenően kifejezetten perspektivikus és gyakorlati jelentőségű iránynak gondoljuk a kompenzáció irányába történő további

vizsgálatokat. Kifejezetten a változó attitűd mellett merül fel az eddigiek alapján a kompenzáció optimalizációjának kérdése: mi az a minimális jutalmazási mérték aggregált szinten, amely alkalmas a kooperatív stratégia öfenntartó kialakítására – és a hálózati szerkezetnek milyen szerepe van ebben az optimalizációban?

### *Hivatkozások*

- AXELROD, R. [1980]: Effective Choice in the Prisoner's Dilemma. *The Journal of Conflict Resolution*, Vol. 24. No. 1. 3–25. o. <https://doi.org/10.1177/002200278002400101>.
- AXELROD, R. [2000]: On Six Advances in Cooperation Theory. *Analyse and Kritik*, Vol. 22. No. 1. 130–151. o. <https://doi.org/10.1515/auk-2000-0107>.
- BARABÁSI ALBERT-LÁSZLÓ-ALBERT RÉKA [1999]: Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, Vol. 286. No. 5439. 509–512. o. <https://doi.org/10.1126/science.286.5439.509>.
- BUSKENS, V.-WEESIE, J. [2000]: Cooperation via Social Networks. *Analyse and Kritik*, Vol. 22. No. 1. 44–74. o. <https://doi.org/10.1515/auk-2000-0103>.
- CLARK, K.-SEFTON, M. [2001]: The Sequential Prisoner's Dilemma: Evidence on Reciprocation. *The Economic Journal*, Vol. 111. No. 468. 51–68. o. <https://doi.org/10.1111/1468-0297.00588>.
- DALY, H. E. [2005]: Economic in a Full World. *Scientific American*, Vol. 293. No. 3. 100–107. o. <https://doi.org/10.1038/scientificamerican0905-100>.
- DAWES, R. M. [1980]: Social Dilemmas. *Annual Reviews of Psychology*, Vol. 31. 169–193. o. <https://doi.org/10.1146/annurev.ps.31.020180.001125>.
- ERDŐS PÁL-RÉNYI ALFRÉD [1960]: On the evolution of random graphs. *Publication of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences*, Vol. 5. 17–61. o.
- HARDIN, G. [1968]: The Tragedy of the Commons. *Science*, Vol. 162. No. 3859. 1243–1248. o. <https://doi.org/10.1126/science.162.3859.1243>.
- HENRICH, J.-BOYD, R. [1998]: The Evolution of Conformist Transmission and the Emergence of Between-Group Differences. *Evolution and Human Behavior*, Vol. 19. No. 4. 215–241. o. [https://doi.org/10.1016/s1090-5138\(98\)00018-x](https://doi.org/10.1016/s1090-5138(98)00018-x).
- KHADJAVI, M.-LANGE, A. [2013]: Prisoners and their dilemma. *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 92. 163–175. o. <https://doi.org/10.1016/j.jebo.2013.05.015>.
- KOSSINETS, G.-WATTS, D. J. [2006]: Empirical analysis of an evolving social network. *Science*, Vol. 311. 88–90. o. <https://doi.org/10.1126/science.1116869>.
- LI, A.-ZHOU, L.-SU, Q.-CORNELIUS, S. P.-LIU, Y.-Y.-WANG, L.-LEVIN, S. A. [2020]: Evolution of cooperation on temporal networks. *Nature Communications*, Vol. 11. No. 2259. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-16088-w>.
- MADEO, D.-MOCENNI, C. [2020]: Self-regulation versus social influence for promoting cooperation on networks. *Scientific Reports*, Vol. 10. No. 4830. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-61634-7>.
- NOWAK, M. A. [2006]: Five Rules for the Evolution of Cooperation. *Science*, Vol. 314. No. 5805. 1560–1563. o. <https://doi.org/10.1126/science.1133755>.
- NOWAK, M. A.-MAY, R. M. [1992]: Evolutionary games and spatial chaos. *Nature*, Vol. 359. 826–829. o. <https://doi.org/10.1038/359826a0>.
- OHTSUKI, H.-HAUERT, C.-LIEBERMAN, E.-NOWAK, M. A. [2006]: A simple rule for the evolution of cooperation on graphs and social networks. *Nature*, Vol. 441. 502–505. o. <https://doi.org/10.1038/nature04605>.

- OKADA, A. [1993]: The possibility of cooperation in an n-person prisoners' dilemma with institutional arrangements. *Public Choice*, Vol. 77. 629–656. o. <https://doi.org/10.1007/bf01047864>.
- OSTROM, E. [2000]: Reformulating the commons. *Swiss Political Science Review*, Vol. 6. No. 1. 29–52. o. <https://doi.org/10.1002/j.1662-6370.2000.tb00285.x>.
- PACHECO, J. M.–TRAULSEN, A. –NOWAK, M. A. [2006]: Active linking in evolutionary games. *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 243. No. 3. 437–443. o. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2006.06.027>.
- PENA, J.–PESTELACCI, E.–TOMASSINI, M.–VOLKEN, H. [2009]: Conformity and network effects in the Prisoner's Dilemma. 2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 506–513. o. <https://doi.org/10.1109/cec.2009.4982988>.
- PERC, M. [2009]: Evolution of cooperation on scale-free networks subject to error and attack. *New Journal of Physics*, Vol. 11. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/11/3/033027>.
- RAND, D. G.–ARBESMAN, S.–CHRISTAKIS, N. A. [2011]: Dynamic social networks promote cooperation in experiments with humans. *PNAS, Proceedings of the National Academy of Science of the United States of Amerika*. Vol. 108. No. 48. 19193–19198. o. <https://doi.org/10.1073/pnas.1108243108>.
- RAND, D. G.–NOWAK, M.–FOWLER, J. H.–CHRISTAKIS, N. A. [2014]: Static network structure can stabilize human cooperation. *PNAS, Proceedings of the National Academy of Science of the United States of Amerika*, Vol. 111. No. 48. 17093–17098. o. <https://doi.org/10.1073/pnas.1400406111>.
- SANTOS, F. C.–PACHECO, J. M. [2005]: Scale-Free Networks Provide a Unifying Framework for the Emergence of Cooperation. *Physical Review Letter*, Vol. 95. No. 9. 098104. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.95.098104>.
- SZABÓ GYÖRGY–FÁTH GÁBOR [2007]: Evolutionary games on graphs. *Physics Report*, Vol. 446. No. 4–6. 97–216. o. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.04.004>.
- SZOLNOKI ATTILA–PERC, M. [2015]: Conformity enhances network reciprocity in evolutionary social dilemmas. *Journal of the Royal Society Interface*, Vol. 12. No. 3. <https://doi.org/10.1098/rsif.2014.1299>.
- TUROCY, T. L.–VON STENGEL, B. [2003]: Game Theory. *Encyclopedia of Information Systems*. 403–420. o. <https://doi.org/10.1016/b0-12-227240-4/00076-9>.
- YANG, H. X.–TIAN, L. [2017]: Enhancement of cooperation through conformity-driven reproductive ability. *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 103. 159–162. o. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.06.005>.
- YANG, Z.–LI, Z.–WANG, L. [2020]: Evolution of cooperation in a conformity-driven evolving dynamic social network. *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 379. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.06.005>.

## Függelék

### Az egyenletek levezetése

*F1. levezetés (1. eset): fogolydilemma-játék és attitűd, minden egyén  $p$ -típusú.*

*Teljes hálózatban, amikor minden egyén  $p$ -típusú, akkor a kooperáció nem képes kialakulni, minden egyén  $D$  stratégiát játszik*

$$\pi_{i_c} = \frac{RN_{i_c} + SN_{i_D}}{T},$$

$$\pi_{i_D} = \frac{TN_{i_c} + PN_{i_D}}{T}.$$

Az  $i$ -edik  $p$ -típusú egyén  $C$  stratégiát választ, ha  $\pi_{i_c} > \pi_{i_D}$ .

$$\frac{RN_{i_c} + SN_{i_D}}{T} > \frac{TN_{i_c} + PN_{i_D}}{T},$$

$$RN_{i_c} + SN_{i_D} > TN_{i_c} + PN_{i_D}.$$

Mivel  $T > R > P > S$ , ezért  $\pi_{i_c} > \pi_{i_D}$  sohasem teljesül, tehát a  $p$ -típusúak mindig  $D$  stratégiát játszanak.

*F2. levezetés [(7) egyenlet]: fogolydilemma-játék és attitűd, minden egyén  $t$ -típusú*

*Amikor minden egyén  $t$ -típusú a teljes hálózatban, az együttműködés akkor képes fennmaradni, ha a  $C$  stratégiát játszó aránya nagyobb, mint 50 százalék.*

$$\pi_{i_c} = N_{i_c},$$

$$\pi_{i_D} = N_{i_D}.$$

Ha létezik olyan  $i$ -edik egyén, amelyre igaz, hogy  $\pi_{i_c} > \pi_{i_D}$ , akkor a  $C$  stratégia fennmarad.

$$N_{i_c} > N_{i_D},$$

$$N_i = N_{i_c} + N_{i_D} \quad \text{és} \quad 1 = \frac{N_{i_c}}{N_i} + \frac{N_{i_D}}{N_i}, \quad N_i > 0,$$

$$\exists i, \quad \frac{N_{i_c}}{N_i} > 0,5,$$

$$N = N_C + N_D \quad \text{és} \quad 1 = \frac{N_C}{N} + \frac{N_D}{N}.$$

Az  $N_C$  a  $C$ , az  $N_D$  a  $D$  stratégiát játszó egyének száma. Tegyük fel, hogy az  $i$ -edik egyén  $C$  stratégiát játszik, akkor az ő szomszédságában  $N_C - 1$   $C$  stratégiát és  $N_D$   $D$  stratégiát játszó egyén lesz. Az  $i$ -edik egyén akkor játszik továbbra is  $C$  stratégiát, ha

$$N_C - 1 \geq N_D, \quad \text{tehát} \quad \frac{N_C}{N} - \frac{1}{N} \geq \frac{N_D}{N},$$

$$\frac{N_C}{N} \geq 0,5 + \frac{0,5}{N}.$$

Tegyük fel, hogy az  $i$ -edik egyén  $D$  stratégiát játszik, ekkor az  $i$ -edik egyén  $C$  stratégiára vált, ha

$$N_C > N_D - 1,$$

$$\frac{N_C}{N} > \frac{N_D}{N} - \frac{1}{N},$$

$$\frac{N_C}{N} > 0,5 - \frac{0,5}{N}.$$

Tehát ha a hálózat teljes, minden egyén,  $t$ -típusú és a társadalmon belül fennáll, hogy

$$\frac{N_C}{N} > 0,5 - \frac{0,5}{N},$$

akkor az együttműködés fennmarad.

*F3. levezetés [(15) és (16) egyenlet]: foglydilemma-játék és attitűd nem teljes hálózatban jutalmazással*

*Nem teljes hálózatban egy  $p$ -típusú egyén akkor választ  $C$  stratégiát, ha a jutalom értéke meghaladja az egyén fokszámát.*

Egy  $p$ -típusú egyén  $C$  stratégiát játszik, ha  $\pi_{i_c} > \pi_{i_d}$ , ahol  $\delta$  a jutalom nagysága, és  $k_i$  az  $i$ -edik egyén fokszáma.

$$\frac{k_i (RN_{i_c} + SN_{i_d} + \delta)}{\pi_{\max}} > \frac{k_i (TN_{i_c} + PN_{i_d})}{\pi_{\max}},$$

$$RN_{i_c} + SN_{i_d} + \delta > TN_{i_c} + PN_{i_d},$$

$$\delta > (T - R)N_{i_c} + (P - S)N_{i_d}.$$

A jelölések értékadásai a következők:  $T = 3$ ,  $R = 2$ ,  $P = 1$ ,  $S = 0$ .

$$\delta > N_{i_c} + N_{i_d},$$

$$\delta > k_i.$$

Tehát az  $i$ -edik  $p$ -típusú egyén  $C$  stratégiát választ, ha a  $\delta$  (jutalom) meghaladja a szomszédjainak számát.

## Táblázatok

## F1. táblázat

A C stratégia arányának alakulása 10 százalékos sűrűségű ER-hálózatban

A t-típus aránya (százalék)	A C stratégia aránya (százalék)										
	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
65	0,00	0,00	0,00	0,00	4,64	7,80	13,98	13,87	13,33	13,13	10,80
70	0,00	0,00	0,51	18,85	35,07	45,17	54,86	50,54	51,80	56,44	59,24
75	0,00	0,67	18,82	60,56	69,70	71,13	72,20	72,05	72,28	71,83	71,94
80	0,00	11,06	58,79	76,25	78,17	78,21	78,95	78,84	79,17	78,88	79,09
85	0,84	38,34	82,19	84,27	84,31	84,67	84,66	84,68	84,71	84,69	84,55
90	5,42	69,37	89,74	89,77	89,91	89,86	89,85	89,90	89,98	89,96	89,95
95	22,94	88,05	94,93	94,97	94,94	95,00	94,98	94,99	95,00	94,97	94,98

Megjegyzés: a színárnyalatok az átmenetet mutatják a homogén és a vegyes egyensúlyok között.

## F2. táblázat

A C stratégia arányának alakulása 10 százalékos sűrűségű BA-hálózatban

A t-típus aránya (százalék)	A C stratégia aránya (százalék)										
	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
65	0,00	0,45	4,07	8,14	11,22	20,96	25,27	20,86	30,09	22,81	22,35
70	0,00	3,29	13,29	25,84	41,07	49,27	54,36	50,71	53,98	55,02	58,28
75	0,00	11,85	30,95	51,46	66,11	67,33	70,77	69,06	70,75	70,54	69,39
80	1,49	26,39	55,49	76,47	75,10	77,97	77,80	78,15	78,13	77,90	78,04
85	9,00	42,31	77,88	83,08	83,89	84,01	84,09	84,01	84,27	84,13	84,16
90	21,57	62,48	88,53	89,32	89,78	89,70	89,75	89,80	89,84	89,80	89,81
95	30,02	84,11	94,02	94,98	94,98	95,00	94,98	94,99	94,99	94,97	94,98

Megjegyzés: a színárnyalatok az átmenetet mutatják a homogén és a vegyes egyensúlyok között.



## F3. táblázat

A C stratégia arányának alakulása 20 százalékos sűrűségű ER-hálózatban

A t-típus aránya (százalék)	A C stratégia aránya (százalék)										
	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,53	0,55	0,51	0,56	0,00
65	0,00	0,00	1,65	13,63	28,44	33,62	33,69	25,04	31,99	33,27	33,34
70	0,00	1,34	39,04	67,34	67,49	68,40	68,26	68,52	67,92	68,45	68,61
75	0,00	14,27	70,99	74,58	74,69	74,82	74,74	74,74	74,58	74,76	74,71
80	0,00	51,15	79,88	79,89	79,93	79,93	79,96	79,95	79,96	79,93	80,00
85	0,00	73,94	84,98	84,97	84,99	84,99	85,00	84,99	85,00	85,00	85,00
90	0,07	89,10	90,00	90,00	90,00	90,00	90,00	90,00	90,00	90,00	90,00
95	0,25	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00

Megjegyzés: a színárnyalatok az átmenetet mutatják a homogén és a vegyes egyensúlyok között.

## F4. táblázat

A C stratégia arányának alakulása 20 százalékos sűrűségű BA-hálózatban

A t-típus aránya (százalék)	A C stratégia aránya (százalék)										
	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
60	0,00	0,00	1,07	5,94	9,40	3,89	7,68	9,60	6,62	11,01	7,63
65	0,00	2,12	15,68	31,77	30,31	38,02	43,18	42,97	41,51	38,07	40,76
70	0,65	10,84	44,27	63,37	64,66	64,80	67,41	64,06	67,49	65,76	65,61
75	1,80	28,31	69,85	73,76	74,16	74,40	74,20	74,24	74,32	74,25	74,34
80	9,52	47,71	78,73	79,60	79,82	79,84	79,80	79,80	79,81	79,77	79,79
85	13,60	67,01	84,94	84,92	84,97	84,99	84,96	84,97	84,96	84,98	84,93
90	32,40	81,00	90,00	89,99	89,99	90,00	89,99	90,00	90,00	90,00	89,99
95	44,65	87,40	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00	95,00

Megjegyzés: a színárnyalatok az átmenetet mutatják a homogén és a vegyes egyensúlyok között.