

ARKHIMÉDÉSZ-FÉLE SPIRÁLIS FOGIRÁNYVONALÚ HENGERES FOGASKEREKÉK FOGLÁBFELÜLETÉNEK MODELLEZÉSE

THE MODELING OF DEDENDUM TRANSITION SURFACES BY CYLINDRICAL GEARS WITH ARCHIMEDEAN SPIRAL SHAPED TOOTHLINE

Máté Márton¹, Hollanda Dénes²

(1) *Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Műszaki és Humán Tudományok Kar, Gépészmérnöki Tanszék. Cím: Románia, Marosvásárhely/Koronka, Segesvári út 1C Telefon / Fax: +40-265-206210/ +40-265-206211. Levelezési cím: mmate@ms.sapientia.ro*

(2) *Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Műszaki és Humán Tudományok Kar, Gépészmérnöki Tanszék. Cím: Románia, Marosvásárhely/Koronka, Segesvári út 1C Telefon / Fax: +40-265-206210/ +40-265-206211. Levelezési cím: hollanda@ms.sapientia.ro*

Abstract

Cylindrical gears having the tooth line shaped by an Archimedean spiral were recently developed in the frame of a research contract supported by the Hungarian Academy of Sciences [1]. As well as known, most used cylindrical gears are the classical spur gears or helical gears forming an exterior or interior gear couple. Theory of these gears was developed and technology perfected longtime ago. Despite of this fact it still exist a challenge here. It consists in finding new ways to increase the load capacity and the quality of the teeth contact at equivalent dimensions in comparison with the classical cylindrical involute gears. Cylindrical gears having the tooth line shaped by an Archimedean spiral combine successfully the advantages of shaping using one common rake type tool [2] and those offered by the bevel gear cutting technologies regarding the localization of the contact patch. In our opinion there exist two basic aspects of the geometry that influence the load capacity: the values of curvatures on the tooth surfaces [3] and the shape of the dedendum transition surface situated between the enveloped tooth surface and the dedendum circle. This paper presents the geometrical model of the tooth dedendum transition surface. It starts from the general concepts of modeling the edge of the cutting tool, and continues with the discussion of the surface family generated by the tool's edge. The paper ends with conclusions regarding the further possible developments.

Keywords: involute, Archimedean spiral, tooth dedendum, modeling.

Összefoglalás

Az Arkhimédész-féle spirális fogirányvonalú hengeres fogaskerekeket a Magyar Tudományos Akadémia segítségével megvalósult kutatási program keretében fejlesztettük ki [1]. Amint ismeretes, a hengeres evolvens fogaskerekek egyenes vagy ferde fogazású, külső vagy belső kapcsolódású fogaskerekek. Ezek elmélete és gyártástechnológiája mára már teljes egészében felfedezett és a végletekig tökéletesített. Mindezek ellenére a hengeres fogaskerekek területén továbbra is fennáll és egyre erősebb az a kihívás, aminek tétjét a fogak érintkezésének a tökéletesítése, valamint a teherbírás növelése képezi, a klasszikus fogaskerekekkel azonos méretek megtartása mellett. Az Arkhimédész-féle spirális fogirányvonalú fogakkal rendelkező hengeres fogaskerekek sikeresen ötvözik az egyetlen, fogasléc

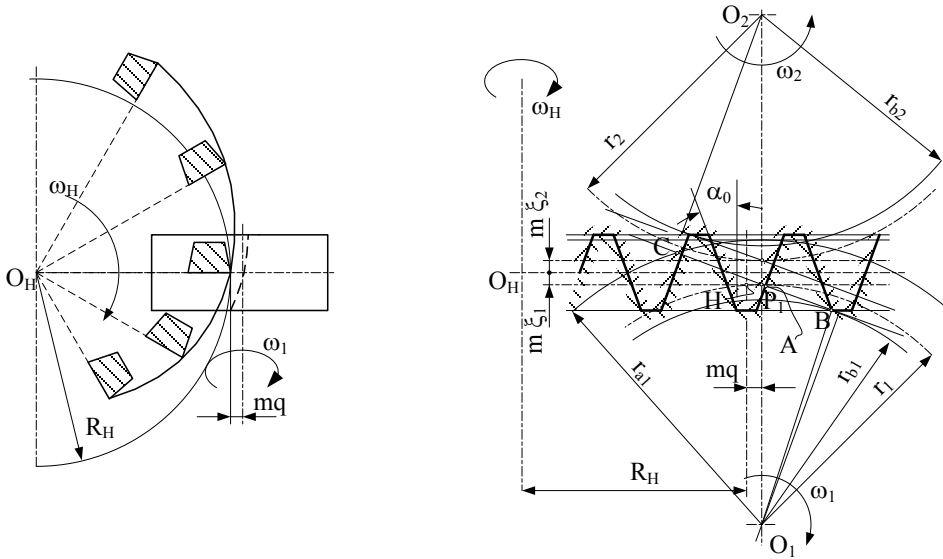
típusú szerszámmal való lefejthetőség [2] és a kúpfogaskerek hordkép-lokalizációra irányuló megoldások előnyeit. Nézetünk szerint két geometriai aspektus befolyásolja lényegesen a fogak terhelhetőségét és megfelelő kapcsolódását: a fogfelületek érintkezési pontokban felvett görbületeinek viszonya [3] és a foglábfelület alakja. Jelen dolgozat részletesen foglalkozik a vizsgált fogaskerekre jellemző foglábfelület lefejtésével, alakjának befolyásolhatóságával, valamint a reális származatófelületekkel. Elsőként a szerszámél csatlakoztató részének modellezését tárgyalja, ezt követően a foglábfelület kialakító reális fogfelületsereg egyenleteinek levezetését nyújtja, majd a foglábfelület optimalizálásának lehetőségeivel zárul.

Kulcsszavak: evolvens, Arkhimédész-féle spirál, fogláb, modellezés

1. Az Arkhimédész-féle spirális fogirányvonalú hengeres fogaskerek lefejtésének elve

Az Arkhimédész-féle spirális fogirányvonalú fogaskerékpár lefejtési elvét az **1. ábrán** szemléltetjük [1, 2]. Az ábra bal oldalán felülnézetben látható a lefejtőszerszám elvi vázlata. Amint megfigyelhető, a kúpfogaskerék-marófejekhez hasonló felépítés z_s számú, Arkhimédész-féle spirálgörbére tájolt, egyenlő szögbeosztású, fogasléc-profil élvezetűsű kést egyesít. A forgástengely a bal oldali vázlat síkjára merőleges. Amint a szerszámot óramutató járásával megegyező irányban forgatni

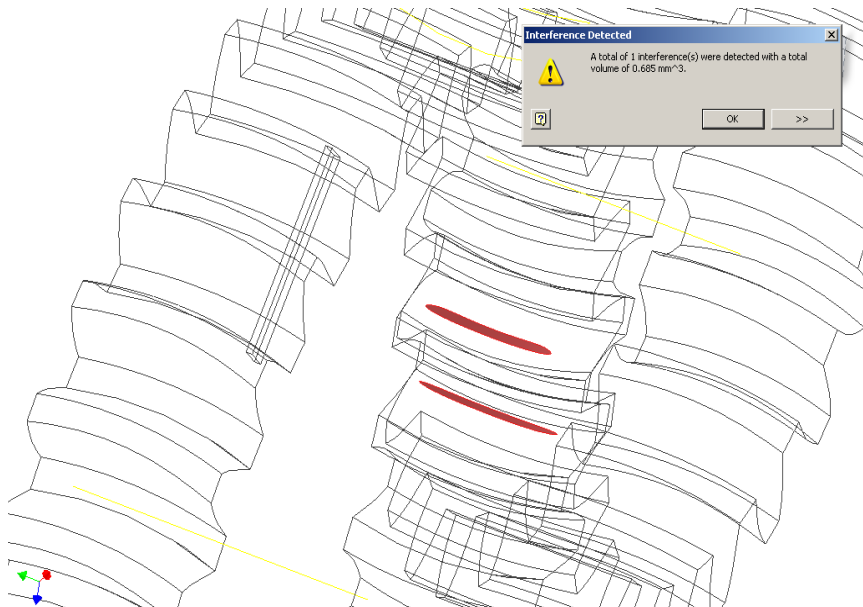
kezdjük, ω_H szögsebességgel, bármely sugár irányában az $a\omega_H$ sebességgel haladó fogaslécprofilat találjuk, amelyet matematikai modellként értelmezünk [4,5], és beírjuk két kapcsolódó fogaskerék közé, amint az **1. ábra** jobb oldalán szemléltettük. Tudván, hogy az Arkhimédész-féle spirális vezérgörbe paramétere $a=0,5m$, és így a fogasléc osztóvonalmenti fogosztása $p=\pi m$, belátható, hogy elvileg a javasolt szerszám fogasléccel egyenértékű származatófelületek létrehozására alkalmas, így csoportkerek megmunkálásához megfelelő [6].



1. ábra. Az Arkhimédész-féle spirális vezérvonalú fogazat lefejtésének elvi vázlata[1,2]

A jobb oldali vázlat kimutatja, hogy a javasolt felületszármaztatás lehetővé teszi a hagyományosan értelmezett profileltolást és a tangenciális eltolás alkalmazását is, aminek következtében az érintkező fogak görbületeit a pontszerű érintkezés megvalósítása céljából módosítja. Az érintkező fogfelü-

leteket az [1]-ben részletesen kifejtett matematikai modell alapján kapjuk meg. A tökéletesen illeszkedő hordkép kimutatása az Inventor szoftver felhasználásával történt, aminek során a fogoldalak egymásba forgatásának elvét alkalmaztuk [3,4]. A modellt a **2. ábrán** szemlélhetjük.



2. ábra. A kapcsolódó fogoldalak és a hordkép helyzete [3]

2. A foglábfelület kialakítása

2.1. A foglábfelület sajátosságai a görbe fogú hengeres kerekek esetében

Az egyenes- vagy dőltfogú hengeres kerekek esetében a fogláb görbe a fogaskerék tengelyére merőleges síkban pontosan tanulmányozható. Ez a lefejtés azon sajátosságának köszönhető, hogy bármely tengelyre merőleges szelvényben a burkolás azonos módon történik. Ezekben az esetekben jó közelítéssel állítható, hogy a lécszerű számszámmal lefejtett fogazatok fogláb görbéje a számszám legtovábbi pontja által leírt hurkolt evolvens, a metszőkerék-

kel lefejtett fogazatoknál hurkolt epiciklois [4, 6]. A fogaskerékgyártó-számszabványok [7, 8, 9, 10] a lefejtő számszám fogának fejszalagélé és oldalélé közötti csatlakoztatást körívvel, esetleg lecsapással (egyenes szakasszal) oldják meg. Ez esetben a burkolt felület tengelyre merőleges szelvénye közelítőleg azonos az elméleti görbékkel.

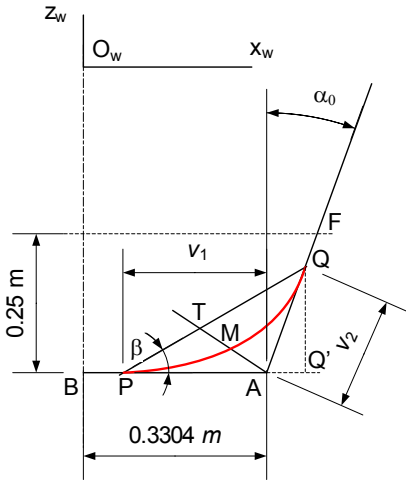
A görbe fogú hengeres fogaskerék esetében evolvensprofil kizárólag a lefejtő számszám azon tengelysíkban keletkezik, mely a fogaskerék tengelyére merőleges. Bármely más síkban a klasszikus evolvenslefejtéshez képest „csúszás” áll elő, így a foglábfelület igen összetett mó-

don változik. Jelen modellezésnek pontosan az a végső célja, hogy elkerüljük azokat a beállításokat, amelyek következtében megengedhetetlenül terjedelmes foglábfelületzónák jönnének létre, és előállna a foglábfelület és a hasznos fogfelület kapcsolódásának lehetősége is.

A foglábfelület görbületét lényegesen befolyásolja az ezt előállító szerszámélrész görbülete. Annak érdekében, hogy a foglábfelületet a lehető legfinomabban tudjuk módosítani, a lefejtőszerszám élcsúcsszakaszát polinomként modellezzük.

2.2. A szerszám élcsúcsgörbéje

A szerszám élcsúcsgörbéjét a lábhézag kivágásához szükséges, 0.25 m magasságig terjedő oldalélszakaszra, illetve a fejél feléig terjesztjük ki elméletileg. A görbe meghatározó elemeit a 3. ábrán szemléltetjük.



3. ábra. A szerszám élcsúcsgörbéje

Az élcsúcsgörbe az $O_w x_w v_w z_w$ koordináta-rendszerben értelmezett, melynek origója a fogprofil szimmetriatengelyének és a szerszámléc osztóvonalának metszéspontja. A görbe P kezdőpontja az AB , Q végpontja pedig az AF szakaszon található, helyzetüket a v_1 , illetve v_2 paraméterek segítségével

szabályozzuk. A 3. ábra alapján felírható, hogy

$$\begin{cases} x_w^{(A)} = \frac{m\pi}{4} + \frac{j}{2} - (h_{0a}^* + c_0^*)m \operatorname{tg} \alpha_0 \\ z_w^{(A)} = -(h_{0a}^* + c_0^*)m \\ AF = c_0^*m / \cos \alpha_0 \\ v_1 \in (0, x_w^{(A)}], v_2 \in (0, AF] \end{cases} \quad (1)$$

A modellezett csatlakoztatási görbe a PAQ háromszög területén belül illeszkedő, a P és Q pontokat összekötő görbe, melynek határhelyzete maga a PQ egyenes. A továbbiakban a PQQ' és a PAQ háromszögekből

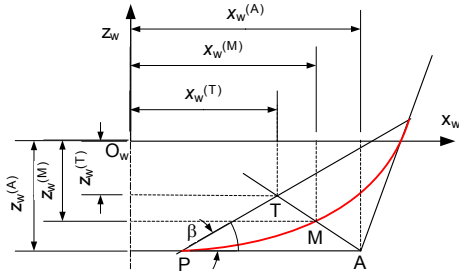
$$\begin{aligned} PQ &= (v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \sin \alpha_0)^{\frac{1}{2}} \\ \sin \beta &= \frac{QQ'}{PQ} = \frac{v_2 \cos \alpha_0}{(v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \sin \alpha_0)^{\frac{1}{2}}} \\ \cos \beta &= \frac{PQ'}{PQ} = \frac{v_1 + v_2 \sin \alpha_0}{(v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \sin \alpha_0)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (2)$$

A következő lépés a görbe harmadik kontrollpontjának a felvétele. Ez a T pont, mely a PQ határegyenesen illeszkedik, és meghatározó paramétere a

$v_3, v_3 = PT / PQ, v_3 \in (0,1)$. A T pont koordinátái a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_w^{(T)} = x_w^{(A)} - v_1 + v_3 PQ \cos \beta \\ = x_w^{(A)} - v_1 + v_3(v_1 + v_2 \sin \alpha_0) \\ z_w^{(T)} = z_w^{(A)} + v_3 v_2 \cos \alpha_0 \end{cases} \quad (3)$$

Végül a görbe negyedik kontrollpontját, egyben a görbe belső pontját határozzuk meg. Az M pont az AT szakaszon illeszkedik, és helyzetét a v_4 paraméter határozza meg, amely a v_3 -hoz hasonlóan töredékrészt fejez ki, tehát $v_4, v_4 = AM / AT, v_4 \in (0,1)$.



4. ábra. Az élcúcsgörbe belső kontrollpontjának definíciója

A 4. ábra alapján és a (3-as) képletek figyelembevételével felírhatók az M pont koordinátái:

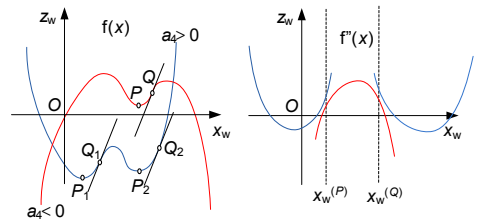
$$\begin{cases} x_w^{(M)} = x_w^{(A)} + v_4(x_w^{(T)} - x_w^{(A)}) = \\ = x_w^{(A)} + v_4(-v_1 + v_3(v_1 + v_2 \cos \alpha_0)) \\ z_w^{(M)} = z_w^{(A)} + v_4(z_w^{(T)} - z_w^{(A)}) = \\ = z_w^{(A)} + v_2 v_3 v_4 \cos \alpha_0 \end{cases} \quad (4)$$

A P, Q és M pontok koordinátái birtokában az élcúcsgörbét negyedfokú polinomként írjuk fel, az alábbi feltételrendszer alapján:

$$\begin{aligned} f(x_w) &= \sum_{i=0}^4 a_i x_w^i \\ f(x_w^{(P)}) &= z_w^{(A)} \Leftrightarrow \sum_{i=0}^4 a_i (x_w^{(A)} - v_1)^i = z_w^{(A)} \\ f'(x_w^{(P)}) &= 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^4 i a_i (x_w^{(A)} - v_1)^{i-1} = 0 \\ f(x_w^{(Q)}) &= z_w^{(Q)} \Leftrightarrow \sum_{i=0}^4 a_i (x_w^{(A)} + v_2 \sin \alpha_0)^i = z_w^{(A)} + v_2 \cos \alpha_0 \\ f'(x_w^{(Q)}) &= \operatorname{ctg} \alpha_0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^4 i a_i (x_w^{(A)} + v_2 \sin \alpha_0)^{i-1} = \operatorname{ctg} \alpha_0 \\ f(x_w^{(M)}) &= z_w^{(M)} \Leftrightarrow \sum_{i=0}^4 a_i (x_w^{(A)} + v_4(-v_1 + v_3(v_1 + v_2 \cos \alpha_0)))^i = z_w^{(A)} + v_2 v_3 v_4 \cos \alpha_0 \\ f''(x_w) &< 0, \quad \forall x_w \in (x_w^{(A)} - v_1, x_w^{(A)} + v_2 \sin \alpha_0) \end{aligned} \quad (5)$$

Az (5) feltételrendszer a $v_i, i \in \overline{1, 4}$ kontrollparaméterek ismeretében öt ismeretlenes lineáris egyenletrendszerre alakul, amelynek megoldása a negyedfokú élcúcsgörbe polinomiális együtthatói. Ha a négy kontrollparamétert egyenrangúként kezeljük, akkor négyszeres végtelenség görbét találhatunk. Az optimális megoldás célratörőbb meghatározása érdekében elfogadjuk, hogy a P és Q pontok helyzetét kijelölő v_1 és v_2 paraméterek főparaméterek, amelyeket először jelölünk ki. A következő lépésben

kijelöljük a T kontrollpont helyzetét a PQ határszakaszon.



5. ábra. Az élcúcsgörbe konkavitasát biztosító feltételek grafikus ábrázolása

A negyedik paraméter számára meg kell határoznunk azt az intervallumot, amely biztosítja a második derivált szigorú pozitívítását, ami szükséges és elégséges feltétele az inflexiópontok nemlétezésének és a görbe domborúságának a kijelölt pontok között.

A második derivált pozitívításának a feltételét az **5. ábrán** szemléltettük. Ha negyedfokú polinom legnagyobb fokú együtthatója negatív, akkor egyetlen maximuma vagy két helyi maximumpontja és egyetlen helyi minimumpontja van – értelemszerűen a görbe lehetséges felhasználási szakasza a P és Q pontok közé eső szakasz; amennyiben $a_4 > 0$ (kék görbe) és rendelkezik három lokális extrémummal, a grafikus képen két domború, növekvő szakaszt különíthetünk el. A második derivált előjelére ennek függvényében az alábbi kikötéseket tesszük:

- ha $a_4 < 0$, és a másodrendű derivált diszkriminánsa $9a_3^2 - 24a_2a_4 \leq 0$, a negyedfokú polinom grafikus képe folytonosan homorú, tehát a görbe alkalmatlan;
- ha $a_4 < 0$, és a másodrendű derivált diszkriminánsa $9a_3^2 - 24a_2a_4 > 0$, a negyedfokú polinom grafikus képének domborúsága akkor biztosított, ha az élcúscsgörbe szélső pontjainak abszcisszái az inflexiópontok abszcisszái között illeszkednek;
- ha $a_4 > 0$, és a másodrendű derivált diszkriminánsa $9a_3^2 - 24a_2a_4 \leq 0$, a negyedfokú polinom grafikus képe folytonosan domború;
- ha $a_4 > 0$, és a másodrendű derivált diszkriminánsa $9a_3^2 - 24a_2a_4 > 0$, a negyedfokú polinom grafikus képének domborúsága akkor biztosított, ha az élcúscsgörbe szélső pontjainak abszcisszái által meghatározott intervallum

az inflexiópontok abszcisszáinak intervallumán kívül esik;

- A domborúság feltétele mellé elengedhetetlenül be kell iktatni a folytonos növekvés korlátját is, az élcúscsgörbe alakjából kiindulva.

A fenti feltételek a v_3 és v_4 paraméterek értéktartományát hatékonyan leszűkítik. A számítások bonyolultsága elengedhetetlené teszi a számítógépes feldolgozást. Az élcúscsgörbe parametrikus egyenletei a domború szerszámoldalon [1] a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_w(t) = t \\ y_w(t) = 0 \\ z_w(t) = \sum_{i=0}^4 a_i t^i \end{cases} \quad (6)$$

3. A származtató felületek sokasága

3.1. A foglábfelület generálásának feltételei

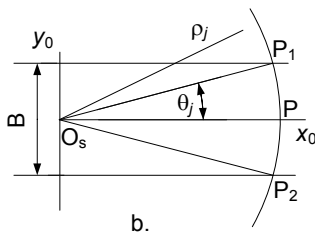
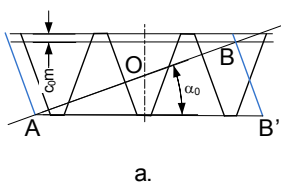
A burkolófelületek felírásában és elemzésében leghatékonyabbnak bizonyuló szakirodalom [4,5] azt az elvet követi, miszerint a burkolófelület a szerszámélek által létrehozott felületsereg burkolójaként jön létre. A burkolt felület felírásában a legtöbb esetben egyszerűsítés áll fenn, mely abból a tényből ered, hogy gyakran köszörűszerszámot használnak modellként. Véges számú vágóél esetében a burkolt felületet a szerszámélek illeszkedő felülete adja, amely a szerszám munkadarabhoz viszonyított relatív mozgása során hozza létre a felületsereget.

Jelen dolgozatban egy alternatív modellt mutatunk be. Ennek lényege abból áll, hogy a burkolt felületet a szerszám éle a munkadarab rendszerében, a szerszámmunkadarab relatív elmozdulása során hozza létre, va-

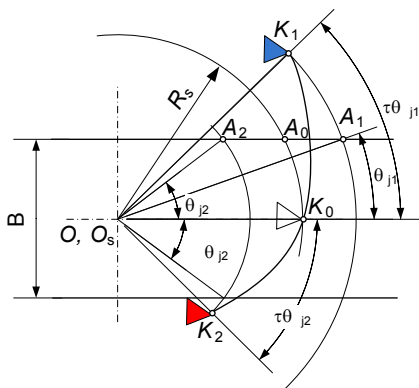
gyis a burkolt felületsereg adott elemének a vágóél-paramétertől különböző második paramétere pontosan a relatív mozgást jellemző kinematikai paraméter. A „léptetés” a vágóélek helyzetének pontos felírása, illetve az él belépése pillanatának pontos ismeretében írható fel. Az így keletkezett burkolt felületsereg diszkrét, mivel véges számú elemből áll. A legvalóságosabb burkolófelületet az egymást követő burkolt felületek metszéspontjaira felírt splinefelülettel lehet közelíteni. Ha matematikailag szeretnénk pontos eredményt, az így kapott diszkrét felületsereget úgy alakítjuk át végtelen elemű halmazzá, hogy a burkolt élék számát végtelenítjük, azaz az osztást folytonos változóként kezeljük.

3.2. A szerszámél-felületek meghatározása

Jelen modellt az [1]-ben részletesen leírt szerszámmra építjük. Megemlítjük, hogy a



6. ábra. A generálófelületek meghatározása



7. ábra. Akékek belépésének vázlata

fogazószerszámmak R_s referenciasugara annak a késnek a szerszámtengelytől való profil-szimmetriavonal-távolságát jelöli, amely nulla tangenciális profíletolás esetén a fogárok radiális szelvényének szimmetriavonalára esik. Ettől a ponttól számítjuk a kések kiosztási szögét. A 6.a. ábra alapján azonnal felírható a kések kiosztási szöge tudva, hogy a spirális paramétere $0.5m$:

$$\varphi_{zs} = 4(2h_{oa}^* + c_0^*) / \sin 2\alpha_0 \quad (7)$$

A késeknek egymáshoz viszonyított helyzetét indexszel jelöljük. A „0”-dik kés az alaphelyzetben R_s távolságra illeszkedik a forgástengelytől. A „j”-edik kés távolsága

$$R_j = R_s + j\tau \frac{m}{2}, \quad \tau = \frac{2\pi}{z_s} \quad (8)$$

A szerszám forgásiránya az óramutató járásával megegyező, tehát az alaphelyzetben levő lefejtő hajtás esetén a negatív indexű kések már elhaladtak, a pozitív indexűek pedig érkeznek. A kések számának pontos meghatározása az [1]-ben található.

A késél csak addig generálja a foglalófelület anyagi részét, ameddig a fogazandó kerék határsíkjai közé illeszkedik. Az él különböző pontjainak a szerszám forgástengelyéhez viszonyított távolsága változik, ezért a legnagyobb θ szöget az élcsúcsgörbe P pontjára kapunk, melynek sugara:

$$\rho_j = R_j + x_w^{(A)} - v_1 \quad (9)$$

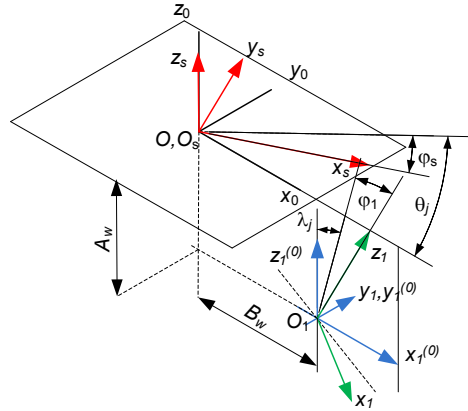
Jelöljük a továbbiakban a lefejtő hajtás áttételét i_{1s} -sel, ahol $i_{1s} = \omega_1 / \omega_s = 1 / z_1$. A lefejtő hajtáshoz tartozó alkalmazott koordináta-rendszerek helyzete a **8. ábrán** látható. Az $Ox_0y_0z_0$ rendszer rögzített. A szerszám $O_sx_sy_sz_s$ rendszere alaphelyzetben a rögzített rendszerrel egybeesik. A fogazandó kerék $O_1x_1y_1z_1$ rendszere alapállásban az álló rendszerrel párhuzamos illeszkedésű. Az alapállás a „0”-dik és középállásának felel meg, vagyis az a helyzet, amikor a generáló profil síkja az álló rendszer y_0z_0 síkjába illeszkedik. A „0”-dik és belépésének pillanatában a szerszám rendszere a forgásirányához képest ellenkező irányban van elfordítva, θ_0 szöggel. Ennek a helyzetnek megfelelően a fogazandó kerék is forgásirányával ellentétesen kell legyen elfordítva, $i_{1s}\theta_0$ -val. A „j”-edik késnek „0”-dik késhez viszonyított helyzetét a $j\tau$ központi szög határozza meg. A „j”-edik kés belépése akkor kezdődik, amikor az alaphelyzethez viszonyítva a szerszám rendszere ψ_j szöggel fordult el:

$$\psi_j = \tau j - \theta_j, \quad j \in \mathbf{Z}. \quad (10)$$

Innen a fogazandó kerék elfordulási szöge könnyen számítható, mivel $\lambda_j = i_{1s}\psi_j$.

A fentebb említett geometriai viszonyokat a **7. ábrán** tüntettük fel. A referencia sugárnál

nagyobb sugáron illeszkedő K_1 és j_1 indexe pozitív, míg az ennél kisebb sugáron illeszkedő K_2 és negatív indexű. A K_j kések belépési pontjai az A_j pontok. Megfigyelhető, hogy a (10)-es képlet előjeltől függetlenül érvényes.



8. ábra. Az alkalmazott koordináta-rendszerek

A fogél által generált felület parametrikus egyenleteit a **8. ábra** alapján a fogaskerék rendszerében írjuk fel:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{M}_{10} \mathbf{M}_{0s} \mathbf{r}_s \quad (11)$$

ahol a transzformációs mátrixok a kinematikai paraméternek és a helyzetparaméternek a függvényei:

$$\mathbf{M}_{10}(\lambda_j, \varphi_s) = \begin{pmatrix} \cos(\lambda_j + i_{1s}\varphi_s) & 0 & -\sin(\lambda_j + i_{1s}\varphi_s) & B_w \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\lambda_j + i_{1s}\varphi_s) & 0 & \cos(\lambda_j + i_{1s}\varphi_s) & -A_w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{0s}(\theta_j, \varphi_s) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_j - \varphi_s) & -\sin(\theta_j - \varphi_s) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_j - \varphi_s) & \cos(\theta_j - \varphi_s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

A generálógörbe koordinátáinak homogén oszlop mátrixa ebben az esetben szintén helyzetparaméter-függő:

$$\mathbf{r}_s(j, t) = \begin{pmatrix} R_s + \tau j + t \\ 0 \\ \sum_{i=0}^4 a_i t^i \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ \sum_{i=0}^4 a_i t^i \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_s + \tau j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{r}_s(t) + \mathbf{r}_s(j). \quad (13)$$

7. Következtetések

Jelen matematikai modell alkalmazása úgy történik, hogy rögzítünk egy tetszőleges (v_1, v_2, v_3, v_4) élcsúcsgörbeparaméternégyest, a 2.-es szakaszban leírtak alapján, majd kiszámítjuk a burkolt foglalbfelületet. A számítások alapján lehetőség nyílik a *pontos, valóság-hű testmodell* megépítésére. A végeelemes vizsgálat alapján kimutathatóvá válnak a fogtőben fellépő feszültségek, melyeknek értékeit kapcsolatba hozzuk a generáló szerszám élcsúcsgörbéjének megfelelő pontjaival, és ezáltal esély nyílik arra, hogy véges számú programfuttatással megtaláljuk a lehető legkedvezőbb szerszám kialakítást.

Megemlítjük, hogy a fentebb vázolt modell a kapcsolódó fogoldalak valós egyenleteinek kiszámítására is alkalmas. Ebben az esetben a generálógörbe oszlop mátrixának helyzetfüggetlen összetevőit a lécpofil parametrikus egyenletei teszik ki.

Szakirodalmi hivatkozások

- [1] Máté, M.: *Spirálfogazatú hengeres kerekek geometriája és gyártástechnológiája*. Magyar Tudományos Akadémia, Domus Hungarica egyéni kutatási ösztöndíj, B2011061 sz. Nyertes pályázat.
- [2] Máté, M., Hollanda, D.: *The Cutting of Cylindrical Gears Having Archimedean Spiral Shaped Tooth Line*. 13th International Conference on Tools, 27–28 March 2012, Miskolc, ISBN 978-963-9988-35-4, 357–362.

- [3] Máté, M., Hollanda, D., Tolvaly-Roşca, F., Popa-Müller, I.: *Az Arkhimédész-féle spirális vezérgörbájű fogazat hordképének lokalizációja a tangenciális eltolás megfelelő beállításával*. XXI-ik OGÉT-2013, Arad, ápr. 25–28. Konferenciakötet, ISSN 2068-1267, 265–268.
- [4] Litvin, F. L.: *A fogaskerékapcsolás elmélete*. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1972.
- [5] Dudás, I. *The Theory and Practice of Worm Gear Drives*. Penton Press, London, 2000.
- [6] Szeniczai, L.: *Általános fogazás*. Nehézipari Műszaki Könyvkiadó, 1952.
- [7] ISO 4468:2009. *Gear hobs – Accuracy requirements*.
- [8] ISO 2490:2007. *Solid (monobloc) gear hobs with tenon drive or axial keyway, 0,5 to 40 module - Nominal dimensions*.
- [9] DIN 1829-1 *Schneidräder für Stirnräder; Bestimmungsgrößen, Begriffe, Kennzeichnung*.
- [10] DIN 1829-2 *Schneidräder für Stirnräder; Toleranzen, Zulässige Abweichungen*.

Köszönetnyilvánítás

A kutatás az Európai Unió és Magyarország támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú „Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program” című kiemelt projekt keretei között valósult meg.

Acknowledgement

This research was supported in the framework of TÁMOP 4.2.4. A/2-11-1-

2012-0001 „National Excellence Program – Elaborating and operating an inland student and researcher personal support system” key project. The project was subsidized by the European Union and co-financed by the European Social Fund.