

GANTRY TÍPUSÚ, PÁRHUZAMOS HAJTÁSÚ ROBOT MODELLEZÉSE ÉS VIZSGÁLATA

MODELLING AND ANALYSIS OF GANTRY TYPE, PARALLEL DRIVEN ROBOT

Forgó Zoltán¹, Tolvaly-Roșca Ferenc²

¹Sapientia-EMTE, Műszaki és Humántudományok Kar, Gépészmérnöki Tanszék,
Cím: 540485, Románia, Marosvásárhely, Segesvári út, 1C; Telefon/Fax: +40-265-
208170/+40-265-206211, zforgo@ms.sapientia.ro

²Sapientia-EMTE, Műszaki és Humántudományok Kar, Gépészmérnöki Tanszék,
Cím: 540485, Románia, Marosvásárhely, Segesvári út, 1C; Telefon/Fax: +40-265-
208170/+40-265-206211, tferi@ms.sapientia.ro

Abstract

Fast and accurate activity is the demand of actual industry. The use of industrial robots reflects those needs, and worldwide parallel structures are searched and developed, to assure a bigger and homogenous workspace for the manipulators. In this paper a gantry type parallel actuated manipulator structure is introduced. The geometric, kinematic and dynamic model of the recommended mechanism is presented, and the advantages are presented.

Keywords: robot, parallel drive, workspace, mathematical model

Összefoglalás

Az iparban folyamatosan növekszik az igény a pontosabb és gyorsabb tevékenységek iránt. Így a robotok használata sem kivétel, és világviszonylatban folyik a kutatás olyan párhuzamos struktúrájú robotok fejlesztésére, melyek a megnövekedett és homogén munkateret célozzák meg. Jelen dolgozat egy olyan portáldaru típusú robotot mutat be, mely felépítéséből adódóan többszörösen is megfelel az előbbi feltételeknek. Ezen előnyök a robot geometriai, kinematikai és dinamikai modellalkotására alapozva lettek megállapítva.

Kulcsszavak: robot, párhuzamos hajtás, munkatér, matematikai modell

1. Bevezetés

A felgyorsult ipari folyamatok szükségessé tették az elmúlt század második felében az ipari robotok használatát. Ezek között a párhuzamos struktúrájú robotok egyre nagyobb alkalmazási területet nyernek előnyös tulajdonságaiknak köszönhetően. Ennek ellenére a kis munkatér (a robot saját

méreteihez képest) és ezen belül a sajátos konfigurációk száma határt szab a párhuzamos topológiájú mechanizmusok széles körű alkalmazásának ([2], [3], [4], [5]). Ezeket a hátrányokat szünteti meg a párhuzamos működtetésű négy szabadságfokú robot, melynek felépítését az **1. ábra** és a **2. ábra** szemlélteti. Az **1. ábra** (a) és (b) vázolata két lehetőséget mutat be, melyek segítségével egy karakterisztikus pontnak (P) két

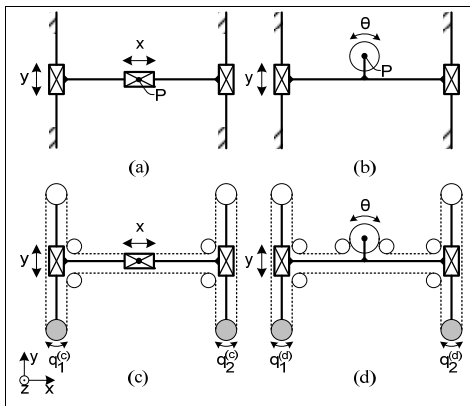
szabadságfok kölcsönözhető. Mindkét esetben a P pont egy híd segítségével egy lineáris mozgást végezhet az y tengely mentén. Az első esetben egy translációs elmozdulást az x tengely mentén, illetve a (b) mechanizmussal egy rotációt a z tengely körül végezhet a P pont. A további (c) és (d) változatban az előbbi eseteknek a hajtására van ajánlat téve. Az P ponthoz tartozó mechanizmusok egy fogas szíj segítségével vannak mozgathatók, két motor segítségével (sátriozott körök). Az [1] alapján a következő geometriai összefüggések írhatók fel a P pont által végzett mozgások és a motorparaméterek között:

$$\begin{cases} q_1^{(c)} = y/r - x/r \text{ [rad]} \\ q_2^{(c)} = -y/r - x/r \text{ [rad]} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} q_1^{(d)} = y/r + R \cdot \theta / r \text{ [rad]} \\ q_2^{(d)} = -y/r + R \cdot \theta / r \text{ [rad]} \end{cases} \quad (2)$$

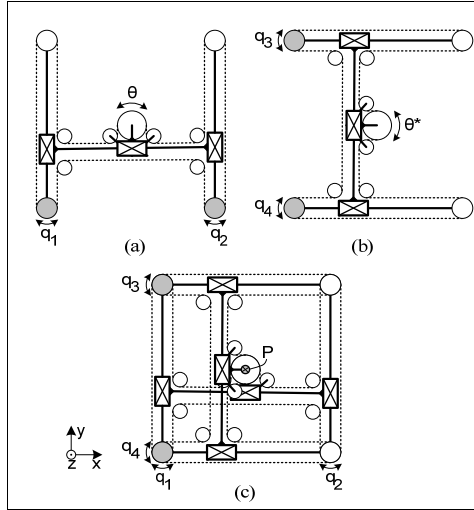
Az (1) és a (2) egyenletek alapján állapíthatók meg a 2. ábra (a) mechanizmusának mozgásegyenletei:

$$\begin{cases} q_1 = -x/r + y/r + R \cdot \theta / r \text{ [rad]} \\ q_2 = -x/r - y/r + R \cdot \theta / r \text{ [rad]} \end{cases} \quad (3)$$



1. ábra Gantry típusú mechanizmusok: az (a) és (b) esetben a P pontnak két szabadságfokú mozgása lehetséges, a (c) és (d)

ábrák ezeknek a meghajtására adnak megoldást



2. ábra Az (a) és (b) mechanizmusokból kialakított négy szabadságfokú robot (c) struktúrája

A végső berendezés két darab egyforma, két szabadságfokú mechanizmus egymásra csúsztatása után jön létre, amint az ábrán látható. A középső fogaskerekek egy-egy fogas szíj segítségével vannak meghajtva a q_i és a q_{i+1} ($i=1,3$) kerek segítségével.

Ugyanezen tengelyek biztosítják az x és az y irányban a szekerek elmozdulásait a következő egyenletrendszer alapján:

$$\begin{cases} q_1 = -x/r + y/r + R \cdot \theta / r \text{ [rad]} \\ q_2 = -x/r - y/r + R \cdot \theta / r \text{ [rad]} \\ q_3 = x/r + y/r + R \cdot \theta^* / r \text{ [rad]} \\ q_4 = -x/r + y/r + R \cdot \theta^* / r \text{ [rad]} \end{cases} \quad (4)$$

ahol az r és R változók a kis-, ill. a nagy fogas szíjkerék sugarát jelölik. A θ forgást végző szíjkerék, egy golyósanyán keresztül, egy tengelynek translációt kölcsönöz. Mivel a tengely merőleges a 2. ábrában bemutatott mechanizmus síkjára, így ennek segítségével a z elmozdulás valósítható meg. Ugyanakkor a θ^* forgást végző szíjkerék egy bordás anya

segítségével az említett tengelynek elfordulást biztosít a z tengely körül. A fenti egyenletek alapján meg lehet határozni az így kialakult négy szabadságfokú rendszer geometriai és kinematikai vezéregyenleteit [1]:

$$\mathbf{X} = (x \ y \ z \ \theta)^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \\ \frac{r}{2} & -\frac{r}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{p \cdot r}{2} & \frac{p \cdot r}{2} & \frac{p \cdot r}{4\pi \cdot R} & \frac{p \cdot r}{4\pi \cdot R} \\ \frac{r}{2R} & \frac{r}{2R} & \frac{r}{2R} & -\frac{r}{2R} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{pmatrix} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{q} \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = (\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\theta})^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \\ \frac{r}{2} & -\frac{r}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{p \cdot r}{2} & \frac{p \cdot r}{2} & \frac{p \cdot r}{4\pi \cdot R} & \frac{p \cdot r}{4\pi \cdot R} \\ \frac{r}{2R} & \frac{r}{2R} & \frac{r}{2R} & -\frac{r}{2R} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{pmatrix} = \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}} \quad (6)$$

2. Az ajánlott struktúra dinamikai modellje

A dinamikai modellezés a Lagrange-egyenlet segítségével van felvázolva. Így lehetőség nyílik az i . hajtótengelyen szükséges nyomaték kiszámítására, vagy a tengelyek szöggyorsulását, vagy a mozgatott, hasznos teher gyorsulását alapul véve. A Lagrange-egyenlet a következőképpen írható fel általános alakban:

$$M_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i}, \quad (7)$$

melyben a Lagrange-függvény az (8)–(10) egyenleteken keresztül számítható ki:

$$L = E^c - E^h = E_x^c + E_y^c + E_c^c + E_a^c - E_a^h, \quad (8)$$

$$E^c = \frac{m_x \cdot v_x^2}{2} + \frac{m_y \cdot v_y^2}{2} + \frac{m_c \cdot (v_x^2 + v_y^2)}{2} + \frac{m_a \cdot (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2} + \frac{J_a \cdot \omega_z^2}{2} \quad (9)$$

$$E^h = m_a \cdot g \cdot z$$

$$L = \frac{m_x + m_c + m_a}{2} \cdot v_x^2 + \frac{m_y + m_c + m_a}{2} \cdot v_y^2 + \frac{m_a}{2} \cdot v_z^2 + \frac{J_a}{2} \cdot \omega_z^2 - m_a g \cdot z \quad (10)$$

Ez utóbbit mátrixegyenletté lehet alakítani:

$$L = \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_c \\ m_a \\ J_a \end{pmatrix} \right]^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}^2 \\ \dot{y}^2 \\ \dot{z}^2 \\ \dot{\theta}^2 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_c \\ m_a \\ J_a \end{pmatrix} \right]^T \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \end{pmatrix}, \quad (11)$$

mely a következő formában is felírható:

$$L = \mathbf{A} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{X}}) \cdot \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{X}, \quad (12)$$

ahol:

$$\mathbf{A} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_c \\ m_a \\ J_a \end{pmatrix} \right]^T$$

$$\mathbf{B} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_c \\ m_a \\ J_a \end{pmatrix} \right]^T$$

Alapul véve a meghajtott tengelyek elmozdulásait és azok időbeni változásait a (12) felírható:

$$L = \frac{1}{2} \mathbf{A} \cdot \text{diag}(\mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{q} \quad (13)$$

A parciális és az idő szerinti deriválást elvégezve a (15)–(17) egyenletekhez jutunk:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{1}{2} \mathbf{A} \cdot \text{diag} \left(\mathbf{J} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \mathbf{A} \cdot \text{diag}(\mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{q}_i} \quad (14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{q}_i} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\mathbf{A} \cdot \mathbf{J} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{q}_i} \right) = \\ &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} \cdot \text{diag} \left(\frac{d\dot{\mathbf{q}}}{dt} \right) \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{q}_i} = \\ &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} \cdot \text{diag}(\ddot{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{q}_i} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial}{\partial q_i} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{q}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial q_i} \quad (17)$$

A fenti eredményeket figyelembe véve a (7) egyenlet a következő formát ölti:

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} \cdot \text{diag}(\ddot{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{q}_i} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial q_i} \quad (18)$$

A kinematikai modell összefüggéseiből viszont meghatározhatók a robotparamétergyorsulások a karakterisztikus pont gyorsulásai függvényében:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{r} & \frac{1}{r} & 0 & \frac{R}{R} \\ \frac{1}{r} & -\frac{1}{r} & 0 & \frac{R}{R} \\ \frac{1}{r} & \frac{1}{r} & \frac{2\pi \cdot R}{p \cdot r} & \frac{r}{R} \\ -\frac{1}{r} & \frac{1}{r} & \frac{2\pi \cdot R}{p \cdot r} & \frac{r}{R} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \ddot{\mathbf{X}},$$

mely a (18) egyenletet a következő formára egyszerűsíti:

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{A} \cdot \text{diag} \left(\ddot{\mathbf{X}} \right) \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{q}_i} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial q_i} \quad (19)$$

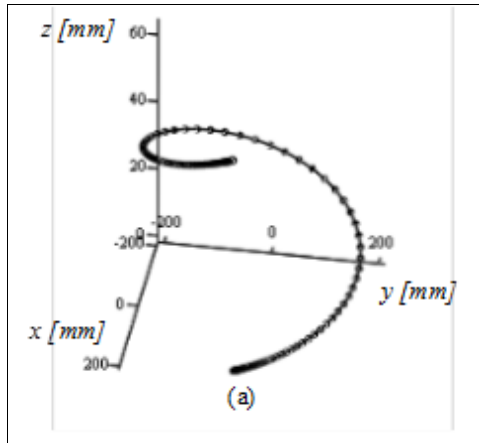
3. Numerikus alkalmazás

A 2. ábrán látható spirális útvonalat trapézformájú sebességváltozás mellett teszi meg a P karakterisztikus pont. A (12) egyenlet A és B mátrixainak meghatározására a

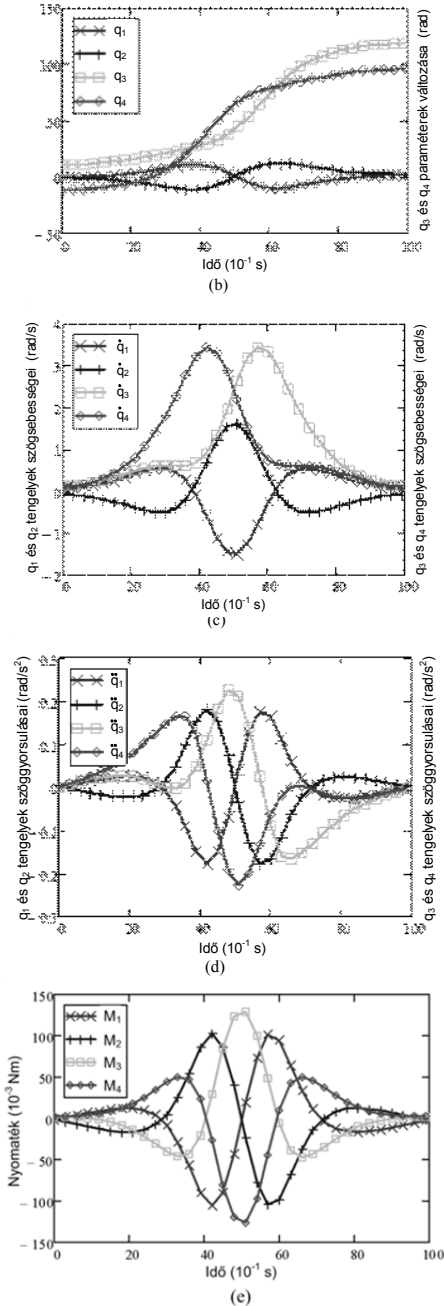
$$\begin{pmatrix} m_x & m_y & m_c & m_a & J_a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8\text{kg} & 0.8\text{kg} & 0.4\text{kg} & 0.2\text{kg} & 1.2\text{kgm}^2 \end{bmatrix}^T$$

egyenlőség lett figyelembe véve, míg az r és az R értékei 18 mm és 45 mm.

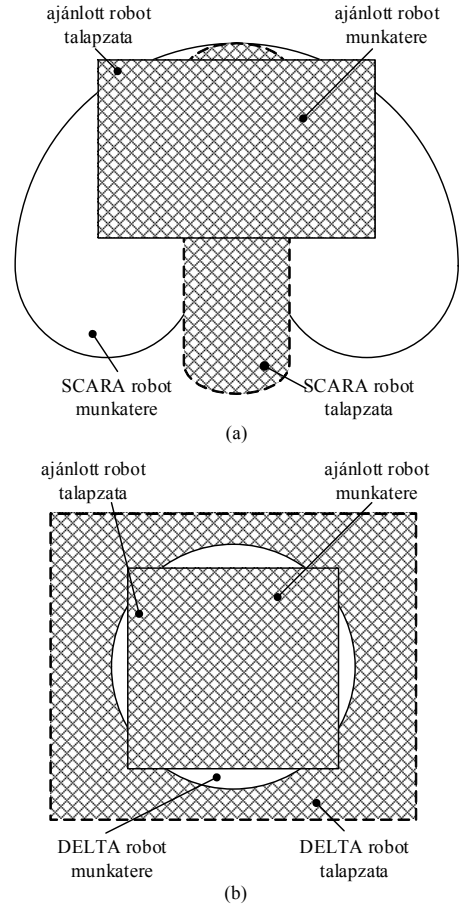
A 3.(e) ábrán látható szükséges nyomatékok tükrözik az említett értékeket. Megfigyelhető a (19) egyenletből és az ebből adódó grafikonból, hogy a nyomaték nem függ a robot aktuális helyzetétől, csak a szükséges gyorsulások befolyásolják. Ennek köszönhetően a vezérlés egyszerű, valós idejű, nyomatékvezérlést tesz lehetővé a robot felépítése.



3. ábra. A spirálmozgás (a)



3. ábra (folyt.) A spirálmozgás (a) és az azt megvalósító tengelybeli elmozdulások (b) és sebességek (c) gyorsulások (d) és nyomatékok (e)



4. ábra. Az ajánlott mechanizmus (elméleti) talpzatának és munkatérének összehasonlítása a SCARA típusú és DELTA típusú robotok talpzatával és munkatérével

3. Következtetések

Jelen dolgozatban egy négy szabadságfokú mechanizmus bemutatása történt, mely előnyös módon használható anyagmozgatást végző robotként.

Felépítéséből adódóan a mechanizmus munkatere egy téglatest, melynek minden belső pontjában bármely θ elfordulás megvalósítható a z tengely körül. Az a tény,

hogy az (5) egyenletben bevezetett Jacobi-mátrix (\mathbf{J}) független a robot pozíciójától, és csak konstruktív geometriai paramétereket tartalmaz, biztosítja, hogy \mathbf{J} soha nem nullázódhat le mozgás közben, tehát a munkatér szélén vagy ennek belsejében nincs sajátos konfiguráció, ami több térrészre osztaná a munkateret. Ennek a homogenitása garancia a maximális térhasználatra optimális, folytonos dinamikai működés mellett. A fent említett okok miatt alkalmasabbnak mondható az ajánlott struktúra használata az Adept Quattro s650H típusú robot alkalmazásánál [6]. Szintén a munkatér szintjén hasonlítható össze az ajánlott mechanizmus a SCARA típusú robottal [7]. Ebben az esetben a munkatér alakja jelenthet előnyt, ami mellé természetesen társul az említett homogenitás is.

Szakirodalmi hivatkozások

- [1] Forgó, Z.: *Mathematical Modelling of 4 DOF Gantry Type Parallel Manipulator*. ISR/Robotik2010, München, 2010
- [2] Gogu, G.: *Structural Synthesis of Parallel Robots*. Springer kiadó, Dordrecht, 2008
- [3] Merlet, J.P.: *Parallel Robots*, Springer kiadó, Dordrecht, 2006
- [4] Rolland, L.: *The Manta and the Kanuk: Novel 4-DOF Parallel Mechanisms for Industrial Handling*. Proc. ASME Dynamic Systems and Control Division, IMECE'99 Konferencia, Vol. 67, Nashville, USA, Nov. 14-19, 1999, 831–844.
- [5] Tsai, L.-W.: *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. Wiley, John & Sons Inc. Kiadó, New York, 1999.
- [6] <http://www.adept.com/products/robots/parralel/quattro-s650h/general> (Adept Quattro s650H robot leírása)
- [7] <http://robots.epson.com/product-detail/4> (Epson G10 SCARA Robots leírása)