

## ÚJ MODELL IDŐBEN VÁLTOZÓ ERŐFORRÁS-KORLÁTOS ÜTEMEZÉSI FELADATOK MEGOLDÁSÁRA

### A NEW MODEL FOR SOLVING TIME-VARYING RESOURCE- CONSTRAINED SCHEDULING PROBLEMS

Kulcsárné Forrai Mónika<sup>1</sup>, Kulcsár Gyula<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki és Informatikai Kar, Informatikai Intézet, Alkalmazott Informatikai Intézeti Tanszék, 3515, Magyarország, Miskolc-Egyetemváros; +36-46-565111/19-52, aitkfm@uni-miskolc.hu

<sup>2</sup>Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki és Informatikai Kar, Informatikai Intézet, Alkalmazott Informatikai Intézeti Tanszék, 3515, Magyarország, Miskolc-Egyetemváros; +36-46-565111/19-52, iitkgy@uni-miskolc.hu

#### Abstract

The paper presents a new model for solving time-varying resource-constrained scheduling problems of discrete production processes. The developed model is able to adapt to the requirements of real-life situations by taking into consideration the specific characteristics of modern manufacturing and assembly systems. Our research was focused on scheduling of tool preparation for a complex manufacturing system in automotive industry. The paper describes the most important characteristics of the analysed problem and shows the algorithm of the developed exact solving method.

**Keywords:** production, optimization, scheduling, modelling, algorithm.

#### Összefoglalás

A cikk bemutat egy új modellt a diszkrét termelési folyamatok időben változó erőforrás-korlátos ütemezési feladatainak megoldására. A kifejlesztett modell a korszerű gyártó-szerelő rendszerek speciális jellemzőinek figyelembevételével képes valós ipari igények kielégítésére. Kutatómunkánk során egy járműipari összetett alkatrészgyártó rendszer szerszám-előkészítésének ütemezésére koncentráltunk. A cikk ismerteti a vizsgált feladat legfontosabb jellemzőit és a kifejlesztett egzakt megoldási módszer algoritmusát.

**Kulcsszavak:** termelés, optimalizálás, ütemezés, modellezés, algoritmus.

#### 1. Bevezetés

A termeléstervezés és –ütemezés eredményei általában közvetlenül nem alkalmazhatók a gyártás operatív irányítására, mivel az elkészített tervek összevontan kezelt erőforrásokra alapozott nagyvonalú megoldást alkotnak. A termelésprogramozás (finom vagy részletes ütemezés) feladata az, hogy minden

részletre kiterjedő pontos végrehajtási finomprogramot készítsen rövid időhorizontra (pl. heti, napi, műszakonkénti bontásban).

Ahhoz, hogy az elkészített termelési finomprogramok a gyakorlatban megvalósíthatók legyenek, a komplex döntéshozatalnak ki kell terjednie a termelés főfolyamatain túl (gyártás, szerelés) a legfontosabb kapcsolódó mellék

(pl. logisztikai) és segéd (pl. szerszámellátó) folyamatokra is.

Cikkünkben bemutatunk egy új ütemezési modellt a hozzá tartozó megoldó algoritmussal együtt, amelyek egy konkrét ipari termelésprogramozási feladattípus szerszám-előkészítési részfeladatának megoldását valósítják meg.

## 2. A vizsgált ütemezési feladat

A vizsgált járműipari gyártóműhelyben üléselemeket készítenek különböző márkájú és típusú személyautókhoz. A vevők (jármű-összeszerelő vállalatok) által generált, adott terméktípusra és darabszámra vonatkozó termék-lehívásokat (rendeléseket) szigorúan előírt szoros határidőre kell teljesíteni.

Az üzem az üléselemek (végtermékek) előállítását körpálya kialakítású gyártórendszerekben valósítja meg. Az üzem gyártórendszerei közösen végzik a rendelések teljesítését. Adott terméktípus általában több pályán is gyártható. Minden egyes pálya adott számú teljes kört (ciklust) tud elvégezni egy műszakban, továbbá adott számú felfüggesztési ponttal (pozícióval) rendelkezik. Adott pálya adott pozíciójához egy adott típusú formahordozó csatlakoztatható, amely kialakítástól függően egy vagy két oldalas lehet. A formahordozó bal és jobb oldalához szerszámok (formák) rögzíthetők a technológia által meghatározott szabályok szerint. Szigorú szabályok írják elő, hogy milyen terméket, melyik pályán, milyen pozícióban, milyen típusú formahordozón, melyik oldalon és milyen más termékkel együtt lehet gyártani.

A pályák önállóan definiált műszakrend szerint működnek (nyolc órás műszakokat tekintve alapegységnek). Minden egyes műszakban pályánként előírt darabszámú pozícióban végezhető el csere. Egy csere alapegysége egy formahordozóból és a hozzá kapcsolódó formából (vagy

formából) álló konfiguráció. Adott konfiguráció levétele egy aktív pozícióból és egy előkészített másik konfiguráció felhelyezése ugyanabba a pozícióba jelent egy teljes cserét.

A pályák kialakítása különböző, ezáltal az egy műszakban megtehető teljes körök száma is eltérő. A termékek gyártásához rendszerint több, eltérő darabszámú forma és formahordozó áll rendelkezésre.

A termeléshez szükséges konfigurációk előkészítését (szét- és összeszerelését) szakképzett dolgozók végzik. Az előkészítési feladat időigényes, így a pályák együtteséből álló üzemben az egy műszakban elvégezhető konfiguráció-előkészítések száma szigorú kapacitáskorláttal határolt.

## 3. Megoldási koncepció

A szakirodalomban számos könyv és szakkikk foglalkozik az ütemezési modellekkel és módszerekkel pl. [1], [2], [4], azonban a vizsgált probléma sajátosságaihoz pontosan illeszkedő modellt nem találtunk.

A vázolt korlátozások miatt az üzem terméktípusonkénti termelési intenzitása viszonylag lassan módosítható, így a változatos megrendelések kiszolgálása igen komoly termelésprogramozási feladatot jelent. A szükséges információk rendelkezésre állása alapján a finomprogram jellemzően egy hetes időintervallumra előre készíthető el. A rendszer „lomhasága” miatt szükséges a különböző terméktípusokra egyedileg kalibrált készletszintet fenntartani.

A termelésprogramozási feladat megoldásakor a technológiai és egyéb korlátozások mellett különös figyelmet kell fordítani a konfigurációk előkészítésének korlátaira is.

A vázolt feladat NP-nehéz jellegéből következően a fejlesztés során alapvetően heurisztikus és tudás-intenzív keresési

technikákra koncentráltunk. Korábban sikeresen alkalmazott modelljeinkből indultunk ki [3].

A feladat döntési változóinak értékét egy többoperátoros és többcélú kereső algoritmus állítja be. A kifejlesztett ütemező szoftver iteratívan módosítja az aktuális ütemtervet, konzisztens változtatásokkal új megoldásokat készít.

A keresési algoritmus egy közbenső lépése által előállított megoldásról meg kell állapítani, hogy az konfiguráció-előkészítés szempontjából megvalósítható-e vagy sem. Ez azt jelenti, hogy az aktuálisan vizsgált termelési programhoz készíteni kell egy megvalósítható konfiguráció-előkészítési ütemtervet, amely a korlátozásoknak megfelel. Ha ez lehetséges, akkor a termelési finomprogram megvalósítható, ellenkező esetben nem.

#### 4. Új ütemezési modell

A termelésprogramozási (keresési) feladatba beépülő konfiguráció-előkészítési részprobléma önállóan is megfogalmazható ütemezési feladat formájában. A cikk további részében ennek a részproblémának a megoldására térünk ki részletesen.

A konfiguráció-előkészítések (munkák) ütemezési feladata a következőképpen foglalható össze:

- Adott  $n$  számú egymástól független  $J_i$  munka ( $i=1, 2, \dots, n$ ), önállóan definiált legkorábbi indítási és legkésőbbi befejezési időpontokkal határolva.
- Adott egy erőforrás-rendelkezésre állást definiáló lista, amely átlapolódás nélküli időintervallum-szakaszokból áll, és a kezdési időpontok szerint növekvő sorrendbe rendezett.
- Időintervallumonkénti bontásban rendelkezésünkre áll egy erőforrás halmaz, amely szerelő szakmunkásokból áll, akik az időintervallumokban külön-külön előírt

számú konfiguráció előkészítésére képesek.

- A cél az, hogy készítsünk ütemtervet a korlátozások betartásával úgy, hogy a határidő túllépés maximális értéke a lehető legkisebb legyen.

Ez a probléma ebben a formájában nagyon nehezen kezelhető. Ezért kidolgoztunk egy probléma-transzformációs eljárást, melynek segítségével a problémát átalakítjuk egy továbbfejlesztett párhuzamos gépes ütemezési feladatra, melyben a rendelkezésre álló gépek száma függ az időtől. A transzformáció lényege a következő:

- Az időintervallumokat a műhelyhez rendelt globális rendszerben besorszámozzuk decimális egészekkel. Ezeket a sorszámokat lépéseknek nevezzük ( $s$ ). A lépések egy összefüggő sorozatot alkotnak, ez helyettesíti az időtengelyt.
- Mivel egy konfiguráció-előkészítés műveleti ideje egy műszak hosszánál nem lehet nagyobb, ezért a műveleti idők rendre egységnyi értéket (lépést) vesznek fel ( $p_i = 1$ ).
- A munkák időadatait rendre átalakítjuk lépésekre: a legkorábbi indítási időpontot a befogadó műszakot követő műszak lépésszámára ( $r_i$ ), a határidőt a befogadó műszak sorszámára ( $d_i$ ) váltjuk át, és a teljesítés időpontját a befogadó műszak sorszámával kifejezett alakban keressük ( $C_i$ ).
- A munka készését szintén egységnyi lépésben mérjük ( $L_i = C_i - d_i$ ).
- A szerelő szakmunkások halmazát felcseréljük párhuzamosan működő virtuális gépekre (erőforrásokra), amelyek egyszerre csak egy munkán dolgozhatnak, és minden munkán egyszerre csak egy erőforrás dolgozhat. A virtuális gépek száma lépésenként eltérő lehet, melyet szimbolikusan  $P(s)$  jelöléssel fejezünk ki. Az

időintervallumban elvégezhető előkészítések számára vonatkozó eredeti korlátozás adja az adott lépésben rendelkezésre álló virtuális gépek számát.

A transzformált feladat megoldására a következő algoritmust dolgoztuk ki:

```

Algoritmus  $P(s) \mid p=1; r_i=\text{egész}; d_i=\text{egész} \mid L_{\max}$ 
 $J_i$ -k rendezése  $r_i$  alapján növekvő sorrendbe;
 $j := 1$ ;
WHILE  $j \leq n$  DO
  BEGIN
     $s := r_j$ ;
     $I := \{J_i \mid J_i \text{ nem ütemezett és } r_i \leq s\}$ ;
     $k := 1$ ;
    WHILE  $I \neq \text{üres}$  DO
      BEGIN
        Vegyük a legkisebb  $d_i$ -hez tartozó  $J_i$ -t az  $I$ -ből;
         $I := I \setminus \{J_i\}$ ;
        Ütemezzük  $J_i$ -t az  $s$  lépés  $k$ -adik gépére;
         $C_i := s$ ;
         $L_i := C_i - d_i$ ;
         $j := j + 1$ ;
        IF  $k + 1 \leq P(s)$ 
          THEN  $k := k + 1$ ;
        ELSE
          BEGIN
             $s := s + 1$ ;
             $k := 1$ ;
             $I := I \cup \{J_i \mid J_i \text{ nem ütemezett és } r_i \leq s\}$ 
          END
        END
      END
    END
  END
END

```

A bemutatott algoritmus minimális késést eredményező megoldást állít elő. Polinomiális futási idő érhető el, ha a munkák indexét az indítási időpontok alapján osztjuk ki. Ha a legnagyobb késés ( $L_{\max}$ ) nullánál nem nagyobb, akkor létezik megvalósítható konfiguráció-előkészítési ütemterv a vizsgált termelési programhoz. Az algoritmus a  $C_i$  értékek megadásával egyben elő is állítja a keresett megoldást (ütemtervet). A  $J_i$  munkát (konfiguráció-előkészítést) a  $C_i$ -edik lépéshez tartozó műszakban kell elvégezni.

## 5. Következtetések

A cikkben ismertettük egy járműipari összetett termelésprogramozási feladat modellezését és megoldását. A feladat megoldása során a technológiai főfolyamatok mellett különös figyelmet kellett fordítani a szerszám-előkészítési folyamatokra is.

A szerszám-előkészítés ütemezésére egy új modellt dolgoztunk ki, amely időben változó számú párhuzamos gépekből álló erőforrás-környezetet, valamint indítási és befejezési időpontokkal határolt, egységnyi műveleti idejű független munka-halmazt foglal magába. A késések minimalizálására törekedve kidolgoztunk egy feladat-specifikus új megoldó algoritmust, amely polinomiális futási idő alatt optimális megoldás előállítására képes.

A kidolgozott új ütemezési modell és algoritmus hatékonyan alkalmazható egyrészt összetett termelésprogramozási feladatokban a főfolyamatokhoz kapcsolódó segédfolyamatok időben változó erőforrás-korlátainak figyelembe vételére, másrészt párhuzamosan működő erőforrások allokálására határidős ütemezési feladatok esetében.

## Szakirodalmi hivatkozások

- [1] Allahverdi, A. Ng. C. T., Cheng, T. C. E., Kovalyov M. Y.: *A Survey of Scheduling Problems with Setup Times or Costs*, European Journal of Operational Research, 187, 2008, 985-1032.
- [2] Brucker P.: *Scheduling Algorithms*, 5th ed, Springer, 2007, 371.
- [3] Kulcsár, Gy., Kulcsárné, F. M.: *Detailed Production Scheduling Based on Multi-Objective Search and Simulation*, Production Systems and Information Engineering, Vol. 6, 2013, 41-56.
- [4] Pinedo, M. L.: *Planning and Scheduling in Manufacturing and Service*, 2th ed, Springer, 2009, 537.