

KARBANTARTÁSI FOLYAMAT VALÓSZÍNŰSÉGI MODELLJE

STOCHASTIC MODEL OF A MAINTENANCE PROCESS

Pokorádi László

Óbudai Egyetem, Bánki Kar, Biztonságtechnikai Intézeti Tanszék, Magyarország,
H-1081, Budapest, Népszínház utca, 8. Tel: +36 30 9194929
pokoradi.laszlo@bkg.uni-obuda.hu

Abstract

The operation of systems is a stochastic process based upon the equipment, equipment operation and maintenance, equipment preparation and repairs, and also the personnel carrying out repairs, as well as the regulations for operations. From the mathematical point of view, the operation of technical systems and equipment is a discrete state space stochastic process without after-effects, so it can be approximated with a Markov-chain. After setting up the transition probability matrix, matrix-algebraic tools can be used for investigating these processes with systems approach analysis. This paper is aimed to demonstrate the possibilities of the use of Markov-matrix in case of stationary maintenance processes. In this paper a well-algorithmizable method developed by the author for mathematical modeling of stationary stochastic maintenance process is presented. The presented modeling method can be used for the assessment of availability, reliability and maintenance cost of a technical system.

Keywords: modeling; maintenance; system investigation.

Összefoglalás

Technikai rendszerek üzemeltetése egy a berendezésekre, azok üzemeltetését, karbantartását, előkészítését és javításukat végző személyekre és berendezésekre, illetve annak irányítására szolgáló utasításokra épülő sztochasztikus folyamat. Matematikai szempontból technikai rendszerek és berendezések üzemeltetése egy diszkrét állapotterű, utóhatásmentes sztochasztikus folyamat, így azt Markov-lánccal lehet matematikailag leírni. Az átmeneti valószínűségi mátrix felállítása után, mátrix-algebrai eszközök segítségével tudjuk a vizsgált folyamatot rendszerszemléletű megközelítéssel elemezni. A tanulmány célja bemutatni a stacionárius karbantartás folyamatok Markov-mátrix felhasználásának történő elemzési lehetőségeit. A cikk a Szerző által kidolgozott, jól algoritmizálható stacioner sztochasztikus modellmegoldási eljárást mutat, mely segítségével prognosztizálható a gyártóberendezések megbízhatósága, rendelkezésre állása, valamint karbantartási költségei.

Kulcsszavak: modellezés; karbantartás; rendszerelemzés.

1. Bevezetés

A műszaki gyakorlat egyik legfőbb területe a különböző technikai berendezések, rendszerek és létesítmények üzemeltetése, karbantartása. Az üzemeltetés tágabb értelemben a technikai eszközök használatának, különböző szintű kiszolgálásának és javítá-

sának összetett folyamata. Ez a valós, technikai folyamat matematikai szempontból sztochasztikus (véletlen) folyamatnak tekinthető.

A technikai eszközök üzemeltetésének kérdéskörében kiterjedt irodalommal találkozhatunk. Ushakov [4] szerint a „rendelkezésre állás” (availability) az eszköz azon

képessége, hogy képes ellátni feladatait, ha az szükséges, illetve a „javítás” (repair) az eszköz egy működőképes állapotának helyreállítását jelenti.

Az üzemeltetési folyamatok rendszersejtelítű vizsgálata esetén megállapítható, hogy az egyes, jól definiált állapotokból való távozások függetlenek az előzőkben történtektől. Ezen tulajdonság alapján a technikai eszközök üzemeltetési folyamata Markov folyamatnak tekinthető és így matematikailag Markov-lánccal modellezhető [3].

Az üzemeltetési folyamatok valószínűségi modellezéséhez szükséges matematikai alapismertetek, többek közt, Karlin és Taylor [1], Wentzel és Ovcsarov [5], Ushakov [4], valamint Pokorádi [2] könyveiben olvashatóak.

Pokorádi a Markov-mátrix alkalmazási lehetőségét mutatja be beállt, más megfogalmazásban stacioner, üzemeltetési folyamat sztochasztikus matematikai modelljének felállítási és alkalmazási módszereit [2]. A leírt eljárás előnye a könnyű algoritmizálhatósága, mely a Szerző munkájának legfőbb célja volt.

A tanulmány célja – a fentiekben ismertett tudományos munkákra támaszkodva – a beállt üzemeltetési folyamatok stacioner Markov-modelljére épülő modellezési eljárásának bemutatása. A javasolt módszer alkalmas a megfelelő, vagy elvárt szintű üzemképesség fenntartásához szükséges tartalékberendezések, valamint a vizsgálati, tervezési időszak alatt várható javítások számának meghatározására.

A tanulmány az alábbi részekből áll: A 2. fejezet a vizsgált üzemeltetési rendszer matematikai modelljét írja le. A 3. fejezet a egy hálózati rendszer egy berendezéséhez kapcsolódó esettanulmányt mutat be. A 4. fejezet összegzi a tanulmány elkészítésekor szerzett tapasztalatokat.

2. Üzemeltetési folyamatok valószínűségi modellje

Az üzemeltetés tágabb értelemben a technikai eszközök használatának, különböző szintű kiszolgálásának és javításának összetett folyamata, az üzemeltetés során az üzemeltetők (az alkalmazó szervezeti egységek) használják (üzemben tartják), tárolják, az üzemfenntartás keretében kiszolgálják, karbantartják, javítják a technikai eszközöket. Egy technikai eszköz üzemeltetése az eszközzel, vagy annak valamely rendszerével, berendezésével a gyártás és a kiselejtezés között törtétek összessége. Ez a valós, fizikai folyamat matematikai szempontból sztochasztikus folyamatnak tekinthető.

Összességében megállapíthatjuk, hogy az üzemeltetési folyamat egy folytonos idejű, diszkrét állapotterű markovi-, vagy félmarkovi folyamatként (azaz láncként) modellezhető és megfelelő statisztikai adatok birtokában elemezhető.

Úgynevezett beállt üzemeltetési, karbantartási folyamatokat stacioner Markov folyamattal tudjuk matematikailag modellezni [3]. Beállt üzemeltetési folyamaton olyan folyamatot értünk, ahol a különféle állapotváltási – főleg a meghibásodási – valószínűségek időben nem (vagy csak elhanyagolható mértékben) változnak. Ilyen üzemeltetési folyamatot tapasztalhatunk a bejáratási és a kiöregedési szakaszok között, ha nem lép fel jelentős változás az üzemeltetési körülményekben.

3. A vizsgált üzemeltetési folyamat modellje – esettanulmány

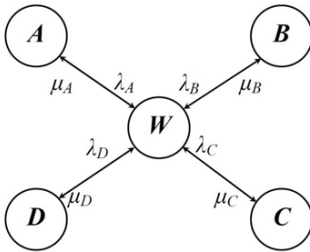
Egy nagyméretű hálózati rendszeren belül tömegesen alkalmazott berendezés üzemeltetése során négy (A; B; C; D) eltérő típusú – egy-egy részegységéhez kötődő – meghibásodást tapasztaltak. A meghibásodások gyakoriságát a Meghibásodások közti átlagidővel (MTBF – Mean Time Between Failures) jellemezzük.

A berendezés javításának sajátossága, hogy a C típusú meghibásodás kivételével jelentős méretű – mintegy 45 napos – logisztikai időigényt is jelent. Mivel vizsgálatunkat alapvetően a végfelhasználó szempontjából végezzük, így a javításhoz kötődő oda-vissza történő szállítást is a javításokhoz kötjük. Így a javítás időigényét az úgynevezett átlagos megfordulási idővel (Mean Repair Turnaround Time – MRTT) jellemezzük. Továbbá az is megállapítható, hogy a meghibásodások esetén a berendezés helyszíni cseréjének ideje elhanyagolható a meghibásodások közti, illetve megfordulási időkhöz képest. Így ezen időigényektől a modellalkotás során eltekintünk.

1. táblázat. Statisztikai elemzés főbb (névleges) adatai

	A	B	C	D
MTBF [óra]	183627	162059	152800	179789
λ [óra ⁻¹]	5.446 10 ⁻⁶	6.171 10 ⁻⁶	6.545 10 ⁻⁶	5.562 10 ⁻⁶
MRTT [óra]	1080.8	1081.1	167.13	1079.8
μ [óra ⁻¹]	9.252 10 ⁻⁴	9.250 10 ⁻⁴	5.983 10 ⁻³	9.261 10 ⁻⁴

A folyamatot az 1. ábrán látható súlyozott élű, irányított gráffal szemléltetjük, ahol az élek súlyát az állapotváltási valószínűség sűrűségek (meghibásodási, illetve megfordulási ráták) adják meg.



1. ábra. A folyamat gráf modellje
 W – rendelkezésre állás; 1 – A típusú meghibásodás javítása; 2 – B típusú meghibásodás javítása; 3 – C típusú meghibásodás javítása; 4 – D típusú meghibásodás javítása

A meghibásodások és a javításaik főbb statisztikai adatait az 1. táblázat tartalmazza.

A folyamat Kolmogorov-féle differenciál-egyenletrendszere – mely az állapotokban való tartózkodás valószínűségeinek időbeni változását írja le – az alábbi módon adható meg:

$$\begin{aligned} \frac{dP_W}{d\tau} &= -(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D)P_W + \mu_A P_A + \mu_B P_B + \mu_C P_C + \mu_D P_D \\ \frac{dP_A}{d\tau} &= \lambda_A P_W - \mu_A P_A \\ \frac{dP_B}{d\tau} &= \lambda_B P_W - \mu_B P_B \\ \frac{dP_C}{d\tau} &= \lambda_C P_W - \mu_C P_C \\ \frac{dP_D}{d\tau} &= \lambda_D P_W - \mu_D P_D \end{aligned} \quad (1)$$

Mivel az általunk vizsgált folyamatot beálltnak, azaz időben változatlanak tekinthetjük, így az állapotokban való tartózkodási valószínűségek időszerinti deriváltjainak zérusnak kell lenniük, azaz:

$$\frac{dP_W}{d\tau} = \frac{dP_A}{d\tau} = \frac{dP_B}{d\tau} = \frac{dP_C}{d\tau} = \frac{dP_D}{d\tau} = 0 \quad (2)$$

A megoldás további feltétele az is, hogy

$$\sum_{i=W}^D P_i(\tau) = 1 \quad (3)$$

amely azt fejezi ki, hogy az üzemeltetés tárgya csak a fenti öt állapot (melyek esetünkben a teljes eseményteret alkotják) valamelyikében tartózkodhat.

Ekkor az (1) – (3) egyenletek alapján a vizsgált állandósult üzemeltetési folyamat sztochasztikus modellje az alábbi mátrixalakban írható fel:

$$\begin{bmatrix} -(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D) & \mu_A & \mu_B & \mu_C & \mu_D & 1 \\ \lambda_A & -\mu_A & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \lambda_B & 0 & -\mu_B & 0 & 0 & 1 \\ \lambda_C & 0 & 0 & -\mu_C & 0 & 1 \\ \lambda_D & 0 & 0 & 0 & -\mu_D & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_W \\ P_A \\ P_B \\ P_C \\ P_D \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Az **1. táblázat** (névleges) értékeinek felhasználásával a fenti, (4) egyenlet – azaz a vizsgált üzemeltetési folyamat modelljének – megoldási eredményeit tartalmazza a **2. táblázat**.

2. táblázat. *A modell névleges futási eredményei*

	<i>W</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
P_i	9.807 $2 \cdot 10^{-1}$	5.772 $4 \cdot 10^{-3}$	6.542 $4 \cdot 10^{-3}$	1.072 $7 \cdot 10^{-3}$	5.890 $1 \cdot 10^{-3}$

A modell futási eredményei alapján kijelenthető, hogy a vizsgált üzemeltetési rendszer a berendezés 98%-os rendelkezésre állását biztosítja. Továbbá megállapítható, hogy leggyakrabban a *B* típusú meghibásodás következik be, így 1000 óránként 6~7 darab berendezés javítására kell felkészülni a karbantartóknak. Ezzel szemben legkevesebb mértékben (1000 óránként 1 darab) *C* típusú meghibásodás lép fel. Ráadásul, ezen meghibásodás javítási – pontosabban megfordulási – átlagideje a legkisebb.

3. Következtetések

A tanulmány bemutatta a beállt üzemeltetési folyamatok Markov-mátrixszal történő stacioner sztochasztikus modellje felállításának egy jól-algoritmizálható eljárását. Az esettanulmány során kapott eredmények alapján kijelenthető, hogy kidolgozott elemzési eljárás alkalmas a karbantartási rendszer hatékonyságának biztosításához, növeléséhez szükséges döntések támogatá-

sára. A szimulációs eredmények többek között felhasználhatóak:

- egy technikai rendszer üzemeltetéséhez szükséges tartalékberendezések,
- a vizsgálati, tervezési időszak alatt fellépő javítások számának, munkaerő-, anyag-, illetve költség igényének meghatározására, valamint a modellezett üzemeltetési folyamat mélyebb – például Monte-Carlo szimulációs – vizsgálatára, illetve szimulációs érzékenységelemzésére. Ez utóbbi elemzések későbbi publikációk témáját képezik.

A Szerző további tudományos kutatásainak célja az üzemeltetési, karbantartási menedzsment döntéshozatalát támogató további matematikai modellezésen, matematikai szimuláción alapuló folyamat-, és rendszerelemzési eljárások kidolgozása, valamint – esettanulmányok felhasználásával – gyakorlati alkalmazási lehetőségeinek bemutatása.

Szakirodalmi hivatkozások

[1] Karlin, S.; Taylor, H.M.: *Sztochasztikus folyamatok*, Gondolat, Budapest, 1985.
 [2] Pokorádi, László: *Rendszerek és folyamatok modellezése*, Campus Kiadó, Debrecen, 2008.
 [3] Rohács, József; Simon, István: *Repülőgépek üzemeltetési zsebkönyve*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1989.
 [4] Ushakov, I.A.: *Handbook of Reliability Engineering*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1994.
 [5] Wentzel, E.; Ovcharov, L.: *Applied Problems in Probability Theory*, Mir Publisher, Moscow, 1986