*XXII. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, 2017. Kolozsvár, 311–314.* *DOI: 10.33895/mtk-2017.07.69*
*http://hdl.handle.net/10598/29811*

# PARAMETRIKUS BIZONYTALANSÁGELEMZÉSI MÓDSZEREK ANYAGVIZSGÁLATI SZEMLÉLTETÉSE

# DEMONSTRATION OF PARAMETRIC UNCERTAINTY INVESTIGATION METHODS BY A MATERIALS TESTING EXAMPLE

Nagyné Halász Erzsébet[1], Pokorádi László[2] Stein Vera[3]

*[1]Óbudai Egyetem, Bánki Kar, Anyagtudományi és Gyártástechnológiai Intézet, H-1081, Magyarország, Budapest, Népszínház utca, 8.; +36 1 6665315, nagynei.halasz@bgk.uni-obuda.hu*

*[2]Óbudai Egyetem, Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet H-1081, Magyarország, Budapest, Népszínház utca, 8.; +36 30 9194929, pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu*

*[3]Óbudai Egyetem, Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet H-1081, Magyarország, Budapest, Népszínház utca, 8.; stein.vera@bgk.uni-obuda.hu*

## Abstract

During engineering measurement and calculations parametric uncertainty can be seen that can be modeled and is described by appropriate mathematical methods and tools. One of the aims of material testing is the surface's micro-hardness determination. This study describes the main mathematical methods for describing the parametric model uncertainties and they are illustrated through an example of material testing.

***Keywords**: model uncertainty, parameter anomaly, materials testing*

## Összefoglalás

A mérnöki mérések és számítások során parametrikus bizonytalanság tapasztalható, mely megfelelő matematikai módszerekkel modellezhető és leírható. Az anyagvizsgálati eljárások egyik célja lehet a fémek, fémfelületek mikro-keménységének megfelelő pontosságú meghatározása. A tanulmány a parametrikus modellbizonytalanságot leíró főbb matematikai módszereket mutatja be és szemlélteti azokat egy anyagvizsgálati példán keresztül.

***Kulcsszavak:** modell bizonytalanság, paraméter-eltérés, anyagvizsgálat*

## 1. Bevezetés

A bizonytalanság vizsgálata során, annak forrása alapján, megkülönböztetünk ismereti (angol nevén: „epistemic”), és parametrikus („parameter uncertainty”) bizonytalanságot.

Az ismereti bizonytalanság szubjektív bizonytalanságként szemlélhető. Ezek az okok magukba foglalhatják például a megfelelő információk, fizikai ismeretek hiányát, melyek megakadályozhatják a helyes modell felállítását.

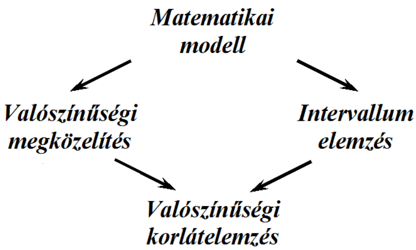
A parametrikus bizonytalanság elsődlegesen az objektivitáshoz kapcsolható, és megfelelő módszerekkel modellezhető, feldolgozható.

Tanulmányunk célja az alapvető parametrikus bizonytalanságelemzési módok anyagvizsgálati példával történő szemléltetése.

A tanulmány az alábbi részekből áll: A 2. fejezet a parametrikus modell bizonytalanságelemzési módszereket írja le röviden. A 3. fejezet egy mikro-keménységmérési példán szemlélteti az elemző eljárásokat. A 4. fejezet összegzi a tanulmány elkészítésekor szerzett tapasztalatokat.

## 2. A modellek parametrikus bizonytalansága

A parametrikus bizonytalanság tudományos szintű elemzése alapvetően két eltérő módon oldható meg [4]. Ezeket szemlélteti az **1. ábra** „második sora”.




**1. ábra.** *Bizonytalanságelemzési módszerek*

Az első mód a gerjesztések bizonytalansága következtében fellépő lehetséges rendszerválaszok meghatározása intervallum értékekkel. Ezen eljárási mód annak figyelembevétele, hogy néhány, vagy az összes független paraméter nem egy adott értékkel rendelkezik, hanem bizonyos intervallumon belül található. Általános megfogalmazásuk esetén az intervallumokhoz nem kapcsolunk valószínűségi eloszlásokat, csak a lényegi eredmények lehetséges jövőbeli szélső értékeit határozzuk meg.

A valószínűségi módszere a környezet gerjesztéseinek minden lehetséges eleméhez valamilyen valószínűségi eloszlást rendel. A lehetséges rendszerválaszokhoz történő valószínűségek rendelése egy általánosan alkalmazott gyakorlat. Ilyenkor az sem ritka, hogy úgynevezett szubjektív valószínűségekkel találkozunk, ami szakértők (vagy bizonyos esetekben laikusok) által becsült valószínűségi értéket jelent.

Általában, ha az adatok valószínűségi eloszlásai ismertek, elméletileg mindegyik alternatíva következményeinek eloszlását megtudhatjuk. Ez egy egyszerű kritérium esetén a vizsgált rendszer vagy folyamat kvalitatív tulajdonságának valószínűségi eloszlását jelenti.

Például egy determinisztikus matematikai modell esetén, amikor a modell bemenő és belső jellemzői valamilyen bizonytalansággal bírnak a kalkuláció során használt valós értékű mennyiségekkel kapcsolatban, a bizonytalanságelemzés intervallumelemzéshez vezethet.

A valószínűségi módszerek egyik legelterjedtebb formája a Monte-Carlo-szimuláció, mellyel részletesebben Pokorádi és Molnár [4] publikációjukban foglalkoznak.

## 3. A szemléltető példa

A fentiekben elvben leírt parametrikus bizonytalanságelemzési eljárásokat – terjedelmi okok miatt röviden – Kovács-Coskun [1] és [2] publikációiban ismertetett vizsgálatai során végzett méréseinek eredményeit használtuk fel. A mérési eredményeket az 1. táblázat szemlélteti.

Vickers-keménység (*HV*) keménységmérést 136°-os csúcsszögű négyzet alapú gyémántgúlának *F* terheléssel a tárgy felületébe való benyomása útján végzik úgy, hogy a közel négyzetes lenyomat két átlóját mérik és azok középértékéből1 (*d*) számítják a lenyomat felületét.

Mivel a gyémánt gúla csúcs fél szöge $\alpha = 68°$, azaz $\sin \alpha = 0{,}9272$, ekkor a

$$HV = \frac{1{,}854F}{d^2} \qquad (1)$$

egyszerű modellt tudjuk alkalmazni, ahol:
$F$ – a terhelő erő, *kp*-ban;

*d* – a négyszög lenyomat két átlójának számtani közepe $\mu m$-ben [3].

**1. táblázat.** *Mérési eredmények*

| Sorszám | Mért átló *d [μm]* | Statisztikai adatok *[μm]* |
|---|---|---|
| 1 | 114,0 | |
| 2 | 111,0 | Átlag: 107,9 |
| 3 | 102,6 | |
| 4 | 106,3 | Szórás: |
| 5 | 102,0 | 4,34 |
| 6 | 105,3 | |
| 7 | 108,3 | Maximum: |
| 8 | 112,6 | 114 |
| 9 | 112,0 | |
| 10 | 112,3 | Minimum: |
| 11 | 103,3 | 102 |
| 12 | 105,0 | |

Ha az **1. táblázat** átlagát (*107,9 μm*) számoljuk, akkor a vizsgált munkadarab Vikers-keménysége egészszámra kerekítve:

$$32\ .$$

Intervallumelemzés esetén viszont a maximális (*114 μm*) és minimális (*102 μm*) értékeket kell vizsgálnunk a keménység lehetséges értékei intervallumának meghatározásához. Ekkor azt tudjuk mondani, hogy a vizsgált munkadarab Vikers-keménysége a

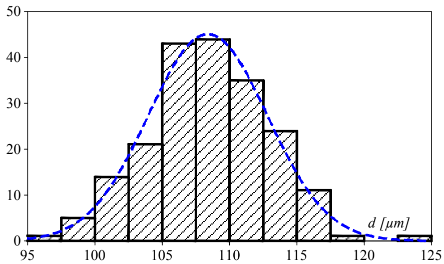
$$29 \sim 36$$

intervallumba esik.

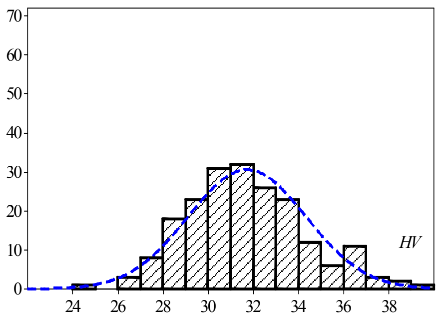
A valószínűségi megközelítés esetén az 1. táblázat adatainak elemzésével megállapított átlag és szórás felhasználásával – a kis mintaszám miatt – normál eloszlást feltételezve, például Monte-Carlo-szimulációval határozzuk meg a vizsgált munkadarab Vickers-keménységének eloszlását.

A szimulációhoz használt átmérők hisztogramját a 2., az így kapott Vickers-keménységek hisztogramját pedig a **3. ábra** szemlélteti.

A valószínűségi megközelítés hibája, hogy a felhasznált valószínűségi eloszlások nem veszik figyelembe a valós mérnöki lehetőségeket. Például, tisztán matematikai megközelítéssel – bizonyos valószínűséggel – lehetséges a negatív átmérőjű tengely is. Ezt a hiányosságot küszöbölhetjük ki a valószínűségi korlátelemzés alkalmazásával. Esetünkben a Monte-Carlo-szimulációhoz a mért adatok minimum és maximum értékei alapján – a „közkedvelt" *3σ* szabályt alkalmazva határozzuk meg az alkalmazandó normál eloszlás várható értékét (a minimum–maximum intervallum közepe) és szórását (az intervallum „hosszának" hatoda).

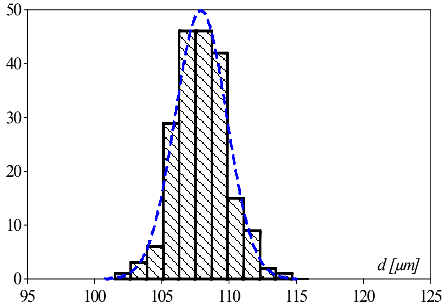



**2. ábra.** *Valószínűségi megközelítés gerjesztéseinek hisztogramja*

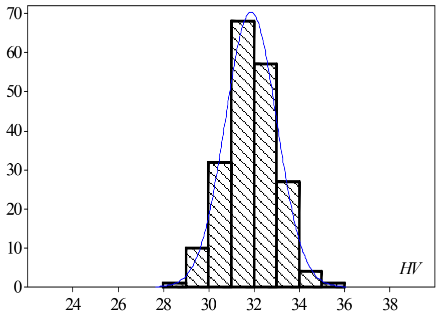



**3. ábra.** *Valószínűségi megközelítés válaszainak hisztogramja*

A valószínűségi korlátelemzéssel elvégzett szimulációhoz használt átmérők hisztogramját a **4. ábra**, az így kapott Vickers-ke-ménységek hisztogramját pedig az **5. ábra** szemlélteti.




**4. ábra.** *Valószínűségi korlát megközelítés gerjesztéseinek hisztogramja*




**5. ábra.** *Valószínűségi korlát megközelítés válaszainak hisztogramja*

Vessük össze a kapott eredményeket!

Ha „csak” a mérési eredmények átlagával határoztuk meg a munkadarab keménységét, egyetlen értéket kaptunk. Az eredmény bizonytalanságától nem szereztünk információt. Ne feledjük, hogy a értékeit mindig egész számmal fejezzük ki. Esetünkben pont fel is tehetjük Mátyás király híres kérdését: ***Hány még a harminckettő?***

Az intervallumbecslés alkalmazása esetén már tudjuk, hogy a 32 akár, 29 vagy 36 is lehet.

A valószínűségi megközelítés alapján már egy eloszlást is tudhatunk arról, hogy mennyi a 32. Viszont azt is beláthatjuk, hogy a matematikailag lehetséges értékek mérnöki lehetetlenségeket is takarhatnak (lásd **2.** és **3. ábrá**kat).

Ezért alkalmaztuk a valószínűségi korlátelemzést. Figyelembe vettük azt, hogy a mért paraméterek valamilyen valószínűségi eloszlással bírnak. De azt is figyelembe vettük, hogy ezen eloszlásoknak valós, fizikai korlátai vannak. Ez utóbbi megközelítés eredményeit szemlélteti a **4.** és az **5. ábra**.

A két utóbbi elemzés eredményeinek összehasonlításakor látható, hogy a valószínűségi korlát elemzés Vickers-keménység eloszlása egy szűkebb, a mérnöki valóságot jobban tükröző intervallumra koncentrálódik.

## 4. Következtetések

Dolgozatunk röviden leírta, és egy anyagvizsgálati (mikro-keménységmérési) példán keresztül szemléltette az alapvető parametrikus modell bizonytalanságelemző módszereket. A másodrendű valószínűségi megközelítés bemutatásától – terjedelmi okok miatt – jelen munkánkban eltekintettünk.

Célunk a néha csak elméleti fejtegetésnek tűnő kérdéskör gyakorlati, nem csak anyagvizsgálati, mérnöki példával való bemutatása, értelmezése.

## Szakirodalmi hivatkozások


[1] Kovács-Coskun, T., Völgyi B., Sikari-Nágl I: *Investigation of aluminium-steel joint formed by explosion welding*. Journal of Physics-Conference Series 602, 2015, 1-4.

[2] Kovács-Coskun T.: *Explosive Surface Hardening of Austenitic Stainless Steel*, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering123, 2016, 1-5.

[3] Nagyné Halász, E.; Pokorádi L.: *Parametrikus modellbizonytalanság: egy anyagvizsgálati példa,* A XXI. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka előadásai, Kolozsvár, 2016, 293-296.

[4] Pokorádi L.; Molnár B.: *A Monte-Carlo szimuláció szemléltetése,* Szolnoki Tudományos Közlemények XIV, 2010, 1-12.