

ROBOTKAR INVERZ KINEMATIKAI FELADATÁNAK MEGOLDÁSA „KVÁZIDIFFERENCIÁLIS” FIXPONT TRANSZFORMÁCIÓS MÓDSZERREL

SOLUTION OF THE INVERSE KINEMATIC TASK OF A ROBOT-ARM BASED ON „QUASI-DIFFERENTIAL” FIXED- POINT TRANSFORMATION METHOD

Faitli Tamás¹, Tar József²

¹Óbudai Egyetem, Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar, 1034 Magyarország, Budapest, Bécsi út 96/B; Tel. +36-1-666-5300, faitlit@gmail.com

²Óbudai Egyetem, Bejczy Antal iRobottechnikai Központ, 1034 Magyarország, Budapest, Bécsi út 96/B; Tel. +36-1-666-5543, tar.jozsef@nik.uni-obuda.hu

Abstract

While the forward kinematic task of robots can be solved easily through homogenous transformation matrices, the inverse kinematic task leads to difficulties as the construction of the system gets more complex. In this paper, a solution has been worked out for a three Degree-of-Freedom robot-arm based on recent researches, by the use of a novel, fixed-point transformation based technique.

Keywords: robot-arm, inverse kinematics, fixed-point theorem, „quasi-differential” solution.

Összefoglalás

Míg egy robotkar direkt kinematikai feladata általában homogén transzformációs mátrixok segítségével egyszerűen megoldható, addig az inverz kinematikai feladat a rendszer felépítésétől függően rendkívül bonyolulttá válhat. Jelen dolgozatban egy nemrégii kutatásra alapozva, fixpont transzformáción alapuló közelítő numerikus megoldás került kidolgozásra egy három szabadsági fokú robotkar inverz kinematikai feladatának megoldására.

Kulcsszavak: robotkar, inverz kinematika, fixpont, „kvázidifferenciális” megoldás.

1. Bevezetés

Nyílt láncú robotkarok inverz kinematikai feladata, vagyis, hogy a kar végpontjának egy adott helyzetét milyen csuklóállásokkal tudjuk elérni sokszor egy rendkívül bonyolult feladat. Egy redundáns, néhány szabadsági fokú rendszerrel is végtelen számú „pózban” elérhető a végpontnak egy kívánt pozíciója. A hagyományos megközelítések ezen feladat megoldására többnyire magukba foglalnak egy mátrix invertáló

műveletet, ami a robot kinematikailag szinguláris pontjainál kiszámíthatatlan. A mozgás során, ez hirtelen „rángásokat” eredményezhet, ami egyaránt magára és a környezetre is veszélyes. [1]-ben, egy új eljárás került kidolgozásra, ami a feladatot egy fixpont feladattá alakítja, ami nem tartalmaz mátrix invertáló műveletet, így elkerülhető a szinguláris pontoknál, vagy azok közelében, az ún. rosszul kondicionált esetekben adódó probléma.

1.1. A „Kvázidifferenciális” fixpont transzformációs módszer működéséről röviden

Vegyük $q \in \mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N}$ tömböt, ami egy n szabadsági fokú nyílt kinematikai lánc csuklóinak koordinátáit tartalmazza, valamint $x \in \mathbb{R}^m, m \in \mathbb{N}$ tömböt, ami a robotkar egyes pontjainak Descartes műhelykoordinátáit foglalja magába. Továbbá vegyünk $s \in [s_i, s_f] \subset \mathbb{R}$ paramétert, ami vagy egybeesik magával az idővel, vagy annak függvénye, így, $x(s)$ a nominális mozgást írja le.

Tegyük fel, hogy adott egy $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, mint $x = f(q)$ nemlineáris, differenciálható valós függvény, ahol a feladat az adott x értékhez a q változó megtalálása. Ez [2]-ben a következőképp lett átalakítva egy fixpont problémára. Vegyünk egy $F(\xi): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ valós differenciálható függvényt, aminek van egy „attraktív fixpontja” $F(\xi_*) = \xi_*$. Az $F(\xi)$ függvény használatával egy sorozat alkotható az ismétlődő jelekből:

$$q_{s,i+1} = [F(A \| f(q_{s,i}) - x \| + \xi_*) - \xi_*] \frac{f(q_{s,i}) - x}{\|f(q_{s,i}) - x\|} + q_{s,i} \quad (1)$$

amiben a normált kifejezés Frobenius formulával számítható, az $A \in \mathbb{R}$ pedig egy konstans paraméter. Amennyiben egy adott k iteráció során, ahol $q_{s,k} = q_*$ értéke kielégíti az $x = f(q_*)$ feltételt, az (1) egyenlet $q_{s,k+1} = q_{s,k}$ egyenletbe torkollik, amiből egyértelműen látszik, hogy q_* megoldás egyben a függvény fixpontja is lesz. Amennyiben (1) konvergenciája garantálható, egy aktuálisan elérni kívánt $x(s)$ betáplálásával az algoritmus néhány iteráció után megközelíti a függvény fixpontját, vagyis $q_{s,i}$ a probléma megoldásába fog tartani, ami alapján megkapjuk a szükséges q_s csuklóállásokat.

A konvergencia eléréséhez fontos paraméter az A konstans érték, melynek több-

nyire egy kis, jól megválasztott előjelű érték szükségeltetik. A működéshez még fontos megemlíteni, hogy a módszer feltételezi, hogy a rákövetkező $s+1$ időpillanatban az (1) egyenletben $q_{s,i}$ a fixpont közelében tartózkodik, ami belátható abból, hogy kezdetben ismerjük a robot helyzetét, utána pedig kis lépésekben haladunk tovább.

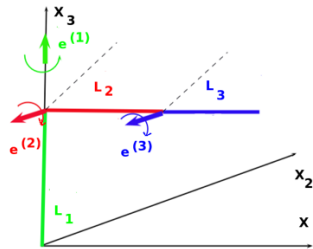
A módszer továbbá egy közelítő Jacobi mátrix használatát javasolja a konvergencia garantálásához, ami mellesleg elkerüli azon eseteket is, mikor a konstrukció miatt egy robotkar Jacobi mátrixa nem négyzetes alakot vesz fel. A javaslat szerint x helyett egy módosított $\tilde{x} \equiv J^T(q)x = J^T f(q)$ kifejezés alkalmazása szükséges.

2. Implementáció

A módszer implementálása és eredményeinek vizsgálata jelen dolgozatban szimulációs úton történt, elérhetősége, és egyszerűsége miatt.

2.1. A vizsgált rendszer

A vizsgált robotkar modellje az 1. ábrán látható. A robotkar részletesebb leírása és annak levezetése [3]-ban található.



1. ábra. A vizsgált robotkar kinematikai modellje az „alappozícióban”

Amennyiben a 3. karrész végpontja pályájának követése a cél, az implementáláshoz elegendő a végpont Descartes koordinátáinak ismerete. Ezeket a direkt kinematika alapján egyszerűen megkaphatjuk. (Az áttekinthetőség kedvéért vezessük be a $c_i \equiv \cos(q_i)$, valamint a $c_{ij} \equiv$

$\cos(q_i + q_j)$ jelöléseket, valamint hasonló eljárással az s_i, s_{ij} szinusz változatukat.)

$$\begin{pmatrix} x_{3v} \\ y_{3v} \\ z_{3v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_3 c_1 c_{23} + c_1 c_2 L_2 \\ L_3 s_1 c_{23} + s_1 c_2 L_2 \\ -s_{23} L_3 - s_2 L_2 + L_1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

(2)-ben a megfelelő tagok parciális deriválása után megkapjuk a robot Jacobi mátrixát, vagyis a $J =$

$$\begin{pmatrix} -L_3 c_{23} s_1 - L_2 c_2 s_1 & -L_3 c_1 s_{23} - L_2 c_1 s_2 & -L_3 c_1 s_{23} \\ L_3 c_1 c_{23} + c_1 c_2 L_2 & -L_3 s_1 s_{23} - s_1 s_2 L_2 & -L_3 s_1 s_{23} \\ 0 & -L_3 c_{23} - L_2 c_2 & -L_3 c_{23} \end{pmatrix} \quad (3)$$

2.2. Szimuláció

A szimuláció az *fmtu_simulation.jl* „julia” programnyelven íródott szkript segítségével lett végrehajtva.

Az (1)-ben szereplő $F(\xi)$ függvény a szimulációban az $F(\xi) = \frac{\xi}{2} + D$ függvényre valósult meg. A további paramétereket az **1. táblázat** tartalmazza.

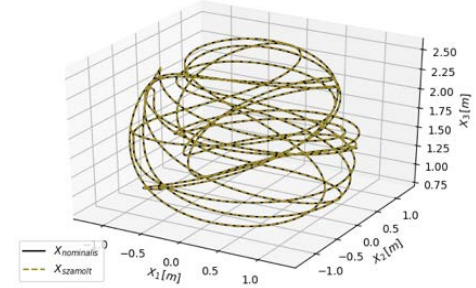
1. táblázat. A szimuláció paraméterei

1. szegmens hossza L_1 [m]	1.5
2. szegmens hossza L_2 [m]	0.8
3. szegmens hossza L_3 [m]	0.5
A	-1.0
D	0.3

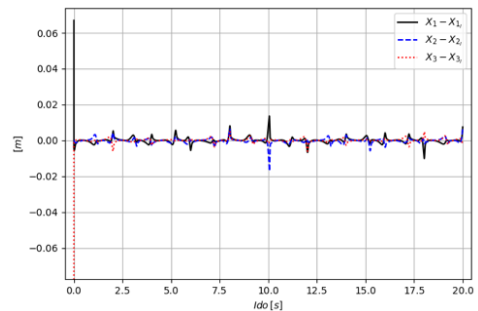
A nominális pályák egyszerű szinuszfüggvényekkel lettek generálva, vagyis a robotkar a rendelkezésre álló munkatérben folyamatosan pásztázik. A direkt kinematika segítségével egy előzetes ciklusban először tárolásra került ez a generált „nominális” pálya, amit aztán bevezetünk a fentebb bemutatott algoritmusba, mint elérni kívánt pálya, és hagyjuk, hogy az megállapítsa magától a szükséges csuklóállásokat. Ezek szintén tárolásra kerülnek, amit a végén ábrázol a program.

2.3. Eredmények

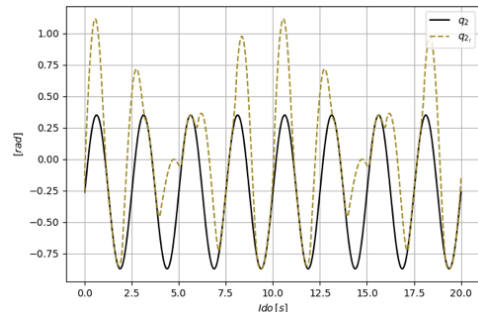
Az szimuláció eredményei a következő ábrákon láthatók.



2. ábra. A nominális és a számolt Descartes-koordináták 3D-s ábrázolása



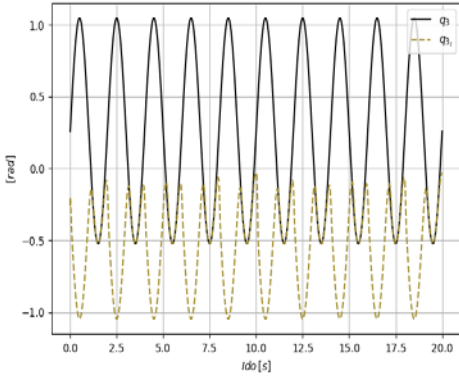
3. ábra. Trajektóriakövetési hiba



4. ábra. A nominális és a számolt q_2 csuklókoordináták

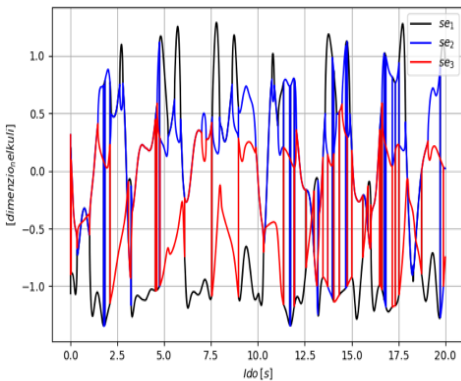
Jól látható, hogy a Descartes műhelykoordináták követése meglehetősen pontos, miközben a csuklókoordináták helyenként eltérnek az eredeti, nominális értékektől. Ez annak felel meg, hogy a követett pálya egyes részei különböző kar-konfigurációkkal is elérhetők: a megoldásként adott

mozgás más kar-konfigurációnak felel meg, mint az a mozgás, amivel a követendő pályát létrehoztuk. A kétféle út közti szétválás a szinguláris pontokban lehetséges.



5. ábra. A nominális és a számolt q_3 csuklókoordináták

Érdeemes megnézni továbbá a Jacobi mátrix sajátértékeit a szimuláció során. Ez minimális bővítéssel a programkódban már hasonlóan ábrázolható.



6. ábra. A Jacobi mátrix sajátértékeinek valós része

Látható, hogy több pontban is 0 értéket vesz fel a Jacobi mátrix valamely sajátértéke, azaz a robotkar a mozgás során többször is áthalad kinematikailag szinguláris pontokon.

3. Következtetések

A dolgozat tárgyát képző módszer egyszerűen implementálható, annak paramétereit szimulációs úton könnyedén beállíthatók, ami végül meglehetősen jó pályakövetést eredményez még a szinguláris pontokban és azok környezetében is.

Amennyiben a számolt csuklókoordinátákon pontosítani szeretnénk, az x tömböt, valamint annak alapján a Jacobi mátrixot kibővíthetjük a robotkar további pontjaival, így elősegíthetjük, hogy az automatikusan választott megoldás közelebb legyen az általunk kívánt megoldáshoz.

Köszönetnyilvánítás

A jelen közlemény az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-17-1-I kódszámú Új Nemzeti Kiválósági Programjának, valamint az NTP-HHTDK-17-0047 kódszámú programjának támogatásával készült.

Szakirodalmi hivatkozások

- [1] B. Csanádi; J.K. Tar; J.F. Bitó: *Matrix inversion-free quasi-differential approach in solving the inverse kinematic task*. In Proc. of the 17th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics (CINTI 2016), 17-19 November 2016, Budapest, Hungary, 61–66.
- [2] A. Dineva; J.K. Tar; A. Várkonyi-Kóczy; V. Piuri: *Adaptive control of underactuated mechanical systems using improved "Sigmoid Generated Fixed Point Transformation" and scheduling strategy*. In Proc. of the 14th IEEE International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics, January 21-23, 2016, Herl'any, Slovakia, 2016, 193–197.
- [3] T. Faitli: *Robotkar dinamikai szabályozásának szimulációs összehasonlító vizsgálata "Fixpont Transzformációs Adaptív" és "Fixpont Transzformáció Alapuló Modell Referenciás Adaptív (MRAC)" szabályozóval*. TDK dolgozat, ÓE-BGK Kari TDK Konferencia, 2017. nov. 15.