

## MÉRNÖKI FELADATOK MEGOLDÁSAINAK GRÁF-SZEMÉLTETÉSE

### GRAPH-DEMONSTRATION OF SOLVINGS OF ENGINEERING TASKS

Horváth Fruzsina<sup>1</sup>, Pokorádi László<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Óbudai Egyetem Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar Műszaki Biztonságtudományi Szakműhely, Magyarország 1081 Budapest, Népszínház u. 8.; +36 30 9251751, [hrvt.fruzsina@gmail.com](mailto:hrvt.fruzsina@gmail.com)

<sup>2</sup> Óbudai Egyetem Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet, egyetemi tanár, Magyarország 1081 Budapest, Népszínház u. 8.; +36 30 9194929 [pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu](mailto:pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu)

#### Abstract

During technical education it is a very difficult and essential task to develop good logical engineering thinking of students or pupils. One main part of this thinking is to determine the optimal set of required input parameters of the calculation task mentioned above. The LogTreeMM (Logical Tree of Mathematical Modelling) method can help to solve this task. The aim of this paper is to show development of this method to determine required parameters of a mathematical model by a simple case study.

**Keywords:** *mathematical model, logical graph, STEM education.*

#### Összefoglalás

A mérnöki tantárgyak oktatása, tanulás közben fontos feladat, az oktattott ismeretanyag elsajátításán túl, a hallgatók logikus műszaki problémamegoldó gondolkozásának kialakítása. Ezt segítheti elő jelen tanulmány szerzőinek egyike által nemzetközi folyóiratban publikált LogTreeMM – Logical Tree of Mathematical Modelling (a matematikai modellezés logikai fája) feladatelemző módszer. A cikk ezen eljárást továbbfejlesztését szemlélteti egy egyszerű fizikai példán keresztül.

**Kulcsszavak:** *matematikai modell, logikai gráf, STEM képzés.*

#### 1. Bevezetés

A mai technológiailag fejlett világunkban különösen fontos szerep jut a műszaki tanulmányoknak. Hogy ezt a világot megértsük, és boldogulni tudjunk benne, átfogó és kellőképpen mély műszaki ismeretekkel kell rendelkezniünk. Már a tanulmányaik során is komplex problémákkal és feladatokkal

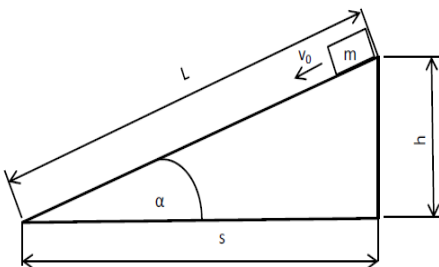
találkozhatnak a hallgatók, melyek a bennük rejlő mélyebb összefüggések feltárását igényli. Ezeket a célokat az úgynevezett STEM education (Science, Technology, Engineering and Mathematics) összegzi. A STEM pedig nem más, mint egy új irányelveket valló oktatási szemléletmód [3], Tanulmányunkban a [4] irodalomban leírt LogTreeMM módszernek, vagyis a Logical Tree of Mathematical Modelling (a matematikai modellezés

logikai fája) módosítását mutatjuk be, mely a műszaki tárgyak oktatása illetve tanulása során is eredményesen alkalmazható. A javasolt módszer a jól ismert gráf alapú elemzések közé tartozik. A módszer lépésenként, szisztematikusan haladva tárja fel a feladat megoldásának egyes pontjait, miközben a lépések közti összefüggéseket is bemutatja. Szemléletesen ábrázolja az adott mérnöki feladat megoldásának logikai-szakmai felépítését, így vizuálisan is könnyen áttekinthetővé, értelmezhetővé teszi a hallgatók számára az összetettebb problémák megoldási lehetőségeit.

## 2. Esettanulmány

A metódust egyszerű fizikai példán keresztül mutatjuk be és szemléltetjük, amivel könnyen nyomon követhetővé és elsajátíthatóvá válik az eljárás. szemléltető feladat a Bera, Pokorádi szerzőpáros által írt [1] cikkben bemutatott feladat adaptációja, mely Gelencsér [2] tankönyvéből származik. A feladat megoldásának logikájában nem történt változás, azonban a szemléltetést más módon oldottuk meg. Fontos megemlíteni, hogy a módszer nem csak a mechanika tárgyán belül alkalmazható, hanem bármilyen feladatra ráhúzhatjuk a sémát,

Adott egy  $m$ , tömeggel rendelkező pont, melyet a lejtő felső pontjától  $v_0$  kezdősebességgel indítanak el (1. ábra). Kérdés: Mekkora ennek a tömegpontnak mozgási energiája a lejtő alján?



1. ábra. A mintapéllda szemléltetése

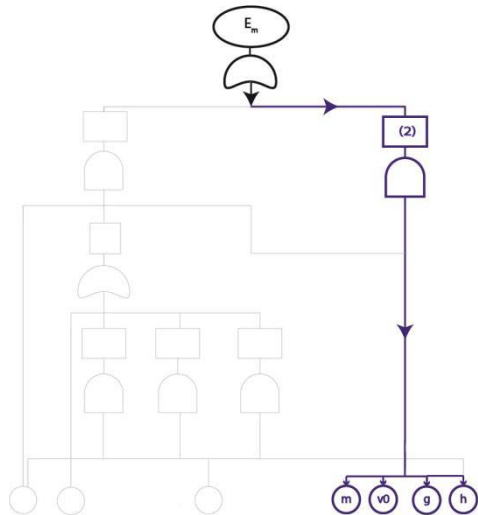
A feladat megoldásának első lépéseként át kell gondolnunk milyen összefüggések segítségével tudunk eljutni a helyes válaszig, azaz a központi problémáig.

Jelen esetben két fizikai összefüggés is alkalmasnak mutatkozik arra, hogy meghatározhatassuk vele a mozgási energiát:

$$E_m = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgL\sin\alpha \quad (1)$$

$$E_m = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh \quad (2)$$

A két összefüggés közül elegendő egy a megoldáshoz, így közöttük **VAGY** logikai kapcsolat található. Mint látjuk, két fizikai összefüggés áll rendelkezésünkre, tehát ezen a ponton rajtunk áll, hogy melyik számítási módot választjuk, illetve azon, hogy milyen kiinduló adataink vannak, mit tudunk felhasználni ezekből.



2. ábra. A (2) „kék” megoldási útvonal

Amennyiben a (2) összefüggés **kék** ágán haladunk tovább, össze kell gyűjtenünk azokat a változókat, melyek feltétlenül fontosak az egyenlet megoldásához.

Ezek jelen esetben:  $m$  tömeg **ÉS**  $v_0$  kezdősebesség **ÉS**  $g$  nehézségi gyorsulás **ÉS**  $h$  lejtőmagasság **ÉS**  $\alpha$  lejtő hajlásszög. Mivel a paraméterek közül az összesre szükségünk van, ezért ezeket **ÉS** logikai kapuval kell bevezetni.

A további megoldási utak mindegyike az (1) összefüggés ágán „közelíti meg” a problémát.

Itt azonban különbséget kell tennünk az egyes változók között: az  $m$ ,  $g$ ,  $L$ ,  $h, v_0$ -t alapváltozóknak nevezzük, ugyanis ezek mérésrel vagy empirikus úton közvetlenül meghatározhatók. Az  $\alpha$ -t, azaz a lejtő hajlásszögét azért kell megkülönböztetnünk a többi paramétertől, mivel azt megkaphatjuk közvetlenül, mérésrel (ekkor alapváltozónak tekinthetjük) vagy a lejtő geometriai jellemzői és különböző szögfüggvények segítségével. Ezen a ponton válnak el az egyes útvonalak az (1) összefüggés ágán.

Miután ezt végiggondoltuk, fel kell írunk az egyes összefüggéseket (3), (4), (5), (6) melyek megadják alfa számításának matematika formuláját azokra az esetekre, amennyiben az  $\alpha$ -t nem kezeljük alapváltozónak.

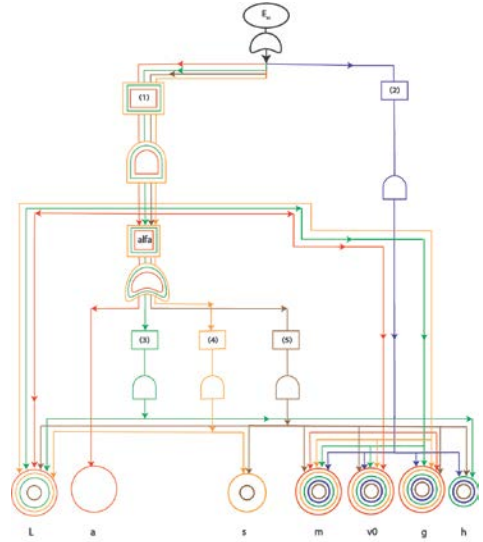
$$\alpha = \arcsin \frac{h}{L} \quad (3)$$

$$\alpha = \arccos \frac{s}{L} \quad (4)$$

$$\alpha = \arctg \frac{h}{s} \quad (5)$$

$$\alpha = \text{arcctg} \frac{s}{h} \quad (6)$$

A **piros** színnel jelölt megoldási mód az (1) egyenletet használja fel, amelyhez mindenképp tudnunk kell az  $m$ ,  $g$ ,  $L, v_0$ ,  $\alpha$  paramétereket. Ebben a megoldási verzióban  $\alpha$ -t is alapváltozóként kezeljük, ezért itt a vagy kapu után közvetlenül megkapjuk, és nem kell használnunk egyéb összefüggéseket.



3. ábra. A mintafeladat logikai hálójája

A **zöld** színű útvonal esetében viszont már nincs olyan egyszerű dolgunk, itt fel kell használnunk az (3) összefüggést is az (1) egyenleten felül. Az ezekhez szükséges paraméterek az  $m$ ,  $g, L, v_0$  és  $h$ .

A **narancssárga** változatnál az (1) egyenlet után az (4) összefüggés ágán haladunk tovább, ezekhez szükségünk van az  $m$ ,  $g, v_0, L$ , és  $s$  változókra.

Míg az utolsó, azaz **barna** típushoz az (5) egyenletet kell alkalmaznunk az (1) egyenlet után. A szükséges paraméterek az  $m, g, L, v_0, s$  és  $h$ . Ezzel az ábrával azonban a (6) egyenletet felhasználó megoldási mód is szemléltethető, hiszen az arcus cotangens szögfüggvény megoldásához is az  $s$  és  $h$  paraméterek szükségesek.

Miután számba vettük külön-külön az egyes megoldási verziókat, tekintsük meg az összesített ábrát, melyen az összes útvonal látható, és gondoljuk át, hogy milyen következtetéseket vonhatunk le belőle. A **3. ábrán** a legszembevetőbb, és a leglátványosabban az a tény látszik, hogy 5 különböző módot alkalmazhatunk a feladat megoldása céljából, amennyiben a (6)

egyenletet nem tekintjük külön megoldásnak.

Az is jól látszik a **3. ábrán**, hogy a legrövidebb és a legegyszerűbb útvonal a **kék** színű verzióhoz tartozik, ahol elég 4 alapváltozót tudunk. Ezzel szemben a **barna** színű megoldáshoz már 6 változó kell feltétlenül ismernünk és használunk az feladat sikeres teljesítéséhez. Ezek a változók a  $v_0$ ,  $g$ ,  $m$ ,  $L$ ,  $a$ ,  $h$ ,  $s$ , amiből könnyen levonhatjuk azt a következtetést, hogy ez az útvonal igényli a legtöbb paramétert, ezért ez a leghosszabb mindközül.

Ezen kívül az ábrán még az is jól látszik, hogy  $a$ ,  $v_0$ ,  $g$ ,  $m$  paraméterek mind az öt alakalommal szükségesek a megoldáshoz, hiszen ezeket a változókat az összes megoldási út használja. Mivel alapváltozókról van szó, emiatt már a feladat leírásából ismernünk kell őket, illetve a  $g$ , nehézségi gyorsulás nemzetközileg elfogadott alapértékét, mint fizikai állandó ismeretére is feltétlenül szükségünk van.

### 3. Összegzés

Tanulmányunkban a LogTreeMM módszer átdolgozott változatát mutattuk be egy egyszerű mechanika példán keresztül szemléltetve.

Úgy gondoljuk, hogy ez a módszer igen jól illeszkedik a STEM szemléletű oktatásmód irányelveihez, melynek fő célja az oktatási rendszer sikeresebbé tétele. Tanulmányaink alatt kiemelten fontos, hogy ne csak a tananyag felületes elsajátítására törekedjünk, hanem a megtanult ismeretek helyes alkalmazására is a tanulási folyamat során, amihez az általunk bemutatott módszer nyújt segítséget.

### Szakirodalmi hivatkozások

- [1]Bera, B., Pokorádi, L.: *A LogTreeMM szemléltetése*, A XX. Fiatal Műszaki Tudományos Ülésszak Előadásai (2015), 75–78.
- [2] Gelencsér, E.: *Mozgástan zárthelyi feladatok* BSc, Szent István Egyetemi Kiadó, Gödöllő:2014. 124.
- [3] Horváth F.: *Mérnöki számítások megoldásainak gráf-szemléltetése*, TDK dolgozat ÓE. BGK, Budapest, 2017. (Konzulens: Pokorádi László)
- [4] Pokorádi, L.: *Logical Tree of Mathematical Modeling, Theory and Applications of Mathematics & Computer Science* 5 (1) (2015) 20–28.

### Köszönetnyilvánítás

A tanulmányunk az **Új Nemzeti Kiválóság Program (ÚNKP-17-1)** támogatásával, az Óbudai Egyetem Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar **Műszaki Biztonságtudományi Szakműhely –  $\mu\beta\sigma$**  – keretében készült.

