

AZ OPTIMÁLIS ÉS MODELL PREDIKTÍV IRÁNYÍTÁSOK ÁTTEKINTÉSE ÉS VALÓS IDEJŰ ALKALMAZÁSA, KÜLÖNÖS TEKINTETTEL AZ ÁLLAPOTBECSLŐK HASZNÁLATÁRA

SURVEY OF OPTIMAL CONTROL AND MODEL PREDICTIVE CONTROL WITH STATE ESTIMATION AND A REAL TIME APPLICATION

Dávid László,¹ György Katalin,² Galaczi László-Alpár³

Sapientia-Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar, Villamosmérnöki Tanszék,
Marosvásárhely, Románia

¹ ldavid@ms.sapientia.ro,

² kgyorgy@ms.sapientia.ro

³ galaczil@yahoo.com

Abstract

The optimal control and its limited version namely the model predictive control represent one of the most important nonlinear control alternatives nowadays. The success of them are also proven in many practical applications. These can provide for several industrial applications the optimal trajectory calculation as well as calculation of the real-time control signal. One successful version of this is Generalized Predictive Control (GPC). A big advantage of these control algorithms is that they solutions are able to take into account the limitations of the inputs, and the states. In some cases, it is important to know the mathematical model chosen and the complete state information. Otherwise, the model can be estimated during the operation. Our study shows through the control of the cathode heating of a high power electron beam device the self-tuning adaptive control thus constructed. Using a suitable dynamic model and an extended Kalman estimator, we determine the estimated temperature of the two cathodes during operation and the saturation electron current, which ensures the maximum cathode life. The practical application was tested on a CTW 5/60 type electron gun.

Keywords: *optimal control, Kalman filter, model predictive control, optimal trajectory.*

Összefoglalás

Az optimális irányítás és ennek korlátos változata a modellprediktív irányítás napjaink egyik legfontosabb nemlineáris irányítási alternatíváját jelenti, melynek gyakorlati alkalmazásokban bizonyított sikerei is jelzik fontosságát. Ezek biztosíthatják egy-egy ipari alkalmazásnak az optimális pályaszámítást, valamint a valós idejű vezérlőjel-szekvencia számítását. Egyik sikeres változata ennek az általánosított prediktív irányítás (GPC). Nagy előnyük ezeknek az irányítási algoritmusoknak az, hogy a megoldásnál képesek figyelembe venni a bemenetek, valamint az állapotok korlátozásait is. Bizonyos esetekben fontos a választott matematikai modell és a teljes állapotinformáció ismerete. Ellenkező esetben a modellt működés közben lehet megbecsülni. A tanulmányunk egy nagy teljesítményű elektronsugaras berendezés katód fűtésének szabályozása kapcsán mutatja be az így felépített önhangoló adaptív irányítást. Egy megfelelő dinamikus modell és Kálmán-becslő segítségével határozzuk meg működés közben a két katód becsült hőmérsékletét, illetve a maximális katódelettartamot biztosító szaturációs elektronáramot. A gyakorlati alkalmazást egy CTW 5/60-típusú elektrongyűn teszteltük.

Kulcsszavak: *optimális szabályozó, Kálmán szűrő, modell prediktív szabályozó, optimális pályatervezés.*

1. Bevezetés

Ismert tény, hogy napjainkban – a digitális beágyazott rendszer elterjedésének köszönhetően – bár nagyon gyakran alkalmazunk numerikus irányítási algoritmusokat, mégis a működő szabályozások jelentős része a klasszikus PID- vagy ennek megfelelő algoritmussal működik. Megfigyelhető az is, hogy nagyon divatosak lettek az ún. adaptív PID-algoritmusok, amelyek implementációja könnyű, és nagyon egyszerűen áttekinthető. Igen ám, de igényes szabályozások esetében a PID által biztosított maximum egylépéses predikció a gyakorlatban nem megfelelő. És ekkor jöhetnek képbe az ún. minimális szórású, illetve modellalapú prediktív irányítások, amelyek horizontját a tervező választja meg. Ezek keretében a PID-irányítás megfelelője a GPC-irányítás, amely a gyakorlatban könnyen megvalósítható és a predikciós horizontnak, valamint annak, hogy egy paraméterbecslővel kiegészítve adaptív algoritmust kaphatunk, bizonyosan jó alternatívája lehet az említett szabályozásoknak. Tehát egy GPC-algoritmus, és egy legkisebb négyzetes paraméterbecslő gyakorlatban már adaptív irányítást biztosít, mert a paraméterbecslő megadja az aktuális munkapontnak megfelelő regressziós paramétereket, és ennek alapján a GPC-irányítás megfelelő vezérlőjelet számol. Persze itt a kérdés az, hogy van-e olyan algoritmusunk, amely mindkét feladatot el tudja végezni adott mintavételezési idő alatt, amely sokszor milliszekundum nagyságrendű. Nos, vannak olyan folyamatok ahol ezt képtelen egy adaptív GPC-algoritmus elvégezni, sőt nemlineáris rendszereknél – mivel a becsült paraméterek csak a munkapont egy szűk környezetében érvényesek – és ezért minden mintavételben el kell végezni a becslést, mely fokozottan érzékeny lehet a számítási időkre. Vajon milyen lenne az az algoritmus, amely akár nemlineáris rendszereknél is a teljes működési tartományban képes lenne elvégezni a becslést, és így nem kellene működés közben erre pocsékolni a drága számítási időt. Nos, ilyen algoritmus a GPC-irányítás egyik változata, a neurális GPC-irányítás, amely a regressziós becslést nem ARMAX-, ARIMAX-, CARIMAX-modellekkel végzi, hanem egy neuronhálóval. Természetesen ez is egy regressziós becslés, a szakirodalom a NARMAX-becslés néven ismeri, és így egy előzetes becslés alapján lehet a GPC-irányításnak megfelelő vezérlőjelet számítani. És bár sokan foglalkoztak ezzel, sőt Norgard professzor úr programcsomagot is fejlesztett, mégis az alkalmazások jelentős része csak lineá-

ris folyamatokra alkalmazza a módszert. Célunk egy erősen nemlineáris folyamat esetében tanulmányozni az esetleges előnyöket, hátrányokat. Ez a folyamat egy nagy teljesítményű elektron-sugaras megmunkálóberendezés katódfűtésének a teljesítményszabályozója, amely eredetileg PID-szabályozóval volt megvalósítva, és ennek eredményeként maximum 80-90 W teljesítményig lehetett stabil üzemmódban szabályozni, ami nem volt elég sok esetben a maximális elektronáram eléréséhez. Az irányítási algoritmusok fejlődésének egy nagyon lényeges fejezete az adaptív algoritmusok közé sorolható, ilyen például az önhangoló irányítási algoritmus. Ezt – eredetileg SI-SO-rendszerekre – Áström és Wittenmark javasolták [1], mint egy paraméterbecsléssel kiegészített minimális varianciájú (MVC) irányítási algoritmust, amelyet többváltozós MIMO-rendszerekre mások mellett Keviczky László, Hetthéssy Jenő, Hilger Miklós és Kolostori János dolgoztak ki [2]. Azt már Clarke és Gawthrop, a GPC-irányítás kifejlesztői is megjegyezték, hogy ezekben az esetekben a holtidő pontos ismerete mellett, a célfüggvény vezérlőjelkorlátjának a nullától különböző értéke szükséges. Sőt, azt is észrevették, hogy amennyiben a használt regressziós modell vezérlőjelét meghatározó polinomot a tervezésnél elhanyagoljuk, akkor a tervezett zártkörű irányítás instabil lesz, amennyiben ennek a polinomnak instabil gyökei vannak. Ekkor ők egy segédkiemelés bevezetését javasolták, amely módosítja a használt regressziós modell struktúráját [3]. Sajnos ez a módszer sem vezetett eredményre, mert az itt alkalmazott egylépéses becslés – a holtidőt itt nem számítjuk külön horizontnak – jelentősen korlátozza a következőkben predikciónak nevezett becslés minőségét, jóságát. Erre alapozva, könnyen megérthető a Grimble által 2002-ben megfogalmazott vélemény. „A klasszikus MVC irányítás széles sávzsélességet, nagy erősítési tényezőt, és ezért valószínűtlenül nagy vezérlőjel változást eredményez.” Egyébként a szerzők is gyakran találkozottak ezzel a jelenséggel, és többé-kevésbé empirikus módon próbáltuk ezt az elfogadhatatlannul nagy vezérlőjel-változást korlátozni. Igen ám, de ezek után felmerült az irányítási algoritmus tervezésében elhanyagolt korlátozás által okozott kezelhetetlen minőségi romlás, illetve az empirikus hangolás kiküszöbölése. Ezért is tűnt annak idején nagyon hasznosnak a Bitmead, Graves és Wertz (1990) valamint a Clarke és Mohtadi (1989) által javasolt módosítás, amelyet az ún. általánosított minimális varianciájú algoritmus (GMVC) néven ismer a szakirodalom, és amely az

eredeti célfüggvényt kiegészítette a vezérlőjelkorlátokkal, valamint az előírt pályával. Természetesen ez a módszer is megtartotta az egy lépéses horizontú predikciót, tehát a jelzett nagy vezérlőjel-változás csökkentésére csak a vezérlőjelnek vagy a vezérlőjel változásának, a célfüggvényben történő jelentős súlyozása jelenthetett megoldást. Ez viszont összességében csökkenti a vezérlőjel nagyságát mind a korlátokon kívül, mind azok keretén belül, és ezzel ugyancsak minőségi romlást eredményeznek. Erre a jelenségre jelent hatékony megoldást, a Clarke és Gawthrop által kifejlesztett, általánosított prediktív irányítási algoritmus, rövidített nevén GPC. Ez önmagában éppen úgy biztosítja az önhangoló adaptív irányítást, mint az MVC, valamint a GMVC, de emellett, hatékony korlátkezelési algoritmus, valamint a predikciós horizontjának tetszőleges kiterjesztése révén hatékony megoldást jelent a felsorolt hiányosságokra is, azaz kezeli a nem minimálfázisú és nyílt hurokban instabil folyamatokat, valamint az ismeretlen vagy változó holtidőt. Nos, mielőtt levonnánk azt a felületes következtetést, hogy megvan az ideális irányítási algoritmus, hisz a regressziós ARX-modell működés közbeni becslése minden mintavételben lehetőséget teremt az irányítási algoritmus számítására, nézzük meg a gyakorlati tapasztalatokat. Abban az esetben, ha lineáris vagy közel lineáris folyamatokra alkalmazzuk, természetesen igazak az állítások, de akkor, ha erősen nemlineáris folyamatot szeretnénk irányítani, a lineáris ARX-becslés nem lesz mindig megfelelő, főként, ha a munkaponttól jelentős távolságra lévő horizontra van szükségünk. Ezt a helyzetet oldja meg a neurális regressziós becslés, amelyet az elmúlt két évtizedben viszont hatékonyan használtak számos gyakorlati irányítási folyamatnál. A következőkben ennek a nagyon közkedvelt általánosított prediktív irányításnak egy gyakorlati megvalósítását tanulmányozzuk részletesen.

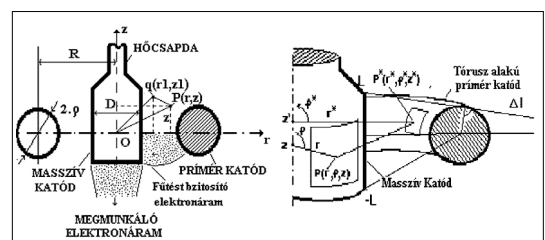
2. A katódegyüttes termikus modelljének meghatározása és az MVC, illetve GPC irányításának összehasonlítása

2.1. A katód fűtés dinamikus modellezése

A feladatunk az, hogy valósítsunk meg azt a minimális varianciájú (minimális szórású) adaptív irányítási algoritmust, amely egy nagy teljesítményű elektronsugaras megmunkálóberendezés közvetett fűtésű masszív katód fűtési teljesítmé-

nyét állandó értékre szabályozza. Nos, mindekelőtt lássuk, mit is jelent ez a feladat. Ismert tény, hogy a nagy teljesítményű elektronsugaras megmunkálóberendezésekben $n \times 100$ mA elektronnyalábot, általában közvetett fűtésű, termomissziós katódot használnak elektronforrásként (1. ábra). Egy tipikus, ilyen felépítésű elektronforrás két részből áll. A megmunkálóáramot biztosító ún. „masszív katódból”, illetve az ezt közvetve melegítő spirál alakú primer katódból. Amennyiben a masszív katódot állandó teljesítménnyel melegítjük, amelyet a primer katód által kibocsátott – telített tartományban működő – elektronok biztosítanak, úgy jó közelítéssel megvalósítható az, hogy az aktív áramot biztosító katód emissziós felületén lévő hőmérséklet állandó legyen. Ekkor a primer katódon áthaladó I_{pk} -vezérlőjelnek tekintett áram T_p -hőmérsékletre melegíti fel a primer katódot, amely ennek következtében egy J_s -áramsűrűségű elektronnyalábot bocsát ki. Az így kilépett szabad elektronok – az U_s állandó, a primer, illetve masszív katód között kialakított potenciál hatására – felgyorsulnak, a masszív katódot T_s -hőmérsékletre melegítik fel. A hatékony működés, azaz minél kisebb hőveszteség érdekében, a masszív katód felépítése egy termikus csapdát is tartalmaz, azaz a katód átmérője a felfogás irányában elszűkül, 0,6...0,7 mm, az 1,4 mm átmérőjű emissziós felülettel szemben. Ez a megoldás a hővezetés csökkenéséhez vezet, amely a megfelelő hőveszteségek csökkentését is eredményezi.

Természetesen ezt az ún. hőcsapdát a primer katód rögzítési irányában kell elképzelnünk, így csökken a masszív katód hővezetés révén elvesztett teljesítménye. Továbbá ez nemlinearitást eredményez a katódegyüttes szerkezetének a karakterisztikájában. Mindezeket figyelembe véve a feladatunk az, hogy tervezzünk meg egy a minimális szórású (varianciájú) MVC-szabályozó algoritmust, majd egy általánosított minimális varianciájú (GMVC) és végül egy általánosított prediktív



1. ábra. Közvetett fűtésű katódegyüttes keresztmetszete, illetve radiációs hőátadás a primer, illetve masszív katód között

irányítást GPC), amely a masszív katód fűtési teljesítményét tekinti kimenetnek. Mindenek előtt, írjuk fel a katód együttes szerkezetének működését leíró matematikai modellt, majd a megvalósítjuk az MVC-, GMVC-, illetve GPC-algoritmusokat.

A „masszív katód” fűtési teljesítmény eloszlásának a meghatározásához szükségünk van először a tórusz alakú primer katód ($R=2.74$ mm tóruszátmérő, illetve $r=0.15$ mm dróttátmérő) és a masszív katód (henger alakú a következő méretekkel: $l=6,6$ mm és $0,7$ mm) közötti potenciál eloszlásának ismeretére. Az elektronok mozgásából meghatározhatjuk a töltéssűrűség eloszlását a masszív katód felületén, mely egyenesen arányos a bejövő teljesítménysűrűséggel.

A masszív katód melegítését biztosító elektromos áram – a primer- és masszív katód közti áram – az elektromos térerősség erővonalai mentén mozog, és a stacionárius üzemmód modellezése érdekében – állandó katódáram, illetve ütközési feszültség esetében – meghatározzuk a masszív katód felületén az áramsűrűséget, illetve a fűtési teljesítmény eloszlását. Természetesen iteratív módon több ciklusban megközelítjük egymás után az áram hatását a létrehozott elektromos potenciálra is. Mindezek alapján az elektromos térerősség eloszlása és az elektromos áramsűrűség megközelítésének a lépéseinek a mellőzésével egy globális melegedési modellt használtunk. Ezt a globális hőmérsékletét teljesítmények egyensúlyi képletei alapján határozhatjuk meg. A primer katód által kibocsátott és a katódok közötti stacionárius elektromos tér által felgyorsított elektronok ütközéséből eredő fűtési teljesítmény a masszív katód belsejét (térfogatót) felmelegíti. Itt radiáción és hővezetésen keresztül a felületen hővesztés jelentkezik. A radiáción keresztüli a hővesztés korlátozva van bizonyos henger alakú visszaverő felületek elhelyezésével a katódegyüttes szerkezetének a külső részén. Ezek használata, a primer katód felületének hőmérséklet-csökkenése mellett egyfajta stabilitástartalékok is képez az emissziós áram hirtelen változásának a kiküszöbölésével. A kísérleti eredmények bebizonyították egy pozitív visszacsatolás létezését a radiáció miatt. A masszív katód felülete radiáció segítségével melegíti a primer katódot, ez telített üzemmódban dolgozik, és egy nagyobb áramsűrűségű elektronáramot bocsát ki, mely arányos a fűtési teljesítménnyel. A dinamikus állapotmodell meghatározásához szükséges a fűtési teljesítmény és a radiáció által elvesztett hőmennyiség. Kiszámolva a radiációfolyamatnál a hőátadási felületeket,

a termikus üzemmód egyenletei a következő egyszerűsítő feltételek mellett kerültek megoldásra:

- A primer és a masszív katód felületeken a hőmérséklet eloszlása egyenletes;
- A primer katódot elektromos és radiációval is melegítjük, a hőmérséklet felületi eloszlása egyenletes. A hővesztések radiáción keresztül keletkeznek, a termikus hőelvezetés és a konvekciós hővesztések pedig csak mint ismeretlen perturbáció jelennek meg;
- A masszív katód melegítése a primer katód által kibocsátott és a 800V feszültséggel gyorsított elektronok ütközése által történik, a veszteségek a radiáció, valamint a termikus csapda – elvékonyított keresztmetszet – felé hőelvezetésen keresztül jelentkeznek. Tekintettel az ágyúban lévő vákuumra, a konvekciós veszteségekkel nem számolunk, pontosabban ezt a tagot egy ismeretlen perturbációs tagnak tekintjük;
- A radiáción keresztül a hőcsere csak a primer katód és masszív katód, illetve a primer katód és termikus védő, valamint a masszív katód és termikus védőszerkezet-együtteseknél lényeges;
- A henger alakú koncentrikus termikus védő, amely a radiáció hatását részben visszaveri, így a védőfelület is felmelegszik. Amennyiben ennek a termikus védőnek a fala vékony, akkor a külső és a belső falak közötti hőmérséklet-különbség elhanyagolható.

A radiáció által létrehozott kölcsönhatás a leglényegesebb elem a hőátadási folyamatban. A primer és masszív katódok közötti kölcsönhatási felületek meghatározásához és azon felületek meghatározásához, melyek teljesen elveszítik a hőt a radiáció során. A primer katód a szabályozott I_{pk} -vezérlőjelnek tekintett áram hatására felmelegszik, sőt pozitív visszacsatolásként, a masszív katód által kibocsátott radiációs hőteljesítmény egy része, amely megfelel a masszív katódot elérő térszögnek, ugyancsak a primer katódot melegíti. Ez a kölcsönhatás követhető az **1. ábrán**.

Ezek alapján a primer katód hőmennyiséget veszít radiáción keresztül, amely így befolyásolja a felmelegítéséhez szükséges energiát. A masszív katódon számolnunk kell a termikus hőelvezetéssel. Ilyen hipotézisek mellett a hővezetés miatt elvesztett egy $P\lambda(T)$ -hőteljesítmény, amely a következő összefüggéssel adható meg:

$$P\lambda(T) = \lambda \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} \left[8 \frac{\sigma r_0}{(\alpha r_0 + 1) \cdot \lambda \cdot d} T^{\alpha r_0 + 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Ekkor a melegítési folyamat dinamikusan matematikai modellje a következő differenciálegyenlettel adható meg:

$$\frac{d}{dt}x = f(x, u, t) = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_p \\ T_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_p} \left[\text{Pr}(T_s) \cdot S_{01} \cdot \varepsilon(T_p) + 2R \frac{\rho^0 \cdot T_p^\alpha}{r^2} I_{pk}^2 - \text{Pr}(T_p) \cdot S_{00} \right] \\ \frac{1}{C_s} \left[\text{Pr}(T_p) \cdot S_{10} \cdot \varepsilon(T_s) + P_e(T_p, U_s) - \text{Pr}(T_s) \cdot S_{11} - P\lambda(T_s) \right] \end{bmatrix} \quad (2)$$

ahol:

- C_p és C_s a primer illetve a masszív katód hőkapacitása,
- P_r radiációval leadott hőmennyiség és a katódok által visszatükrözött mennyiség, mely függ a hőmérséklettől:
 $P_r(T) = \alpha \cdot r_0 \cdot T^{\alpha_0}$, ahol, a visszavert teljesítményt meghatározó visszaverődési tényező:
 $\varepsilon(T) = P_r(T) / (\sigma \cdot T^4)$,
- $j_s(T_p, R(R-r))$ a primer katód – amelyet az I_{pk} -árammal melegítünk – által kibocsájtott tiltett áramsűrűsége.
- $P_e(T_p, T_s)$ a teljes elektromos teljesítmény, amellyel a masszív katódot melegítjük, jelenti a mért kimenetet:
 $P_e(T_p, U_s) = 4 \cdot \pi \cdot R \cdot 10^4 \cdot v_j \cdot j_s(T_p, E(R-r)) \cdot U_s$
- $P\lambda(T)$ a masszív katód termikus hőelvezetésén alapuló vesztesége.
- $2 \cdot R \cdot r_0 \cdot T_p^\alpha \cdot r^2 \cdot I^2$ a vezéráram által létrehozott fűtési teljesítmény a primer katódnál.

Természetesen a melegítés a Joule-effektuson keresztül történik, ahol a katód hőmérsékletfüggő ellenállásának változása miatt bizonyos korrekciókat figyelembe kell venni.

2.2. Az általános minimális varianciájú (GMC) illetve az általánosított prediktív irányítás (GPC)

Amennyiben az időállandók és a megvalósított interfészek lehetővé tesznek egy állandó előírt teljesítményre való számítógépes szabályozást, akkor fontos az I_{pk} és I_s áramok korlátozása. Így a szabályozási tömb az I_{pk} , U_s és I_s mérésére szükséges erősítőkből, illetve a primer katódot tápláló tirisztorok fázisvezéregységéből áll. A P_{MK} -teljesítmény mérése, illetve az I_{pk} és I_s -áramok korlátozását a numerikus algoritmuson belül lehet megoldani. A következőben egy összehasonlító tanulmányt valósítottunk meg egy mintavételezett pályakövető szabályozó (előírt T_s -hőmérséklet) és egy minimális szórású adaptív szabályozó dinamikus jellemzőire hivatkozva.

Egy sor becslési módszer létezik a lineáris regressziós modellparaméterek meghatározásához. Ezek a módszerek képesek megszűrni a folyamaton mért zajos jeleket, megbecsülik a rendszerek fokszámát, és megbecsülik a modellparamétereket. Ezeket lehet offline üzemmódban, illetve online (ciklikus, rekurzív) üzemmódban is alkalmazni. Az így kapott modelleket felhasználhatjuk a szabályozó paramétereinek az önhangolására, minimalizálva egy adott kritériumfüggvényt. Feltételezzük, hogy a becslés után a következő ARMA-modelltípushoz jutottunk:

$$P_{MK} \langle k \rangle = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} I_{pk} \langle k-\mu \rangle + \alpha \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} e_k \quad (3)$$

ahol

- P_{MK} a kimeneti jel,
- I_{pk} a szabályozójel,
- μ a holtidőnek mintavételezési idő többszörösében kifejezett megfelelő késleltetés,
- $B(z^{-1})/A(z^{-1})$ -arány a folyamat átviteli függvénye,
- $C(z^{-1})$ polinom a zaj természetét jellemzi. Amennyiben a zaj fehérzaj akkor $C(z^{-1}) = 1$. Az e_k zajvektor egy normál eloszlású, nulla középértékű jel. A minimális szórású szabályozó a következő kritérium minimalizálásán alapszik:

$$J(u) = E \left\{ \left(P_{MK} \langle k+\mu+1 \rangle - P_{MKpr} \right)^2 + \lambda \cdot \left(I_{pk} \langle k \rangle - I_{pkpr} \right)^2 \right\} \quad (4)$$

ahol

- P_{MK} a szabályozott kimenet,
- P_{MKpr} az előírt kimenet (ez az érték módosul az elektronnyaláb maximális előírt áram és a becsült minimális áram közötti különbségértéke függvényében),
- I_{pk} a vezérlőáram értéke,
- I_{pkpr} az előírt érték.

Ha a modell holtideje $\mu = 1$ valamint a paraméterei ismertek, és az $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, illetve $C(z^{-1})$ polinomok adottak (a holtidő és a polinomok fokszámának a megválasztása kísérleti úton történt meg azaz a legkisebb fokszám, amely még megfelelő pontosságot biztosít):

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} \\ C(z^{-1}) &= 1 \end{aligned} \quad (5)$$

akkor következnek a szabályozójel meghatározása az alábbi összefüggés szerint:

$$\begin{aligned}
 C(z^{-1}) &= A(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-\mu}G(z^{-1}) \\
 F(z^{-1}) &= 1, \quad G(z^{-1}) = g_0 + g_1 \cdot z^{-1} + g_2 \cdot z^{-2} \\
 1 &= (1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + a_3 \cdot z^{-3}) \cdot 1 + z^{-1}(g_0 + g_1 \cdot z^{-1} + g_2 \cdot z^{-2})
 \end{aligned} \quad (6)$$

Meghatározzuk az $F(\cdot)$ és $G(\cdot)$ -polinomok együtthatóit ennek az összefüggésnek megfelelően. A szabályozó jelet pedig a következő képlettel számoljuk ki:

$$\begin{aligned}
 I_{pk}^{(k)} &= \frac{B(z^{-1})^2 F(z^{-1}) C(z^{-1}) + \lambda \cdot A(z^{-1}) C(z^{-1})}{B(z^{-1}) \cdot [B(z^{-1})^2 F(z^{-1})^2 + \lambda^2 C(z^{-1})]} P_{MKpr}^{(k)} - \\
 &\quad - \frac{B(z^{-1}) F(z^{-1}) G(z^{-1})}{B(z^{-1})^2 F(z^{-1})^2 + \lambda^2 C(z^{-1})} P_{MK}^{(k)} \\
 I_{pk}^{(k)} &= \frac{B(z^{-1})^2 + \lambda \cdot A(z^{-1})}{B(z^{-1}) \cdot [B(z^{-1})^2 + \lambda^2]} P_{MKpr}^{(k)} - \\
 &\quad - \frac{B(z^{-1}) G(z^{-1})}{B(z^{-1})^2 + \lambda^2} P_{MK}^{(k)} \\
 B(z^{-1}) \cdot [B(z^{-1})^2 + \lambda^2] I_{pk}^{(k)} &= \\
 &= [B(z^{-1})^2 + \lambda \cdot A(z^{-1})] P_{MKpr}^{(k)} - B(z^{-1})^2 G(z^{-1}) P_{MK}^{(k)}
 \end{aligned} \quad (7)$$

Amennyiben nem korlátozzuk a vezérlőjelet $\lambda \rightarrow 0$, akkor az előbbi egyenlet:

$$B(z^{-1}) \cdot I_{pk}^{(k)} = P_{MKpr} - G(z^{-1}) P_{MK}^{(k)} \quad (8)$$

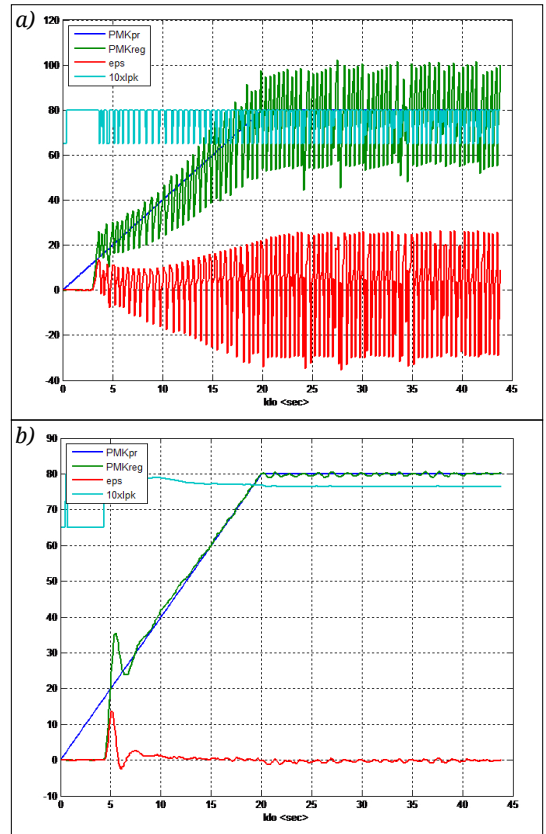
Vagy behelyettesítve megkapjuk az MVC-algortmusnak megfelelő irányítási törvényt, mint:

$$(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}) \cdot I_{pk}^{(k)} = P_{MKpr} - (g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2}) P_{MK}^{(k)} \quad (9)$$

$$I_{pk}^{(k)} = \left[\frac{P_{MKpr} - b_1 I_{pk}^{(k-1)} - b_2 I_{pk}^{(k-2)} - (-g_0 P_{MK}^{(k)} - g_1 P_{MK}^{(k-1)} - g_2 P_{MK}^{(k-2)})}{b_0} \right]$$

A gyakorlatban fontos tény, hogy a számítógépes irányítási rendszer vezérlőjelét meghatározó DAC átalakítójának a kerekítési hibáit, egy additív fehérzajjal lehet a legjobban modellezni, amelynek a korrelációja a hasznos jellel elhanyagolhatóan kicsi [4], [5]. Ezért a szimuláció kétfajta zajt tartalmaz. Egy korlátos fehérzajt a kimeneten, amely a kvantizálási hibákat modellezi, illetve egy, a bemeneti mérésre ható, normál eloszlású zajt. A 2. ábrán ennek az GMVC-irányításnak az eredményeit lehet követni.

Megfigyelhető, hogy a klasszikus GMVC, amely nem tartalmazza sem a vezérlőjel, sem a vezérlőjel változásának a korlátozását, olyan nagy ve-



2. ábra. GMVC-irányítás kimeneti szűrő nélkül (a) illetve kimeneti szűrővel (b)

zérlőjelet generál, amely belengeti a rendszert, főként a fűtésteljesítmény nagy értékeire, ahol a folyamat karakterisztikája nagyon meredek. Ekkor a vezérlőjel 1 mA-változása már jelentős teljesítményváltozást eredményez. Bevezetünk egy empirikus vezérlőjel-korlátozást, amelyet egy szűrő végez el. Látható, hogy ez valamennyire stabilizálja a folyamatot, bár a felfutási követési hiba és az állandósult állapot sem teljesen hibamentes. Ezért hasznos lehet a korlátozást már a célfüggvényben megfogalmazni. Ugyanakkor jól követhető a folyamat az ARMAX modelljének a becslési hibája is. Egyébként ez az összefüggés ismert, és gyakran használt az adaptív szabályozásoknál, az ún. önhangoló irányítási algoritmusoknál.

A katód-fűtés GPC-irányítása esetében több horizontra vetítjük előre a predikciót. Egyébként láttuk, hogy a GMVC-algoritmus csak akkor alkalmazható sikerrel, ha valamilyen módszerrel korlátozzuk a vezérlőjel változását. A fenti esetben ezt egy empirikusan bevezetett szűrő tette. A vezérlőjel abszolútértékének gyenge korlátozása

pedig nem jó ötlet, mert a stabil állapothoz tartozó 7-8 a vezérlőáramot bünteti, és nem ennek a változását. Ezért ennek megvalósításával nem foglalkozunk. A vezérlőjel változását korlátozó GMVC algoritmus viszont teljesen azonos kellene, hogy legyen a csupán egy mintavételenyi horizontú, erős korlát nélküli GPC-irányítás algoritmusával. A matematikai modell, melyet használunk itt is, a (3) összefüggéssel írható le, itt viszont a következő jelölést vezetjük be:

$$A_3(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3}) = 1 + (a_1 - 1)z^{-1} + (a_2 - a_1)z^{-2} + (a_3 - a_2)z^{-3} - a_3z^{-4} \quad (10)$$

Azért, hogy felírhatjuk a GPC-hez, szükséges következő egyenletet:

$$\hat{y}_{k+p/k} = G_p(z^{-1}) \cdot y_k + F_p(z^{-1}) \cdot B_\mu(z^{-1}) \cdot \Delta u_{k+p-1} \quad (11)$$

Meg kell határoznunk az $F(z^{-1})$ és $G(z^{-1})$ -polinomokat, különböző p horizontértékekre, mint:

$$A_\Delta(z^{-1})F(z^{-1}) = 1 - z^{-p}G(z^{-1}) \Rightarrow (1 + (a_1 - 1)z^{-1} + (a_2 - a_1)z^{-2} + (a_3 - a_2)z^{-3} - a_3z^{-4}) \cdot F(z^{-1}) + z^{-p}G(z^{-1}) = 1$$

1. Eset: p=1, n=3

$$F_1(z^{-1}) = 1 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2} + \dots + f_{\mu-1}z^{-\mu+1} = 1$$

$$G_1(z^{-1}) = g_0 + g_1z^{-1} + \dots + g_{n-1}z^{-n} = g_0^1 + g_1^1z^{-1} + g_2^1z^{-2} + g_3^1z^{-3}$$

$$g_0^1 = 1 - a_1, g_1^1 = a_1 - a_2, g_2^1 = a_2 - a_3, g_3^1 = a_3$$

2. Eset: p=2, n=3

$$F_2(z^{-1}) = 1 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2} + \dots + f_{\mu-1}z^{-\mu+1} = 1 + f_1^2z^{-1}$$

$$G_2(z^{-1}) = g_0 + g_1z^{-1} + \dots + g_{n-1}z^{-n} = g_0^2 + g_1^2z^{-1} + g_2^2z^{-2} + g_3^2z^{-3}$$

$$f_1^2 = 1 - a_1,$$

$$g_0^2 = f_1^2 \cdot (1 - a_1) + a_1 - a_2,$$

$$g_1^2 = f_1^2 \cdot (a_1 - a_2) + a_1 - a_3,$$

$$g_2^2 = f_1 \cdot (a_2 - a_3) + a_3, g_3^2 = f_1 \cdot a_3$$

3. Eset: p=3, n=3

$$F_3(z^{-1}) = 1 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2} + \dots + f_{\mu-1}z^{-\mu+1} = 1 + f_1^3z^{-1} + f_2^3z^{-2}$$

$$G_3(z^{-1}) = g_0 + g_1z^{-1} + \dots + g_{n-1}z^{-n} = g_0^3 + g_1^3z^{-1} + g_2^3z^{-2} + g_3^3z^{-3}$$

$$f_1^3 = 1 - a_1,$$

$$f_2^3 = f_1^3 \cdot (1 - a_1) + a_1 - a_2,$$

$$g_0^3 = f_1^3 \cdot (a_1 - a_2) + f_2^3 \cdot (1 - a_1) + a_2 - a_3,$$

$$g_1^3 = f_1^3 \cdot (a_2 - a_3) + f_2^3 \cdot (a_1 - a_2) + a_3,$$

$$g_2^3 = f_1^3 \cdot a_3 + f_2^3 \cdot (a_2 - a_3),$$

$$g_3^3 = f_2^3 \cdot a_3$$

4. Eset: p=4, n=3

$$F_4(z^{-1}) = 1 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2} + \dots + f_{\mu-1}z^{-\mu+1} = 1 + f_1^4z^{-1} + f_2^4z^{-2} + f_3^4z^{-3}$$

$$G_4(z^{-1}) = g_0 + g_1z^{-1} + \dots + g_{n-1}z^{-n} = g_0^4 + g_1^4z^{-1} + g_2^4z^{-2} + g_3^4z^{-3}$$

$$f_1^4 = 1 - a_1,$$

$$f_2^4 = f_1^4 \cdot (1 - a_1) + a_1 - a_2,$$

$$f_3^4 = f_1^4 \cdot (a_1 - a_2) + f_2^4 \cdot (1 - a_1) + a_2 - a_3$$

$$g_0^4 = f_1^4 \cdot (1 - a_1) + f_2^4 \cdot (a_1 - a_2) + f_3^4 \cdot (a_2 - a_3) + a_3,$$

$$g_1^4 = f_1^4 \cdot (a_1 - a_2) + f_2^4 \cdot (a_2 - a_3) + f_3^4 \cdot a_3,$$

$$g_2^4 = f_1^4 \cdot a_3 + f_2^4 \cdot (a_2 - a_3),$$

$$g_3^4 = f_3^4 \cdot a_3$$

Természetesen, amennyiben ezt folytathatjuk, fokozatosan kiterjesztjük a horizont értékét. A (11) összefüggésnek megfelelően felírhatjuk a különböző $p = 1, 2, 3, 4$ horizont paraméterértéke, mint:

$$\hat{y}_{k+1/k} = (1 - a_1 + (a_1 - a_2)z^{-1} + (a_2 - a_3)z^{-2} + a_3z^{-3}) \cdot y_k + 1 \cdot (b_0z^{-1} + b_1z^{-2} + b_2z^{-3}) \cdot \Delta u_k$$

$$\hat{y}_{k+2/k} = \left(f_1^2(1 - a_1) + a_1 - a_2 + (f_1^2(a_1 - a_2) + a_2 - a_3)z^{-1} + (f_1^2(a_2 - a_3) + a_3)z^{-2} + f_1^2a_3z^{-3} \right) \cdot y_k + (1 + (1 - a_1)z^{-1}) \cdot (b_0z^{-1} + b_1z^{-2} + b_2z^{-3}) \cdot \Delta u_{k+1}$$

$$\hat{y}_{k+3/k} = \left(f_1^3(a_1 - a_2) + f_2^3(1 - a_1) + a_2 - a_3 + (f_1^3(a_2 - a_3) + f_2^3(a_1 - a_2) + a_3)z^{-1} + (f_1^3a_3 + f_2^3(a_2 - a_3))z^{-2} + f_2^3a_3z^{-3} \right) \cdot y_k + (1 + (1 - a_1)z^{-1} + (f_1^3(1 - a_1) + a_1 - a_2)z^{-2}) \cdot (b_0z^{-1} + b_1z^{-2} + b_2z^{-3}) \cdot \Delta u_{k+2}$$

$$\hat{y}_{k+4/k} = \left(f_1^4(1 - a_1) + f_2^4(a_1 - a_2) + f_3^4(a_2 - a_3) + a_3 + (f_1^4(a_1 - a_2) + f_2^4(a_2 - a_3) + f_3^4a_3)z^{-1} + (f_2^4a_3 + f_3^4(a_2 - a_3))z^{-2} + f_3^4a_3z^{-3} \right) \cdot y_k + \left(1 + (1 - a_1)z^{-1} + (f_1^4(1 - a_1) + a_1 - a_2)z^{-2} + (f_1^4(a_1 - a_2) + f_2^4(1 - a_1) + a_2 - a_3)z^{-3} \right) \cdot (b_0z^{-1} + b_1z^{-2} + b_2z^{-3}) \cdot \Delta u_{k+3}$$

Ezt átírva, kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_{k+1/k} \\ \hat{y}_{k+2/k} \\ \hat{y}_{k+3/k} \\ \hat{y}_{k+4/k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_1 & a_1 - a_2 & a_2 - a_3 & a_3 \\ f_1^2(1 - a_1) + a_1 - a_2 & f_1^2(a_1 - a_2) + a_2 - a_3 & f_1^2(a_2 - a_3) + a_3 & f_1^2a_3 \\ f_1^3(a_1 - a_2) + f_2^3(1 - a_1) + a_2 - a_3 & f_1^3(a_2 - a_3) + f_2^3(a_1 - a_2) + a_3 & f_1^3a_3 + f_2^3(a_2 - a_3) & f_2^3a_3 \\ f_1^4(1 - a_1) + f_2^4(a_1 - a_2) + f_3^4(a_2 - a_3) + a_3 & f_1^4(a_1 - a_2) + f_2^4(a_2 - a_3) + f_3^4a_3 & f_1^4a_3 + f_2^4(a_2 - a_3) & f_2^4a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k \\ y_{k-1} \\ y_{k-2} \\ y_{k-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & 0 \\ b_1 + b_0(1 - a_1) & b_2 + b_1(1 - a_1) & b_3 + b_2(1 - a_1) & 0 \\ b_2 + b_1(1 - a_1) + b_0(1 - a_1) + a_1 - a_2 & b_3 + b_2(1 - a_1) + b_1(1 - a_1) + a_1 - a_2 & b_4 + b_3(1 - a_1) + b_2(1 - a_1) + a_1 - a_2 & 0 \\ b_3 + b_2(1 - a_1) + b_1(1 - a_1) + a_1 - a_2 & b_4 + b_3(1 - a_1) + b_2(1 - a_1) + a_1 - a_2 & b_5 + b_4(1 - a_1) + b_3(1 - a_1) + a_1 - a_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \Delta u_{k+2} \\ \Delta u_{k+3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (1 - a_1)b_0 + b_1 & 0 & 0 \\ b_1 & b_0 & 0 \\ (f_1(1 - a_1) + a_1 - a_2)b_0 + (1 - a_1)b_1 + b_2 & (1 - a_1)b_1 + b_2 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \Delta u_{k+2} \end{bmatrix}$$

Észrevehető, hogy az első egyenlet, a várható módon, a holtidő miatt nem használható, tehát elhagyva az első sort, és ebben az esetben felhasználva a G_p , $FB^{(0)}$, valamint FB -jelöléseket, a szabad válaszoknak, illetve az optimális irányításnak megfelelő releváns egyenletek:

$$\hat{Y}_k^0 = \begin{bmatrix} \hat{y}_{k+2/k} \\ \hat{y}_{k+3/k} \\ \hat{y}_{k+4/k} \end{bmatrix} = G_p \cdot \begin{bmatrix} y_k \\ y_{k-1} \\ y_{k-2} \\ y_{k-3} \end{bmatrix} + FB^{(0)} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_{k-1} \\ \Delta u_{k-2} \\ \Delta u_{k-3} \end{bmatrix}$$

És a vezérlőjel értékét nem korlátos esetben így megkapjuk, mint:

$$\begin{bmatrix} \Delta u_k^* \\ \Delta u_{k+1}^* \\ \Delta u_{k+2}^* \end{bmatrix} = (F_B^T \cdot F_B + \lambda I)^{-1} \cdot F_B^T (R_k - \hat{Y}_k^0) \quad (12)$$

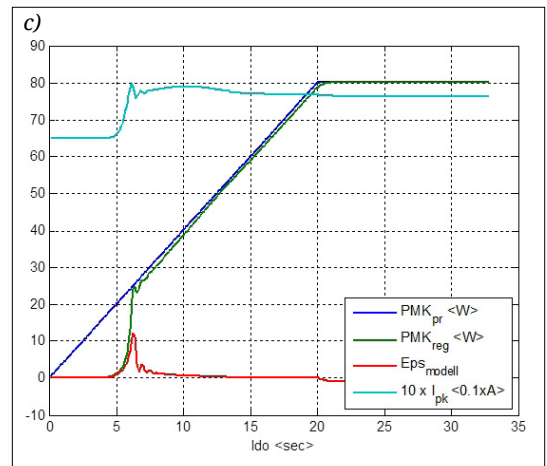
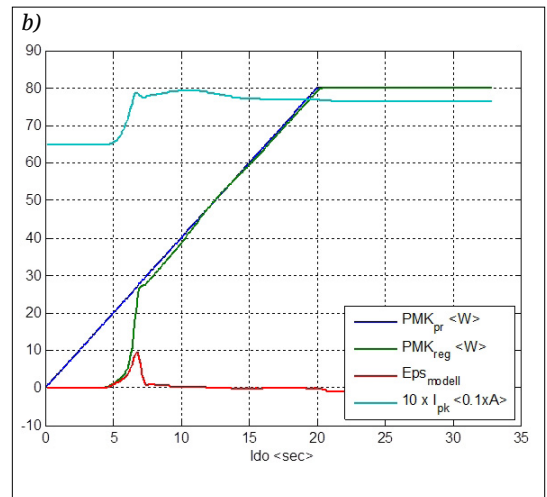
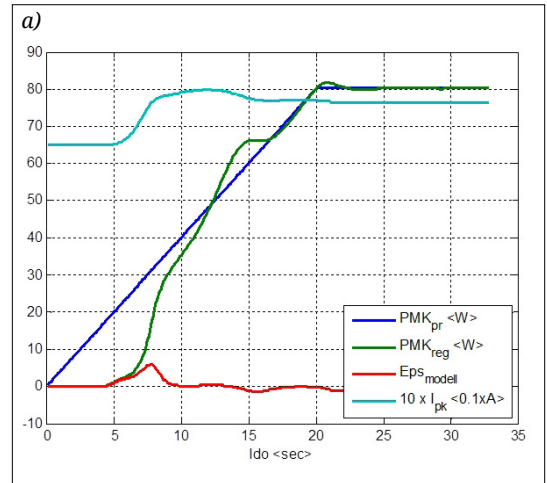
ahol:

$$F_B = \begin{bmatrix} b_0 & 0 & 0 \\ (1-a_1)b_0 + b_1 & b_0 & 0 \\ (f_1(1-a_1) + a_1 - a_2)b_0 + (1-a_1)b_1 + b_2 & (1-a_1)b_0 + b_1 & b_0 \end{bmatrix}$$

A 3. ábrán követhető az erős korlát nélküli GPC működése $p=1, 2, 3$ horizontértékekre, amennyiben a vezérlőjel értékét korlátozó súlyzó értékét lehetőleg úgy választjuk meg, hogy a fűtőáram mint vezérlőjel ne érje el a kijelölt korlátot. Ekkor $\lambda = 10$.

Látható, hogy már az egylépéses horizont is stabil működést tud biztosítani, de a két-, háromlépéses horizont teljesen kielégítő működést eredményez.

Vizsgálat az, hogy adott állandó teljesítményt tudunk szabályozni, nem elég. Van egy másik feltétel is, nevezetesen az, hogy a felfűtött katód képes vagy sem biztosítani a megmunkálási áramot. Ez gyakorlatilag két tényezőtől függ. Elsősorban azt a kérdést kell feltennünk, hogy a masszív katód hőmérséklete elég nagy-e ahhoz, hogy a szaturációs árama nagyobb legyen, mint az igényelt megmunkálási áram. Ez azt jelenti, hogy a tértöltés által meghatározott tartományban működik a berendezés. Persze, az sem jelent megoldást, ha a katód hőmérséklete túl nagy, mert ekkor igaz, hogy biztosítani tudjuk az igényelt áramot, de a túlfűtés miatt a katód élettartama jelentősen lecsökken (ami gazdaságosság szempontjából



3. ábra. Katódfűtés GPC-adaptív szabályozása $p=1,2,3$ lépésű horizontértékekre

gondot okoz). Nem mindegy, hogy havonta vagy naponta kell katódot cserélnünk. Másodsorban a katód helyzete jelentheti a gondot. Túl mélyen behelyezett katód nagyon kis Wehnelt-feszültség esetében már lezárja a sugáramot, így a teljes nyitás esetében a Wehnelt-feszültség túl alacsony ahhoz, hogy biztosítsa a „cross-over” fókuszpont kialakulását, tehát magát a megmunkálást sem tudjuk elvégezni, mert a megmunkálás síkjában fókuszált sugár a „cross-over” leképzését jelenti.

Alkalmazva a modern irányítástechnika eredményeit, mindkét jelenséget könnyedén tudjuk kezelni.

2.3. A kibővített Kálmán-szűrő alkalmazása

Elsősorban nézzük a szaturációs áram becslését. Ez két lépésből áll. Először megbecsüljük az emissziós felület hőmérsékletét, majd feltételezve, hogy az emissziót az ún. Schottky-termoemisszió biztosítja, kiszámítjuk az elérhető maximális megmunkálási áramot. A hőmérsékletek gyakorlati becslését a kibővített Kálmán-szűrő klasszikus módszerével végezhetjük el:

1. Minden mintavételben mérjük az I_{PKk} -vezérlőjel illetve P_{MK} -kimeneti jelszekvenciát.
2. Meghatározzuk az adott lépésben érvényes szakaszos, szaggatott rendszer Φ_k -állapot, illetve Γ_k -bemenő vezérlőjelmátrixait. Ezt a nemlineáris egyenlet sorba fejtése alapján kapjuk.
3. Meghatározzuk az adott ciklusban érvényes ún. determinisztikus, azaz a korrekció nélküli becslést, valamilyen differenciálegyenleteknél alkalmazott módszerrel, mint az Euler- vagy a Runge–Kutta-módszerek, például:

$$\underline{x}_{k+1/k} = \underline{x}_{k/k} + \delta t \cdot \underline{f}(\underline{x}_{k/k}, \underline{u}_k) \quad (13)$$

Ekkor viszont a számítási hibák is becslési hibaként jelennek meg, viszont sokkal gyorsabb lesz a számítás.

4. Kiszámítjuk az extrapolált szórásnégyzet mátrixértékét:

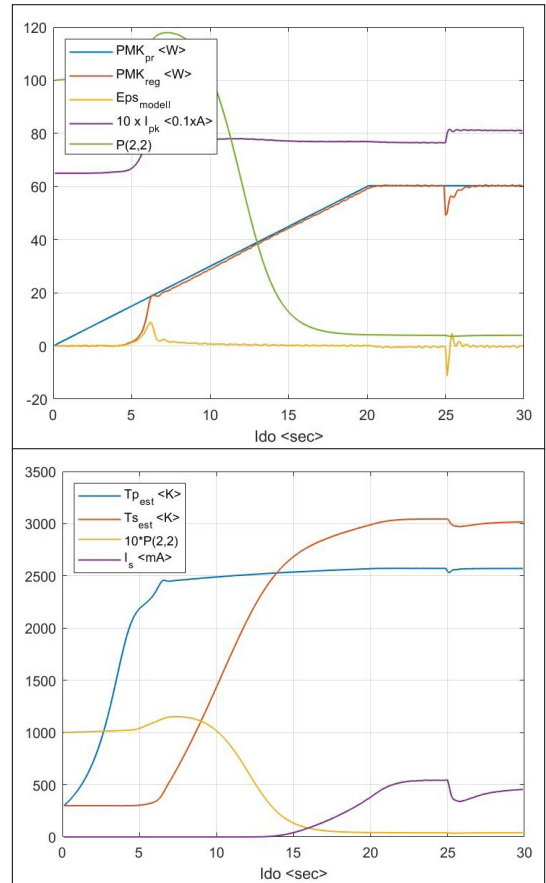
$$P_{k+1/k} = \Phi_k \cdot P_{k/k} \cdot \Phi_k^T + Q_k \quad (14)$$

5. Kiszámítjuk a minimális szórásnégyzetet biztosító visszacsatolási erősítővektor értékét:

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} H_k^T (H_k P_{k+1/k} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (15)$$

6. Kiszámítjuk a visszacsatolással pontosított becsült állapotvektort:

$$\underline{x}_{k+1/k+1} = \underline{x}_{k+1/k} + K_{k+1} \cdot (y_{k+1} - H_{k+1} \cdot \underline{x}_{k+1/k}) \quad (16)$$



4. ábra. Katódfűtés, GPC-irányítás és kibővített Kálmán-szűrős hőmérséklet, illetve szaturációs árambecslés

7. Végül pedig kiszámítjuk a visszacsatolással javított szórásnégyzet mátrixértékét.

$$P_{k+1/k+1} = [I - K_k \cdot H_k] P_{k+1/k} \quad (17)$$

8. Növeljük a ciklusszámot $k \rightarrow k + 1$ majd visszatérünk az 1-es lépéshez.

A fenti elektronsugaras berendezés katódfűtésének esetében a 4. ábrán követhető ez a folyamat: Látható a két hőmérséklet becslése, a masszív katód becslésének a szórása, valamint a becsült I_s-szaturációsáram becslése, amelyet jó közelítéssel biztosít a Schottky-katódelmélet [6], [7]. A becslésnek a bizalmi tényezője pont a szórás-mátrix nyomának a változása. A viszonylag nagy kezdeti érték ($P_{11} = P_{22} = 100$) csökkenése jelzi a helyes becslést. Valójában két tényező is szerepel, mint bizonytalanság a fenti feladatban. Elsősorban a használt modell bizonytalansága. Hisz a

katód hőmérséklet-eloszlása helyett egy egyszerűsített modellt használtunk, ahol a két katód hőmérséklete esetében egyenletes hőmérsékletet feltételeztünk. Másodsorban a becsülő algoritmus esetében nem a nagyon időigényes numerikus integrálási algoritmusokat (Runge–Kutta, Adams stb) használtunk, hanem a jóval egyszerűbb és gyorsabb Euler-módszert, ahol a numerikus pontatlanságokat is a Kálmán-szűrő kompenzálja. Továbbá nagyon lényeges a $t = 25$ sec időpillanatban előálló helyzet. Az elektronágyú, illetve megmunkálókamra közti szelep nyitása azt eredményezi, hogy a felfűtött katód környékén a csökkenő vákuum miatt megjelenik a konvekciós hőtranszfer jelensége, amely hűti a katódot. Ezért az elérhető maximális szaturációs áram értéke jelentősen csökkenni kezd, amit valamennyire kompenzál a GPC által megvalósított teljesítményszabályozó, de természetesen nem teljesen. Sőt, az így kialakuló melegítés, majd hűtési ciklusok a katód élettartamára is hatással vannak. Ezért az lenne helyes, ha úgy terveznénk meg a melegítési-felfutási előírt pályát, hogy az magát a katód élettartamát is megnyújtja. Ez az optimális pályatervezés alapján valósítható meg, amelynek megfogalmazását, illetve példáját a következőkben mutatjuk be.

2.4. Az optimális pálya tervezése

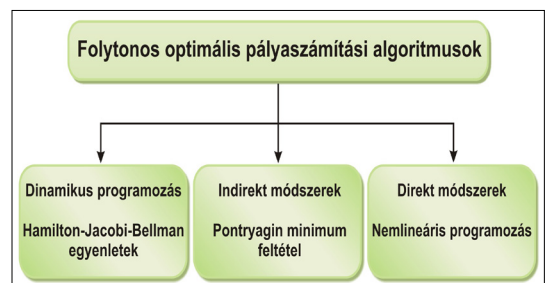
Abban az esetben, ha magát a követendő optimális pályát szeretnénk megtervezni – amely teljesen más feladat, mint az előírt pálya valós időben való követése – a linearizálás módszere értelmét veszti. Hisz ez a feladat a teljes pálya alapján dönti el azt az előírt pályát, amely a választott célfüggvény alapján a legjobb, tehát nem tudunk olyan pontot rögzíteni, amely környezetében érdemes lenne alkalmazni a linearizálás módszerét. Persze, ez már teljesen más feladat, mint maga az irányítás, de legalább annyira fontos, mert megadja a megfogalmazott célnak a legjobb előírt pályát. Amennyiben a folyamat matematikai modellje ismert, akkor könnyen megfogalmazhatók és matematikailag is leírhatók az optimalitást biztosító szükséges feltételek, mint a Hamilton–Jacobi- vagy a Hamilton–Jacobi–Bellman-egyenletek, amelyek megoldására ma már számos numerikus módszer létezik. Mivel az alkalmazott tudományok számos területén növekvő komplexitással találunk nemlineáris, dinamikus, optimális irányítási feladatokat, így az elméleti alapokat követően az utóbbi pár évtizedben számos numerikus algoritmust is kidolgoztak és alkalmaznak, sőt ez ma úgy is tekinthető, mint egy különálló tudó-

mányterület. Az **5. ábra** szemlélteti a pályaszámítási algoritmusok típusait.

Ezek alapján látható, hogy jelenleg az optimális irányítás mint témakör olyan szoftverek alkalmazását jelenti, amelyek a folytonos idejű, nemlineáris optimális irányítási feladatokat alakítják át numerikusan megoldható feladattá. Kezdvé az 1980-as évektől, ezek fő trendje egy nemlineáris programozási feladattá (NLP) való átalakítás, amelyet viszonylag jól tanulmányozott módszerekkel lehetett megoldani. Példaként említhetjük a SNOPT [11], IPOPT [12], valamint KNITRO [13] programkörnyezeteket. Eredetileg ezeknél a csoportosítási módszereknél úgy határozták meg a megoldások időskáláját, hogy azok minden egyenletnél (állapotegyenletek, vezérlőjel-, valamint segédállapot-egyenletek) azonosak legyenek. A konvergencia ezeknek a pontoknak a sűrítésével oldható meg. [14], [15]. Újabb kutatások azt bizonyították, hogy a közvetlen ortogonális Gauss-kvadratúra segítségével pedig jó eredmények születnek. Ennek lényege, hogy mi magunk válasszuk meg nemcsak a súlyokat, hanem az abszcisszákat is, ahol egy függvényt meg szeretnénk közelíteni. A Gauss-kvadratúrák előnye az, hogy egy adott egész szám esetében, amely a közelítési tagok számát jelöli, mindig találunk egy rendszűzót, valamint ortogonális függvényt úgy, hogy az optimális pálya célfüggvényét megközelítő integrál lehetőleg minél pontosabb legyen.

$$\int_{-1}^1 f(x) \cdot dx = \sum_{i=1}^n w_i \cdot f_i(x)$$

Ezt a módszert használják a Legendre–Gauss, a Legendre–Gauss–Radau, valamint a Legendre–Gauss–Lobatto elnevezések alatt ismert „pszeudospektrum” név elnevezésű módszere [16]. Természetesen ezeknek a módszereknek akkor van értelme, ha a meghatározandó optimális pálya és a rendszert leíró differenciálegyenletek ezt szükségessé teszik.



5. ábra. Pályaszámítási algoritmusok

Az irányítási feladat megfogalmazásához általában a folytonos rendszerekre felírt ismert általános állapotmodellt használunk.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \underline{x}(t) &= f(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) \\ \underline{y}(t) &= h(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) \end{aligned} \quad (18)$$

ahol $\underline{x}(t) \in \mathcal{X}^n$ az állapotok vektora, az $\underline{y}(t) \in \mathcal{Y}^p$ a kimenet, illetve az $\underline{u}(t) \in \mathcal{U}^m$ a vezérlőjel vektora. Azt is fontos kiemelni, hogy ezt az optimális irányítást, illetve a megfelelő optimálpálya-kiszámítást arra is lehet használni, hogy az adott rendszer előírt pályáját generáljuk, amely mentén bizonyos előírt feltételeknek felel meg az irányított rendszer. Az általánosan érvényes szabályozási algoritmus kiszámítása csak a nemlineáris karakterisztika közvetlen figyelembevételével lehetséges. A következőkben bemutatunk egy ilyen módszert, amelyek többé-kevésbé iteratív módon meghatározzák a teljes tartományban érvényes vezérlőjelet.

Mindezeket arra alapozzuk, hogy a tanulmányozott dinamikus rendszer optimális irányítása azt jelenti, hogy ez biztosítja a következő

$$J(\underline{u}) = \lambda(\underline{x}(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} L(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) dt \quad (19)$$

célfüggvény minimumát, úgy, hogy a rendszer $\underline{x}(t)$ állapotai, valamint $\underline{u}(t)$ vezérlőjelei egyelőre nincsenek korlátozva, a szabályozási feladat t_f -időhorizontja pedig le van rögzítve, és a rendszer $\underline{x}(t_f)$ célállapota szabad. Az ismert módszert követve, meghatározzuk a feladathoz rendelt $H(\underline{x}, \underline{u}, \underline{p}, t)$ Hamilton-függvényt, mint:

$$\begin{aligned} H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{p}(t), t) &= \\ &= L(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{p}(t), t) + \underline{p}^T(t) \cdot f(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) \end{aligned} \quad (20)$$

A módszer algoritmusa a következő:

1. A $t \in [t_0, t_f]$ intervallumban megválasztunk egy kezdeti közelítést az $u_0(t)$ vezérlőjelnek.
2. Használva ezt, kiszámítjuk az állapotegyenletek egy pályáját a $t \in [t_0, t_f]$ időintervallumra.
3. Használva a segédállapot-vektor peremfeltételét,

$$\underline{p}(t_f) = \frac{\partial \lambda(\underline{x}(t_f))}{\partial \underline{x}}, \quad (21)$$

meghatározzuk a segédállapot egy közelítését időben visszafelé integrálva a HJ-egyenleteket.

4. Vizsgáljuk a következő feltétel teljesülését:

$$\left\| \frac{\partial H}{\partial \underline{u}} \right\| = \int_0^{t_f} \left[\frac{\partial H}{\partial \underline{u}} \right]^T \left[\frac{\partial H}{\partial \underline{u}} \right] dt \leq \varepsilon \quad (22)$$

5. Amennyiben ez teljesül, akkor megkaptuk az optimális pályát, amennyiben nem, úgy minden időpillanatban elvégezzük a következő korrekciót:

$$\underline{u}(t)^{<k+1>} = \underline{u}(t)^{<k>} - S^* \cdot \frac{\partial H(\underline{x}, \underline{p}, \underline{u}, t)}{\partial \underline{u}} \quad (23)$$

Az iterációt a 2.-es lépéstől folytatjuk.

Ezután az egyetlen kérdés az, hogy milyen célfüggvényt tudunk választani. Gyakorlati megfigyelések bizonyítják, hogy az indirekt fűtésű katód élettartamát a primer katód élettartama határozza meg. Amennyiben nem áll elő valamilyen váratlan esemény, úgy ennek a párolgása miatti tömeg-, illetve átmérővesztése alapján lehet ezt az élettartamot számítani. Amennyiben ezt a tömegvesztési értéket M_w $<g/cm^2 \cdot s>$ jelöljük, akkor [6] és [9] alapján a becsült Δt élettartamot úgy számíthatjuk, mint az az időintervallum, amely alatt Δm tömeget veszít a katód. Ekkor felírhatjuk:

$$\Delta t = \frac{\Delta m}{M_w(T) \cdot S_{PK}} = \frac{\gamma_w \cdot \Delta V}{M_w(T) \cdot \pi \cdot \eta_i \cdot (2r) \cdot l_{PK}}$$

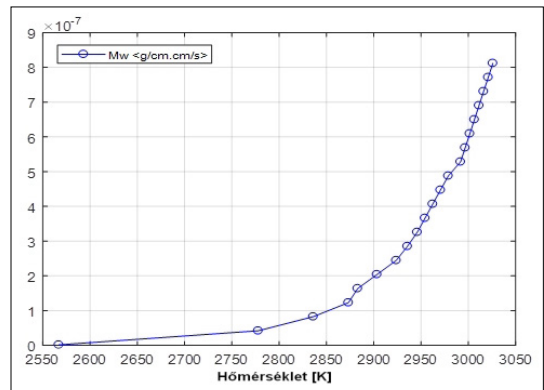
Ahol $\gamma_w = 19.5 \text{ g/cm}^3$ a wolfram katódsűrűsége, $l_{PK} <cm>$ a primer katód spirális hossza, illetve feltételezve, hogy a primer katód átmérője $\eta_i \cdot (2r)$ értékről, $\eta_{i+1} \cdot (2r)$ értékre csökken, akkor:

$$\Delta V = \frac{\pi}{4} l_{PK} \cdot (2r)^2 \cdot (\eta_i^2 - \eta_{i+1}^2)$$

következik

$$\Delta t = \frac{\gamma_w \cdot (2r) \cdot (\eta_i^2 - \eta_{i+1}^2)}{4 M_w(T) \cdot \eta_i}$$

Mivel az M_w -tömegvesztés erősen hőmérsékletfüggő (lásd 6. ábra), ezért egyik megoldás az



6. ábra. Tömegvesztés a hőmérséklet függvényében

lenne, hogy minden bekapcsolás, megmunkálás esetében egy állandó szabályozott hőmérsékleten kiszámítjuk, hogy hány százaléka párolog el a katódnak, majd ezek összege egy adott időintervallumra kivétíve legyen a legkisebb. Ebből természetesen az a feltétel adódik, hogy lehetőleg tartuk a legkisebb értéken a katód hőmérsékletét, de úgy, hogy egy adott alsó érték alá ne essen ez.

Egyébként majdnem ugyanezt az eredményt kapjuk feltételezve a következő empirikus eredményt (6. ábra) [8]. Wolfram-direktfűtésű hőemissziós katód teljesítménye az U -tápfeszültség $U^{1.6}$ -hatványával arányos, a fényerő-kibocsátás $U^{3.4}$ -hatványával, illetve az élettartama az $U^{-1.6}$ -hatványával [10].

3. Következtetések

A dolgozat napjaink ismereteinek megfelelően kezel egy az iparban bevált technológiát biztosító megmunkálóberendezést, amely komoly alternatíváját jelenti a lézeres megmunkálásnak. Tekintettel arra, hogy maga a megmunkálás vákuum alatt történik, maga a megmunkálás pontosabb, homogénebb, ellenállóbb, mint a lézeres megmunkálás. Ez az elektronsugaras megmunkálás, amely az elmúlt fél évszázadban bizonyította alkalmasságát a hegesztés, a felületi hőkezelés, a párologtatás, az olvasztás területén, jelenleg az additív anyaggal való 3D-nyomatás területén hozott jelentős áttörést. Mindezt viszont csak úgy lehet elérni, ha sikerül magát a folyamat paramétereit megfelelően ellenőrizni. Ilyen a katódegyüttes, amely magát a sugáráramot biztosítja. Fontos a megfelelő biztonságos és pontos emissziós felületi hőmérséklet szabályozása, valamint a szaturációs (maximális) sugáráram ismerete, valamint egy olyan üzemmód biztosítása, amely maximális élettartamot biztosít ennek az együttesnek. Adott létező konfiguráció esetében bizonyítottuk, hogy egy adaptív GPC-irányítás, stabil működést tud biztosítani, míg egy kibővített Kálmán-szűrő megfelelő módon tudja biztosítani a katódfelületek hőmérsékletének, valamint a szaturációs sugáráram előzetes becslését, amely biztonságossá teszi a technológiát. A dolgozatban mindezt kiegészítettük egy maximális élettartamot biztosító optimális pályaszámítással, amely az előírt teljesítmény segítségével fejt ki hatását. Mindezt egy CTW 5/60-típusú elektronagyú működésének a javítása érdekében fejlesztettük, amelyet a Sapienia Egyetem keretében újítunk fel.

Szakirodalmi hivatkozások

- [1] Åström K. J., Wittenmark B.: *On self-tuning regulators*. Automatica, 9. (1973) 185–199.
- [2] Keviczky L., Hettihessy J., Hilger M., Kolostori J.: *Self-tuning adaptive control of cement raw material blending*. Automatica, 1978.
- [3] *Methods of Model Based Process Control in Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Methods of Model Based Process Control*. Antalya, Turkey, August 7–17, 1994.
- [4] Bennett W. R.: *Spectra of Quantized Signals*. Bell System Technical Journal, 27. (1948) 446–472.
- [5] Gray R. M., Neuhoff D. L.: *Quantization*. IEEE Transactions on Information Theory, IT-44/6. (1998) 2325–2383.
- [6] Hinrics C. H., Mackie W. A., Pincosy P. A., Poulsen P.: *The Extended Schottky Cathode*. IEEE Transactions on Electron Devices, 37/2. (1990) 2575–2580.
- [7] Hartman W., Kirkman G., Dominic V., Gundersen M. A.: *Super Emissive Self-Heated Cathode for High Power Applications*. IEEE Transactions on Electron Devices, 36/4. (1989) 825–826.
- [8] Plante E. R., Sessoms A. B.: *Vapor Pressure and Heat of Sublimation of Tungsten*. Journal of Research of the National Bureau of Standards, Physics and Chemistry, 77A/2. March-April, 1973.
- [9] Virag M., Murin J.: *Thermal Field Simulation of a Tungsten Filament Lamp Referring to its Lifetime*. Journal of Electrical Engineering, 56/ 9-10. (2005) 252–257.
- [10] Özbek H., Çil C., Rodoplu A.: *Effect of Architecture and Operating Conditions of Vehicle Bulb Lifetime in Automotive*. International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, 13/6. (2019)
- [11] Gill P. E., Murray W., Saunders M. A.: *SNOPT: An SQP Algorithm for Large Scale Optimization*. SIAM Review, 47/1. (2005) 99–131.
- [12] Wächter A., Biegler L.T.: *On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Filter Line Search Algorithm for Large-Scale Nonlinear Programming*. Mathematical Programming, 106. (2006) 25–57. <https://doi.org/10.1007/s10107-004-0559-y>
- [13] Byrd R. H., Nocedal J., Waltz R. A.: *Knitro: An Integrated Package for Nonlinear Optimization*. In: Di Pillo G., Roma M. (Eds.): *Large Scale Optimization, Nonconvex Optimization and Its Applications*, 83. (2006) 35–59.
- [14] Betts J. T.: *Practical methods for optimal control and estimation using nonlinear programming*. 2nd edition, 2010, SIAM.
- [15] Zhao Y., Tsiotras P.: *Density Functions for Mesh Refinement in Numerical Optimal Control*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 34/1. (2011). <https://doi.org/10.2514/1.45852>
- [16] Garg D., Patterson M. A., Hager W. W., Rao A. V., Benson D., Huntington G. T.: *An overview of three pseudospectral methods for numerical Solution of Optimal Control*. Advances in the Astronautical Sciences, 135. 2009.