

szintén jelentős lehűlő felületek. (2. ábra) Történelmi épületek esetén gyakran nem oldható meg a homlokzatok külső, utólagos hőszigetelése, ugyanis ez a homlokzati architektúra eltűnésével járna együtt. (3. ábra) Minden esetben mérlegelni kell a történelmi ablakok felújításának és cseréjének összes lehetőségét, hiszen ezeknek a korabeli épületek megjelenésének megtartása elsődleges feladatunk.

HIVATKOZÁSOK

[1] Paul Trudeau & Cambridge Historical Commission – Guidelines for Preservation and Replacement of Historic Wood Windows in Cambridge – 2009. május – www.cambridgema.gov/historic.

[2] Lőrinczi Zsuzsa – Történelmi ablakaink védelmében – Mielőtt ablakot cserélne – www.ablakprofilok.hu.

[3] Szűts László - Történelmi ablakszerkezetek hőtechnikai jellemzőinek vizsgálata.

[4] http://www.carpenter.hu/muemlek_jellegu_nyilaszarak.

[5] Dr. Széll Mária – Épületek Rekonstrukciós Tervezése – Transzparens homlokzati szerkezetek energia-hatékony, fenntartható felújítása.

[6] Dr. Széll Mária – Kétrétegű ablakok felújítása – Magyar Építéstechnika 2009/9.

[7] Bakonyi Dániel – Dr. Becker Gábor – Történelmi ablakok az új követelmények tükrében.

[8] Histoglass Glazing Systems The Gatehouse –<http://www.histoglass.co.uk/content/Project-Details/207>.

NAGY BALÁZS^o

Geometriai modellek kialakításának hatása tetőcsomópontok végeeselemes és véges differenciámódszeres többdimenziós hőtechnikai szimulációi esetén

• KIVONAT

Jelen cikk a hazai épületszerkezeti tervezésben még nem elterjedt többdimenziós hőtechnikai végeeselemes és véges differencia módszeres szimulációk épületenergetikai szerepének bemutatásával foglalkozik. Az általános leírásnál a cikk a geometriai modellek kialakításának hatásait vizsgálja. Egy kishajlású tetőcsomópont példáján keresztül a különböző módszereket alkalmazó szoftverek miatti geometriai egyszerűsítés hatásait vizsgáljuk az eredményekre. Továbbá egy magastető csomópont segítségével hasonlítjuk össze a kétdimenziós és háromdimenziós végeeselemes hőtechnikai szimulációt. A vizsgálat csomópontok esetében az ingyenesen elérhető kétdimenziós végeeselemes szoftverrel 1%-on belüli eredményegyezést kaptunk a háromdimenziós modellezéshez képest. Véges differenciámódszer alkalmazó szoftverek használata azonban nem ajánlott a vizsgált csomópontok esetén, mivel a kishajlású- és magastetők geometriájának közelítő megadása az eredményekben az elfogadható hibahatáron kívüli pontatlansághoz vezet. Kulcsszavak: épületfizika, hőtechnikai szimuláció, tetőszerkezetek, VEM, VDM

• ABSTRACT

This paper describes the multidimensional thermal simulation using finite element and finite differential methods which are not yet widespread in building design in Hungary. Beyond the general description, this article analyses the effects of different geometric models. Through an example of a low-pitched roof component, an investigation on the impact of geometric simplifications due to the softwares applying different methods is shown. Furthermore, the paper compares the two- and three-dimensional finite element simulations applying on a high-pitched roof component. In the case of the tested components, the results obtained with a free, two-dimensional finite element software, are matched within 1% compared to the three-dimensional modeling. However, the application of softwares using finite differential method is not recommended for the tested components, since the defined approximate geometry of low and high pitched roofs results inaccuracies which are out from the range of acceptable limits of error.

Keywords: building physics, thermal simulation, roof constructions, FEM, FDM

1. BEVEZETÉS

Manapság az egyre inkább energiatudatos épületek tervezése során már elengedhetetlen, hogy az épületszerkezeti tervező az épülethatároló szerkezetek hőátbocsátási tényezőivel, a szerkezetek épületfizikai és -energetikai paramé-

tereivel is megfelelő gondossággal, tervezési szinten foglalkozzon. A magyarországi háromszintű épületenergetikai szabályozásban az első szintet a rétegtervi hőátbocsátási tényezők jelentik, melyek maximális értékeit a mindenkori hatályos rendelet tartalmazza. Ez kézi számítási módszerekkel is történhet, mivel a szerkezetekre vonatkozó hőátbocsátási tényezőket egydimenziós és állandósult állapotban számítjuk.

^o doktorandusz, okl. szerkezet-építőmérnök, épületenergetikai szakmérnök

A második követelményszint viszont már a fajlagos hővesztés-tényezőre vonatkozik, mely számításához nem elegendő csupán a felületek hőátbocsátási tényezőjét ismerni. A jelenleg érvényben lévő, az épületek energetikai jellemzőinek meghatározásáról szóló 7/2006. TNM rendelet tartalmaz egy egyszerűsített számítási módot. Ez megengedi, hogy a transzmissziós hővesztéseket a vonalmenti hőátbocsátási tényezők ismerete nélkül (egyedül a lábazati csatlakozás esetében közöl egy táblázatos módszert annak számítására), míg a felületi értékeket, a hőhidak fajlagos hossza alapján kiválasztott és az egyes épülethatároló szerkezetekre vonatkozó, szorzótényezővel növelve számítsuk. A rendelet megengedi a részletes és az egyszerűsített számítás közötti átjárhatóságot, így ezt a pontatlanságot a tervezők hajlamosak elfogadni, mivel a részletes módszerhez szükséges többdimenziós hőáramlás számítása és az ezek ismeretében meghatározható vonalmenti és pontszerű hőátbocsátási tényezők előállítása az MSZ EN ISO 10211:2008 szabvány alapján jóval bonyolultabb és időigényesebb. A vonalmenti hőátbocsátási tényezők ú.n. hőhid-katalógusból történő kiválasztása a hazai számítási eljárás miatt nehézkes, az Európában elterjedt katalógusok a hőhidak hosszát az épület külső oldala felől mérik, szemben a magyar eljárással, mely a belső lehűlő felületeket veszi figyelembe a számítás során. Az MSZ EN ISO 14683:2008 szabványban közölt szerkezeti csomópontok szintén jelentősen eltérnek a hazai tervezési és építési módoktól, ezért ezen értékek használata nem javasolt. Az említett szabványokban tetőcsomópontok esetén kizárólag lapostetővel rendelkező épület vonalmenti hőátbocsátási tényezőit találjuk, így kishajlású- vagy magastetővel rendelkező épület esetén hőhidkatalógus sem áll rendelkezésre.

Az épületenergetikusok és épületszerkezetekkel foglalkozó szakemberek több számítógépes szimulációs szoftverek közül választhatnak a vonalmenti hőátbocsátási tényezők számításakor, léteznek kifejezetten az épületek csomóponti hővesztéseinek meghatározásához fejlesztett szoftverek, illetve más ipar számára létrehozott, azonban erre a célra is megfelelő programok. A hőátadási folyamatok szimulációs vizsgálata az épületszerkezetek esetében még nem szerepel az általános tervezői gyakorlatban, azonban más mérnöki területeken, például a számítógép-, autó- és repülőgépipar esetében már mindennapos feladatnak számít, valamint az épületgépészeti vonatkozású alkalmazása (pl. légtechnikai rendszerek áramlástani vizsgálata) sem új keletű dolog. Ezen cikkben egyszerű példákon keresztül mutatom be a lehetséges szimulációs módszereket.

2. A MEGOLDANDÓ HŐTECHNIKAI FELADAT

A legoptimálisabb megoldási módszer kiválasztásához ismernünk kell a szükséges alapadatokat, valamint azokat az elvárt eredmény pontosságának függvényében kell megadnunk. A hőáramlás differenciálegyenlete a termodinamika első főtétele alapján $T(x,y,z,t)$ abszolút hőmérsékletre felírva (Lewis et al. 2004):

$$-(\mathbf{v} \cdot \mathbf{q}_i) + t:S - \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho \right) + Q = c_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T \right) \quad (1)$$

ahol: q_i hőáramok [W/m^2],
 τ viszkózus feszültség tenzor [Pa],

S alakváltozási sebességtenzor [$1/\text{s}$],
 T abszolút hőmérséklet [K],
 ρ sűrűség [kg/m^3],
 p nyomás [Pa],
 \mathbf{v} sebességvektor [m/s],
 Q hőforrások, eltérően a viszkózus melegedéstől [W/m^3],
 c_p állandó nyomáson vett fajlagos hőkapacitás [J/kgK].

Az egyenlet időben változó, átmeneti (tranzien) és nem egyensúlyi (instacioner) állapotot ír le, mely során állandó nyomáson vett anyagtulajdonságokat alkalmazhatunk, melyek azonban függhetnek a hőmérséklettől, a hőterjedés irányától is (a nedvességfüggő anyagtulajdonságok figyelembevételéhez a Fick-féle diffúziós egyenlet megoldására is szükségünk volna).

Az épületszerkezeti és -energetikai tervezés során a feladat általában csak szilárd testeket tartalmaz, valamint állandósult (stacioner) állapotban vizsgáljuk a modellünket, mely során a szerkezetben állandó nyomáson kialakuló hőmérséklet eloszlást keressük. Az anyagtulajdonságokat az MSZ EN ISO 10456:2008 szabvány szerinti átlagos beépített állapotbeli hővezetési tényezőjükkal, a szilárd testeken belüli állapotokat pedig a Fourier-féle hővezetési törvény felhasználásával írjuk le. A peremfeltételek megadásához a peremeken értelmezett felületi (hőátadási) ellenállásokat alkalmazunk az MSZ EN ISO 6946:2008 szerint, melyek a konvektív hőátadást a felületre ható szélesebség, míg a sugárzásos hőcserét a felület emissziós tényezőjének és a felület melletti léghőmérséklet függvényében írják le. A feladathoz megoldandó differenciálegyenlet jelentősen leegyszerűsödik:

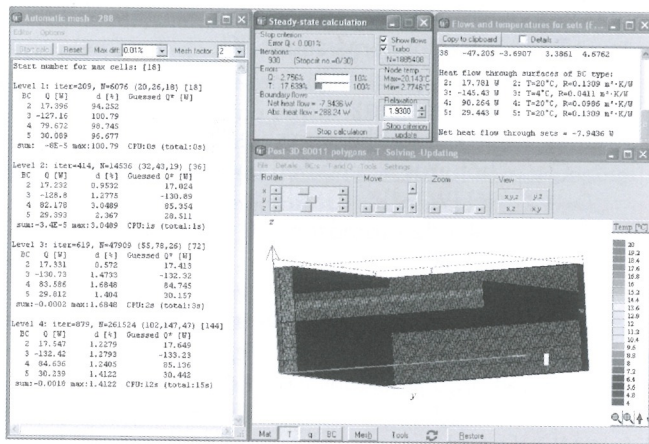
$$\nabla(\lambda \nabla T) = 0 \quad (2)$$

ahol: λ hővezetési tényező [W/mK],
 T abszolút hőmérséklet [K].

3. A MODELLEZÉSHEZ HASZNÁLT ELJÁRÁSOK

A két legelterjedtebb módszer, mellyel hővezetési feladatokat oldhatunk meg a végeelem módszer (VEM) és a véges differencia módszer (VDM), melyek numerikus megoldásokat nyújtanak a parciális differenciálegyenletek közelítő megoldásaira. A VEM a teljes vizsgált tartományt leíró parciális differenciálegyenletek megoldásait a tartomány részalmazaira felírt egyszerűbb egyenletek megadásával, majd ezen egyenletek megoldásainak összeillesztésével közelíti (Bojtár, Gáspár 2009). A VDM az időben és térben folytonos függvényeket diszkrétizálja (véges sok pontra és meghatározott időpontokra írja le), a differenciálegyenletekből differenciaegyenleteket állít elő és a differenciahányadosokkal közelíti a differenciálegyenletben szereplő deriváltakat (Veress 2004).

A gyakorlatban a két módszerből adódó különbségeket a hővezetést modellező szoftverek esetében is érezhetjük. A VDM alapú programok esetében a vizsgálandó modellünket téglatesteből építhetjük fel. Emiatt a megoldáshoz szükséges cellákra történő felbontás gyors és egyszerű folyamat, mivel csak a globális koordináta-rendszerre merőleges hálót alkalmazhatunk. Ennek hátránya, hogy a lokális hálósűrítés a hőtechnikai szoftverekben nem megoldható.

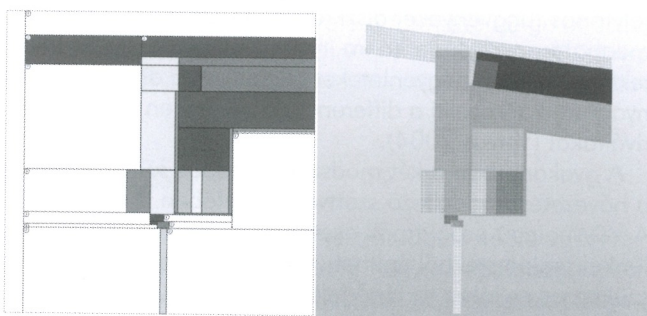


1. ábra: Lapostető sarokcsomópont VDM szimulációja automatikus hálóoptimalizálással (HEAT3 szoftverrel) (Nagy 2013)

Egyes VDM-et alkalmazó rendszerekben a megoldást a hálófelbontás automatikus, de a felhasználó által megadott faktor szerinti sűrítésével közelítik úgy, hogy a szimuláció végét, tehát az iterációs folyamat leállítását az adott utolsó szimulációs eredmény és az azt megelőző eredmény beállított legnagyobb differenciája határozza meg. (1. ábra)

A VEM-et alkalmazó programok esetében szinte bármilyen formájú alakzatra végezhetünk vizsgálatot. A testek közelítése különböző alakú véges elemekre bontással történik, melyek optimális megválasztása, a háló kialakítása jelentősen több szakértelmet kíván. A hőtechnikai feladatok megoldására kifejlesztett célszoftverek azonban gyakran nem nyújtanak lehetőséget a hálókialakítás optimalizálására, csupán automatizált hálógeneráló algoritmusokra hagyatkozhatunk. A kívánat pontosság elérésének érdekében szükséges a sűrítések optimalizálása, mely természetesen a numerikus számítás lefutásának időtartamát is befolyásolja.

A modell megalkotása és az anyagok tulajdonságainak definiálása után, ami alatt általában az irányonkénti hővezetési tényezőt értjük állandósult állapot vizsgálata esetében, mindkét eljárásnál a peremfeltételek megadása és a hőterhek elhelyezése következik. Egyes szoftverek külön virtuális testként kezelik a peremfeltételeket, míg más szoftverek a szilárd testek szabad felületeihez rendelik hozzá azokat. Ezen lépések után, ha kész a véges elemes háló is, lefutathatjuk a számítást és kiértékelhetjük a kapott eredményeket.



2. ábra: Kishajlású tető HEAT3 VDM (balra) és Simulation Multiphysics VEM (jobbra) geometriai modellje

4. A MÓDSZEREK MIATTI ELTÉRŐ GEOMETRIAI HATÁS AZ EREDMÉNYEKRE

Az említett módszerek és ezeket alkalmazó szoftverek alkalmasak arra, hogy az MSZ EN ISO 10211:2008 szabványban közölt számításhoz képest 0,1 W/m-t nem meghaladó eltéréssel számítsuk a vonalmenti hőátbocsátási tényezőket, ha a szabvány szerinti négyszögletes csomópontokat szimulálunk. Ha kishajlású tető és falcsatlakozását vagy magastető és térfal csatlakozását vizsgálunk, vagy akár egy lapostető rétegrendben a hővezetési ellenállást jelentősen befolyásoló változó vastagságú réteg kerül elhelyezésre (pl. hőszigetelő anyag, mint lejtést adó réteggént), a módszerek eddigiekben leírt geometriai modellbéli eltérései miatt az eredmények eltérőek lesznek.

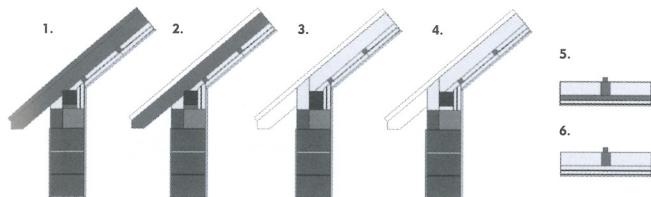
Az eltéréseket egy 6°-os lejtéssel rendelkező kishajlású tető és átszellőztetett homlokzatburkolattal rendelkező fal szerkezet csatlakozásának csomópontját mutatom be (2. ábra). A geometriai modellek eltérőek, mivel a VDM modellnél a tető lejtését elhanyagoljuk a már említett megkötések miatt. A hálófelbontás során azonos számú cellára osztva a modelleket, azonos anyagtulajdonságok és peremfeltételek alkalmazásával és megegyező belső méretek felvételekor a VDM szimulációnál 0,4434 W halad át egységnyi belső felületen 16 K hőmérsékletkülönbség esetén, míg a VEM szimulációnál 0,4239 W. Az eltérés 4,6%-os, mely már nem felelne meg az MSZ EN ISO 10211:2008 szabvány által megkívánt maximum 2%-os eltérésnek az elméletileg pontos megoldástól. Ha a csomópont nem építhető fel kizárólag téglatestekből, akkor a hőtechnikai feladatok megoldásakor a VDM alkalmazása kerülendő.

5. A KÉT- ILLETVE HÁROMDIMENZIÓS MODELLEK HATÁSA AZ EREDMÉNYEKRE

A szerkezeti csomópontok modellezésekor a geometriai modell dimenziószámának megválasztása is fontos kérdés. Egyértelmű lehet, hogy a legrészletesebb eredményeket háromdimenziós modell esetén kaphatjuk. Egy szerkezet kétdimenziós modelljének vagy modelljeinek alkalmazásával a szimulációval töltött időt jelentősen csökkenthetjük. A háromdimenziós modell elkészítésének időigénye gyakorlott felhasználó esetén nem jelent számottevő többletidőt a kétdimenziós modellekhez képest. A két- vagy háromdimenziós modellek alkalmazásának szükségessége lényeges kérdés az anyagiak szempontjából is, mivel jelenleg szabadon elérhetőek kétdimenziós VEM és VDM szoftverek, azonban a háromdimenziós szimulációk futtatására képes programcsomagok ára jelentős.

Ha csak síkban modellezzük a szerkezeteket, gyakran szükség van több metszet szimulációjára is, hogy a szerkezeten belüli változásokat követni tudjunk, majd az eredményeket valamilyen metódus (általában a keresztmetszet előfordulásának gyakorisága) szerint átlagolnunk kell. Ennek a jelenségnek a bemutatására egy 40°-os hajlású magastető csomópontot vizsgálunk, mely során kétirányú metszeteket hozunk létre, mivel a 10×15 cm-es szarufák tengelytávja 1,0 méter, melyeken 5×5 cm-es ellenlécek helyezkednek el, továbbá a 15×15 cm-es talpszelemeken a szarufák alatt 20×15×5 cm-es pallóalátéteken csatlakoznak a vasbeton koszorúhoz. Az egyes komponensek nem egyforma szélessége miatt az előbbieken felsorolt elemeket előfordulásuk

szerinti összes állapotukban az egyes függőleges metszete-
ken (3. ábra 1–4. metszet) modelleztem. A vízszintes irá-
nyú metszeteket (3. ábra 5–6. metszet) a szarufákra me-
rőlegesen elhelyezett 5x5 cm-es lécváz indokolja, melyek
között ásványgyapot található. A vizsgálatot mind a 6 ke-



3. ábra: Magastető csomópont metszetei kétdimenziós
VEM szimulációhoz (Therm 7 szoftver) (Nagy 2013)

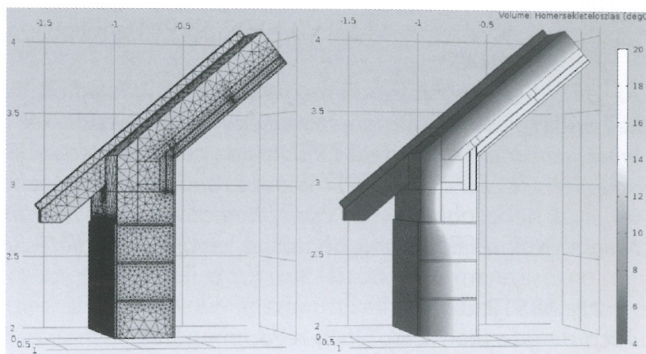
resztmetszetre el kell végezni, melynek futása azonban gyors,
mivel a kétdimenziós modellek azonos elemméret és fel-
bontás mellett lényegesen kevesebb végelelemet és cso-
mópontot tartalmaznak a háromdimenziós modellhez ké-
pest. A tetőhajlás miatt VEM-et alkalmazunk. Az egyes ke-
resztmetszetekben kapott eredményeket egy ismétlődési
periódus során felületarányosan vesszük figyelembe, majd
négyzetméterre fajlagosítjuk. A kétdimenziós modell első
felületén a szimulációk alapján átlagosan $2,8520 \text{ W/m}^2$
hőáramot kapunk.

Azonos anyagtulajdonságok és méretek szerint felépítve a
háromdimenziós modellt (4. ábra), majd azon megegyező
peremfeltételeket és hőmérsékletkülönbséget alkalmazva a
tetőszerkezet belső felületén átlagosan $2,8781 \text{ W}$ távozik
négyzetméterenként. Megállapítható, hogy amennyiben me-
gefelelő számú kétdimenziós metszetre bontjuk fel a háromdi-
menziós csomópontot, akár 1%-on belüli egyezést is kapha-
tunk a háromdimenziós modellel felhasználásával futtatott
szimulációval. A kétdimenziós szimuláció előnye, hogy a ke-
vesebb csomópontból álló háló futási ideje lényegesen gyo-
rsabb lehet a nagyméretű háromdimenziós modellhez ké-
pest. A bemutatott példa esetén a hat metszet kétdimen-
ziós szimulációjának teljes munkafolyamata kevesebb időt
vett igénybe, mint a háromdimenziós modell számítási ideje.

6. ÖSSZEGZÉS

A cikkben bemutatott egyszerű példák alapján látható,
hogy a hőtechnikai szimulációk esetén a módszer és az al-
kalmazott dimenziószám megválasztása hatással van az

eredmények pontosságára. Kishajlású vagy magastetős cso-
móponti szimulációk esetén a jelenleg elérhető hőtechni-
kai programok közül a végelelemes módszer alkalmazása
az ajánlott. Ezek a geometriai modellek a valóságot jobban
követik, a szimulációk eredménye is megfelelő. Kétdimen-
ziós modellek alkalmazásakor – az interneten ingyenesen
elérhető szoftverek használatával – az általános épületszer-



4. ábra: Magastető csomópont háromdimenziós modellje
végelelemes háló (balra) és hőmérsékleteloszlás (jobbra)
megjelenítésével (Comsol Multiphysics szoftver)

kezeti csomópontok megfelelő számú metszetre bontá-
sával megközelíthetjük a háromdimenziós programcsoma-
gok pontosságát.

A hőtechnikai szimulációk alkalmazása az épületszerke-
zeti tervezés során a közeljövőben remélhetőleg minden-
napos és általános tervezői feladattá válik, ezáltal a szer-
kezetek hőtechnikai viselkedésének pontosabb megismeré-
sével valóságosabb, jobb épületfizikai és -energetikai minő-
ségű tervek születnek majd.

HIVATKOZÁSOK

- Bojtár I, Gáspár Zs, 2009, A végelelem módszer matematikai alapjai. BME
Építőmérnöki Kar, Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, Budapest.
ISBN 978-963-313-010-0.
- Lewis RW, Nithiarasu P, Seetharamu KN, 2004, Fundamentals of the Fi-
nite Element Method for Heat and Fluid Flow. John Wiley & Sons Ltd.,
West Sussex, England. ISBN 0-470-84788-3.
- Nagy B, 2013, Többdimenziós hőáramlás modellezés összehasonlító
elemzése, szakmérnöki szakdolgozat, BME Építőmérnöki Kar, Épü-
letenergetikai és Épületgépészeti Tanszék, Budapest.
- Veress Á, 2004, Numerikus módszerek és alkalmazások a hő- és áram-
lástechnikai gépekben lezajló folyamatok modellezésére. PhD érteke-
zés, BME Repülőgépek és Hajók Tanszék, Budapest.

Megújult a MAGYAR ÉPÍTŐIPAR honlapja: www.magypariparkiado.hu

ONLINE MEGRENDELÉSEK ÁRAI:

2012. évi lapszámok online olvasási megrendelése:	3800 Ft+ÁFA	• Az újság éves előfizetési díja 6270 Ft+ÁFA . Az egyes meg-
2013. évi lapszámok online olvasási megrendelése:	3800 Ft+ÁFA	• rendeléseket a Kiadó kezeli, előfizetésben terjeszti a Magyar
Éves korlátlan hozzáférés az online tartalomhoz:	7000 Ft+ÁFA	• Posta Zrt. Hírlap Üzletága, 1089 Budapest, Orczy tér 1.
Újság megrendelése 2011. évi és előtte lévő évekből		• Előfizethető az ország bármely postáján, postai kézbesítőknél,
kedvezményesen:	1000 Ft+ÁFA/db	• e-mailen: hirlapelofizetes@posta.hu , faxon: +36 1 303-3440.
Újság megrendelése 2012. évből kedvezményesen:	1100 Ft+ÁFA/db	• További információ előfizetésről: 06 80 444 444
Újság megrendelése 2013. évből kedvezményesen:	1200 Ft+ÁFA/db	•