

Szakmai zárójelentés „A nehézségi erőter regionális szerkezetének kutatása új típusú földi és szatellita mérések bevonásával” című OTKA kutatási pályázathoz

A pályázat OTKA azonosítója: **46718**

A vizsgálatainkat az elfogadott munkaterv szerint (1) a magyarországi geoidmeghatározás, (2) a geoidfelület interpoláció, (3) a GOCE gradiométeres műhold méréseinek felhasználása főbb területein végeztük.

(1) Megvizsgáltuk az újabb geopotenciál modellek (a német CHAMP és amerikai GRACE műholdak mérései alapján előállított EIGEN és GGM01 elnevezésű modellek) illeszkedését a magyarországi 2 km * 2 km-es rácsra interpolált Faye-anomáliákhoz illetve az EUVN és OGPS GPS/szintezési adatokhoz. A közvetlen összehasonlításból adódó, valamint a referencia geoid megoldás módszerének alkalmazásával kapott eredmények statisztikai vizsgálata során bebizonyosodott, hogy az újabb geopotenciális modellek illeszkedése a nehézségi erőter regionális szerkezetéhez egyértelműen jobb mint a korábbi (EGM96 vagy GPM98C) modellek illeszkedése, kivéve az OGPSH szintezett pontjaiban előállítható geoidmagasság értékeket [13]. Ezért ezeket az újabb modelleket alkalmaztuk az új magyarországi geoid meghatározásában [9].

A kombinált geoidmegoldáshoz felhasználható nagyfelbontású digitális terepmodell vált elérhetővé Magyarország területére is 3'' * 3''-es (90 m * 60 m-es) felbontásban a NASA/NIMA SRTM (Shuttle Radar Topographic Mission) SAR radar interferometria eredményeként. Ezek az adatok 90%-os szinten 16 m-es magassági hibával jellemezhetők és nagy mértékben homogének, ezért ezeket az adatokat használtuk fel a nehézségi erőter méréseinek feldolgozása során, a későbbiekben említett HGTUB2007 új kombinált geoidmegoldást [9] előállításában.

(2) Kidolgoztuk a geoidmagasságok interpolációjának hatékony módszerét neurális hálózatok felhasználásával. Radiális bázisfüggvényeken (RBF) alapuló neurális hálózatot felvéve tapasztalataink szerint a felületközelítés iterációs eljárása gyorsan konvergált és a polinomközelítéssel összehasonlítva mintegy 60%-kal kedvezőbb eredményeket szolgáltatott. [1]. A GPS-gravimetriai geoid előállításához hozzáadhatjuk az eredeti gravimetriai geoidhoz a GPS-szintezési adatok felhasználásával megadott korrekciós felületet. Harmadfokú spline interpolációt alkalmazva a korrigált geoid is megadható analitikus alakban. A felületillesztés az elvégzett vizsgálatok szerint ezzel a módszerrel 1-2 centiméteres pontossággal megoldható. Rámutattunk, hogy fontos a GPS-szintezési adatok egyenletes eloszlása, durva hiba szűrése és a tanuló és tesztalmez optimális szétválasztása [12]. A mérési adatokból történő tanulás, illetve a fekete doboz modellezési feladatoknál a kernel módszerek, ezeken belül pedig a Szupport Vektor Gépek (Support Vector Machine – SVM) [7] egyre szélesebb körben kerülnek alkalmazásra. A gravimetriai geoid magyarországi felületdarabjának korrekciós felületének előállításához GPS/szintezési adatokat felhasználva wavelet kernelt alkalmaztunk az SVM módszer keretében. 194 tanulópontra és 110 ellenőrző pontot felhasználva az SVM közelítés az eltérések 3 cm-esnél kisebb szórásával illeszkedett.

(1) Elvégeztük a geoidmeghatározásban használható átlag nehézségi rendellenesség és pontbeli Eötvös-inga mérési adatok statisztikai vizsgálatát, tapasztalati auto- és

keresztkovariancia függvények előállítását, valamint eljárást dolgoztunk ki a feltehetően durva hibával terhelt gradiensmérések kiszűrésére. Az eredmények alátámasztották azt, hogy a már adatbázisban levő gradiensmérések kedvezően használhatók fel egy új magyarországi geoidfelület meghatározásban.

Elvégeztük a kombinált geoidmegoldáshoz felhasználható adatok gyűjtését és rendszerezését, az adatok statisztikai vizsgálatát. Megfelelő kovariancia modelleket dolgoztunk ki az adatok integrált felhasználása céljából. A gravitációs gradiensek és nehézségi rendellenességek kereszt-kovariancia függvényét meghatároztuk egy Gauss-féle egyszerű kovariancia modell felhasználásával. A nehézségi rendellenességek előállításához a legkisebb négyzetes kollokáció módszerét alkalmaztuk. A rendelkezésre álló 44 818 gradiensméréssel a teljes 45 000 km²-es adatterületre felírt kovariancia mátrix 15 GB tárhelyet igényelne, viszont a kereszt-kovariancia függvény szerkezetét figyelembe véve ez a memóriaigény kb. 300 MB-ra csökkenthető. Az így előállított ritkán kitöltött (sparse) kovariancia mátrixnak a megoldásához felhasználtuk az LDL C nyelvű programkönyvtárat. A teljes területre kiszámított nehézségi rendellenességeket összevetettük a mért Δg értékekkel. Vizsgálataink eredményeként megállapítottuk, hogy a gradiensek statisztikai inhomogenitása miatt a kollokáció végrehajtása előtt célszerű nagyfelbontású topográfiai modell használata és a gradiensek további redukciója a modelltől számított értékekkel [14].

A kutatási projekt megvalósítása során az ELGI szakembereinek segítségével jelentősen növeltük a digitális adatbázisba vitt Eötvös-inga mérések számát a még elérhető mérések feldolgozásával. Az ELGI 2005-ben 2549, 2006-ban 2144, 2007-ben pedig 2334 ingamérési pontból álló adatállományt állított elő adott át a kutatások keretében a BMGE részére. Így összesen 7027-tel több adatbázisba vitt pontban állnak rendelkezésre a korábbi Eötvös-inga mérések.

(3) Elméleti alapkutatásokat és próbaszámításokat is végeztünk az Eötvös-inga mérések és a GOCE gradiométeres műhold méréseinek a kombinált felhasználásával kapcsolatban. Azt vizsgáltuk, hogy milyen módon számíthatók át az űrgradiométeres mérések egy közös peremfelületre, ugyanis ez a számítás a geodéziai peremértékfeladat megoldásának egyik szükséges lépése. Tanulmányoztuk az űrgradiométeres és a földfelszíni mérések közös referencia felületre történő átszámításának gyakorlati kérdéseit, a magfüggvények spektrális sajátosságait. Ezek a kutatások feltárták azt, hogy a gravitációs gradiensek mely kombinációi adhatják a legkedvezőbb megoldást a GOCE és felszíni gravimetriai adatok együttes felhasználása esetén. [2, 3]. Az űrgradiometriai alkalmazásoknál a topográfiai tömegek által a nehézségi erőter gradienseire kifejtett hatás meghatározása is elengedhetetlen a mért adatok ellenőrzéséhez és lefelé folytatásához. A topográfia Eötvös-tenzorra kifejtett hatásának meghatározásához három topográfiai modellt használtunk fel. Az első a síkközelítéses derékszögű prizma modell, a második a tesszeroidok alkalmazása, míg a harmadik a gömbi közelítéses derékszögű prizma modell. Az első két modellt egy Európát lefedő teszt területen hasonlítottuk össze, míg az utóbbi kettőt globális adatokon is teszteltük. Az eredmények azt mutatták, hogy a topográfia hatása jelentős az alacsony pályájú mesterséges holdak pályamagasságában. [11]. Tekintettel arra, hogy a GOCE műhold felbocsátása a bejelentések szerint 2008. szeptember 10-én várható, így a közeljövőben a GOCE AO (Announcement of Opportunity) keretében az ESA-val érvényben levő szerződés szerint a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke is megkapja majd a GOCE mérési adatokat, így azok a felszíni nehézségi mérésekkel együttesen is feldolgozhatók lesznek.

(1) Vizsgálatokat végeztünk a geoid gyakorlati geodéziai alkalmazása céljából. 2005-ben zárult le az Egységes Országos Magassági Alaphálózat (EOMA) dunántúli sűrítése, ahol a III. rendű hálózatrészt a GPS/geoid alapú technológiával határoztak meg. A hatéves mérési sorozat alatt közel 900 szintezési pont GPS mérésére került sor. A gravimetriai geoid (HGEO2000) és a GPS/szintezés alapján levezethető geoid előzetes összevetése azt mutatta, hogy a HGEO2000-ben nem csak hosszúhullámú hibák, hanem cm-es nagyságrendű lokális hibák is találhatóak. Eredményeink alapján kiemelten fontosnak tartjuk, hogy 2006-ban egy új, továbbfejlesztett geoidváltozatot határozzunk meg, amelyet a GPS alapú magasságmeghatározáshoz lehet majd alkalmazni. Az újrameghatározáshoz a nagyfelbontású terepmódel mellett egyes területeken gravimetriai méréseket is végeztetni kell [4].

Vizsgáltuk azt, hogy mi történik akkor, ha Helmert eredeti elgondolása szerint a szabadlevegő anomáliákat a felszínen értelmezzük, azaz a "peremértékek" a felszínre és nem a $H=0$ magasságra vonatkoznak. Vizsgálataink azt mutatták, hogy a rendellenességek értelmezéséből (felszíni vagy geoidi pontok) származó hiba fele akkora, mint a definíció szerinti indirekt hatás. [5]

A nehézségi erőter regionális szerkezetének kutatásában fontos szerepet játszó legkisebb négyzetes kollokáció módszerének vetületi síkon történő alkalmazásához szükséges különböző térbeli kovariancia függvényeket vizsgáltunk. Egyrészt a Reilly által javasolt konfluens hipergeometrikus függvényeken alapuló megoldást követtük, másrészt foglalkoztunk a harmadrendű Gauss-Markov modellen alapuló kovariancia függvényekkel is, amely módszereket a németországi és svájci kombinált geoidmeghatározások számítása során előnyösen alkalmazták. A számításokat az EULER numerikus rendszerben programoztuk. [7]

A nehézségi erőter helyi szerkezetének meghatározása szempontjából alapvető fontosságú a térszín és terephatás megfelelő figyelembe vétele, különösen az Eötvös-inga mérések esetében. Tanulmányoztuk a térszín és terephatás számítására szolgáló összefüggéseket és összehasonlítottuk az Eötvös Loránd által alkalmazott eredeti eljárást Schweydar különböző számítási összefüggéseivel és a numerikus integrálással kapott eredményekkel. Vizsgálataink megállapításai szerint a görbületi adatok térszínhatásának számítása esetében az eltérés akár 25-30% is lehet az egyes módszerek között, míg a horizontális gradiens esetében az eltérések kisebbek, 5-15 %-osak. Megállapítottuk, hogy a geoidmeghatározás szempontjából lényeges a terepi korrekció számítása változó felszíni sűrűség értékekkel nemcsak a graviméteres, hanem a gradiensmérések esetében is [8].

A projekt egyik fő eredményeként egy új, HGTUB2007 jelű geoidmegoldást készítettünk el Magyarország területére geopotenciál modell, gravimetriai, GPS/szintezési, függővonal elhajlási, Eötvös-inga és DTM adatok kombinálásával [9]. A jelenleg rendelkezésünkre álló gravimetriai, asztrogeodéziai és Eötvös-inga mérési adatok alapján közel 15 ezer adat együttes kiegyenlítése volt lehetséges a rendelkezésre álló számítógépes kapacitást figyelembe véve az új magyarországi kombinált geoidmegoldás keretében. Ez közel 220 millió elemből álló együtthatómátrix-szal rendelkező egyenletrendszer megoldását igényelte 1 GB-os memória igény és 8 óra futásidő mellett.

A számítás a legkisebb négyzetes kollokáció módszerével, síkbeli logaritmikus auto- és keresztkovariancia függvényekkel és magas fokszámú ($n=720$) referencia geopotenciál modelleket (köztük a legújabb, GRACE alapú geopotenciál modelleket) felhasználva történt. A sikeres megoldás érdekében adaptáltunk a GRAVSOFTE szoftvert a kollokáció módszerének vetületi síkon történő alkalmazásához, Forsberg sík logaritmikus kovariancia modelljét alapul

vége a szükséges 13-féle auto- és kereszt kovariancia függvény előállításához [10]. A végső megoldásban gyakorlati okokból nagy súllyal szerepeltek az OGPSH 95 szintezett pontjának mérései. A számított geoidmegoldás az OGPSH kiválasztott pontjaira az elvégzett összehasonlítások szerint 2 cm-es szórással és 6 cm-es maximális eltéréssel illeszkedik. Az illeszkedés azért fontos, mert a geoid magyarországi felületdarabja pontos ismeretének kulcsszerepe van a gyakorlati életben a GPS-szel történő magasságmeghatározásban.

Ezért jelentős, a gyakorlat számára is fontos új tudományos eredménynek tekinthető az Eötvös-inga adatok legkisebb négyzetes kollokáció keretében történő felhasználása regionális erőter modellezés céljára. Mivel sikeresen kombináltuk a felszíni gravitációs gradienseket gravimetriai, asztrogeodéziai és GPS-szintezési adatokkal a HGTUB2007 megoldás keretében, így előállítottunk Magyarország területére egy új, kombinált geoidmegoldást. Ehhez hasonló meghatározás még nem történt eddig Magyarországon, de világviszonylatban sem, mivel ezeket az adatokat összességében most első alkalommal sikerült az egész ország területére egy egységes feldolgozási folyamat keretében összekapcsolni a még pontosabb regionális erőter modellezés céljából.

Az elkészült új geoidmegoldás további pontosítását tartjuk szükségesnek felsőrendű magassági alappontok centiméter pontosságú GPS magasságmeghatározása, a gravimetriai adatok területi eloszlásának javítása és további, még hatékonyabb számítási eljárások kidolgozása révén. Ezek ugyanis tapasztalataink szerint kulcstényezői egy valóban centiméter pontos magyarországi geoidmegoldás elkészítésének.

Eredményeinket nemzetközi konferenciákon (GGSM 2004 Porto, Portugália, Dynamic Planet 2005, Cairns, Ausztrália, IUGG General Assembly, Perugia, Olaszország), hazai konferenciákon (XV.Országos Térinformatikai Konferencia, Geomatika Szeminárium, Sopron) és lektorált hazai és külföldi tanulmányokban ismertettük, a mellékelt közlemény jegyzék szerint. Az új geoidmegoldást bemutató eredmények közzlése, az ezzel kapcsolatos publikációk megjelenése pedig még folyamatban van.

Hivatkozások

- [1] P. Zaletnyik, L. Völgyesi, B. Paláncz: Approach of the Hungarian geoid surface with sequence of neural networks, International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol. XXXV, Part B8, pp. 119-122., 2004
- [2] Gy. Tóth, L. Földváry: Effect of geopotential model errors on the projection of GOCE gradiometer observables, IAG Symposia Vol 129, Gravity, Geoid and Space Missions. C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (Eds.), Springer, 2005, pp. 72-76., 2005
- [3] Gy. Tóth, L. Földváry, I.N. Tziavos (2007): Practical aspects of upward / downward continuation of gravity gradients in: Proc. 'The 3rd International GOCE User Workshop', ESA-ESRIN, Frascati, Italy, 6–8 November 2006 (ESA SP-627, January 2007), pp 115 – 120, ISBN 92-9092-983-3, ISSN 1609-042X, ESA 2007
- [4] Kenyeres, A.: Az EOMA III.rendű hálózata GPS-technológiával végzett sűrítésének tapasztalatai, A XV.Országos Térinformatikai Konferencián, (október 4-5 Szolnok) elhangzott előadás, amely megjelent a konferencia CD kiadványában., 2005
- [5] Papp G., Benedek J.: Gravitációs inverzió alkalmazása a geoid vizsgálatában, Geomatikai Közlemények, Sopron, Vol VIII, pp 201-208., 2005

- [6] Tóth Gy., Völgyesi L.: Adatvizsgálat predikcióval magyarországi Eötvös-inga mérések felhasználásával, Geomatikai Közlemények, Sopron, Vol VIII, pp 217-222., 2005
- [7] P. Zaletnyik, L. Völgyesi, B. Paláncz: Modelling local GPS/levelling geoid undulations using Support Vector Machines. Periodica Polytechnica, Ser. Civil Engineering, Vol. 52, No. 1, pp. 39-43, 2008
- [8] Tóth Gy: Vertikális gravitációs gradiens meghatározás Eötvös-inga mérések hálózatában. Geomatikai Közlemények X., 29-36.o, 2007
- [9] Gy. Tóth: New combined geoid solution HGTUB2007 for Hungary. In: Observing our Changing Earth. Ser. IAG Symposia, Vol.133, Sideris, Michael G (Ed.), ISBN 978-3-540-85425-8, Due: October 29, 2008. In press, Springer 2008 (mellékelten csatolva)
- [10] Forsberg, R.: A New Covariance Model for Inertial Gravimetry and Gradiometry. Journal of Geophysical Research, Vol. 92, No.B2, pp 1305-1310, 1987
- [11] Rózsa Sz, Tóth Gy.: A topográfia hatásának meghatározása a nehézségi erőter gradienseire különféle modellek alapján. Geomatikai Közlemények X., 211-220.o, 2007
- [12] Zaletnyik P, Paláncz B, Völgyesi L, Kenyeres A.: Gravimetriai geoid korrekciója GPS-szintezési adatok felhasználásával. Geomatikai Közlemények X., 231-240.o, 2007
- [13] Gy. Tóth, Sz. Rózsa: Comparison of CHAMP and GRACE geopotential models with terrestrial gravity field data in Hungary. Acta Geod. Geoph. Hung., Vol.41, No.2, pp 171-180, 2006.
- [14] Tóth Gy, Völgyesi L: Local gravity field modeling using surface gravity gradient measurements, IAG Symposia, Vol. 130. pp. 424-429, in: Dynamic Planet, Tregoning P, Rizos C (Eds.) Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007

Köszönetnyilvánítás

Ezúton köszönöm meg a pályázatban közreműködők nevében is az OTKA támogatását, melyet a fenti pályázat sikeres teljesítéséhez adott.

Budapest, 2008. augusztus 25.

Tóth Gyula
vezető kutató

Megjegyzés: a nyomtatásban levő, még meg nem jelent [9] publikáció csatolva

New combined geoid solution HGTUB2007 for Hungary

Gy. Tóth

Budapest University of Technology and Economics, Department of Geodesy and Surveying and Physical Geodesy and Geodynamics Research Group of BUTE-HAS, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.

Abstract A new quasigeoid solution HGTUB2007 was computed for Hungary using least-squares collocation technique for the first time by combining different gravity datasets. More than 300 000 point gravity data were interpolated onto a $1.5' \times 1'$ geographical grid consisting of 26 478 values in the IGSN71 gravity system. The selected subset of these gravimetric data were combined with 138 astrogeodetic deflections and gravity gradients available at more than 25 000 points in the least-squares collocation procedure. Topographic information was provided by SRTM3 data at $3'' \times 3''$ resolution. We have used the GPM98CR model and a GRACE GGM02-based combined model as a global geopotential reference to our new solution. Several solutions were produced and compared by combining different datasets. The final solution was chosen to fit to the national GPS/leveling network of Hungary with a very high weighting. As a quick evaluation of the solution with GPS/Leveling data shows, the obtained accuracy is about 2-4 cm in terms of standard deviation of geoid height residuals.

Keywords. least-squares collocation, geoid, combination solution

1 Introduction

One of the main goals of the computation of a regional high precision quasigeoid model is to set up a consistent height system, where the normal heights are compatible with the heights of the GPS and the quasigeoid model. Although due to moderate topography, the maximum difference between quasigeoid and geoid is 28 mm for Hungary (Ádám, 1999), it cannot be neglected for high-precision geoid determination.

Several gravimetric quasigeoid solutions have recently been produced for Hungary using Stokes integral and FFT methods (HGEO2000: Kenyeres et al. (2000) and HGTUB2000 Tóth and Rózsa (2000)). Several of these solutions have been fitted at GPS/leveling points to the Hungarian National GPS Network (OGPSH) to facilitate the use of GPS to produce heights which are consistent with the

national height system of Hungary (HGGG2000&2004: Kenyeres et al. (2000)).

Besides of gravimetric data, however, various other data sets are available in Hungary, e.g. astrogeodetic deflections and surface gravity gradients, and it would be desirable to use these together with gravimetric data to obtain a refined solution. Another benefit would be the direct utilization of GPS/leveling data during the combination process. By assigning large weights to such a dataset, the solution can effectively be “fitted” to the height system defined by GPS and national normal heights (Marti, 2006). This is more logical than a more-or-less “ad hoc” fitting of a gravimetric solution to the existing GPS/leveling data.

2 Data sets and data reduction procedure

The following data sets were available for our computations:

- mean free-air gravity anomalies in $1' \times 1.5'$ blocks based on 300000+ point gravity data,
- 138 astrogeodetic vertical deflections (both ξ and η , North and East component) given in HD72 and transformed into GRS80,
- surface gravity gradients (torsion balance stations) at 27005 points,
- GPS/leveling data of the Hungarian National GPS Network (OGPSH) at 340 points.

We have selected only a subset of several of the above data sets to make the combination solution numerically tractable, i.e. to allow the in-core solution of collocation equations within the available computer memory. (Another option would be to consider the paging of normal equations to disk during the computation.)

The final datasets contained the following measurements:

- 6678 mean free-air gravity anomalies in $2' \times 3'$ blocks
- 276 vertical deflection components (ξ and η)
- 7452 gravity gradients

- 94 GPS/leveling points (recently leveled)

Additionally, we introduced 267 European Gravimetric Quasigeoid (EGG97) heights (Denker

and Torge, 1998) outside of Hungary just to avoid drifting away of the solution in these areas.

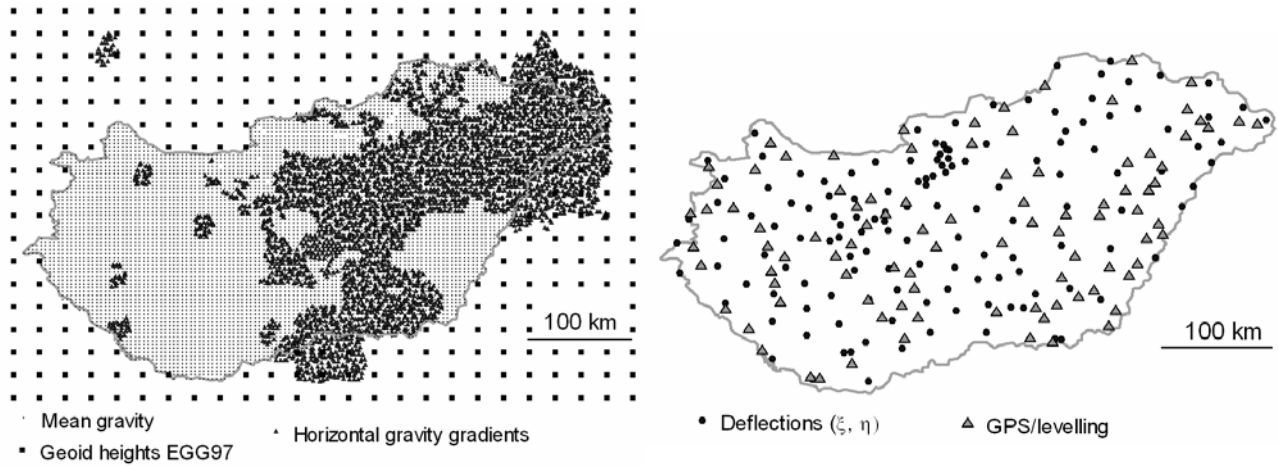


Fig. 1 Data sets used for the combined geoid solution.

For reduction of the observations two different sets of geopotential coefficients were utilized. The first was the GPM98CR geopotential model by Wenzel (which is identical with EGM96 up to harmonic degree 180, used to degree and order 720). Moreover, as an option, the GRACE GGM02C model up to degree and order 200 that has been combined with GPM98CR model with a linear "transition band" between degrees 180-200 (GGM02CB model; maximum degree and order 720) was used. This model has the same maximum degree and order as the GPM98CR, and it is used for testing how the new GRACE low-frequency geopotential information affects the solution.

As a further model we introduced the fixed mass model of SRTM3 heights over the whole area and computed RTM corrections on all the data taking into account the maximum wavelength included in the geopotential models.

Our previous tests (Tóth and Rózsa, 2006) showed that GRACE-based models fit better to the gravity anomalies in Hungary (smaller bias and better agreement between the two fields in terms of standard deviation). GRACE models, however, produced worst fit to the OGPSH compared to EGM96 based models. In the data reduction process the GRACE-based geopotential model also produced slightly larger standard deviation and bias of residuals except on gravity data (see Table 1). Maybe this situation will change with the forthcoming next generation high resolution EGM model. The standard deviation of gravity gradients (not shown), remained the same (about ± 15 E) after the reduction process. For efficient reduction of such data, however, a high degree geopotential model should have been used.

Table 1 Standard deviation / bias of residuals.

dataset	gravity [mGal]	ξ [arcsec]	η [arcsec]	GPS/leveling [m]
original	$\pm 17.92/$	$\pm 2.47/$	$\pm 2.17/$	$\pm 0.12/$
data	14.90	0.55	2.85	0.23
GPM98CR	$\pm 7.77/$	$\pm 1.22/$	$\pm 1.06/$	$\pm 0.12/$
+ RTM	-4.41	0.02	-0.06	0.23
GGM02CB	$\pm 7.69/$	$\pm 1.20/$	$\pm 1.09/$	$\pm 0.14/$
+ RTM	-1.06	-0.24	-0.11	0.61

3 Calculation of the quasigeoid

The residual gravity field of all observations was interpolated by least squares collocation with the self-consistent planar logarithmic covariance model by Forsberg (1987). The model features simple, closed formulas for autocovariances (ACF) and cross covariances (CCF) of geoid undulations, gravity anomalies, deflections of the vertical, and second-order gradients, both at the reference plane and aloft. Planar approximation is justified by the use of a high degree reference field (up to $n_{\max}=720$) and the relatively small computation area ($3.5^\circ \times 7^\circ$) (Forsberg, 1984).

The gravity disturbance (anomaly) model ACF

$$C(\Delta g^{h_1}, \Delta g^{h_2}) = -C_0 \sum_{i=1}^4 \alpha_i \ln(D_i + h_1 + h_2 + \sqrt{s^2 + (D_i + h_1 + h_2)^2}) \quad (1)$$

depends both on the heights of the points h_1, h_2 and the horizontal distance s . It is non-singular for all gravity field functionals considered and through the constants α_i and D_i it depends on the following three free parameters only: C_0, D and T . The first

parameter C_0 acts as a scale factor of the gravity disturbance ACF, the shallow depth parameter D produces a high-frequency attenuation and the parameter T a low-frequency attenuation. For complete formal ACF and CCF terms of the anomalous potential and its first and second derivatives see the Appendix of Forsberg (1987).

The above three ACF parameters have been determined by fitting the model (1) to residual gravity data empirical covariances. A reasonable agreement has been found between model and actual gravity data variances according to Table 2. with the following model parameters: $C_0=57.7$ mGal², $D=5$ km, $T=9$ km.

Table 2 Comparison between model and data variances with model parameters $C_0=57.7$ mGal², $D=5$ km, $T=9$ km. The variance of gravity data equals to C_0 .

gravity field quantity	data variance	model variance
height anomaly	±0.120	±0.083
vertical deflection	±1.1-1.4 "	±1.13 "
horizontal gravity gradient	±14-15 E	±15.2 E

Figures 2 and 3 show the best models for gravity resp. quasigeoid (GPS/leveling) ACFs. As a remark, the national height system of Hungary uses normal heights instead of orthometric heights, therefore it is proper to estimate quasigeoid heights. In the following test computations these gravity ACF parameters were used. It was also found that the two most sensitive data sets with respect to the variation of the covariance model parameters are the deflections of the vertical and gravity gradients.

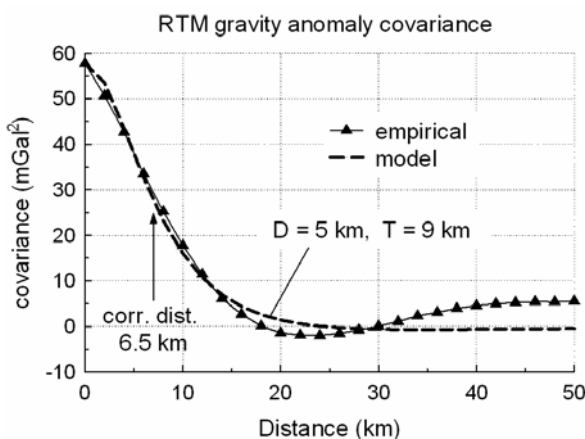


Fig. 2 RTM gravity anomaly ACF – empirical and model.

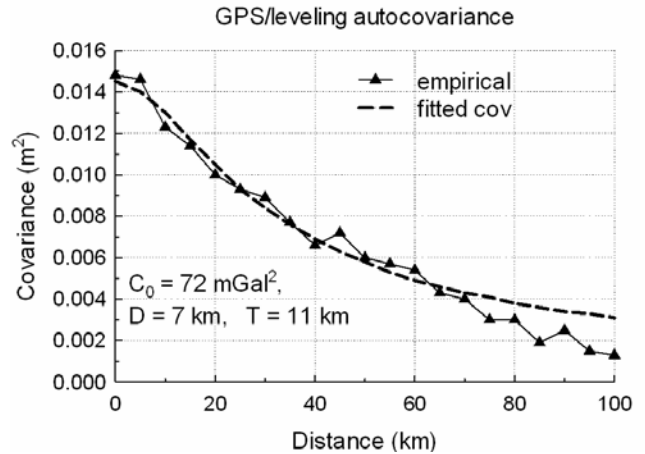


Fig. 3 GPS/leveling ACF – empirical and model.

Combination of gravity, vertical deflection and GPS/leveling data was then straightforward using the selected self-consistent covariance model. We tried different weights of the observables and examined the residuals at GPS/leveling points.

Gravity gradients, however has been treated in a two-step process. First, horizontal gravity gradients at selected 3726 sites were used with error standard deviation of ±5 E in combination with astrogeodetic vertical deflections to predict deflection components at the gravity gradient sites. This error figure comes from our experiments of combining gravity and gradient data. The astrogeodetic deflections were used with their proper weights (±0.3") in the combination. Then these computed vertical deflections with their prediction errors were used in a second step in combination with gravity, vertical deflection and GPS/leveling data to optimally estimate residual quasigeoid heights on the final grid consisting of 14 700 points.

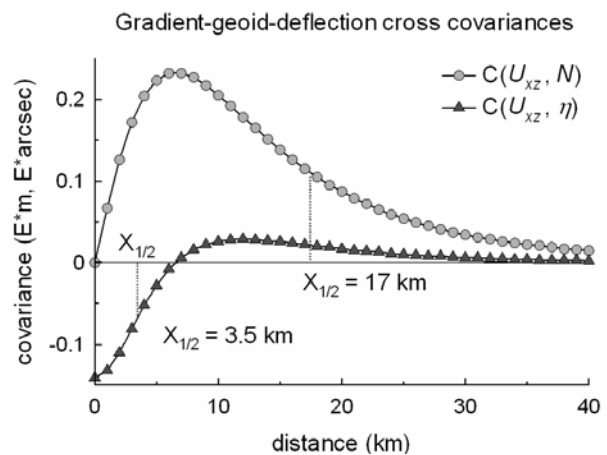


Fig. 4 Gradient-geoid and gradient-deflection CCFs.

The argument behind this two-step process was the numerical instability of collocation equations

that resulted while including gravity gradients in the solution, and probably this was due to the inhomogeneous coverage of gravity gradients (see Fig. 1). Because the CCF of gravity gradients and vertical deflections has a much shorter correlation length than gradient-geoid CCF (3.5 km instead of 17 km, cf. Fig. 4), the numerical instability of equations disappeared in the two-step process.

4 Comparison of solutions

In the sequel we discuss differences between the following combined quasigeoid solutions:

- astrogravimetric (AG)
- astrogravimetric and GPS/leveling (AGG)
- astrogravimetric, GPS/leveling and gradiometric (AGGG).

Some of the solution have been fitted to GPS/leveling quasigeoid heights by assigning very large weights to these data. Of course, this procedure certainly hides some problems of the GPS/leveling dataset, but it is desirable for users of GPS to compute heights in the existing national height system of Hungary.

In the fitted AGGG solution HGTUB2007 GPS/leveling data have been assigned very large weights to constrain the solution at 94 recently leveled OGPSH sites (Fig. 5). The prediction errors are thus practically found to be zero near the OGPSH points as well as about 1 cm inside and 5 cm outside of Hungary.

The comparison of AG and AGG quasigeoid solutions (Fig. 6) shows a mean bias of 32 cm and standard deviation of 17 cm. A NW-SE tilt can also be seen. Comparison of OGPSH and EGG97 by Kenyeres and Virág (1998) also showed a significant, 23 cm bias and a NW-SE tilt. At several GPS/leveling sites of the national GPS network (OGPSH) there are large discrepancies, which can be attributed to problems of the GPS/leveling dataset (Kenyeres and Virág, 1998).



Fig. 5 HGTUB2007 fitted astrogravimetric, gradiometric, GPS/leveling (AGGG) quasigeoid solution (m). GRACE-

based GGM02CB geopotential model was used and SRTM3 heights.

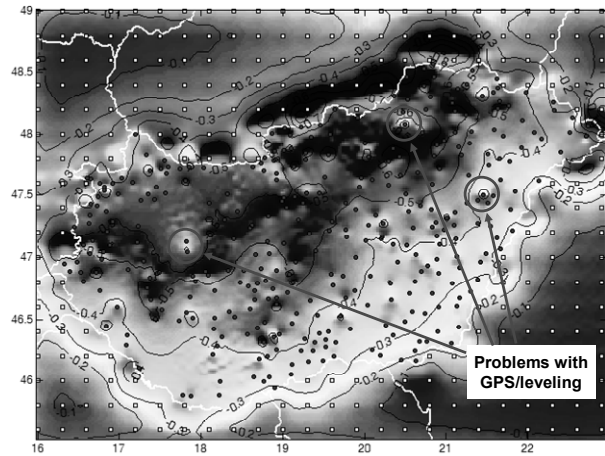


Fig. 6 Astrogravimetric minus fitted astrogravimetric/GPS/leveling solution differences (m). Black circles denote GPS/leveling sites and squares outside of Hungary denote places where EGG97 quasigeoid undulations have been introduced into the combined solution.

Comparison of two fitted AGG quasigeoid solutions based on the two different geopotential models shows a zero mean and standard deviation of residuals 10.7 cm (Fig. 7). Larger residuals can only be seen outside of Hungary.

It is interesting to see the quasigeoid height differences due to the inclusion of gravity gradients in the combination solution. These AGG and AGGG height anomaly differences, as it can be seen in Fig. 8, may reach up to 10 cm in certain parts of the country.

Finally, we compared our recent solution with our former gravimetric HGTUB2000 quasigeoid model (Tóth and Rózsa, 2000) computed by the spectral combination technique. For this model the GPM98CR model was used with gravity data consisting of 58 800 1' × 1.5' mean Faye anomaly blocks for the whole computation area.

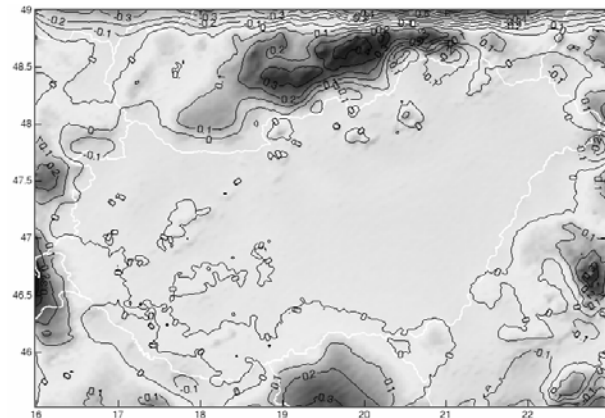


Fig. 7 Differences of AGG solutions based on GM98CR and GGM02C geopotential models (m).

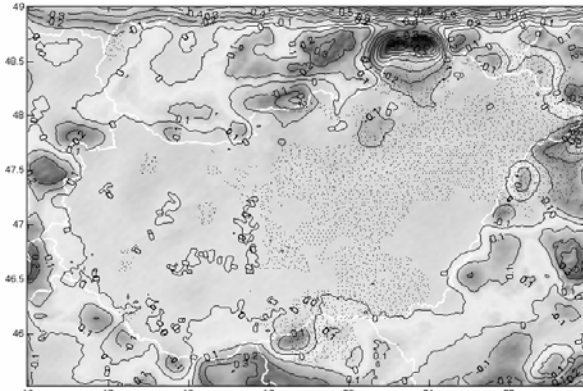


Fig. 8 Quasigeoid height differences (m) due to inclusion of gravity gradients into the fitted AGG solution. Small dots indicate locations of included horizontal gravity gradients.

It can be seen on Fig. 9 that the differences may reach up to 90 cm North of Hungary (high mountains), but inside Hungary the discrepancies are much smaller, mainly below 10 cm. These large differences are probably due to the fact that in the HGTUB2000 model gravity data outside Hungary have also been included.

The residuals of the combined solution at OGPSH sites may reach ± 6 cm with standard deviation of ± 2.1 cm (Fig. 10). From the EUVN GPS/leveling sites (Ihde et al. 2000), 7 stations fall into the computation area and these has also been used for checking of the fitted AGGG solution. In this case the bias is -0.136 m whereas the standard deviation of residuals is ± 4.2 cm (Fig. 11).

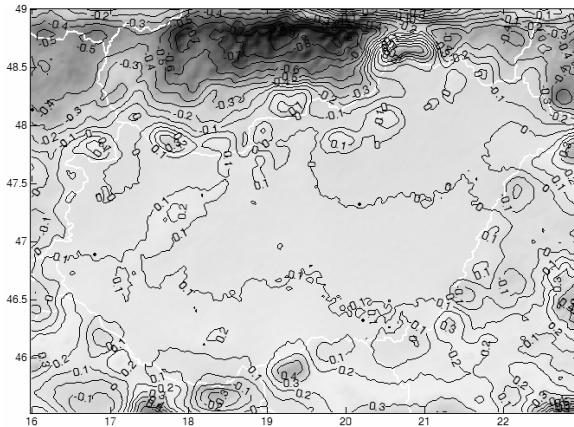


Fig. 9 HGTUB2007 - HGTUB2000 quasigeoid differences (m).

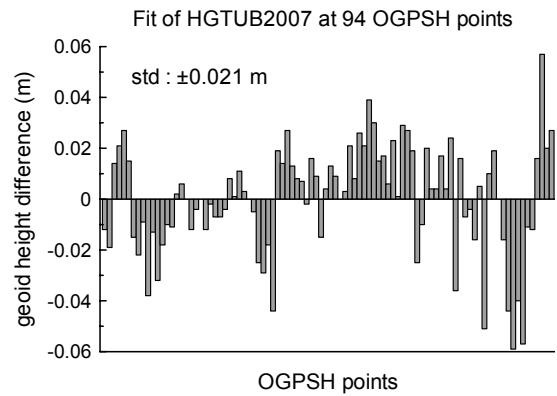


Fig. 10 Quasigeoid height differences between HGTUB2007 and GPS/leveling at 94 OGPSH sites (m).

We note, that this bias is in agreement with the one found between heights of the EUVN and the Hungarian leveling network, which is about 14 cm.

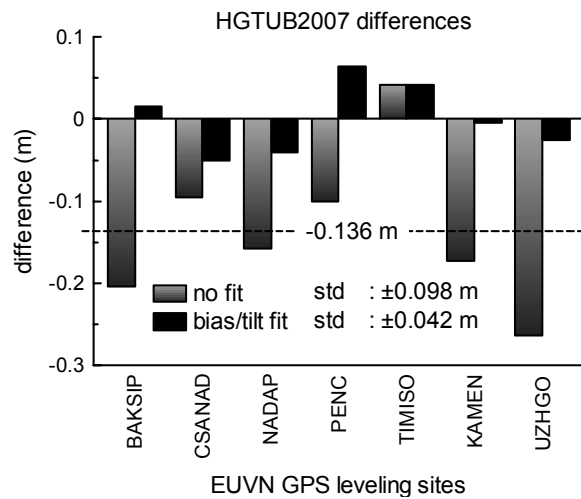


Fig. 11 Quasigeoid height differences between HGTUB2007 and GPS/leveling at 7 EUVN sites (m).

5 Conclusions and future work

A new quasigeoid solution has been achieved for Hungary for the first time by combining different gravimetric, astrogeodetic, GPS/leveling and gravity gradient data sets.

As it was mentioned, there are some issues with the used GPS/leveling data which should be fixed. The GPS data were collected by rapid measurement technology (fast-static), processed with non-scientific software provided by vendors of receiver hardware and OGPSH was established mainly for horizontal control. The (third-order) levelings of these sites are also sometimes problematic. Therefore, the vertical component may be weak. New precise GPS/leveling measurements are desirable to achieve greater consistency between the different kinds of gravity field data.

Although the number of available gravity data is satisfactory, there is still the issue that several areas

in Hungary are to be densified with future gravity measurements: "white spots" do exist.

It was mentioned in Section 2 that the fit of GRACE-based combined geopotential models to the OGPSH is not satisfactory and this issue is still to be investigated. Thus, our solution would benefit from the forthcoming new and consistent high resolution EGM models based on recent gravity field missions CHAMP and GRACE, so we plan to use these models as soon as they will be available.

The use of synthetic mass models, especially the lithospheric model of the Pannonian Basin (Papp and Kalmár, 1996) would be beneficial not only for data reduction, but also for checking the computation methodology/software. The use data provided by the forthcoming GOCE mission is also planned in proper combination with our regional data.

Due to the above mentioned problems, our new quasigeoid solution should be regarded as a preliminary test version and it will be updated to the final solution when these issues are fixed.

Acknowledgements

This research was sponsored by the Hungarian Scientific Research Fund (OTKA T046718 and K60657). Gravity data provided by the Hungarian Institutions FÖMI and ELGI are acknowledged as well as the use of GRAVSOF software by C.C.Tscherning and R.Forsberg. Comments and suggestions of two anonymous reviewers helped to improve the paper and thereby are also gratefully acknowledged.

References

- Ádám, J. (1999). Difference Between Geoid Undulation and Quasigeoid Height in Hungary. *Boll. Geof. Teor. Appl.*, Vol. 40, No 3-4, pp. 571-575, 1999.
- Denker, H., W. Torge: The European Gravimetric Quasigeoid EGG97 - An IAG Supported Continental Enterprise. In: R. Forsberg, M. Feissel, R. Dietrich (eds.): *Geodesy on the Move - Gravity, Geoid, Geodynamics and Antarctica*. IAG Symp. Vol. 119, 249-254, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1998
- Forsberg, R (1984): *Local Covariance Functions and Density Distributions*. Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying, Report No. 356, The Ohio State University, Columbus, Ohio, June 1984.
- Forsberg, R. (1987). A New Covariance Model for Inertial Gravimetry and Gradiometry. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 92, No. B2, pp 1305-1310.
- Ihde, J. Ádám, J. Gurtner, W. Harsson, B.G. Sacher, M. Schlüter, W. Wöppelmann (2000). The EUVN Height Solution – Report of the EUVN Working Group – EUREF Symposium 2000, Tromsø, 22-24 June 2000, Norway.
- Kenyeres, A. Rózsa, Sz. Papp, G. (2000). HGEO2000: A Step put Forward to the cm-accuracy Gravimetric Geoid in Hungary. Poster presented at the GGG2000 Conference, Banff, Canada, August 2000.
- Kenyeres, A. Virág, G. (1998). Testing of Recent Geoid Models with GPS/Leveling in Hungary. *Proceedings of the Second Continental Workshop on the Geoid in Europe*. Vermeer M. and Ádám J. (Eds.), Reports of the FGI, 98:4, pp 217-223.
- Marti, U. (2006). Comparison of High Precision Geoid Models in Switzerland. *Proceedings of the IAG Scientific Assembly, Cairns*. *Proceedings of the IAG*, Vol. 130, pp 377-382, Springer Verlag, Hamburg.
- Papp, G., Kalmár, J. (1996). Toward the physical interpretation of the geoid in the Pannonian basin using 3-D model of the lithosphere. *IGeS Bulletin*, N. 5., pp. 63-87.
- Tóth, Gy. Rózsa, Sz. (2000). New Datasets and Techniques – an Improvement in the Hungarian Geoid Solution. Paper presented at Gravity, Geoid and Geodynamics Conference, Banff, Alberta, Canada July 31-Aug 4, 2000.
- Tóth, Gy. Rózsa, Sz. (2006). Comparison of CHAMP and GRACE geopotential models with terrestrial gravity field data in Hungary. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, Vol. 41(2), pp 171-180.