Metaanyagok Homogenizálása Transzmissziós és Reflexiós Adatokból

Kalvach Arnold, Szabó Zsolt
Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Budapest, Magyarország
kalvach@evt.bme.hu, szabo@evt.bme.hu

***Absztrakt*—A metaanyagok olyan hullámhossz alatti méretekkel rendelkező periodikus szerkezetek, amelyeknek különleges elektromágneses tulajdonságaik vannak, úgymint negatív vagy nulla törésmutató. Mivel a metaanyagok jellemző méretei nem sokkal kisebbek a vezetett hullámhossznál, ezért nincs általánosan alkalmazható módszer az effektív anyagparaméterek számítására, a homogenizálás körülményes és nagykörültekintést igényel. Ebben a cikkben két transzmissziós és reflexiós adatokat felhasználó homogenizálási eljárást vizsgálunk és hasonlítunk össze. A módszereket FishNet típusú metaanyagok effektív anyagparamétereinek kiszámításával szemléltetjük.**

Kulcsszavak – metaanyagok, homogenizálás, effektív paraméterek

I. Bevezetés

Az utóbbi két évtizedben nagy fejlődés ment végbe a metaanyag kutatás területén. Eleinte elméletben [1], majd gyakorlatban [2] mutattak be olyan hullámhossz alatti struktúrákat, amelyek különleges optikai paraméterekkel rendelkeznek, úgymint negatív [1],[3] vagy nulla törésmutató [4], illetve képesség az elektromágneses hullámok elhajlítására [5]. Ezen különleges tulajdonságok számos gyakorlati alkalmazásra adnak lehetőséget, mint a nagyobb felbontású fotolitográfia [6], antennák iránykarakterisztikájának növelése [7], vagy tárgyak elektromágneses elrejtése [5]. Éppen ezért a területen továbbra is széleskörű kutatás és nagy fejlődés várható.

A metaanyag kutatás egyik sarkalatos pontja az effektív paraméterek meghatározása. Ez azt jelenti, hogy a bonyolult hullámhossz alatti struktúrához olyan effektív anyagparamétereket rendelünk, amelyekkel aztán makroszkopikusan, a bonyolult struktúra elhagyásával tudjuk vizsgálni ezekben a szerkezetekben a hullámterjedést. Mivel ez igen jelentős problémakör, több megoldás is született a paraméterek kinyerésére. Ebben a cikkben transzmissziós és reflexiós adatokból való effektív paraméter meghatározási módszereket tárgyalunk, majd összehasonlítást adunk egy konkrét metaanyag struktúra, a FishNet vizsgálatával.

II. Metaanyagok Effektív Elektromágneses Paramétereinek Számítása

Ha egy elektromágneses hullám olyan struktúrán halad keresztül, amelynek geometriai szerkezete jóval kisebb a hullámhossznál, akkor a struktúrában csak első rendű módusok jönnek létre és a gerjesztett távoltér ugyanolyan frekvenciájú hullámokból áll, mint a gerjesztő tér. A lineáris összefüggés miatt a két tér összegét leírhatjuk az ún. makroszkopikus Maxwell egyenletekkel úgy, hogy a struktúrához egy effektív permeabilitást illetve effektív permittivitást rendelünk. Homogén anyagok esetén ezt a permittivitást és permeabilitást az atomi struktúrák szabják meg. A metaanyagok olyan szerkezetek, ahol az inhomogenitás nem atomi szintű, ám még mindig kisebb, mint a hullámhossz, így ezekhez a struktúrákhoz hasonlóképpen rendelhető egy effektív permittivitás és permeabilitást, mint homogén anyagokhoz. A homogenizálás célja, hogy ezen effektív paramétereket meghatározza.

Az effektív paraméterek meghatározásakor egy nem homogén struktúra és egy effektív paraméterekkel rendelkező (ideálisan) homogén struktúra ugyanazon elektromágneses gerjesztésre adott válaszát hasonlítjuk össze. Amennyiben a két válasz megegyezik, az effektív paraméterek meghatározása sikeres volt. A legáltalánosabb módszer erre egy adott vastagságú lemez szórási paramétereinek összehasonlítása a metaanyag szórási paramétereivel, azaz a reflexió (S_{11}) és transzmisszió (S_{21}) meghatározása, egy adott irányú (legtöbbször merőleges beesésű) síkhullám gerjesztés esetén. Egy adott vastagságú ismert paraméterű homogén lemez szórási paraméterei meghatározhatóak a Maxwell egyenletekből és a folytonossági feltételekből. Merőleges beesés esetén

$$S_{11} = -\frac{\left(\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}+1\right)\left(\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}-1\right)e^{-jkd}+\left(\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}-1\right)\left(\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}+1\right)e^{jkd}}{\left(\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}+1\right)\left(\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}+1\right)e^{-jkd}+\left(\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}-1\right)\left(\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}-1\right)e^{jkd}} \quad (1)$$

$$S_{21} = \frac{4}{\left(\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}+1\right)\left(\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}+1\right)e^{-jkd}+\left(\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}-1\right)\left(\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}-1\right)e^{jkd}} \quad (2)$$

ahol ϵ_r a lemez relatív elektromos permittivitása, μ_r a relatív mágneses permeabilitás, $k = k_0\sqrt{\epsilon_r\mu_r}$ a hullámszám az anyagon belül (k_0 a szabadtéri hullámszám) és d a lemez vastagsága.

Ugyanezen szórási paraméterek az inhomogén struktúrára méréssel vagy szimulációval határozhatóak meg. Homogenizáláskor azt szeretnénk elérni, hogy a mért/szimulált eredmények (minden frekvenciára) megegyezzenek a homogén rétegre kiszámolt értékekkel, azaz olyan ϵ_r-t és μ_r-t keresünk, amire $S_{11,homogén}(\omega) = S_{11,mért}(\omega)$ és $S_{21,homogén}(\omega) = S_{21,mért}(\omega)$. Az effektív paraméterek kinyerése tehát egy inverz probléma, ahol az ismert transzmissziós és reflexiós paraméterekből határozzuk meg az azokat meghatározó elektromágneses anyagparamétereket.

Hogy egyszerűbb legyen invertálni a kifejezéseket, érdemes a szórási paramétereket származtatott mennyiségekkel kifejezni. Ilyen származtatott mennyiségek az effektív törésmutató

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}, \tag{3}$$

az effektív relatív hullámimpedancia:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}, \tag{4}$$

a reflexiós tényező:

$$\Gamma = \frac{\eta - 1}{\eta + 1}, \tag{5}$$

és az átviteli (transzmissziós) tényező:

$$Z = exp(jkd) = exp(jnk_0 d). \tag{6}$$

A szórási paraméterek a reflexiós tényezővel és a transzmissziós tényezővel kifejezve:

$$S_{11} = \frac{\Gamma(1-Z^2)}{1-\Gamma^2 Z^2} \tag{7}$$

$$S_{21} = \frac{Z(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 Z^2} \tag{8}$$

A. *Vékony Metaanyak Struktúrák Homogenizálása*

A szórási paraméterekből a reflexiós és a transzmissziós tényező többféleképp is kifejezhető. Egy ilyen formula a következő [8]:

$$\Gamma = \frac{Z - V_2}{1 - Z V_2}, \tag{9}$$

$$Z = \frac{V_1 - \Gamma}{1 - \Gamma V_1}. \tag{10}$$

ahol

$$V_1 = S_{21} + S_{11}, \tag{11}$$

$$V_2 = S_{21} - S_{11}. \tag{12}$$

Ezekből kifejezhetőek a következő mennyiségek [9]:

$$1 - Z = \frac{(1-V_1)(1+\Gamma)}{1-\Gamma V_1} \tag{13}$$

$$\eta = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = \frac{(1+Z)(1-V_2)}{(1-Z)(1+V_2)} \tag{14}$$

Vékony rétegek esetén, ahol $\Re\{k\}d < 1$, a transzmissziós tényező a következőképp közelíthető:

$$Z \cong 1 + jkd. \tag{15}$$

Ezt behelyettesítve (13)-ba és (14)-be a következő adódik a hullámszámra ás a hullámimpedanciára [9]:

$$k \cong \frac{(1-V_1)(1+\Gamma)}{-jd(1-\Gamma V_1)}, \tag{16}$$

$$\eta \cong \frac{2(1-V_2)}{-jkd(1+V_2)}, \tag{17}$$

ahonnan a törésmutató, és az effektív anyagparaméterek könnyen meghatározhatóak:

$$n = \frac{k}{k_0} \cong \frac{(1-V_1)(1+\Gamma)}{-jk_0 d(1-\Gamma V_1)}, \tag{18}$$

$$\mu_r = n\eta = \frac{k}{k_0}\eta \cong \frac{2(1-V_2)}{-jk_0 d(1+V_2)}, \tag{19}$$

$$\epsilon_r = \frac{n^2}{\mu_r} = \left(\frac{k}{k_0}\right)^2 \frac{1}{\mu_r}. \tag{20}$$

A relatív permittivitás azonban kifejezhető μ_r-hez hasonló formában is:

$$\epsilon_r \cong \frac{2(1-V_1)}{-jk_0 d(1+V_1)}, \tag{21}$$

felhasználva, hogy

$$\eta^2 = \frac{(1+V_1)(1-V_2)}{(1-V_1)(1+V_2)} = \frac{\mu_r}{\epsilon_r}. \tag{22}$$

Ez a kifejezés ϵ_r-re azonban sokszor pontatlan eredményt ad, mivel V_1 nagyjából konstans eredményt ad a rezonanciák környékén ellentétben V_2-vel, amely kihangsúlyozza a szórási paraméterek változását a rezonanciák körül. Egy jobb becslést ad ϵ_r-re a következő kifejezés:

$$\epsilon_r \cong \mu_r - j\frac{2S_{11}}{k_0 d}, \tag{23}$$

felhasználva, hogy S_{11}-et a következőképp közelíthetjük (5), (7) és (15) alapján:

$$S_{11} = \frac{-2jkd(\eta^2-1)}{(\eta+1)^2-(\eta-1)^2}. \tag{24}$$

B. *Többrétegű metaanyag struktúrák homogenizálása*

Bár ezek a kifejezések vékony rétegek esetén nagyjából pontos értéket adnak, vastagabb rétegek esetén (15) nem alkalmazhatók. Ez többnyire akkor fordul elő, ha egy metaanyag struktúrából nem egy, hanem több réteget vizsgálunk. Ez esetben a pontos exponenciális kifejezéssel kell számolnunk.

A (7) és (8) egyenleteket invertálva és (5)-t felhasználva a következő kifejezéseket kapjuk a hullámimpedanciára és a transzmissziós tényezőre [10]:

$$\eta = \pm\sqrt{\frac{(1+S_{11})^2-S_{21}^2}{(1-S_{11})^2-S_{21}^2}}, \tag{25}$$

$$Z = e^{jnk_0 d} = \frac{S_{21}}{1-S_{11}\Gamma}. \tag{26}$$

A hullámimpedancia előjelét úgy kell megválasztani, hogy az fizikailag értelmes eredményt adjon. Mivel egy metaanyag mindig passzív, ezért a hullámimpedancia valós részének mindig pozitívnak kell lennie. A törésmutatót (26)-ból a következőképp fejezhetjük ki:

$$n = \frac{\Im\{ln(Z)\}+2m\pi-i\Re\{ln(Z)\}}{k_0 d}\quad, \quad m \in \boldsymbol{R}. \tag{27}$$

Ebből látható, hogy bár n képzetes része egyértelműen meghatározható

$$\kappa = \Im(n) = \frac{\Re\{ln(Z)\}}{k_0 d}, \tag{28}$$

addig a valós résznek több megoldása van

$$N = \Re\{n\} = \frac{\Im\{ln(Z)\}+2m\pi}{k_0 d}. \tag{29}$$

Ezek közül viszont csak egy az, ami fizikai tartalommal bír. A valós megoldás meghatározására felhasználhatjuk azt a feltételt, hogy a törésmutatónak folytonosnak kell lennie a teljes frekvenciatartományon. Ez viszont azt igényli, hogy legalább egy frekvencián ismerjük, melyik a valós megoldás, valamint iteratív módon tudjuk csak meghatározni minden frekvenciára a helyes megoldást. Egy könnyebben alkalmazható eljárás a Kramers-Krönig reláció felhasználása [11]. Ez kapcsolatot teremt egy analitikus függvény valós és képzetes része közt. Mivel a komplex törésmutató analitikus függvény, ezért felhasználható, hogy

$$\Re\{n(\omega')\} = 1 + \frac{2}{\pi}P\int_0^\infty \frac{\omega\Im\{n(\omega)\}}{\omega^2-\omega'^2}d\omega \tag{30}$$

ahol P az improprius integrál főértékét jelenti. Mivel a törésmutató képzetes része egyértelműen ismert, ezért a Kramers-Krönig összefüggés segítségével a valós része is meghatározható. Gyakorlati akadályt jelent azonban, hogy a képzetes részt nem ismerjük a teljes frekvenciatartományon, és nem is ismerhetjük, mivel egy bizonyos hullámhossz alatt a struktúra nem homogenizálható. Így tehát az összefüggés nem használható a pontos érték meghatározására, azonban alkalmas a megfelelő megoldás kiválasztásához, ha kellően nagy frekvenciatartományon integrálunk, azáltal, hogy mindig a becsült értékhez legközelebbi ágat választjuk ki.

Többrétegű struktúrák esetén további fontos tényező az effektív vastagság meghatározása. Míg homogén anyagok esetén a vastagság pontosan definiálható, addig inhomogén struktúrák esetén nem. Egyrészt maga a struktúra nem feltétlenül fix vastagságú, másrészt nehéz meghatározni azt a távolságot, ahol a struktúra közeltere már nem játszik túl nagy szerepet. Így hát a metaanyagokhoz egy ún. effektív vastagságot rendelünk. Ez az a vastagság, amilyen vastagságú homogén lemezzel helyettesíteni fogjuk a struktúrát.

Egyrétegű metaanyagok esetén az effektív vastagság tetszőlegesen választható, az effektív paraméterek úgy fognak alkalmazkodni a vastagsághoz, hogy a szórási paraméterek mindig a mért eredményeket adják. Célszerű természetesen a struktúra méretéhez közeli effektív vastagságot használni. A mért szórási paramétereket mindig két olyan síkra kell vonatkoztatni, amelyek egymástól effektív vastagságnyira vannak.

Többrétegű struktúrák esetén elvárjuk, hogy az anyagparaméterek ne változzanak a rétegek számának növelésével, azonban ez a feltétel általában nem teljesül, így a kiszámított effektív anyagparaméterek csak egy adott vastagságú metaanyagra vonatkoznak. Egy adott rétegszámból álló metaanyag effektív vastagságát legtöbbször optimalizálással lehet meghatározni [10], azt a legkisebb vastagságot választva, amelyiknél a hullámimpedancia abszolút értéke nem változik.

III. A FishNet Struktúra Vizsgálata

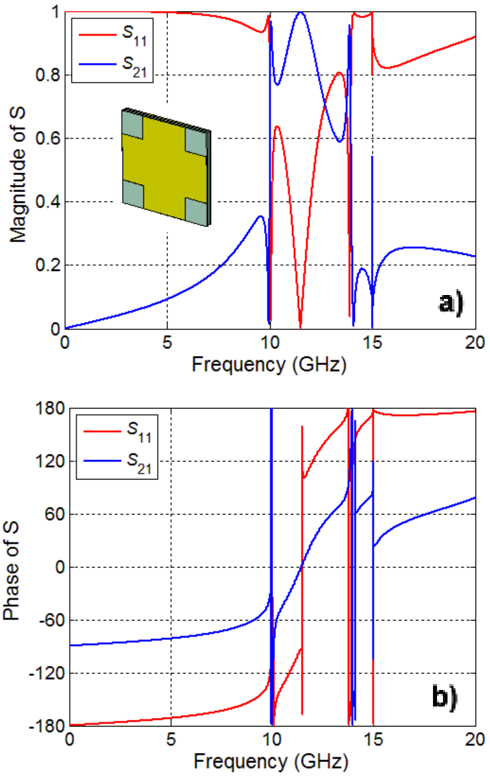
A FishNet egy olyan fém-szigetelő-fém strukturált rétegekből álló planáris szerkezet, amellyel az elektromos permittivitás és mágneses permeabilitás tervezhető, akár negatív értékekre is, ahol a törésmutató negatív. Elektromágneses térszámító programcsomag segítségével meghatároztuk egy 10GHz-es frekvenciatartományban működő FishNet struktúra transzmissziós reflexiós paramétereit, ahogy az 1. ábrán látható.

A Fishnet struktúra elemi cellája az 1.a ábra beillesztésében látható. Az elemi cella rácsállandója 20mm, a rézből készült kereszt szélessége 10mm, vastagsága 0.018mm, a hordozó FR-4, elektromos permittivitása 4.3, vastagsága 0.5mm. A struktúra két rétegből áll, amelyeket 0.5mm levegőréteg választ el [12].

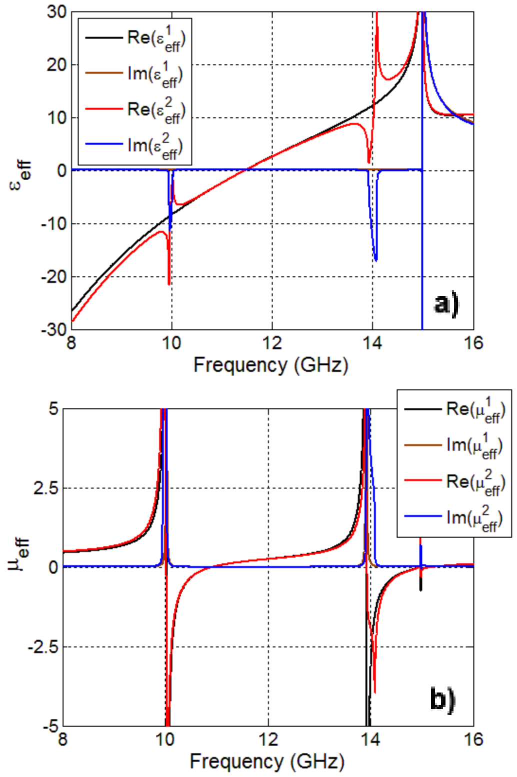
A két homogenizálási eljárással kapott elektromágneses paramétereket a 2. ábra mutatja, ahol az 1-es index a vékony rétegek esetén alkalmazható homogenizálási modellt [9], a 2-es index a tetszőleges vastagság esetén érvényes modellt [11] jelöli. A második modellel számolt törésmutatót a 3. ábra szemlélteti, megfigyelhető, hogy 10GHz környezetében létezik egy olyan frekvenciatartomány, ahol a törésmutató negatív.

IV. Konklúzió

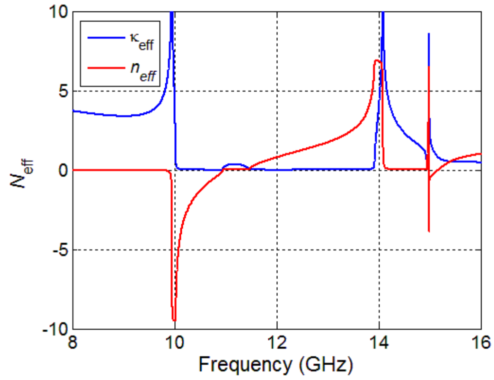
Bemutattunk két olyan eljárást, amelyek a transzmissziós-reflexiós adatokból homogenizálással meghatározzák metaanyagok effektív elektromágneses anyagparamétereket. A szimulációs eredményekből megfigyelhető, hogy kis frekvenciáknál a két modell hasonló eredményt ad, azonban nagyobb frekvenciáknál az eltérés számottevő. Látható továbbá, hogy a vékonyréteg modell nem veszi figyelembe az elektromos permittivitásban létrejövő antirezonanciákat.



1. ábra - A FishNet struktúra transzmissziós és reflexiós paraméterei



2. ábra - A homogenizálási eljárokkal számolt effektív anyagparaméterek.



3. ábra - A FishNet struktúrára számolt effektív törésmutató valós és képzetes része

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönjük a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatói Ösztöndíj és az EUREKA MetaFer projekt támogatását.

HIVATKOZÁSOK

[1] Pendry, John Brian. "Negative refraction makes a perfect lens." Physical review letters 85.18 (2000), pp. 3966.

[2] Shelby, Richard A., David R. Smith, and Seldon Schultz. "Experimental verification of a negative index of refraction." Science 292.5514 (2001), pp. 77-79.

[3] Shalaev, Vladimir M. "Optical negative-index metamaterials." Nature photonics 1.1 (2007), pp. 41-48.

[4] Ziolkowski, Richard W. "Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction." Physical Review E 70.4 (2004): 046608.

[5] Schurig, David, et al. "Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies." Science 314.5801 (2006), pp. 977-980.

[6] Fang, Nicholas, et al. "Sub–diffraction-limited optical imaging with a silver superlens." Science 308.5721 (2005) , pp. 534-537.

[7] Li, Dongying, et al. "A high gain antenna with an optimized metamaterial inspired superstrate." Antennas and Propagation, IEEE Transactions on 60.12 (2012), pp. 6018-6023.

[8] Nicolson, A. M., and G. F. Ross. "Measurement of the intrinsic properties of materials by time-domain techniques." Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on 19.4 (1970), pp. 377-382.

[9] Ziolkowski, Richard W. "Design, fabrication, and testing of double negative metamaterials." Antennas and Propagation, IEEE Transactions on 51.7 (2003), pp. 1516-1529.

[10] Chen, Xudong, et al. "Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials." Physical Review E 70.1 (2004): 016608.

[11] Szabo, Zsolt, et al. "A unique extraction of metamaterial parameters based on Kramers–Kronig relationship." Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on 58.10 (2010), pp. 2646-2653.

[12] Ourir, Abdelwaheb, Redha Abdeddaim, and Julien de Rosny. "Planar metamaterial based on hybridization for directive emission." Optics express 20.16 (2012), pp. 17545-17551.