MODELLALKOTÁS A TERMÉSZETTUDOMÁNYI NEVELÉSBEN

Marx György — Tóth Eszter
Budapest

Hal is, s a föld buboréka:
kettős létű! Mindig béka!

Mint a golyó ez a rész,
s rezgő zárt kiterjedés,
hullámzó szép cikkanás
az elektron — hát vigyázz!

Juhász Ferenc

Az ember és modelljei

Az ember modellalkotó állat. Az állati idegrendszernek modellezési funkciója van: feldolgozza a beérkező ingereket, anticipálja az eseményeket, erre támaszkodva vezérli a szervezetet. A modellhasználat legfejlettebb szintre az embernél jutott. Kiemelkedő predikciós képessége által tett szert szelekciós előnyre izomerősebb vetélytársaival szemben.

A gyerek játszani szeret. Hüllők soha nem játszanak, de fiatal madarak és emlősök igen. Annál változatosabb a játék, minél értelmesebb a faj, legmesszebb a csimpánzok jutottak. A játék modellezési gyakorlat. Az embergyerek játékszerei is a felnőtt világ objektumainak tárgyi modelljei. A leányok főzőcske-edényeinél és öltöztető babáinál, a fiúk lendkerekes autóinál nem a valósághű színezés a fontos, (ezt legfeljebb a játékgyárak és nagynénik hiszik), de a funkcionális használhatóság. Tudja minden gyerek, hogy a matchbox-kocsi nem azonos a valódi autóval, a baba sem az élő csecsemővel, mégis élvezik a játékot. Így készülnek a felnőtt viselkedésformákra.

A természettudományban kiterjedten alkalmaznak modelleket. A tudomány történetét nem tudnánk elképzelni az égi szférák, a merev test, az oszthatatlan atom, a rezgő éter, a rugalmas erővonal, az atomi bolygórendszer, a vegyértékkar, a kettős csavar, a részecske-hullám dualizmus nélkül. A külvilág-tudat és én-tudat hatékony evolúciós vívmány, az egységes valóság eme modellszerű kettéválasztásáért érdemes vállalnunk a kvantummechanikai méréselmélet logikai csapdáit. Pierre Aigrain egy nemzetközi fizikatanítási konferencián így fogalmazott: „A fizikus célja, hogy egyszerű modellek jövő viselkedéséről tegyen kvantitatív előrejelzést. E modelleknek elég realisztikusaknak kell lenniök ahhoz, hogy tükrözzék a valóság szemügyrevett aspektusát. Ugyanakkor elég egyszerűre kell szabni a modellt, hogy azt kvantitatívan megérthessük."

Ha a modell jól illeszkedik a valósághoz, jóslatai nagymértékben beválnak. A sikeres modellt könnyű összetéveszteni a valósággal. A siker gyakran szülőanyja a dogmatikának. A geocentrikus világrend, a távolbaható erő, a fényhordozó éter, az elektronpályák olyan meggyőzőek voltak, hogy időn túl rabja maradt az akadémikus megítélés, a közvélemény, sőt saját agyunk is. A megdöntésükért vívott tudományos forradalmak az emberi történelem fényes lapjaira vannak feljegyezve.

Az univerzumnak is, egyetlen atomnak is potenciálisan végtelen sok szabadsági foka van. Agyunkban véges a neuronok száma. Korlátos agyunkkal, korlátos számítógépeinkkel egyszerre végesszámú változót vagyunk képesek figyelembe venni. A kimeríthetetlen mindenség helyett annak koponyánkba, computerünkbe férő modelljeit használjuk predikcióra. Modelljeink változnak, fejlődnek, sokasodnak. Válogatva közülük, váltogatva őket mind jobban megértjük a világot, előbbre látjuk eseményeit, emberibbé alakítjuk azt. A kutatás ugyan végtelen, de konvergens szukcesszív approximáció. Tézis-antitézis-szintézis lépcsőfokain emelkedünk egyre magasabbra.

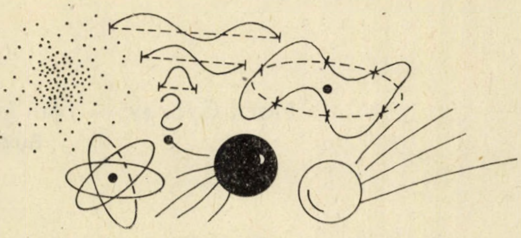
Modellek az iskolában

Az iskoláskorú gyerekek konkréten gondolkoznak. Ha tanár két vagylagos eset közül megcáfolja az egyiket, tanítványai még nem fogadják el a másikat, míg azt agyukban lepergetett szemléletes mozifilmként meg nem jelenítik. Amit elképzelnek, azt szeretik megfogdosni-felépíteni-szétszedni is. Öntudatlanul veszik elő és váltogatják modelljeiket; absztrakt logika csak a középiskola végefelé érik meg bennük, akkor sem mindegyiküknél. Ezért a természettudomány tanításában legalább olyan fontos szerepet játszanak a modellek, mint a tapogatódzva induló kutatásban.

Az iskolai tananyag (az órarend, a pszichológiai fejlettség, az előismeret-korlátok szorításában) néhány hatékony modellen keresztül mutatja be a természettudományt. A tömegpont és merev test, összenyomhatatlan folyadék és ideális gáz, oszthatatlan atom és egészszámú vegyérték-kéz, szénkörforgás és változatlan faj modelljeire korlátozódtunk. Megszerettük a modelleket, ezeket használtuk tételekben és példákban, végül valóságként fogadtattuk el tanítványainkkal.

Pedagógiai probléma abból adódik, hogy ugyanarról különböző modellek gyűlnek és ütköznek össze tanítványaink fejében. A középiskolai kémia anyagszerkezeti alapon kívánja tárgyalni a periódusos rendszert és a kémiai kötést. A fizika ugyanekkor a gázok korpuszkuláris modelljét tanítja, amelyben merev golyók röpködnek. A plakátok ikonográfiájában atommag köré írt ellipszisként jelenik meg az elektron; egyik tankönyvben golyó, másikban hullám; ambíciózus szerző már valószínűségi felhőről ír. Ez mind egyszerre „tudományos

Megjelent az UNESCO „Impact" c. folyóiratának modellekkel foglalkozó 1981/11. számában



1. ábra

igazság”? Ha egy diákot megkérdezünk, mi az atom, cinikusan visszakérdezhet: „Fizika, kémia vagy világnézet órán?” Nekünk is hol egyik, hol másik modellábrázolás ötlik eszünkbe, az alkalomtól függően. De mi tudjuk, hogy ezek vagylagos modellek, és ott van mögöttük a Schrödinger- és Dirac-egyenlet absztrakt fogalomrendszere.

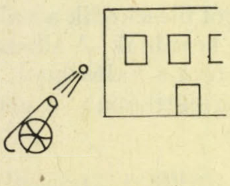
Konfliktus akkor támad, ha tanári kényelemből végső igazsággá dermesztjük a modellt, ezáltal dialektikus gondolkodásra, fokozatos világképépítésre képtelenné tesszük tanítványainkat. Olyan évszázadokban és évtizedekben, amikor állni látszott a csillagászati és társadalmi univerzum, praktikus szociális haszna lehetett a dogmáknak, a rájuk alapozott skolasztikus pedagógiának. Ma már sajnáljuk, hogy a lemerevedett gondolkodás elnevezése éppen az iskola szótőből származik. Változó világban élünk, ahol illeszkedésre, rugalmas modellváltásra van szükségünk. A szociális és technikai haladás sokban épp a társadalmi és tudományos forradalmaknak tudható be. Amíg az iskolában alaptételként tanított Hooke-törvényt és Ohm-törvényt nem első közelítésként mutatjuk be, hanem alaptételként verjük tanítványaink fejébe, és erre alapozzuk az erő és ellenállás definícióját, akkor szinte logikailag tagadjuk a linearitástól való eltérés lehetőségét. Pedig a linearitás sem a mikroelektronikában, sem a világgazdaságban nem működik. Goery Delacote mondta tavaly Triesztben, a Nemzetközi Fizikai Unió fizikatanárképzést tárgyaló konferenciáján: „egy lineárisreverzibilis világ képét kínáljuk a valóság egymásbafonódó szabadsági fokai, a táguló és fejlődő mindenség helyett.” A gyorsulva változó környezetben az iskola és valóság konfliktusára döbbennek rá a skolasztikus neveltségű fiatalok. Ezért kell őket a modellek kanonizálása helyett a modellalkotás művészetére nevelnünk.

Modellalkotási gyakorlatok

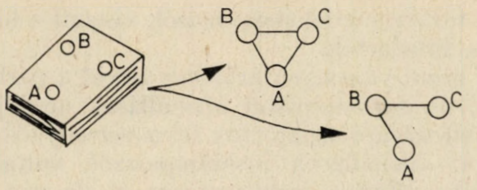
„Tégy egy pohárba hideg vizet, egy másikba forró vizet! Mindegyikbe ejts egy-egy kockacukrot! Figyeld, mi történik a két kockacukorral!” — Így kezdődik a gimnazisták új elsőosztályos fizikakönyve. A megfigyelés, annak szabatos megfogalmazása után önként következik a kérdés: „Miért oldódik a kockacukor meleg vízben másképp, mint a hidegben?” Sokféle válasz képzelhető el: „Talán melegben szétolvad a kockacukrot összetartó ragasztó.” — „Esetleg a meleg víz szaporábban bombázza a kockacukrot, akár a lelkes tűzérség a várat.” És így tovább. A tanár hajlamos arra, hogy a várt feleletet szuggerálja, sőt maga mondja ki: „Melegben nagyobb a molekuláris hőmozgás sebessége.” De ezáltal elveszne a játék és felfedezés öröme. A tekintéllyel kikényszerített konvergencia bénítólag hat a fantáziára és kíváncsiságra. A kreatív gondolkodásnak divergenciára is szüksége van, hiszen csak a modellek alternatíváit látva tehetjük fel a következő kérdést: melyik modellt érdemes választanunk?

Mese következik a tankönyvben a kíváncsi marslakóról, aki meg szeretné ismerni az embereket, de azok (fertőzésveszély miatt) nem találkozhatnak vele. Egyikük (a szabó) maga helyett egy próbababát küld neki, a másik (egy gyógyszerész) fehéregeret, mint az ember tanulságos modelljét. A szegény marslakó nem sok közöset talál a két mintában (csak a bajuszt). De a mese nyomán kialakuló osztálybeszélgetés elvezet a tanulsághoz: Akit az alak érdekel, annak próbababát érdemes az ember modelljéül választani. Akit az anyagcsere, annak fehéregeret. Már szinte a komplementaritás felismerése közelében járunk. Írásunk mottójaként Juhász Ferenc elsős anyag inspirálta rigmusát idéztük, amely a kétéltű komplementaritáshoz hasonlítja az elektron jellegzetes részecskehullám dualizmusát. Valóban: az anyagszerkezet tanítása (az elsős fizika-kémia) a legalkalmasabb iskolapéldákat kínálja a modellalkotásra való neveléshez. Itt a legegyszerűbb golyó-modellektől tapasztalat és logika dialektikája vezet egyre használhatóbb atomfogalmak felé. De az is nyilvánvaló lesz, hogy a felfedező expedíció nem ér véget az iskolában, marad kutatnivaló a jövő nemzedék számára is. A természettudomány nem a felnőttek által összehordott (tehát kicsit unalmas) ismerethalmaz, hanem izgalmas cselekvés.

Addig azonban hosszú az út. A tanár megkérdezheti: milyen gyerekeket szoktak „modellezni” a következő állatokkal: szamár, koca, szarka, lajhár, strucc, csiga, miskolci kocsonyában a béka? A tankönyv egyik első kérdése: „Milyen szempontból hasonlítanak egymáshoz a következő dolgok: szitakötő és helikopter; kisleány és játékbaba; fényképezőgép és szem; ló és autó? Melyik megértéséhez kell több adat? Melyiket érdemes a másikkal magyaráznunk?” Később Wenham—Dorling—Snell—Taylor tankönyvéből („Fizika: fogalmak és modellek”) átvett példa következik: „Az ókorban Eukleidész és mások úgy képzelték el a látást, hogy a szemből látósugarak indulnak a tárgy felé és letapogatják azt. Ezt az elképzelést őrzik az ilyen kifejezések: simogat a szemével, szemmel verték stb. Működtesd a látás most leírt modelljét, és mondj olyan kísérleteket, tapasztalatot, ame-



2. ábra



3. ábra

lyeket magyaráz a modell! Ezután olyanokat, amelyek már nem magyarázhatók a modellel!"

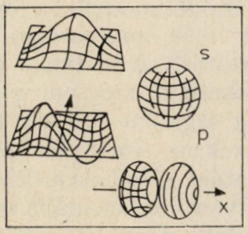
A modellalkotásos megismerési stratégiára nevelést egyszerű szituációval érdemes kezdeni, mielőtt valódi bonyolult anyaghalmazok vizsgálatához fognánk. Robert Karplus (Berkeley Egyetem, Kalifornia) tízéves gyerekek részére vezette be a „zörgetős fekete dobozt." A leragasztott doboz felbontása nélkül kell kitalálnunk, milyen akadályok korlátozzák a dobozba tett kavics- vagy sörétszemek mozgását. – Az „elektromos fekete doboz" fémes kivezetései között néhány rejtett vezető összeköttetés van, amiket szintén a doboz kinyitása nélkül, pusztán a zsebtelep és zsebizzó segítségével kell kitalálni. A gyerekek dobozt cserélnek. Egymástól függetlenül dolgozva különböző modelleket gondolhatnak ki. (Illusztrációnak leegyszerűsített példa: ha egy három kivezetésű doboz mindhárom pár kivezetése – AB, BC, CA – zárja az áramkört, és világít az izzó, akkor lehetséges, hogy az A, B, C, kivezetések háromszögalakban kölcsönösen össze vannak kötve, de az is lehet, hogy pl. csak AB és BC kapcsolat létezik. A gyerekek egymással vitatják meg, milyen modelleket dolgoztak ki ugyanarra a dobozra. Néha rádöbbennek, hogy a számukra elérhető információkat egyformán jól magyarázza többféle modell. Megesik, hogy egy „gondos" tanár a gyerekek eredményét saját jegyzete alapján ellenőrzi, mégpedig a gyerekek szemeláttára. Számára az a tanuló dolgozott jól, aki azt találta ki, ami az ő füzetében van. A másik tanulónak megjegyzi: „A te megoldásod is ugyanazt az eredményt adja, de igazából csak AB és AC van összekötve." Így a tanár néhány óra alatt azt érheti el, hogy tanítványai őt tiszteljék, ne a valóságot. Önálló modellalkotásra akkor nevelünk hatékonyan, ha a tanuló, tanár és a valóság összjátékában a tanuló és a valóság válnak főszereplőkké.

Felsőbbéves gimnazistáknak versenyfeladatként raffináltabb fekete dobozokat adunk, ez már kondenzátort is tartalmaz, ami csupán váltóáramot enged át, vagy egyenirányító diódát, ez pedig csak megfelelő polaritásnál vezeti az egyenáramot. Ilyen felépítésű fekete dobozok belsejének egyórás méréssorozat után kigondolt modelljeit mutatták be a diákok. Hárman ellenőrző mérések sorára támaszkodva bizonyították a belső szerkezetről alkotott bonyolult elképzeléseiket. A professzori zsűri elégedetten bólogatott. A negyedik versenyző válasza egyszerűbb volt: „A D és E kivezetések közt van egy 1000 ohmos ellenállás, a többi kivezetés közt semmi." A zsűri elnéző mosollyal csóválta a fejét. Erre a tanuló elővette fekete dobozát, hogy megvédje modelljét. A közönség előtt megismételt mérés végül a tanulót igazolta. (A dobozt később titokban felnyitottuk. Kiderült, hogy szállítás közben néhány összeköttetés szétrázódott.) A zsűri becsületére legyen mondva, hogy ez a versenyző maximális pontszámot kapott. Nem a logikai teljesítményéért, hanem a realitást (felnőtt tekintélyiyel szemben is) határozottan tisztelő objektivitásáért.

Modellek, mint nevelők

A távoli kedvest fényképe is felidézi. Körözött bűnöző üldözésénél hasznos segítség lehet egy mozaik-arckép.

Az atomszerkezetet tanító könyvekben megtalálható az s, p . . . elektronállapotok rajza. Drágán szobrot is gyárthatunk róluk, kínosan ügyelve a kvantummechanikailag számított sűrűségkontúrok pontos visszaadására. Informatív ez az ábrázolás, mégsem mond sokat arról, hogyan működik



4. ábra

a természet. Többre becsüljük, ha a tanuló egy köralakú drótkeretet szappanoldatba márt, majd a keretet megfelelő szaporasággal mozgatva maga figyeli meg, miként alakul ki csomómentes állóhullám, ezután alkalmas magasabb frekvencián egy csomóegyenes. – Ha összeforrasztjuk egy rugalmas acéldrót két végét, az önként köralakot ölt magára. Nehéz volna pl. háromszögalakot kényszeríteni rá, de könnyen alakítható át nyolcassá. Gyenge ujjszorításra annál szívesebben marad nyolcas alakban, minél egyformább a nyolcas két fele. – A diák, aki szappanhártyával és drótkarikával már szöszmötölt egy kicsit, megérzi: a természetben miként születnek meg önként az s, p, . . . állapotok szimmetrikus mintái. A tevékeny modellezés tanári szónál élményszerűbben tanított meg neki elvont fogalmakat.

Két különböző jellegű modelljátékot mutatunk be a függelékben, példaként a természet két különböző – elvontnak mondott – arculatának tanítására. A játék és modellezés lényege közeláll egymáshoz. Iskolában sem kell szégyelnünk a játékot, ha nevelő hatású modellek révén a természetet értjük meg.

Gyermekeinket, tanítványainkat egy változó világ felé indítjuk el, melynek felnőtt korukra fontossá érő tényanyagát (energiaforrásait, technológiáját, mérnöki genetikáját, a velük összefüggő társadalmi problémákat) nem tudjuk megtanítani, hiszen magunk sem ismerjük. Útravalóul az ismeretlen területen történő tájékozódás stratégiáját adhatjuk, amelyet a múltban is sikerrel alkalmazott a természetkutatás:

A) A valóság tisztelete és megfigyelése.

B) A lényeges vonások, a fontos adatok kiválasztása.

C) Modellalkotás: a kérdéses adatok változását értelmező, kevés szabadsági foka és szemléletessége folytán nyomonkövethető rendszer szerkesztése.

D) A modell működtetése: további jelenségek előrelátása a modell alapján.

E) A modell ellenőrzése kísérletekkel, érvényességi határainak letapogatása.

F) A modell magabiztos gyakorlati alkalmazása annak érvényességi határain belül.

G) Az érvényesség határán túl a modell javítása, gazdagítása, kutatás újabb modell után. GO TO C.

Ez a hét tézis nem felmondandó iskolai tananyag, hanem cselekvésformává érlelendő nevelési cél, ami hasznos lehet azoknak a fiataloknak a számára is, akikből végül nem természetbúvár válik.

A valóság elfogulatlan szemlélete magyarázatra ösztönöz. A működő modellnek örülünk, és még többet akarunk vele magyarázni, amíg el nem érjük annak határait. A kedvenc modell határainak első felbukkanása mégsem gyászos pillanat, hanem újra víg izgalom fog el: friss kihívással találkozunk! Ezek az élmények tartják örökifjan a természetkutatást (Michelson-kísérlet, hősugárzás színképe). Ilyen intellektuális sokkhatások óvhatják meg gondolkodásunkat a lemerevedéstől.

A tanulók látták az általánosban, hogy a megdörzsölt (pozitív) üvegrúd vonzza a megdörzsölt (negatív) műanyagvonalzót, és taszítja a másik (pozitív) üvegrudat. Ezután a megdörzsölt üvegrudat csapból vékonyan csurgó vízsugár mellé tartjuk. A vízsugár az üvegrúd felé hajlik. ,,A vízben biztosan negatív ionok vannak", — következtet bátran a gyerek, és rutinszerűen hozzáfog az ellenőrzéshez: ,,Ekkor a vonalzónak taszítania kell." Elképed, amikor az általa elvégzett kísérlet mást mutat: a vízsugarat a (negatív) vonalzó is vonzza. Ha maga döbben a vízmolekulák dipólusjellegére, nem fogja azt elfelejteni. Érdemes minél több ilyen sokk-helyzetet szervezni az iskolai órán. Általuk nevelhetjük tanítványainkat problémavállalásra.

Egy finn—svéd—magyar tanulmányi versenyen a finn szervezők horgászok által használt műanyag (damil) szálat adtak a diákoknak, azzal a felszólítással, hogy minél pontosabban vizsgálják meg a szál rugalmas viselkedését. Súlysorozat és mérővonalzó is volt az asztalon. A versenyzők mérték a különböző erők hatására bekövetkező megnyúlást. Az erőt osztották a megnyúlással, a kapott adatok középértékét adták meg, mint a méteres damilszál ,,rugóállandóját." De akadtak, akik felrajzolták az erő-megnyúlás grafikont és észrevették: a húzóerő fokozása bizonyos határon túl nem nyújtja a fonalat. (A műanyag gubancos láncmolekulái kiegyenesednek, de nem szakadnak el.) A megtanult lineáris Hooke-törvény és a konkrét tapasztalat ütközése konfliktushelyzetet teremtett, amelyben érdekes volt megfigyelni a diákok (a különböző hozzáállású tanárok által nevelt tanítványok) viselkedését. Egyesek ,,kijavították" a tapasztalatot a Hooke-törvény érdekében, mások viszont a hiszterizist is felfedezték.

Egy hazai versenyen ártatlan arccal a párhuzamosan, ill. sorbakapcsolt ellenállások eredőjének meghatározására szólítottuk fel a versenyzőket. A kiosztott ellenállások zseblámpaizzók voltak. A diákok tanulták a párhuzamosan és sorosan kapcsolt ellenállások eredőjének a képletét, de a zsebizzók nem. A párhuzamosan kapcsolt izzókon erősebb áram folyt át, azok jobban felmelegedtek, mint a sorbakötött izzók, bennük a rácsionok hevesebb hőmozgása miatt megnőtt a wolframszál ellenállása. Akárhogy mérték a gyerekek, nem jött a várt eredmény. Sok szorgalmas diák mégis ,,kihozta" azt jegyzőkönyvében. (Mi felnőttek is csináltunk hasonlót tervbeszámolók statisztikai adataival, de a történelem már kezd leszoktatni róla.)

Egy humán érdeklődésű tanuló végül fizikusi pályát választott. Meglepett kérdésünkre így indokolta választását: ,,A fizika törvényei érvényesek a legszélesebb körben. Mégis egyedül a fizikaórán ismerhettük meg e törvények határait."

Függelék

Statisztikus modelljáték: az egyensúly

1. Ehrenfest egy játékot talált ki, hogy megmutassa: sok-sok véletlen esemény miként vezethet jólmeghatározott végállapothoz. Két kutya találkozik. Az egyik, a fehér kutya rendes és tiszta, épp a fürdésből jött. A másik kutyaólban lakik, amelyet évek óta nem takarítottak. Ez a fekete kutya tele van bolhával. A két kutya megörül egymásnak, szagolgatják egymást és összedörgölődznek. A bolhák is örülnek a megnövekedett élettérnek. Vaktában ugrálnak egyik kutyáról a másikra. Tartós barátkozás után melyik kutya fog erősebben vakarózni?

Egy papírlapra két érintkező kört (két kutyát) rajzolunk. Az egyiket befeketítjük. A fekete körre 1-től 6-ig számozott gombokat (hat bolhát) helyezünk. Kockával dobunk, sokszor egymás után. Minden kidobott szám kijelöl egy gombot. Ezt a gombot áttesszük a másik körbe.

Azt tapasztaljuk, hogy eleinte több bolha áramlik a fehér kutya felé, mint fordítva. Fogynak a bolhák a fekete kutyán. Amint azonban egyenlővé kezd válni a bolhák száma a két kutyán, ugyanolyan intenzív lesz a visszaáramlás a fekete kutya felé. Így egy idő után körülbelül egyenlő bolhaszám alakul ki mindkét kutyán, a fekete kutya bolháinak száma egy egyensúlyi érték körül ingadozik. Érdekes kipróbálni: a beálló végállapot független a kezdőeloszlás választásától. A játék azt szemlélteti, miért oszlik el a levegő egyformán a két összenyitott szobában egyenletesen, vagy miként keveredik el (és nem válik szét) a málnaszörp a vízben.

2. Hat gyerek ül egy széles lépcső fokain: a hat számozott gombot párhuzamos (kottavonalakhoz hasonlítható) egyenesekre helyezzük el tetszőlegesen. Két kockával dobunk egyszerre. A fekete kocka által kiválasztott gomb egy lépcsőfokkal lejjebb kerül, a fehér kockával kiválasztott gomb egy lépcsőfokkal feljebb. Így az energia végső soron megmarad. (A legalsó lépcsőfokról nyilván nem lehet lejjebb menni, ez a dobás hatástalan.) Sok dobás után milyen lesz az egyes lépcsőfokokon a gyerekek eloszlása? Ismét azt találjuk, hogy egyensúlyi eloszlás áll be, ami most felfelé ritkul. (Elvileg mértani sorozat szerint.) Hogy milyen mértékben, azt a ,,kezdeti energia" (az indulási elhelyezkedés magasságainak összege) determinálja.

A gyerekek és gombok molekulákat modelleznek, a kockadobálások pedig a véletlen ütközések energiacseréit. Az előző játékhoz képest változást jelentő megszorítás az energia megmaradása. Ez a játék nyilván a levegősűrűség barometrikus magasságeloszlását szemlélteti, vagy Gürney, Black és Ogborn nyomán absztraktabbul: egy Einstein-kristályban az energiakvantumok egyensúlyi Boltzmann-eloszlását. A modell még tanulságosabbá válik, ha a kockázást számítógépes szimuláció követi, hat helyett akár többszáz gombbal.

3. Rajzoljunk egymás mellé hat négyzetet, ezek a dzsungel hat vadászterületét jelölik. Számozzuk meg az egyes négyzeteket. A dzsungelben farkasok és párducok élnek, egy vadászterületen egy, mindegyikük egyformán erős. Ha valamelyikük váratlanul rajtaüt a másik faj egyik példányán, elpusztítja azt. Az áldozat vadászterületét a győztes kölyke foglalja el.

A hat mezőre rakjunk ki pl. három rózsaszín gombot (párducok) és három szürkét (farkasok). Szimmetrikus kiindulási állapot. Ismét két kockával dobunk. A fekete kockával mutatott szám kijelöl egy négyzetet. Ezen él az áldozat, az ott levő gombot eltávolítjuk. A fehér kocka által adott szám mutatja a győztest. Vele egyező színű új gomb kerül a megürült négyzetre.

A játék első fázisában szabálytalanul ingadozik a két faj egyedszáma. De az ingadozások egyszercsak azt eredményezik, hogy minden négyzetet ugyanaz a faj népesít be. Ilyenkor a másik faj kipusztulása végleges. Ez az Eigen és Winkler által kitalált játék példát mutat a szimmetria spontán megsérülésére. A kiindulás és játékszabály pártatlan volt, mégis csak az egyik faj fog túlélni, de nem látható előre, hogy melyik. (Ritkán az is előfordulhat, hogy 5 farkas + 1 párduc kiindulás is a farkasok eltűnéséhez vezet. A játék az osztályban valódi izgalmat kelt!)

Ez a modell oldja az előreláthatóan egyértelmű egyensúlyra vezető előző játékok tanulságának lemerevedését. A biológiában különösen fontos lehet a történetiség. Így küszöbölhette ki pl. a kémiailag egyenrangú jobbkezes aminosavakat a biokémiai evolúció. Ma minden élőlény balkezes aminosav-molekulákból építi fel fehérjéit.

Matematikai modelljáték: a káosz

Egy szigeten nyulak élnek. Egy nyúlnak évente k darab kölyke születik. (Pontosabban k a születések és halálozások számának kivonása után nyert, egy nyúlra vonatkoztatott szaporodási szám.) Ha t évben $x(t)$ volt a nyulak száma, ez egy év alatt

$$\frac{dx}{dt} = kx$$

értékkel változott. Innen $x(t) = x(0)e^{kt}$ adódik: a nyúlpopuláció egyre meredekebben növekszik. De a sziget nem képes korlátlan számú nyulat eltartani: hordképessége N számú (pl.1000) nyúl. Ha ennél kevesebb nyúl van: szaporodhatnak. Ha ennél több: éhhalál miatt fogy a számuk. Az ilyen korlátot önként figyelembe veszi a legtöbb állatfaj: a hordképességi plafonhoz közeledve csökkenni kezd a szaporodási ütem. Mivel a teljes élettérnek csak $(N - x)/N$ hányada áll rendelkezésre, a plafont lereagáló szaporodásnál a kölykök száma $(N - x)/N$-nel lesz arányos: $k = k_0 \dfrac{N - x}{N}$. Ekkor

$$\frac{dx}{dt} = k_0 \frac{N - x}{N} x.$$

Mérjük az x populációszámot N egységekben (pl. ezresekben), ekkor a

$$\frac{dx}{dt} = k_0(1 - x)x \qquad \text{(D)}$$

egyenletre jutunk. A differenciálegyenletnek két állandósult megoldása van: $x = 0$ vagy $x = 1$ mellett lesz $dx/dt = 0$. Az első megoldás (üres élettér) instabil, hiszen $x = \varepsilon(t) \ll 1$ feltevés esetén a

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \simeq k_0\varepsilon, \quad \varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{kt}$$

egyenletre jutunk. Az $x = 0$ állandósult értéktől csak kicsit eltérő $x(0) = \varepsilon_0$ kezdőfeltétel (egyetlen nyúlpár betelepülése) $x(t) = \varepsilon_0 e^{k_0 t}$ szerint populációrobbanásra vezet. Az $x = 1$ állandósult megoldás (telített élettér) viszont stabil. Ha ettől egy kicsit eltérünk, $x = 1 + \varepsilon(t)$ (ahol ε pozitív is, negatív is lehet, de kicsi 1-hez képest), akkor (D)-be helyettesítve a

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \sim -k_0\varepsilon, \ \varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{-k_0}$$

megoldásra jutunk. Az $x(0) = 1 + \varepsilon_0$ kezdeti eltérés önként megszűnik, csakhamar visszaáll az eredeti telített egyensúlyi állapot: $x(t) = 1 + \varepsilon_0 e^{-k_0 t}$, $x(t) \to 1$. A populációszám alakulása a (D) differenciálegyenletet megoldva általánosan is megkapható, csak a változók szétválasztásának módszerét kell alkalmaznunk:

$$\int \frac{dx}{x(1 - x)} = \int k_0 dt,$$

azaz

$$\int \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{1 - x} \right] dx = \ln x - \ln(1 - x) =$$

$$= \ln \frac{x}{1 - x} = k_0 t + \text{konstans}.$$

Az integrációs állandót $-\ln A$-val jelölve

$$x(t) = \frac{1}{1 + Ae^{-k_0 t}}.$$

Kezdetben $x(0) = (1 + A)^{-1}$, ami 1-nél kisebb is, nagyobb is lehet. De az idő múltával $x(t)$ simán tart az $x = 1$ telítési értékhez.

Eddig felnőttekhez szóló integrálszámítást alkalmaztunk, amit tanítványaink nem nagyon ismernek, meg a nyulak sem. (A nyulak meghatározott évszakokban kölykeznek, így létszámuk ugrásszerűen változik.) A (D) differenciálegyenletet könnyű differenciaegyenletté alakítanunk:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + k_0 x(t)[1 - x(t)]\Delta t,$$

azaz interációs megoldásra alkalmas alakban

$$x_{n+1} = x_n + Kx_n(1 - x_n), \qquad \text{(E)}$$

ahol $K = k_0 \Delta t$. Ezt egyszerű számolással, még elegánsabban programozható zsebszámológéppel nem nehéz megoldani különböző x_0 és K értékek esetére. De hogy szemléletesen tájékozódjunk a nyúlpopuláció soráról, rajzoljuk fel az

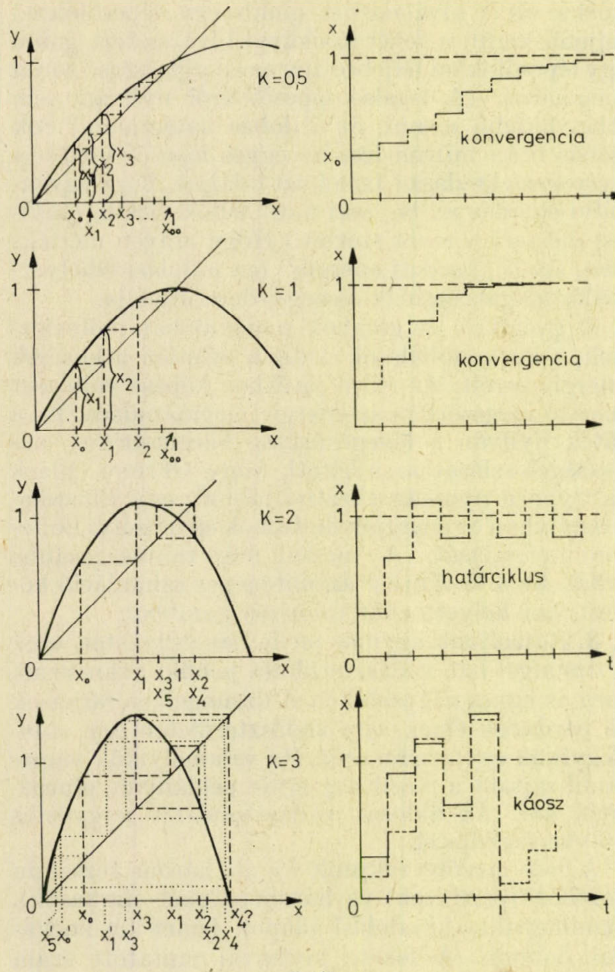
$$y = x + Kx(1 - x)$$

parabolát! Ennek csúcsa felfele mutat. Az x-tengelyt az $x = 0$ és $x = 1 + K^{-1}$ pontokban metszi, csúcsa pedig $y_{max} = (1 + K)^2/4K$ magasságban van. A parabolát a 45°-os $y = x$ egyenes az $x = y = D$ és $x = y = 1$ helyeken metszi. Így azt várjuk, hogy (E) megoldása az $x_\infty = 1$ értékhez konvergál, hiszen a metszéspontban teljesül az

$$x_\infty = x_\infty + Kx_\infty(1 - x_\infty)$$

egyenlet.

De nézzük, miként alakul időben a nyulak sorsa! Diákjainknak felírjuk az (E) egyenletet, ők elkezdik az iterációt. Az iteráció menetét az ábra alapján mi is nyomon követhetjük. Pl. $K = 1/2$ választjuk. Az x-tengelyen önkényesen felveszünk egy x_0 kezdőértéket. A parabola megfelelő y-koordinátája adja x_1-et. Ettől a parabolaponttól vízszintes szakaszt húzunk a 45°-os egyenesig, a kapott pont x-koordinátája szintén x_1. Innen függőlegesen felmegyünk a paraboláig, az új parabolapont y-koordinátája már x_2. Ezt vízszintesen a 45°-os egyenesig vezetjük, majd innen függőlegesen ismét a parabolához. Az új parabolapont x-koordinátája x_2, y-koordinátája már x_3. Így a parabolaszelet és az egyenes húr közt haladó cikk-cakkvonal adja az iteráció egyes lépéseit. A cikk-cakkvonal által jelzett iteráció a parabola és a húr metszéspontjához, tehát az $x_\infty = 1$ értékhez konvergál.



5. ábra

Ugyanezt mutatja második ábránk is $K = 1$ választással. Másképp alakul a helyzet $K = 2$ esetében. Itt az iteráció közeledik az $x = 1$ stabil értékhez, de azt nem éri el, hanem a populációszám évről évre oszcillál $x = 1$ körül! (Túlszaporodás és részleges kipusztulás évei követik egymást. A kertészek jól ismerik a cserebogárban gazdag és szegény májusok váltakozását!) Még drámaibb a populáció sorsa $K = 3$ esetén. A populációszám most váratlan ugrásokat mutat, előre nem sejtett válságok követik egymást (amelyek a sáskajárások szeszélyeire emlékeztetnek). Ha egymáshoz közeli kezdőértékekről indulunk, amilyenek pl. $x_0 = 0{,}30$ és $x_0 = 0{,}15$, akkor is nagyon eltérően alakul a populációszám.

Az eltérő viselkedés oka nyilvánvalóbb lesz, ha a parabolát az $x = y = 1$ pont közelében annak $y'(1) = 1 - K$ iránytangesű érintőjével helyettesítjük. Pl. $y'(1) \gg -1$ esetén a konvergencia, $y'(1) = -1$ körül a határciklus, $y'(1) \ll -1$ esetén pedig a káosz néven ismert matematikai jelenség figyelhető meg. A matematikai modell üzenetét (D) sima és (E) kaotikus viselkedésű megoldásainak drámai eltérése közvetíti:

a) Ha differenciálegyenletet oldunk meg számítógépen, akkor a Δt iterációs lépéshossz nem választható akármilyen nagyra, mert a kapott megoldás kaotikusan eltérhet a tényleges sima megoldástól.

b) Ha egy rendszer el akar jutni az optimális stabil állapotba, akkor sűrűn kell felmérni a plafon távolságát ($K = k_0 \Delta t < 1$, tehát $\Delta t < k_0^{-1}$ biztosítandó), egyébként káosz (túlnépesedés, gazdasági válság) következhet be.

c) Ha Δt (szaporodási periódus, gazdasági vagy autóvezetői reakcióidő) hosszú, a káosz csak a k haladási ütem csökkentésével kerülhető el. (Az álmos vagy ittas ember inkább gyalog járjon, mint autón.)

IRODALOM

[1] *Bakányi—Fodor—Marx—Sarkadi—Tóth—Ujj:* Fizika tankönyv és munkafüzet a gimnáziumok I. osztálya számára. Tankönyvkiadó Bp. (1981)
[2] *P. Black—J. Ogborn:* Nuffield Advanced Physics, Unit 10. Longman, London (1970)
[3] *Csákány Antal:* Játékok számítógéppel. Műszaki Könyvkiadó, Bp. (1970)
[4] *M. Ebison:* Modellek a természettudományban. Fizikai Szemle *30* (1980) 118. Physics Education (1979. Ez a szám több hasonló témájú cikket is közöl.)
[5] *Manfred v. Eigen—Ruthild Winkler:* Das Spiel. Piper, München (1975). A játék (Gondolat, 1981).
[6] *Martin Gardner:* Mathematical Games, Scientific American, New York (1959. június, 1970 október, 1970 november, 1971 február, 1977 október stb.)
[7] *H. Haken:* Synergetics. Springer, Berlin (1978)
[8] *Robert Karplus:* Introductory Physics — a Model Approach, W. A. Benjamin, New York (1969)
[9] *Robert Karplus:* Models (5th primary school). SCIS, (1965.)
[10] *Marx György:* Some simulations of science. Physics Education (London) (1981) május, július.
[11] *Marx György—Tóth Eszter:* Energie und Ordnung, az „Information und Ordnung" c. kötetben, szerk. G. Schaeffer. Institut für Pädagogik der Naturwissenschaften, Kiel (1981)
[12] *Marx György:* Evolúció és más szerencsejátékok. Fizikai Szemle Bp. *29* (1979) 290
[13] *Herbert Stachowiak:* Models, a „Scientific Thought" c. kötetben, UNESCO, Paris (1972)
[14] *Takács Viola* (szerk): Sejtautomaták. Gondolat, Bp. (1978)
[15] *Tóth Eszter:* Fizika kísérleti tankönyv és munkafüzet a gimnáziumok IV. osztálya számára, Tankönyvkiadó, Bp. (1981)
[16] *Tóth—Holics—Marx:* Atomközelben. Gondolat, Bp. (1981)
[17] *E. I. Wenham et al.:* Physics-Concepts and Models, Adisson-Wesley, London, Reading Mass., Menlo Park.—California (1972).

A KREATÍV GONDOLKODÁS TANÍTÁSA A FIZIKÁBAN

G. Bialkowski
Varsói Egyetem Elméleti Fizikai Intézete

Vitánkban olyan nézetek jutottak kifejezésre, hogy a kreativitást nem lehet gyakorlattal fejleszteni; hogy az Isten ajándéka, ami vagy adott, vagy nem. Azt kell mondanom, hogy nekem más a véleményem, ahogy azt előadásom címe is sugallja: „A kreatív gondolkodás tanítása a fizikában".

Amint Önök is látják, megpróbáltam előadásomnak a lehető legprovokatívabb címet adni. Előadásom központi problémája az, vajon lehet-e, vagy sem a fizikában a kreatív gondolkodást tanítani. Ez a probléma számunkra elsődleges fontosságú, amióta a fizikát úgy kívánjuk tanítani, hogy az hallgatóink intellektuális épülésének aktív tényezője legyen. A tanult, de holt fizikának nincs értéke számunkra. Azt szeretnénk, ha mindenki bővítené és alkalmazná azt, és ez feltétlenül igényel bizonyos kreativitást.

Győzelmünket az jelentené, ha a jogász, a farmer, a történelem-tanár egy számára új jelenséget felfedezve azt mondaná: „Ez valószínűleg ennek, vagy annak tulajdonítható", és helytálló lenne az elgondolása.

Én nem fogok itt semmilyen kész receptet adni. French professzor szavaival élve: csupán szórt megjegyzéseket tehetek. Csak azt kívánom leszögezni, hogy mi lesz a szórócentrum: az egyetemi és az egyetem utáni fizika oktatás. Előadásom hasonlít Schrödingernek az atom valódi képéről alkotott elgondolásához: egy fajta diffrakciós gyűrű a fent említett kemény mag körül.

A kreativitás jelentését nem könnyű meghatározni. Azzal valószínűleg mindenki egyetért, hogy valahogyan kapcsolatban kell lennie az újdonsággal. Bár naponta létrehozunk dolgokat, amelyek tisztán anyagi szempontból újak, de rendszerint nem nevezzük ezeket az előállításokat alkotásoknak. Szeretnénk megőrizni ezt a szót valami „alapvetően új"-nak a jelzésére, de nehéz pontos határvonalat húzni az „alapvetően új" és a nem ilyen között. Így kénytelenek vagyunk elfogadni azt az elvet, hogy a kreativitásnak lehet valamilyen folytonos tartománya. Nincs „alkotó", vagy „nem alkotó", hanem csak „alkotó egy bizonyos fokig".

A következő probléma, amit hangsúlyozni kell, az, hogy az egyes emberek kreativitása bizonyos területre, vagy legalábbis területek egy csoportjára korlátozott. Nincs olyan, hogy „kreativitás minden területen". Lehet valaki alkotó a festészetben, de ekkor nem kreatív a fizikában és fordítva. Igaz ugyan, hogy a pszichológusok szerint a legtehetségesebb emberek sokféle terület iránt érdeklődnek és sok területen mutatnak jó teljesítményeket, de az ilyen emberek száma mindig korlátozott.

Azt is szükséges hangsúlyozni, hogy a kreativitás nem kizárólag a tisztán intellektuális képességek problémája. Az az ember egész személyiségéből adódik. A kreativitás nagymértékben függ az ember érzelmi világától, akaratától, őszinteségétől, önbizalmától, stb. Amikor alkotó gondolkodású embereket akarunk nevelni, meg kell próbálnunk átitatni őket fizikával, de a fizika segítségével egész személyiségük formálására is törekednünk kell.

Ezeknek a megjegyzéseknek a konklúziója az lehet, hogy valójában nem tudjuk, mennyi alkotó ember van társadalmunkban. Nagyon valószínű, hogy sokan közülük elvesztek az oktatás során és nem érik el a teljesítménynek azt a fokát, amely potenciálisan megközelíthető lenne számukra.

Tegyük fel, csak a szembesítés kedvéért, hogy a kreativitás genetikusan öröklött, ahogy mondják, az az ember mértéke. Látjuk, hogy a genetikus meghatározottság ellenére vannak emberek, akik a jobban tápláltság, a higiéniai feltételek fejlődése, a jobb fizikai edzettség, stb. hatására magasabbra nőnek, mint a korábbi századokban. Lehetséges, hogy a társadalom minden tagjának kreativitását is növelhetnénk jobb gyakorlás, jobb intellektuális

Előadás a IUPAP fizikusképzést tárgyaló prágai konferenciáján. Fordította Sebestyén Dorottya.