

KÜLÖNLENYOMAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
III. (MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI) OSZTÁLYÁNAK  
KÖZLEMÉNYEIBŐL

XIII. KÖTET

3. SZÁM

ARATÓ MÁTYÁS

A. N. KOLMOGOROV AKADÉMIKUS 60. ÉVES

1963



A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA  
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK  
KÖZLEMÉNYEI

A SZERKESZTŐBIZOTTSÁG TAGJAI

CSÁSZÁR ÁKOS, DETRE LÁSZLÓ, GYULAI ZOLTÁN, HAJÓS GYÖRGY,  
NOVOBÁTZKY KÁROLY, RÉNYI ALFRÉD, TURÁN PÁL

FŐSZERKESZTŐ  
ALEXITS GYÖRGY

XIII. kötet 3. szám

Szerkesztőség: Budapest, V., Nádor utca 7.

Kiadóhivatal: Budapest, V., Alkotmány utca 21.

A Magyar Tudományos Akadémia III. (Matematikai és Fizikai) Osztályának Közleménye, változó terjedelmű füzetekben jelennek meg, és az Akadémia III. Osztályának felolvasóülésén bemutatott matematikai dolgozatokat, valamint egyéb dolgozatokat, referátumokat, továbbá az Osztály munkájára vonatkozó közleményeket, könyvismertetéseket stb. közölnek. Évenként egy kötet jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

Kéziratok a következő címre küldendők:

A Magyar Tudományos Akadémia  
III. Osztályának Közleményei  
Budapest, V., Nádor u. 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 100. különnyomat illet meg megjelent munkájáért.

Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint, külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámú száma: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultura” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I. Fő utca 32. (Magyar Nemzeti Bank egyszámú száma: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia III. (Matematikai és Fizikai) Osztálya a következő idegen nyelvű folyóiratokat adja ki:

1. Acta Mathematica Hungarica
2. Acta Physica Hungarica

A. N. KOLMOGOROV AKADEMİKUS 60 ÉVES

Ez év április 25-én töltötte be hatvanadik életévét korunk egyik legkiemelkedőbb matematikus—természetudós egyénisége: ANDREJ NYIKOLAJEVICS KOLMOGOROV. Hatvanadik születésnapját barátai és tanítványai körében ünnepelte a moszkvai matematikus társaságban, ahol egyik legtehetségesebb tanítványa, V. I. ARNOLD számolt be mestere eredményeiről a klasszikus mechanikában, majd maga az ünnepelt tartott előadást: „Munkám gyakorlatából” címmel. Munkája elismeréseként 60. születésnapján Lenin-renddel tüntették ki, s minden tekintélyes szovjet napilap külön cikkben is megemléltette érdemeit. Hazánkban nem matematikusok előtt sem ismeretlen a neve. Még napilapjaink is írtak róla, hogy ez évben az olasz Balzan-díjjal tüntették ki, másrészt a kibernetika filozófiai problémáiról írt cikkei nemrég jelentek meg magyar nyelven is.

Neve ma már egybefonódott a modern matematika egyik legfontosabb ágának, a valószínűségszámításnak megalapozásával és azóta is úgy ismerjük, mint aki jelentős eredményeit a valószínűségszámításban érte el. Pedig a valószínűségszámításon kívül a matematikának szinte minden ága foglalkoztatta és időszakonként egymástól egészen távolálló területeken ér el korszakalkotó, jelentős eredményeket.

A Moszkvai Egyetemre 1920-ban iratkozott be, s mielőtt matematikával kezdett foglalkozni, egy történelmi tárgyú dolgozatot írt a régi Novgorod földviszonyairól XV. és XVI. századi dokumentumok alapján.

A moszkvai matematikus iskola kialakításában, mely éppen ebben az időben indult fejlődésnek, N. N. LUZIN, P. SZ. ALEKSZANDROV és A. JA. HINCSIN mellett szinte felbecsülhetetlen érdemei vannak. Nemcsak a valószínűségszámítási iskola megteremtésében, hanem a funkcionálanalízis, topológia és sorelmélet iskolái kialakításában is jelentős a szerepe. Jelenleg ismét egy új iskola — talán nevezhetnénk ezt kibernetikainak — kialakításán dolgozik fiatal tanítványai körében. A felsorolásban egyáltalán nem törekedtem teljességre. Hogy teljes mértékben megértsük hatásának jelentőségét, részt kell venni szemináriumain, el kell járni a társulat üléseire és látni kell azt az eleven, állandó mozgásban levő matematikai életet, melyet maga körül kialakít. És még akkor sem tudja az ember teljesen megérteni mi lelkesedésének és szenvedélyes munkájának, csodálatos eredményeinek, a körülötte kialakult légkörnek a „titka”. Nincs magatartásában semmi titokzatos és megfelfejthetetlen, és éppen ebben van a jelentősége, mert úgy mutatkozik meg mindig, mint egész ember, akár arról van szó, hogy valami új eredményt kell elmagyaráznia, esetleg megértenie, akár arról, hogy valami sportversenyt rendezzen tanítványai között, amiben maga is részt vesz. Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy miben különbözik nagy elődeitől, nagyon kevés újat tudnánk mondani. Minden egyszerűsége és embersége ellenére azonban valami kiemeli környezetéből. Mindig a dol-

gok legmélyére akar nézni, s amit csinál, azt lelkesedéssel, szenvedélyesen csinálja és hogy mennyit kell neki magának és aztán tanítványainak vagy másoknak a megoldás érdekében dolgozni, szintén jól tudja. Iskolája mindig úgy működik, mint egy jó gépezet. Tanítványai, munkatársai felvetett problémáit mindig útmutatónak tekintik, még elejtett megjegyzéseinek is komoly jelentőséget tulajdonítanak, melyeket az adott probléma megoldásával kapcsolatban feltétlen figyelembe kell venni. Jelentőségét éppen a problémák lényegének a megfogalmazásában látják, mindig meg tudja mutatni a feladat jelentőségét és perspektíváit. Közvetlen tanítványainak száma több mint ötven, közöttük a szovjet matematikus élet olyan jelentős egyéniségei vannak, mint A. I. MALCEV, M. D. MILLIONSCSIKOV, I. M. GELFAND, B. V. GNYEGYENKO, A. M. OBUHOV, E. B. DINKIN, Sz. M. NYIKOLSZKIJ, JU. V. PROHOROV, A. SZ. MONYIN, A. M. JAGLOM, Sz. H. SZIRAZSGYINOV, R. L. DOBRUSIN, B. V. SZEVASZTYJANOV, a fiatalabbak közül ARNOLD, SZINAJ, ROZANOV, SIRJAJEV, TYIHO MIROV, VITUSKIN, OFFMAN, hogy csak a legjelentősebbeket említsem, semmiképpen sem törekedve a teljességre.

Tanítványai, egyben barátai, gyakran egész életükre szóló útmutatást kaptak azokból a problémákból, melyekkel tanulmányaik alatt KOLMOGOROV őket megismertette. Problémái azonban nem általánosan megfogalmazottak, az emberekhez szabja őket. Kutatási módszerében talán a legfontosabb mozzanat, hogy a valós világ objektív törvényszerűségeinek felfedezésében látja a matematika feladatát. Rá kell jönni a törvényszerűségekre, még ha azután a bizonyítás hosszadalmas és fáradságos munka is. A matematikus munkájában is a fölfedezés legyen a hajtóerő.

Ifjú kora óta fiatalos lelkesedéssel a matematikának és más természettudományoknak, hol ebben, hol abban az ágában ér el egészen rövid idő alatt alapvető eredményeket. Foglalkozott és foglalkozik valós függvényekkel, valószínűség-számítással, matematikai logikával, matematikai statisztikával, analízissel, halmazelmélettel, kibernetikával, geometriával, topológiával, funkcionálanalízissel, matematika történettel és a matematika filozófia problémáival, mechanikával és geofizikával is. Sok fiatal matematikus tanulhat tőle még ma is a 60 éves tudóstól lelkesedést, fiatalosságot.

1922-ben érte el első eredményeit a deskriptív halmazelméletben, majd a trigonometrikus sorok elméletével, az integrál fogalom kialakításával, mértékelméleti problémákkal, logikával és halmazelmélettel foglalkozik. Mindig a legégetőbb, legfontosabb problémák érdeklik, eredményei ma is frissek és útmutatóak.

Így van ez pl. a trigonometrikus sorok elméletében, ahol az ő kutatásai hosszú ideig a problémakör lezárását jelentették. A mi TANDORI KÁROLYUNK érdeme is, hogy KOLMOGOROV eredményei ismét előtérbe kerültek. Éppen TANDORI munkásságával kapcsolatban jegyezte meg KOLMOGOROV, hogy véleménye szerint ezen az igen nehéz területen, oly hosszú szünet után, ismét történt előrehaladás s nagyon örült, hogy az ő régi kutatásaihoz kapcsolódva jutottak ilyen kitűnő eredményekre.

A 30-as években érdeklődésének középpontjában a valószínűség-számítás áll. Útmutató munkája mindjárt az elején kettős jellegű, egyrészt az elmélet pontos logikai megalapozása, másrészt a valószínűség-számítás felhasználási és kutatási területének kiterjesztése. Mindkét feladatot megoldotta, szinte egy időben. A „Valószínűségelmélet alapvető fogalmai” című munkájában szigorú megalapozását adja ennek az elméletnek, melyet azóta valamennyi számottevő tudós elfogadott s ma már minden valószínűség-számítási kutatásnak ez képezi az alapját.

„A valószínűségelmélet analitikus módszerei;” című munkájában pedig a valószínűségi folyamatok egyik legfontosabb osztályával, a *Markov*-folyamatok elméletével vagy más néven a diffúziós folyamatok elméletével foglalkozik. KOLMOGOROV ezen kutatásai képezték nemcsak a sztochasztikus folyamatok elméletének alapvető kiindulási pontját, de a moszkvai parciális differenciálegyenletek iskola kialakulását is innen lehet számítani.

A 30-as években még számos alapvető cikke jelenik meg a sztochasztikus folyamatok elméletéről, a diffúziós folyamatok alkalmazásairól a biológiában, a független növekményű folyamatok általános tárgyalásáról. A 40-es évek elején a stacionárius folyamatok és a Hilbert terek operátorainak spektrál előállítására közötti mély kapcsolatot tárja fel: megmutatja, hogy minden stacionárius  $\xi(t)$  folyamat előállítható

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda t} dz(\lambda)$$

alakban, ahol  $z(\lambda)$  egy ortogonális növekményű folyamat, melynek szórásnégyzete a folyamat spektrál eloszlását adja. A háború alatt foglalkozik a valószínűség-számítás alkalmazásaival tűzérési problémákra, majd közvetlen a háború után az elágazó folyamatok elméletével s azok fizikai alkalmazásaival. Az ötvenes években az információelméletben ér el jelentős eredményeket, majd valószínűség-számítási és információelméleti módszerekkel a dinamikus rendszerek elméletében vagy más néven ergodelméletben ér el olyan eredményt, mely az egész elmélet újabb virágzásához vezet. Közben foglalkozik matematikai-statisztikai problémákkal is. Ez a felsorolás egyáltalán nem kimerítő, nem öleli fel még futólag sem mindazokat a valószínűség-számítási problémákat sem, melyekkel A. N. KOLMOGOROV eddig foglalkozott. Nem áll rendelkezésünkre az a távlat, melynek segítségével igazán lemérhetnénk KOLMOGOROV jelentőségét, akár csak a valószínűség-számításban is.

Egyáltalán nem beszéltem a matematika más ágaiban végzett kutatásairól, nem mintha azok kevésbé lennének jelentősek, de egy ilyen rövid megemlékezésben erre nincs lehetőség és mód, másrészt az olvasó részletes képet kaphat róla az *Успехи Мат. Наук* 1953-as évfolyamában A. JA. HINC SIN és P. SZ. ALEKSZANDROV tollából megjelent, KOLMOGOROV élete munkáját ismertető cikkből.

Az alábbiakban csak vázlatosan felsorolnám mindazon ágait a matematikának, mellyel az 1953 óta eltelt időben foglalkozott. A már említett információelméleti és ergodelméleti úttörő munkásságán kívül foglalkozott klasszikus mechanikai problémákkal — ezekről tartott előadást az amszterdami matematikus kongresszuson. HILBERT 13-ik problémájával kapcsolatos eredményekről Sz. NAGY BÉLA akadémikus beszámolt HILBERT-ről szóló megemlékezésében, itt csak annyit tennék hozzá, hogy ezek az eredmények képezték a kiindulópontját azoknak az alapvető kutatásoknak, melyeket a függvényközelítések elméletében információelméleti módszerekkel KOLMOGOROV és tanítványai (VITUSKIN, TYIHO MIROV) elértek. A sztochasztikus folyamatok elméletében és különösen azok alkalmazásai terén elért eredményei mindig eseményszámba mennek valószínűség-számítási körökben, erről tanúskodnak az azóta az ő vezetésével alapított *Теория вероятностей и ее применения* c. folyóiratban megjelent cikkei. Fiatalos hévvel foglalkozik az utóbbi években a matematikai statisztika módszereivel. Különösen a nyelvészetben és a folyamatok statisztikája terén elért eredményei értékesek.



Nagy munkabírására és lendületére jellemző, hogy még táblázatok összeállításai munkájában is részt vesz. A legutóbbi években ismét visszatért a matematikai logika problémáihoz és az automaták elméletével foglalkozik. A kívülálló számára úgy tűnik, hogy itt egymástól távolálló s egymással semmilyen kapcsolatban nem levő, a problémáknak szinte véletlenszerű kiválasztásáról van szó. Ez egyáltalán nincs így, megoldott és kitűzött problémái egy egységes egész szoros kapcsolatban levő láncszemei. A kapcsolatot valóban sokszor nagyon nehéz kívülről észrevenni, mint pl. HILBERT 13. feladatának megoldása és az  $\varepsilon$ -entrópia fogalma között a függvényközelítések elméletében, de a mélyebb vizsgálat ezt kideríti. Ugyanúgy mint az automaták elmélete s a táblázatok készítése közötti kapcsolat sem a véletlen műve.

A. N. KOLMOGOROV nem az „életől elszakadt” tudós, a közélet problémái nemcsak érdeklik, de aktívan részt is vesz bennük. Az Известия s. napilapban szinte rendszeresen jelennek meg cikkei a Szovjetunió tudósképzéséről és más problémákról. Cikkeit mindig az előremutatás szándéka iratja, de látszódik bennük a hozzáértés és felelősségérzet is, akár középiskolás oktatási problémákról legyen is szó.

Az eddigi felsorolásból is kitűnik, de külön ki szeretném hangsúlyozni, hogy nemcsak a matematikában elért elméleti munkái jelentősek, hanem a gyakorlatiak is. A fizikai, geofizikai, tűzérési, geológiai, nyelvészeti, biológiai vagy a minőségellenőrzési eredményei épp oly jelentősek, mint a matematikaiak. Ezekkel a problémákkal úgy foglalkozik, mint az illető szaktudomány kutatója, s szinte hihetetlenül rövid idő alatt fel tudja dolgozni az illető probléma addigi irodalmát, s ki tudja választani a megfelelő járható utat. Úttörő a munkássága azért is ebben az irányban, mivel rámutat, hogy a modern matematikának nemcsak a fizikában vannak kötelességei és feladatai, hanem megmutatja, hogy az alkalmazások köre nagymértékben kitarult, s szinte beláthatatlanok a lehetőségei.

Az ő munkássága és tevékenysége jelentősen hozzájárult ahhoz egyrészt, hogy a matematikai módszerek a Szovjetunióban mindenhol bevonultak, illetve bevonulnak, másrészt, hogy a matematikus szónak értéke van és egyre növekszik a megbecsülése.

Meg szeretném említeni, hogy a moszkvai matematikus iskola kialakulásában nemcsak azért van jelentősége, mivel személyes befolyása, hatása nagy, hanem azért is, mert pl. az egyetemi oktatási anyag kiválasztásában aktívan vett részt, és az aspiránsképzés jelenlegi formájában az ő elképzelései alapján valósult meg. A szorgalmas munka híve, ő is azt tartja, hogy a matematika eredményes műveléséhez nem elegendő a tehetség — ez feltétlen kell — de tanulás, állandó képzés és kitartó munka nélkül mincsenek komoly és állandó eredmények. Ezt tükrözi az aspiráns vizsga-tematika és az a szigorúság, mellyel megköveteli az elsajátított anyag ismeretét.

Tanítványai bármikor megkereshetik a tanszéken, lakásán, vagy nyaralójában. Nyaralójába rendszeresen meghívja fiatal tanítványait — aspiránsait, diákjait — akikkel hosszú — fürdészel, sieléssel egybekötött — sétákon, kellemesen eltöltött estéken megbeszéli matematikai, de minden más problémájukat. Tanítványaiban az egész embert keresi, mint matematikus pedig egyformán becsül mindenkit, itt nem ismer életkort, csak gondolatot és munkát.

A ma is fiatal, elképzelésekkel és új tervekkel teli alkotó munkássága teljében levő A. N. KOLMOGOROVNAK a magyar matematikus társadalom nevében kívánunk hosszú életet és további sikereket.

Arató Mátyás

# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
III. OSZTÁLYÁNAK

FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

Kutató fizikusok számára önálló eredményeket tartalmazó és összefoglaló jellegű fizikai, csillagászati dolgozatokat, könyvismertetések, laboratóriumi fogásokat és ma már klasszikussá vált dolgozatokat közöl hazai és külföldi szerzőktől.

Evenként 1 kötet (kb. 36 iv) jelenik meg 6 számban.  
A folyóirat előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 42 forint, külföldi címre 60 forint.

Belföldi megrendeléseket az *Akadémiai Kiadó*,  
Budapest, V., Alkotmány utca 21.

(Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46)  
teljesít

Külföldi megrendelések

a „Kultúra” Könyv- és Hírlap-Külkereskedelmi Vállalat,  
Budapest, I., Fő utca 32.

(Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181)  
útján eszközölhetők.