

Vozsech István\*

# A Föld forgásának hatása a lövedékmozgásra II. rész

**A** Föld nemcsak gravitációs erőteret hoz létre maga körül, hanem forgása következtében virtuális, járulékos erők is generál. A Földhöz kötött koordináta-rendszerben a Coriolis-erő minden mozgó testre, a szállító-erő pedig minden testre hat, azok mozgásától függetlenül.

A szerző a Föld forgásából származó hatások alapján megvizsgálta, hogy milyen változások következnek be a lövedék röppályájában, mi ennek az oka, és hogyan lehet ezt kiszámítani. A lövedékpálya leírásához hat lépésben meghatározta az aktív gyorsulásokat az inerciarendszerben, a járulékos gyorsulásokat a forgó rendszerben, a földmodelleket, valamint a megoldás lehetőségeit.

## AZ EREDMÉNYEK ÉRTÉKELÉSE

Vizsgáljuk meg a szállító (27.) és a Coriolis-gyorsulásra vonatkozó (33.) vektoregyenletet. Látjuk, hogy amennyiben a lőtávolság és a röppályamagasság a Föld méreteihez képest elenyésző, akkor a szállítógyorsulás az időtől független, értékét a tüzelőállás földrajzi elhelyezkedése és a lőirány tájolása határozza meg.

$$\mathbf{a}_{\text{Föld, száll}}(t) = \left( \frac{2\pi}{T_{\text{Föld}}} \right)^2 \cdot \begin{bmatrix} -(R_{\text{eq}} + y(t)) \cdot \cos(\lambda_{\text{tűa}}) \cdot \sin(\lambda_{\text{tűa}}) \cdot \cos(\alpha) \cdot \mathbf{i} \\ (R_{\text{eq}} + y(t)) \cdot \cos(\lambda_{\text{tűa}})^2 \cdot \mathbf{j} \\ -(R_{\text{eq}} + y(t)) \cdot \cos(\lambda_{\text{tűa}}) \cdot \sin(\lambda_{\text{tűa}}) \cdot \sin(\alpha) \cdot \mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (27.)$$

$$\mathbf{a}_{\text{Föld, száll}} = \left( \frac{2\pi}{T_{\text{Föld}}} \right)^2 \cdot R_{\text{eq}} \cdot \begin{bmatrix} -\cos(\lambda_{\text{tűa}}) \cdot \sin(\lambda_{\text{tűa}}) \cdot \cos(\alpha) \cdot \mathbf{i} \\ \cos(\lambda_{\text{tűa}})^2 \cdot \mathbf{j} \\ -\cos(\lambda_{\text{tűa}}) \cdot \sin(\lambda_{\text{tűa}}) \cdot \sin(\alpha) \cdot \mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (50.)$$

Ezzel az egyszerűsítéssel a szállító gyorsulás okozta oldalgás a differenciálegyenlet-rendszer megoldása nélkül, csupán a röpidő ismeretében könnyen számítható. A Coriolis-gyorsulás vektora a tájolás függvénye, értéke csupán igen speciális esetben nulla.

Felvetődik a kérdés, hogy élhetünk-e itt általános érvényű egyszerűsítésekkel. A válasz igen, bizonyos feltételek teljesülése esetén, de a lehetséges egyszerűsítések megítéléséhez megkötéseket kell tennünk a röppályákra nézve. Melyek ezek és mikor teljesülnek? Szorítkozzunk most a lövészfegyverek és a kinetikus páncéltörő eszközök jellemző felhasználási körére, amikor a röppályák az alsó szögcsoporthoz  $\pm 5^\circ$ -os tartományában helyezkednek el, másképpen a fegyvercső hossz tengelye a vízszintessel legfeljebb  $\pm 5^\circ$ -ot zár be, azaz a röppálya lapos. Ez síkvidéki alkalmazás során, szinte mindig biztosított. Nézzük meg, hogy hogyan alakul ekkor a Coriolis-gyorsulás vektoregyenlete. Belátható, hogy  $\pm 5^\circ$  löszög esetében az  $y$  irányú sebességkomponens értékét nyugodtan, a  $z$  irányú pedig bátran elhanyagolhatjuk, ugyanis annak kezdeti ér-

téke zérus, és a végértéke is igen csekély. Ekkor kapjuk, hogy

$$\mathbf{a}_{\text{cor, sz}}(v(t)) = 2 \cdot \begin{bmatrix} (v_y(t) \cdot \omega_z - v_z(t) \cdot \omega_y) \cdot \mathbf{i} \\ (v_z(t) \cdot \omega_x - v_x(t) \cdot \omega_z) \cdot \mathbf{j} \\ (v_x(t) \cdot \omega_y - v_y(t) \cdot \omega_x) \cdot \mathbf{k} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \cdot \mathbf{i} \\ -2 \cdot v_x(t) \cdot \omega_z \cdot \mathbf{j} \\ 2 \cdot v_x(t) \cdot \omega_y \cdot \mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (51.)$$

Lövészfegyverek és a kinetikus páncéltörő eszközök  $[-5^\circ \dots 5^\circ]$  löszögtartományon belüli alkalmazása esetén a Coriolis-oldalgás értéke csak és kizárólag a földrajzi elhelyezkedés függvénye, a fegyver, löveg tájolásától független. Független, mert (18.) értelmében a szögsebességvektor  $y$  irányú komponense csak a földrajzi szélesség függvénye.<sup>5</sup> (Egy közel vízszintes lövés Coriolis-oldalgását az azimut függvényében a 8. b) ábra világoskék közel konstans görbéje szemlélteti.)

Jellemző általánosítás, hogy a „Coriolis-erő az északi féltekén jobbra, a délin pedig balra téríti a mozgó testeket”. Bár ez a kijelentés – a fenti megszorításokkal – igaz, de ez az állítás csak a tengerek felszínén, vagy az azonos magasságban mozgó testekre igaz maradéktalanul, ahol az  $y$  irányú sebességkomponensek zérus értékűek.

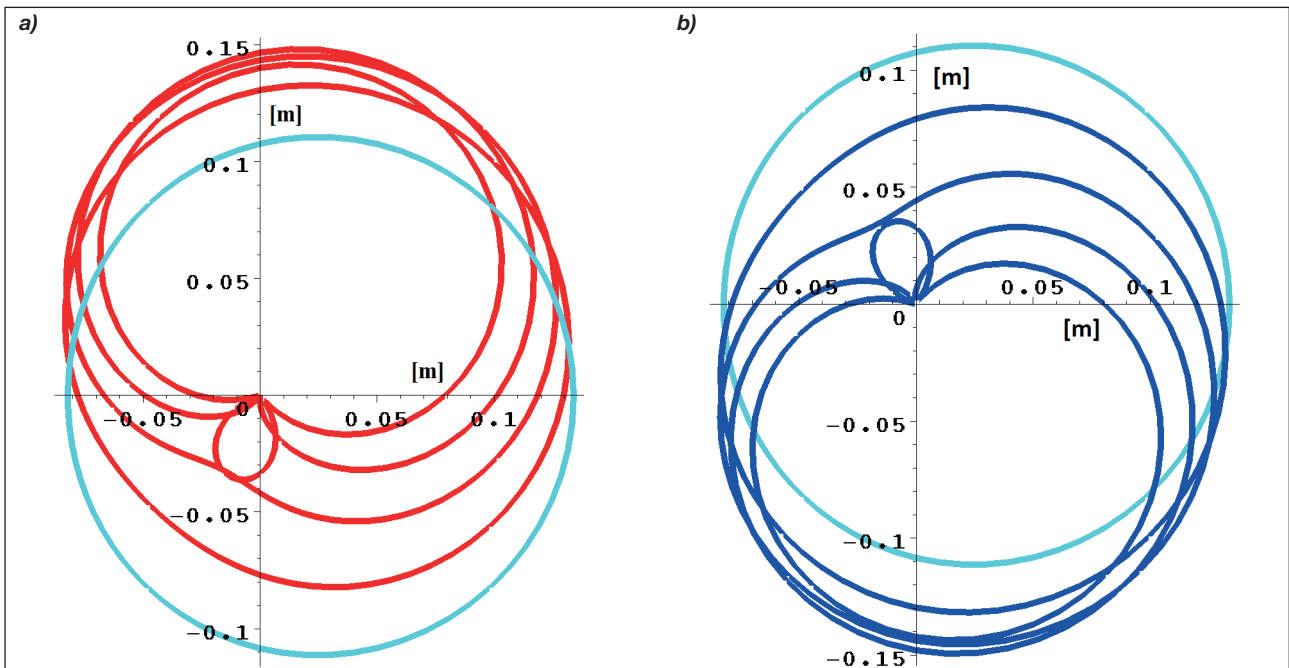
Vizsgáljuk meg a továbbiakban, hogy mindkét járulékos gyorsulást figyelembe véve, milyen oldalgási összetevők lépnek fel, ha lapos röppályával, hegytetőről völgybe, vagy völgyből hegytetőre lövünk lapos röppályával. A számításokat .300 Lapua Magnum kaliberű fegyver 10,0 [g] lövedékére, 1015 [m/s] kezdősebesség mellett végeztük.

A 6. a) és b) ábra az oldalgás abszolút értékeit szemlélteti polárkoordináta-rendszerben. A  $-60$ – $-15$  fok löszögtartomány görbéit piros, a zérus célhelyszöghöz tartozó  $0,72$  fok löszög görbéjét világoskék, a  $15$ – $60$  fok löszögek görbéit kék szín jelöli.

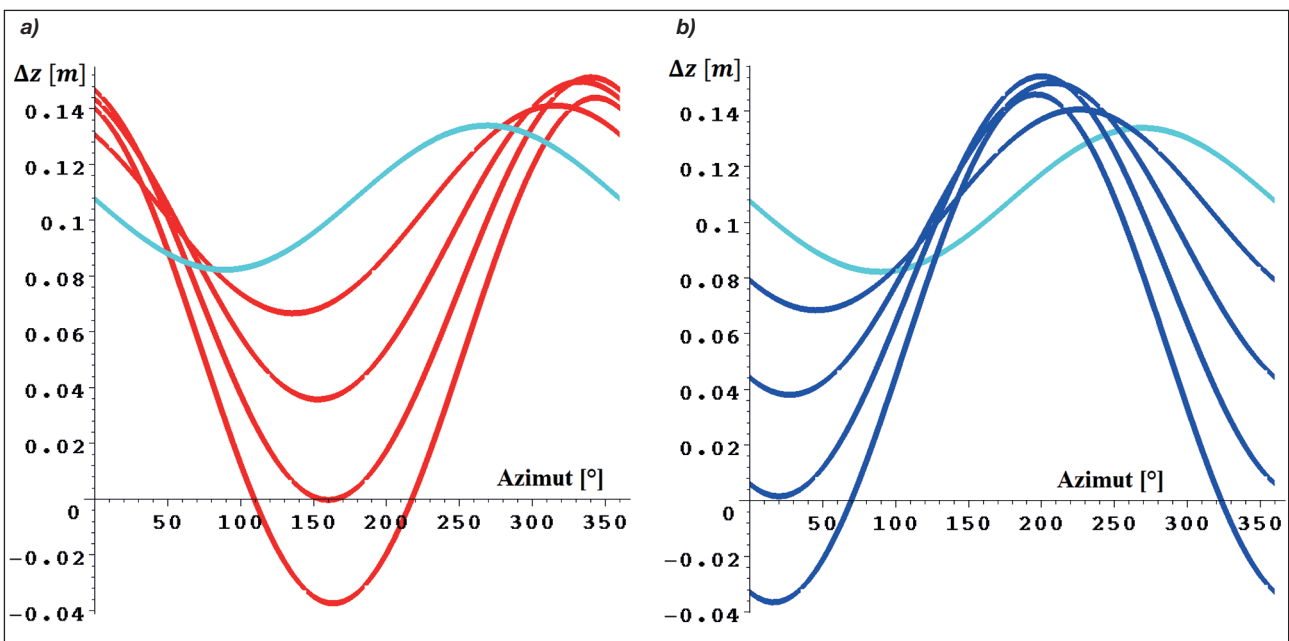
Szembeötlő, hogy közel vízszintes lövés esetében a görbe közel szabályos köré fajul (világoskék), azaz az oldalgás alakja egy eltolt szinuszhullám, ahol az eltolás értéke a polárkoordináta-rendszerben a szállítógyorsulás maximuma. A vízszintestől eltérő lövések esetében az oldalgási érték irányfüggősége egyre jelentősebb, és  $45^\circ$  feletti célhelyszög esetében megfigyelhető az oldalgás irányváltása, amely polárkoordináta-rendszerben egy zérus középpontú hurok képében jelentkezik. A könnyebb áttekinthetőség érdekében a görbét a 7. a) és b) ábra szemlélteti, az oldalgást az azimut függvényében ábrázoltuk.

Feltűnő, hogy az oldalgás szélső értékei nem pontosan É–D irányúak, és nem konstans azimut értékűek, hanem a löszögtől függenek. Ez annak a következménye, hogy az eredő oldalgás a két gyorsuláskomponens összegfüggvénye, amelyek más-más jellegű és fázisú függvények. A 8. a)

\* Mérnök. ORCID: 0000-0001-9818-7755



6. ábra. Az oldalás abszolút értéke polárkoordináta-rendszerben, .300 Lapua Magnum 1200 méteres lőtávolság negatív célhelyszögek esetén (hegytetőről völgybe lövés) a), illetve 1200 méteres lőtávolság pozitív célhelyszögek esetén (völgyből hegytetőre lövés) b) (Az ábrák a szerző saját szerkesztései)



7. ábra. Az oldalás értéke az azimut függvényében, .300 Lapua Magnum 1200 méteres lőtávolság negatív célhelyszögek esetén a), illetve 1200 méteres lőtávolság pozitív célhelyszögek esetén b) (Az ábrák a szerző saját szerkesztései)

és b) ábrák a célhelyszögektől független szállító összetevőt, valamint (negatív célhelyszögekre) a Coriolis-összetevő egyedi hatását illusztrálják.

Az ábrákból az is kiolvasható, hogy 1000 [m/s] körüli sebességek esetén a két gyorsulásösszetevő azonos nagyságrendű, elhanyagolni egyiket sem szabad.

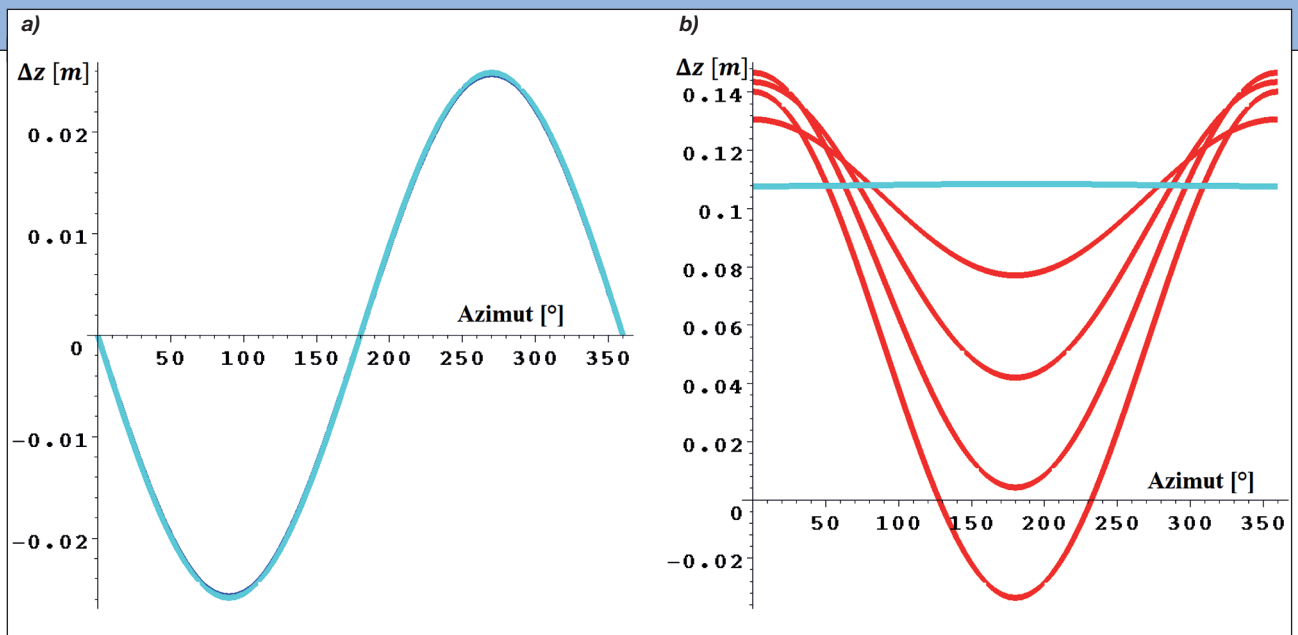
Nézzük meg, hogy milyen eltéréseket tapasztalunk a lőtávolságunkban az előző röppályák vonatkozásában, amelynek fő összetevőjét (50.) és (51.) szerint leegyszerűsítettünk. Mivel  $\omega_z$  – ellentétben  $\omega_y$ -nal – irányfüggő, ezért a lőtávolságváltozás függvény periódikus lesz. A 8. a) és b)

ábra a Föld forgásának figyelmen kívül hagyásával kiszámított röppályamagassághoz viszonyítja a forgás mellett kapott  $y$  értékeket.

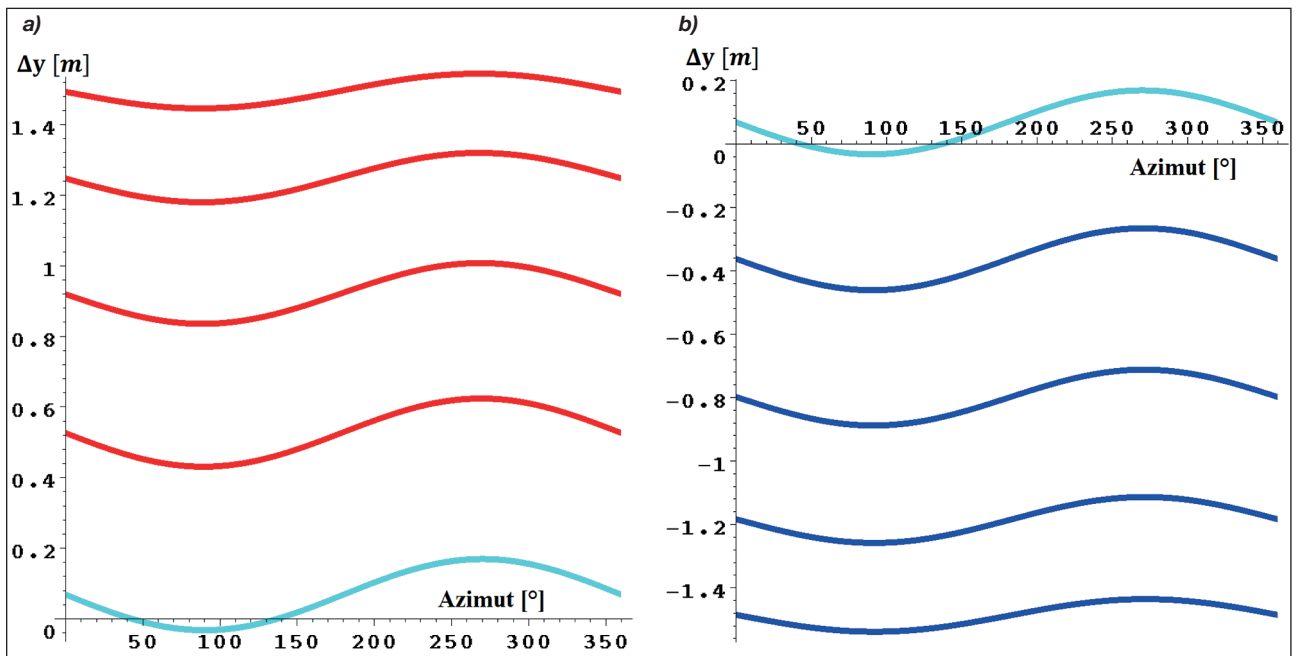
Megfigyelhető, hogy a löszög növekedésével, csökkenésével az (51.) egyenlet nem lesz érvényes. A  $v_y$  értéke nem hanyagolható el, a találati pont magasság irányban jelentősen vándorol. Felfelé lövésnél a forgásból származó hatások „lenyomják”, lefelé lövésnél pedig „felhúzzák” a röppályát.

Nézzük most azokat a röppályákat, amelyek erősen íveltek, ahol az  $y$  irányú sebességkomponens nem hagyható





8. ábra. Az oldalgás szállító-összetevője az azimut függvényében, .300 Lapua Magnum 1200 méteres lőtávolság esetén a), illetve az oldalgás Coriolis-összetevője 1200 méteres lőtávolság negatív célhelyszögek esetén b) (Az ábrák a szerző saját szerkesztései)



9. ábra. A becsapódási pont y irányú eltérése az azimut függvényében, .300 Lapua Magnum 1200 méteres lőtávolság negatív célhelyszögek esetén (hegytetőről völgybe lövés) a). A becsapódási pont y irányú eltérése az azimut függvényében, .300 Lapua Magnum 1200 méteres lőtávolság pozitív célhelyszögek esetén (völgyből hegytetőre lövés) b) (Az ábrák a szerző saját szerkesztései)

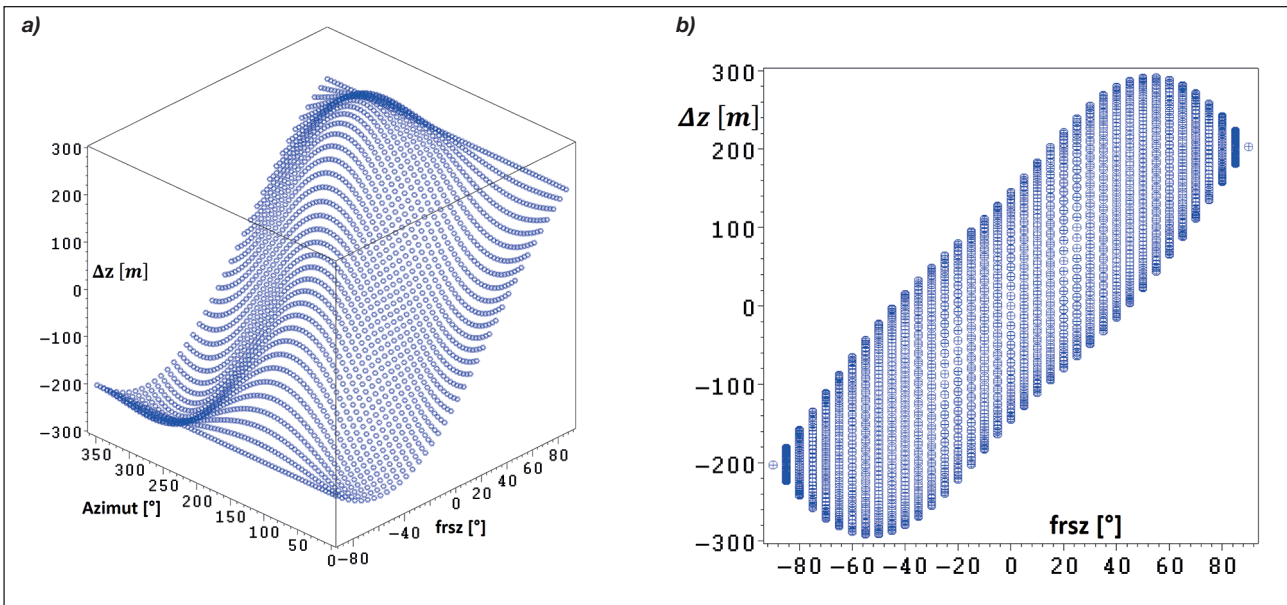
figyelmén kívül, és a lövedékek jóval nagyobb időt töltenek röppályájuk befutásával.

A 10. a), és 11. a) ábrákat szemlélve megállapíthatjuk, hogy itt nincs helye az egyszerűsítéseknek, a hatás komplex, ugyanis az ívelt röppályákat befutó lövedékek egy, de akár két nagyságrenddel több időt tartózkodnak azokon, mint az előzőekben tárgyalt alsó szögcsoportú társaik, ezért a rájuk ható járulékos erőknek van idejük jelentősebben módosítani a pályagörbéket, – pontosabban – megfigyelő pozícióknak van ideje jelentősen módosulni.

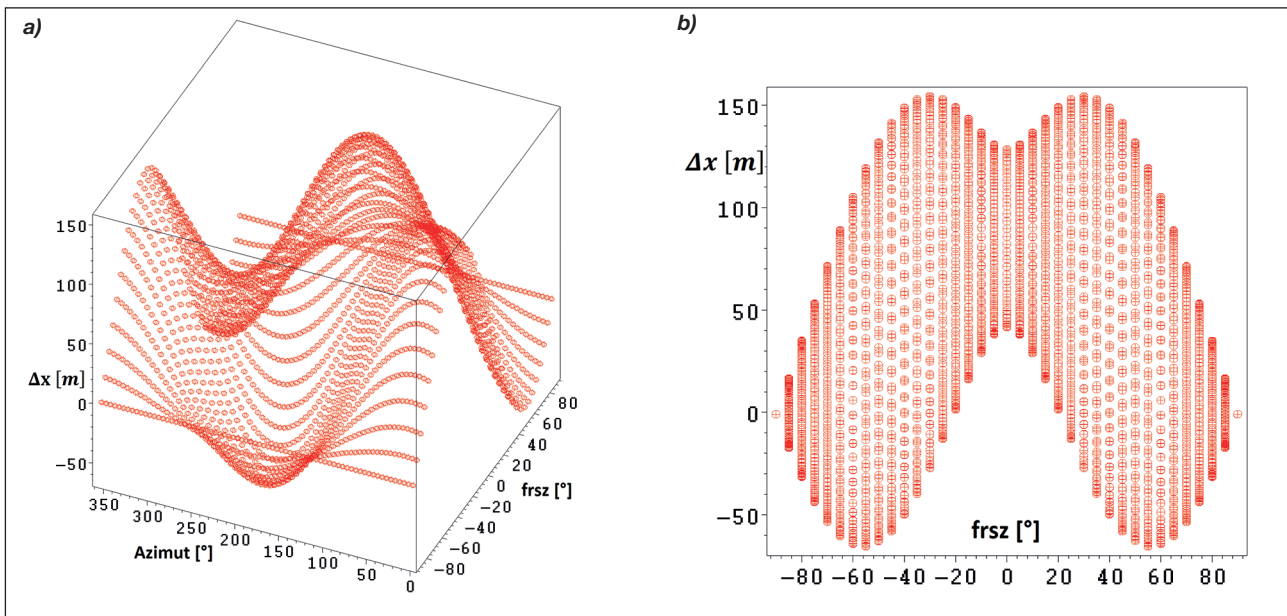
Látnunk kell, hogy az x, illetve az y irányú komponens a kétdimenziós röppályát egyidejűleg torzítja, azaz lőtávolságunk növekedése, vagy lecsökkenése nemcsak az Eötvös-effektus eredménye, hanem abban jelentős szerepet ját-

szik a gyorsulás x irányú vetülete is. (A lőtávolság-változást ívelt röppálya esetében közvetlenül, lapos röppálya esetében a találati pont y irányú eltolódása által érzékeljük.) Az x és y hatást az előzőek alapján most már egyben kezelve előállíthatjuk a 11. a) és 11. b) ábra piros görbeseregét, amely a lőtávolság változásunkat adja meg a földrajzi szélesség, és a tájolás függvényében. Az oldal irányú eltérítést a 10. a) és 10. b) ábra kék görbeserege adja, az előzőek függvényében. Megfigyelhetjük továbbá, hogy erősen ívelt röppályák esetében úgy az oldalgás, mint a lőtávolságra gyakorolt hatás a mérsékelt égövben a legjelentősebb, valamint mindkettő értéke zérus a sarkok környékén.

Amennyiben csak a Coriolis-komponenst vizsgáljuk, úgy annak oldalgási összetevője (36.) x és y irányú vegyszorzat, nagysága és alakja az x és y sebességek pillanatnyi ér-



10. ábra. A lövedék oldalgása axonometrikus nézetben a) A lövedék lőtávolságának megváltozása ortogonális nézetben b) (Az ábrák a szerző saját szerkesztései)



11. ábra. A lövedék lőtávolságának megváltozása axonometrikus nézetben a) A lövedék lőtávolságának megváltozása ortogonális nézetben b) (Az ábrák a szerző saját szerkesztései)

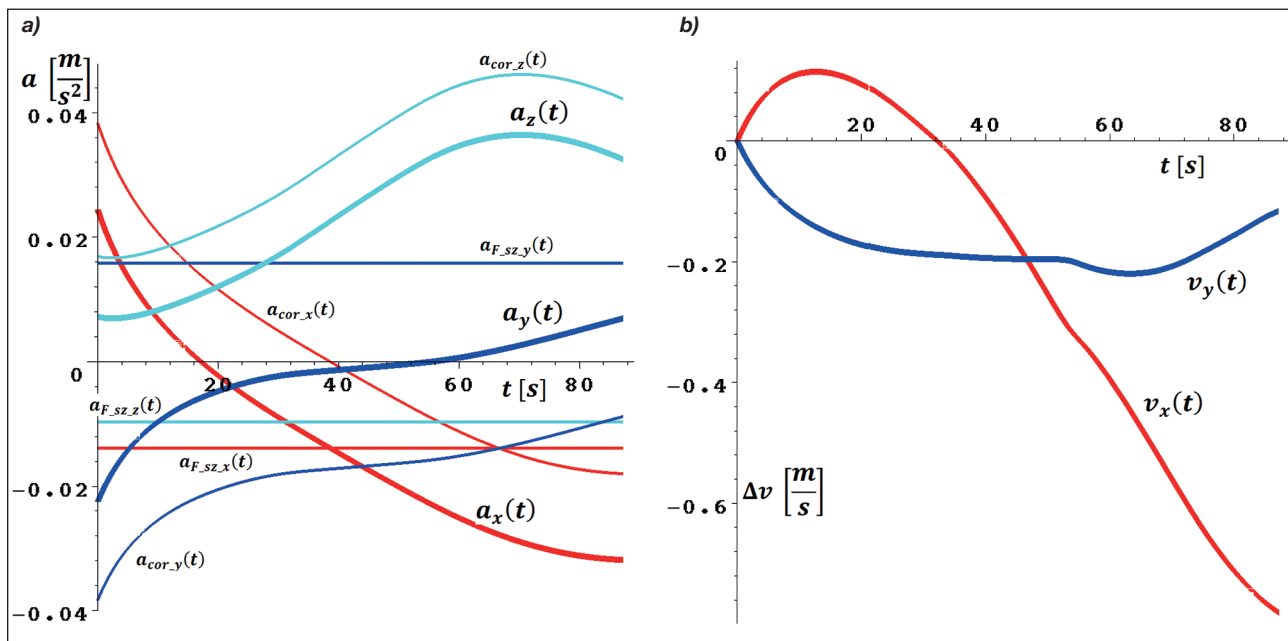
tékétől függ. A sebesség  $x$  irányú összetevőjének csak a földrajzi szélességtől függő szögsebesség összetevője van, a sebesség  $y$  irányú összetevőjének szögsebesség szorzója azonban földrajzi szélesség- és tájolásfüggő. Tehát a Coriolis-hatásból adódó oldalgás azimutfüggő összetevőjének értéke K-Ny irányokban zérus, ezért az oldalgás ezekben az irányokban veszi fel az átlagos, csak földrajzi szélesség által meghatározott értékét.

Végezetül szimuláltunk egy, a 47. szélességi körön, É-ÉNy 35°-os tájolás, és 45°-os löszög mellett leadott lövést a DM 92 lövedék paramétereivel. A 12. a) ábra a járulékos gyorsulások komponenseit szemlélteti a röpdő függvényében. A 12. b) ábra a Föld forgása nélkül kiszámított röppályasebességek eltéréseit mutatja. A 13. a) és 13. b) ábrán az adott időpillanathoz tartozó pályapont-különbségeket láthatjuk. Az oldalgási sebességet nem ábrázoltuk a közös 12. b) ábrán, mivel annak értékei egy nagyságrenddel na-

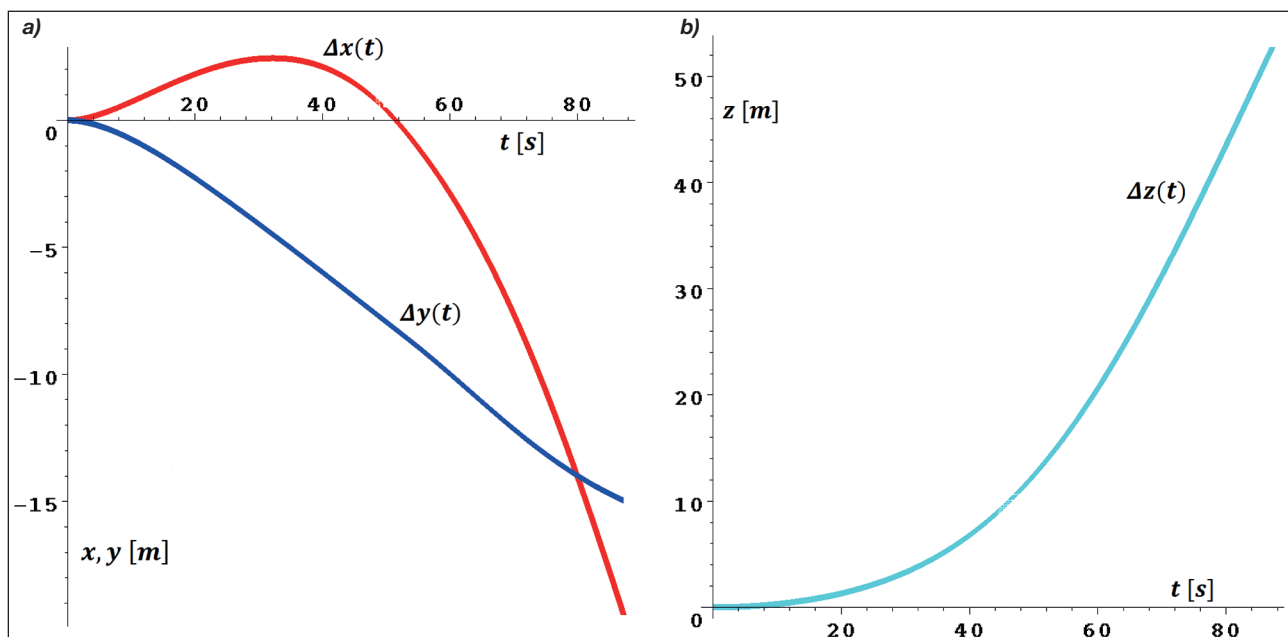
gyobbak az  $x$ , illetve az  $y$  irányú összetevőkéitől. Hasonló megfontolások alapján került külön ábrára a  $z$  irányú eltérés is. Az oldalgási sebesség végértéke hozzávetőlegesen 1,3 [m/s], a becsapódási pont  $z$  irányú eltérése pedig 54 méter.

A 12. a) ábrát szemlélve nyilvánvaló, hogy a szállító gyorsulások jó közelítéssel konstans függvények, amelyek a Coriolis-összetevőket eltolják. Megállapíthatjuk az ábrából, hogy a Coriolis-gyorsulás  $x$  irányú összetevőjét döntően a sebesség  $y$  irányú komponense határozza meg (34.). Ebből következően az  $y$  irányú összetevő a röppálya-tetőpont környezetében zérus értéket vesz fel, és a továbbiakban a sebesség degresszíven csökkenő jellegével megegyezően csökken. A Coriolis-gyorsulás  $y$  irányú összetevője alapvetően a sebesség  $x$  irányú komponensének a függvénye (35.), erre a komponensre a légellenállás gyakorol hatást, ezért csökken erőteljesen a mozgás kezdeti szakaszában.





12. ábra. A járulékos gyorsulásfüggvények a) A sebességkülönbségek függvényei b) (Az ábrák a szerző saját szerkesztései)



13. ábra. x és y irányú pályapont-különbségek függvényei a) A z irányú eltérés függvénye b) (Az ábrák a szerző saját szerkesztései)

### KÖVETKEZTETÉSEK

Az egyenletek, grafikonok tanulmányozásával nyert megállapításainkból az alábbi következtetéseket vonhatjuk le:

1. A Coriolis-gyorsulás a mozgó objektum tömegétől, perdületétől és a légkör jelenlététől független. A Coriolis-gyorsulás csak a mozgó test sebességétől, és a Föld szögsebességétől függ.
2. A szállítógyorsulás független a test mozgásától, értéke csak a pályapont geometriai helyétől függ, és igen jó közelítéssel megegyezik a pályapont centrifugális gyorsulásával.
3. A járulékos erők által végzett munkák mindig zérus értékűek.

4. Pisztolyok, gépkarabélyok, és minden olyan lőfegyver vonatkozásában, amelyekből a kilőtt lövedék 1 másodpercnél nem hosszabb ideig tartózkodik a röppályán, a járulékos hatásokkal foglalkozni nem kell.
5. Lövészfegyverekkel leadott, közel vízszintes lövések-nél a Coriolis-oldalgásért döntő részben az y irányú szögsebességvektor komponens a felelős. A vektor nagysága azimutfüggetlen, ezért földrajzi szélességenként konstans értékű. Ezekben az esetekben a Coriolis-oldalgás az Északi féltéken jobb, a Délin bal irányú, az Egyenlítőn pedig zérus. Az összegzett oldalgás jelleget a szállító gyorsulás komponensei módosítják, így az összegzett hatás az azimut függvényében egy eltolt negatív szinuszhullám. A 7. a) ábra

világoskék görbéjének szélsőértékei K–Ny irányban találhatóak.

6. A lövészfegyverekkel leadott, közel vízszintes lövések oldalgását egyszerűsített egyenletekkel számolhatjuk.
7. A lövészfegyverekkel leadott, közel vízszintes lövések magassági eltérései az Eötvös-hatásra, és a centrifugális gyorsulás  $y$  irányú komponensére vezethetők vissza.
8. Lövészfegyverekkel meredeken leadott, de lapos röppályás lövések esetében az alá- vagy föléhordás jelentős, és gyengén tájolás függő. Nagy távolságú lövéseknel a hatástól eltekinteni nem lehet.
9. Ívelt röppályán tüzelő tüzérségi eszközök vonatkozásában az eltérés releváns, a járulékos hatásokat az egyedi röppálya kiszámításánál kell figyelembe venni, hatásukat közelítő értékekkel számítani nem szerencsés.
10. A járulékos hatások figyelembevételével a külballsztikai modell szabadsági foka kettőről háromra nő. A kiterjesztett modell szimulációs futtatási ideje az alapmodell számítási idejének kétszerese. A növekedés azon-

ban az alapmodell rövid, – a 47. szélességi körön, É–ÉNy 35°-os tájolás, és 45°-os löszög mellett leadott, DM 92 lövedék paramétereivel szimulált lövés – 5 másodperces futási idejét tekintve elfogadható, ezért a pontosabb modell alkalmazása indokolt.

Összefoglalóan: tüzérségi eszköz ballsztikai számításaihoz elengedhetetlen a Föld forgásából adódó hatások figyelembevétele. A Föld forgásának hatása kézifegyverek esetében is figyelmet érdemel. A hatás a mérsékelt égövön a legjelentősebb, és a lövedékek oldalgásának vizsgálatánál semmiképpen sem hagyható figyelmen kívül.

#### JEGYZETEK

5 Bár a tanulmány a Magnus-effektussal nem foglalkozik, de egy későbbi, részletes ismertetést megelőlegezve kimondhatjuk, hogy ebben a tartományban Magnus-hatás gyakorlatilag nincs, így az oldalgás egyedüli okai a  $[-5^\circ \dots 5^\circ]$  löszögtartományban a forgó koordináta-rendszer járulékos gyorsulásai.

**Padányi József – Hausner Gábor – Kulcsár Péter**

## Zrínyi Miklós hadtudományi munkái

Zrínyi (VII.) Miklós a korabeli Magyarország kiemelkedő hadvezére, költője és politikusa emlékére az Országgyűlés a 2020-as esztendő Zrínyi Miklós-emlékévé nyilvánította, majd Magyarország kormánya Zrínyi-Újvár romjait 2021-ben történelmi emlékhellyé nyilvánította.

Zrínyi Miklós életútja, személyisége példaértékű az egymást követő generációk számára, hiszen ő felismerte saját korának kihívásait és a maga erejéből mindent megtett, hogy a nemzet minél hatékonyabban tudjon fellépni a veszélyekkel szemben.

Zrínyi hadtudományi munkáinak gyűjteményét – a hadtudomány klasszikusainak műveiből álló sorozat első köteteként – először 1957-ben jelentette meg a Zrínyi Kiadó. Zrínyi testesíti meg azt a hadtudóst, aki nemcsak a saját korára volt jelentős hatással, hanem írásai, és az azokban tükröződő elméletei megállják a helyüket a 21. századi hadviselésben is. Személye hordozza mindazokat az értékeket, amelyekre a magyar katona méltán lehet büszke, és amelyek meghatározóak lehetnek a jövőre nézve is. Zrínyi hadtudományi munkáit a honvédelmi miniszter – a tárca Ágazati Értéktár Bizottságának javaslata alapján – 2021. február 8-án nemzeti értékévé nyilvánította, és felvette a Honvédelmi Értéktárba.

A kötet új kiadása – amelynek ünnepélyes bemutatóját 2021. május 11-én, a Honvédelmi Minisztériumban tartották – a katona és államférfi négy, magyar nyelven írott hadtudományi munkáját tartalmazza abban a feltételezhető keletkezési sorrendben, ahogyan azt legutóbbi tudós kutatója, Kulcsár Péter közzétette. A könyvben szereplő írások: a Vitéz hadnagy, a Mátyás király életéről való elmélkedések, Az török áfium ellen való orvosság és a Tábóri kis trakta. Az idegen nyelvű idézetek magyar fordítása, illetve a jegyzetek is Kulcsár Péter munkája.

„Hogy mit üzen Zrínyi a katonáknak, ami a mai napig útravalóul szolgálhat a fiatal hadnagyoknak? A szerencse az élet minden területén, így a hadviselésben is jelen van. De az, aki szorgalmasan készül az adott helyzetre, az felkészülten várja a lehetőséget, azt a pillanatot, hogy üstökön ragadja a szerencsét és éljen az általa kínált lehetőséggel. Van ennél szebb üzenet, egy fiatal hadnagy számára, aki a pályafutása előtt áll?” – tette fel a kérdést a könyvbemutatón Prof. dr. Padányi József vezérőrnagy, a Nemzeti Közszolgálati Egyetem Hadtudományi és Honvédtisztviselői Kar Katonai Műszaki Doktori Iskola vezetője, Zrínyi-kutató, a kötet alkotószervezője.

„Zrínyi prózai írásait azonban nem szabad egyszerű irodalmi emlékeknek tekinteni, sokkal inkább olyan műnek, amelyből a mai hadsereg tisztjei is sokat tanulhatnak” hangsúlyozta dr. Hausner Gábor alezredes, az NKE Katonai Tanfolyamszervező Hivatal kiemelt főtisztje, a kötet szerkesztője.

A „Zrínyi Miklós hadtudományi munkái” című kötet angol nyelvű ikerkiadása 2021. november 18-án Zrínyi Miklós halálának évfordulóján jelent meg. Az angol nyelvű kiadás jelentősége, hogy segítségével a külföldi kutatók számára is elérhetővé válnak a hadtudós munkái.

**Padányi József – Hausner Gábor – Kulcsár Péter (szerk.) Zrínyi Miklós hadtudományi munkái című kötet a Zrínyi Kiadónál 2021-ben jelent meg. A magyar nyelvű, vászonkötésű könyv terjedelme 236 oldal, amely most kedvezményes áron, 6000 Ft helyett 4500 Ft-ért, míg az angol nyelvű kötet 7000 Ft helyett 5250 Ft-ért kapható a Zrínyi Kiadónál. Cím: 1024 Budapest, Fillér utca 14., (tel.: 06 1-459-5373, e-mail: cinti@hmzrinyi.hu), A könyvboltokban teljes áron beszerezhető, továbbá megrendelhető a shop.hmzrinyi.hu weboldalon is. (DRU.)**

