MTA Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézete, **Közlemények** 21/1978.

О ПРИМЕНЕНИИ НЕЯВНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА СО СЛАБОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Д. Молнарка, Р.Х. Фарзан, Л. Фаи

Использование неявной разностной схемы для приближенного численного решения линейного дифференциального уравнения параболического типа, по сравнению с явной схемой, ослабляет условия, накладываемые на параметры схемы, при которых доказана устойчивость схемы.

В настоящей работе показаны достаточные условия для сходимости в равномерной метрике неявной разностной схемы для первой краевой задачи, для одномерного параболического уравнения со слабой нелинейностью и устойчивости схемы по начальным данным и нелинейной части. При этом условия, накладываемые на функцию f достаточно слабые. В частности, не требуется ее монотонности или непрерывности ее производных. Показано, что и для нелинейного случая при использовании неявной схемы ограничения, накладываемые на параметры схемы, значительно слабее, и в частности, нет соотношений, связывающих между собой шаги по времени τ и по пространству h, как это имело место для схемы [1].

Рассматривается следующая краевая задача:

$$a(x,t)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(x,t)\frac{\partial u}{\partial x} + c(x,t)u - \frac{\partial u}{\partial t} = -f(x,t,u),$$

$$(x,t)\in\Omega\cdot\ \Omega\ \{x,t : x\in(0,1), t\in(0,T)\}\ ; \tag{1}$$

$$u(x,0) = g(x),\quad x\in[0,1];\qquad \begin{aligned} u(0,t) &= g_1(t),\\ u(1,t) &= g_2(t),\ t\in[0,T]. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $a(x,t) > 0$, $b(x,t)$, $c(x,t) \in C(\bar{\Omega})$, $g(x)\in C([0,1])$, $g_1(t)$, $g_2(t)\in C([0,T])$, причем в угловых точках границы граничные условия согласованы:

$g(0) = g_1(0), \quad g(1) = g_2(0).$

В отношении $f(x,t,u)$, кроме непрерывности по всем аргументам, предполагаем, что она ограничена при всех u и удовлетворяет условию Липшица по t и u, т.е. существуют постоянные L_t, L_u, независимые от x, t, u такие, что

$$|f(x,t_1,u_1) - f(x,t_2,u_2)| \leq L_t |t_1 - t_2| + L_u |u_1 - u_2|, \quad (x,t)\in\bar{\Omega}, \quad -\infty < u < \infty. \tag{3}$$

Такого типа краевые задачи встречаются при моделировании химических процессов.

Будем предполагать, что решение задачи (1) , (2) существует и единственно.

На области $\bar{\Omega}$ введем сетку $\bar{\Omega}_h\{x_i, t^n : x_i = ih, i = 0,1,\ldots M, h = 1/M; t^n = n\tau, n = 0,1,\ldots N, \tau = T/N\}$. Используем обычные в теории разностных схем обозначения [1] ,[2] . Разностную задачу, аппроксимирующую дифференциальную задачу (1), (2) запишем для $y_h = \{y_i^n, i = 0,1,\ldots M, n = 0,1,\ldots N\}$. Обозначим:

$$\underline{y}_n = (y_i^n, i = 0,1,\ldots M)^T, \quad \underline{f}_n(\underline{y}_n) = (f(x_i,t^n,y_i^n), \quad i = 0,1,\ldots M)^T$$

Введем линейный оператор D_n:

$$\{D_n\underline{y}_n\}_i = \left(\frac{\tau}{h^2}a_i^n - \frac{\tau}{2h}b_i^n\right)y_{i-1}^n + \left(-\frac{2\tau}{h^2}a_i^n + \tau c_i^n - 1\right)y_i^n + \left(\frac{\tau}{h^2}a_i^n + \frac{\tau}{2h}b_i^n\right)y_{i+1}^n, \quad i = 1,\ldots M-1, \quad n = 1,\ldots N. \tag{4}$$

С его помощью дифференциальный оператор из (1) аппроксимируется с точностью $O(h^2+\tau)$ [1]. Будем рассматривать параллельно две разностные схемы, аппросимирующие уравнение (1) , у которых много общего в теоретическом плане, хотя с точки зрения алгоритма численного расчета они различны. Первая:

$$D_n\underline{y}_n = -\underline{y}_{n-1} - \tau\underline{f}_{n-1}(\underline{y}_{n-1}), \quad n = 1,\ldots N, \tag{5}$$

вторая:

$$D_n \underline{y}_n = -\underline{y}_{n-1} - \tau \underline{f}_n(\underline{y}_n), \qquad n = 1,\dots N. \tag{6}$$

Начальные и граничные условия для y_h одинаково аппроксимируют условия (2) :

$$y_i^0 = g(x_i), \quad i = 0,1,\dots M, \quad \begin{matrix} y_0^n = g_1(t^n), \\ y_m^n = g_2(t^n), \end{matrix} \quad n = 1,\dots N. \tag{7}$$

На основании (7) можно продолжить D_n и на граничные точки:

$$\{D_n \underline{y}_n\}_{i=0} = y_0^n, \ \{D_n \underline{y}_n\}_{i=M} = y_M^n.$$

Тогда вместо (7) можно записать:

$$\{D_n \underline{y}_n\}_0 = g_1(t^n), \quad \{D_n \underline{y}_n\}_M = g_2(t^n). \tag{8}$$

Таким образом, оператор D_n определен при всех i.

Различие между двумя схемами существенное: первая схема (5) , (7) является линейной системой уравнений относительно y_i^n , в то время ка вторая (6) , (7) - нелинейной. Систему уравнений (5) , (7) можно решать методом прогонки на каждом слое. Для устойчивости метода, из которой следует и сходимость, достаточно выполнения следующих условий [2] :

$$\begin{aligned} &\frac{\tau}{h^2} a_i^n - \frac{\tau}{2h} b_i^n > 0, \\ &\frac{\tau}{h^2} a_i^n + \frac{\tau}{2h} b_i^n > 0, \\ &-\left(-\frac{2\tau}{h^2} a_i^n + \tau c_i^n - 1\right) \geqslant \left(\frac{\tau}{h^2} a_i^n - \frac{\tau}{2h} b_i^n\right) + \left(\frac{\tau}{h^2} a_i^n + \frac{\tau}{2h} b_i^n\right). \end{aligned} \tag{9}$$

Первые два из условий (9) ставят ограничение сверху /вообще говоря легко выполнимое/ на величину шага h:

$$h < \min_{i,n} \frac{2a_i^n}{|b_i^n|} . \tag{10}$$

Из третьего условия получаем ограничение для τ:

$$\tau \leqslant \frac{1}{\max\limits_{i,n} |c_i^n|}, \tag{11}$$

причем, это условие также легко выполняется. Условия (10) , (11) являются, таким образом, и условиями существования и единственности решения системы уравнений (5) , (7). Отсюда же следует существование обратного оператора D_n^{-1}

В случае нелинейной системы (6), (7), ее можно решать методом простой итерации /с использованием прогонки на каждом шаге итерации/:

$$D_n \overset{(s+1)}{\underline{y}_n} = -\underline{y}_{n-1} - \tau \underline{f}_n(\overset{(s)}{\underline{y}_n}), \qquad s = 0,1,\ldots \tag{12}$$

где s - номер итерации. В качестве начального приближения $\overset{(0)}{\underline{y}_n}$ можно использовать значение на предыдущем слое $\underline{y}_{n-1}$. Очевидно, предел $\underline{y}_n$ последовательности $\overset{(S)}{\underline{y}_n}$, $S = 0,1,\ldots$, если он существует, является решением уравнения (12).

Для сходимости и устойчивости метода прогонки в (12) достаточно выполнения условий (9). Рассмотрим условия, при которых сходится итерационный процесс. Известно [3], что для сходимости итерационного процесса

$$\overset{(S+1)}{\underline{x}} = g(\overset{(S)}{\underline{x}})$$

достаточно существования $q < 1$ такого, что

$$\rho(\underline{g}(x_1), \underline{g}(x_2)) \leqslant q \cdot \rho(\underline{x}_1, \underline{x}_2) \tag{13}$$

Пусть

$$\rho(\underline{y}_n^{*}, \underline{y}_n^{**}) = \| \underline{y}_n^{*} - \underline{y}_n^{**} \|_n,$$

где "норма на слое":

$$\| \underline{y}_n \|_n = \max_i |y_i^n|.$$

Перепишем уравнение (12) .

$$\underline{y}_n^{(s+1)} = D_n^{-1} (- \underline{y}_{n-1} - \tau \underline{f}_n (\underline{y}_n^{(s)})).$$

Тогда, используя (3) ,

$$\| D_n^{-1} (- \underline{y}_{n-1} - \tau \underline{f}_n (\underline{y}_n^{*})) - D_n^{-1} (- \underline{y}_{n-1} - \tau \underline{f}_n (\underline{y}_n^{**})) \|_n \leqslant$$
$$\leqslant \tau \cdot L_u \cdot \| D_n^{-1} \|_n \cdot \| \underline{y}_n^{*} - \underline{y}_n^{**} \|_n , \qquad (14)$$

где норма оператора согласована с нормой вектора на слое.

Поскольку в граничных точках /при $i=0$, $i=M$/, согласно (7), значения $\underline{y}_n^{(S)}$ определяются точно, т.е. $y_o^{(S)n} = g_1(t^n)$, $y_M^{(S)n} = g_2(t^n)$, для определения нормы оператора D_n^{-1} достаточно рассмотреть уравнение:

$$D_n \, \underline{V} = \underline{W} \qquad (15)$$

где $\underline{V}$, $\underline{W} \in R^{M+1}$, $W_o = W_M = 0$, откуда

$$V_o = V_M = 0. \qquad (16)$$

Будем рассматривать уравнение (15), вместе с (16), как систему уравнений относительно V_i при заданных W_i.

Пусть в точке x_{io} V_i достигает максимума /в силу (16), он будет неотрицательным/. Если таких точек несколько, то пусть i_o наименьшее. Тогда возможны два случая:

|i| $i_o > 0$,

|ii| $i_o = 0$.

Из |ii| следует, что $V_i \leq 0$, $i = 0, 1, \ldots M$. Для случая |i| $V_{io} > 0$. Перепишем уравнение (15) в точке x_{io} в следующем виде:

$$\left(\frac{\tau}{h^2} a_{i_0}^n - \frac{\tau}{2h} b_{i_0}^n\right)(V_{i_0} - V_{i_0}) + \left(\frac{\tau}{h^2} a_{i_0}^n + \frac{\tau}{2h} b_{i_0}^n\right)(V_{i_0+1} - V_{i_0}) -$$
$$- (1 - \tau c_{i_0}^n) V_{i_0} = W_{i_0} \qquad (17)$$

Первые два члена, вследствии (9), неположительны. Поэтому,

$$-(1-\tau c^n_{i_0})\, V_{i_0} \geqslant W_{i_0},$$

откуда, вследствие (11) ,

$$0 \leqslant (1-\tau \max_{i,n} |C^n_i|) \cdot V_{i_0} \leqslant -W_{i_0} \leqslant \max_i |W_i|. \qquad (18)$$

Пусть теперь в точке x_{i1} V_i достигаеt /неположительного/ минимума. Тогда возможны два случая:

(а) $i_1 > 0$,

(б) $i_1 = 0$.

Из (б) следует, что $V_i \geq 0$, $i = 0,1,\dots M$. Для случая (а) $V_{i1} < 0$. Тем же приемом , как и выше, получим, что в этом случае

$$0 \leqslant (1-\tau \max_{i,n} |c^n_i|) \cdot |V_{i_1}| \leqslant W_{i_1} \leqslant \max_i |W_i|. \qquad (19)$$

Пусть мы имеем случай $|i|$, (а). Из неравенств (18), (19) следует, что

$$\max_i |V_i| \leqslant \frac{\max_i |W_i|}{1-\tau \max_{i,n} |c^n_i|}. \qquad (20)$$

В случае $|i|$, (б) из (18), а в случае $|ii|$, (а) из (19) получаем такую же оценку (20) . В случае $|ii|$, (б) $V_i \equiv 0$.

Обозначим

$$c = \max_{(x,t)\in\overline{\Omega}} |c(x,t)|. \qquad (21)$$

Тогда, используя определение нормы на слое, из (20) получаем:

$$\|\underline{V}\|_n \leqslant \frac{\|\underline{W}\|_n}{1-\tau \cdot C},$$

причем, здесь вместо (11) потребуем, чтобы $\tau < 1/c$. Если переписать (15) в виде:

$$\underline{V} = D_n^{-1}\ \underline{W},$$

то из предыдущей оценки следует, что

$$\|D_n^{-1}\|_n \leqslant \frac{1}{1 - \tau c}\,. \qquad (22)$$

Вернемся к соотношению (14). Для удовлетворения условия (13) необходимо выполнение неравенства

$$\tau \leqslant \frac{q}{L_u + cq} \qquad \text{где} \quad q < 1 \qquad (23)$$

При этих условиях итерационный процесс (12) сходится, т.е. при выполнении (10), (23) решение сеточной задачи (6), (7) существует и единственно.

Перейдем к вопросу о сходимости решения y_h сеточной задачи к решению $u(x,\ t)$ дифференциальной задачи. Введем погрешность разностной схемы

$$z_h = \{ z_i^n,\ i = 0,1, \ldots M,\ n = 0,1, \ldots N \},\ z_i^n = y_i^n - u_i^n,$$

где $u_i^n = u\ (x_i, t^n)$ - значения функции u в узлах сетки. Введем аналогично вектору y_n вектора $\underline{z}_n$, $\underline{u}_n$.

Теорема 1. При выполнении условий (3), (9), а также неравенства

$$\tau \leqslant \frac{1}{2(c + L_u)} \qquad (24)$$

имеет место соотношение в равномерной метрике на $\bar{\Omega}_h$:

$$\|z_h\| \leqslant 0(h^2 + \tau), \qquad (25)$$

т.е. решение сеточной задачи сходится к решению дифференциальной задачи.

Доказательство. Запишем разностные уравнения для погрешности схемы $\underline{z}_n$ для схем (5), (6) :

$$D_n \underline{z}_n = - \underline{z}_{n-1} - \tau(\underline{f}_{n-1}(\underline{y}_{n-1} \qquad - \underline{f}_n(\underline{u}_n)) + \tau \cdot 0(h^2 + \tau), \tag{26}$$

$$D_n \underline{z}_n = - \underline{z}_{n-1} - \tau(\underline{f}_n(\underline{y}_n) - \underline{f}_n(\underline{u}_n)) + \tau 0(h^2 + \tau). \tag{27}$$

Разрешим уравнение (26) относительно z_n:

$$\underline{z}_n = D_n^{-1} [- \underline{z}_{n-1} - \tau(\underline{f}_{n-1}(\underline{y}_{n-1}) - \underline{f}_{n-1}(\underline{u}_{n-1})) - \tau(\underline{f}_{n-1}(\underline{u}_{n-1}) - \underline{f}_n(\underline{u}_n)) + \tau 0(h^2 + \tau)].$$

откуда

$$\|\underline{z}_n\|_n \leqslant \|D_n^{-1}\|_n [\|\underline{z}_{n-1}\|_{n-1} + \tau \max_i |f(x_i, t^{n-1}, y_i^{n-1},) - f(x, t^{n-1}, u_i^{n-1})| +$$
$$+ \tau \max_i |f(x_i t^{n-1}, u_i^{n-1}) - f(x_i, t^n, u_i^n)|] + \tau 0(h^2 + \tau) \cdot \|D_n^{-1}\|. \tag{28}$$

В силу (24) и (22), $\| D_n^{-1} \|_n \leq 0(1)$. Далее, оценивая члены справа в (28) с помощью (3) и пользуясь свойством непрерывности u'_t, получим:

$$\|\underline{z}_n\|_n \leqslant \frac{1 + \tau L_u}{1 - \tau c} \|\underline{z}_{n-1}\|_{n-1} + \tau 0(h^2 + \tau). \tag{29}$$

Поскольку это соотношение верно для всех $n \leq N$, продолжая (29) в цепочку неравенств до $n = 1$, получим:

$$\|\underline{z}_n\|_n \leqslant \left(\frac{1 + \tau L_u}{1 - \tau c}\right)^n \cdot \|\underline{z}_0\|_0 + \tau \cdot 0(h^2 + \tau) \sum_{j=0}^{n-1} \left(\frac{1 + \tau L_u}{1 - \tau c}\right)^j. \tag{30}$$

Аналогично можно получить из уравнения (27) :

$$\|z_n\|_n \leqslant \frac{1}{1 - \tau(c + L_u)} \|z_{n-1}\|_{n-1} + \tau \cdot 0(h^2 + \tau)$$

Продолжая эту цепочку неравенств, получим:

$$\|\underline{z}_n\|_n \leqslant \left(\frac{1}{1 - \tau c - \tau L_u}\right)^n \cdot \|\underline{z}_0\|_0 + \tau \cdot 0(h^2 + \tau). \sum_{j=0}^{n-1} \left(\frac{1}{1 - \tau(c + L_u)}\right)^j \tag{31}$$

Для оценки сумм в (30), (31) используем соотношения

$$1 - \tau L_u \leqslant e^{\tau L_u}, \; 1 - \tau c \geqslant e^{-2\tau c}, \; 1 - \tau(c + L_u) \geqslant e^{-2\tau(c + L_u)} \tag{32}$$

которые выполняются при выполнении (24). Тогда

$$\left(\frac{1 + \tau L_u}{1 - \tau c}\right)^n \leqslant e^{\tau n L_u} e^{2\tau c n} \leqslant e^{\tau N(L_u + 2c)} = e^{T(L_u + 2c)},$$

$$\left(\frac{1}{1 - \tau(c + L_u)}\right)^n \leqslant e^{2n\tau(c + L_u)} \leqslant e^{2\tau N(c + L_u)} = e^{2T(c + L_u)}.$$

Подставляем эти выражения в (30), (31) и учитывая, что $z_i^0 = 0$, получим:

$$\|\underline{z}_n\|_n \leqslant \tau \cdot O(h^2 + \tau) \cdot N \cdot e^{T(L_u + 2c)} = O(h^2 + \tau)'$$

$$\|\underline{z}_n\|_n \leqslant \tau \cdot O(h^2 + \tau) \cdot N \cdot e^{2T(c + L_u)} = O(h^2 + \tau).$$

Таким образом, для обеих схем (5), (6) получили

$$\max_i \ |z_i^n| \le O(h^2 + \tau).$$

Поскольку правая часть не зависит от n , эта оценка выполняется для всех n, и, следовательно,

$$\max_{i,n} |z_i^n| \le O(h^2 + \tau).$$

Теорема доказана.

Замечание 1. Можно показать, что требование (24) можно ослабить. В частности, вместо (32) можно записать:

$$1 - \tau c \ge e^{-\tau kc},$$

что выполняется для тем большего интервала τ, чем больше k, и для больших k граница сверху приближается к $\tau \le 1/C$. Однако, в этом нет необходимости, т.к. требование (24) легко выполнимо.
Замечание 2. Легко видеть, что из оценки (24) следует (23) для значения

$$q = \frac{L_u}{2L_{\ddot{u}} + c} < 1.$$

Перейдем к вопросу об устойчивости разностных схем (5), (6) относительно начальных условий и функции f.

Пусть y_h - точное решение разностной задачи (5), (7) /или (6), (7) /. Далее, пусть функции f и g получили некоторое возмущение. Обозначим эти возмущенные функции через $\tilde{f}$ и $\tilde{g}$, а через

$\tilde{y}_h$ - решение системы уравнений

$$D_n \underline{y}_n = -\underline{y}_{n-1} - \tau \underline{\tilde{f}}_{n-1}(\underline{y}_{n-1}),$$

или (33)

$$D_n y_n = -y_{n-1} - \tau \tilde{\tilde{f}}_n(y_n)$$

с начальными и граничными условиями:

$$y_i^0 = \tilde{g}(x_i), \quad y_0^n = g_1(t^n), \quad y_M^n = g_2(t^n) \tag{34}$$

Относительно возмущенной функции $\tilde{f}$ пологаем, что она удовлетворяет условию Липшица

$$|\tilde{f}(x_i,t^n,y_1) - \tilde{f}(x_i,t^n,y_2)| \leqslant \tilde{L} \cdot |y_1 - y_2|, \tag{35}$$

а функция $\tilde{g}$ согласована с граничными условиями.

<u>Теорема 2.</u> При выполнении условий (9), (35), а также

$$\tau \leqslant \frac{1}{2(c + \tilde{L})} \tag{36}$$

схемы (5), (7) и (6), (7) устойчивы по начальным данным и функции f.

<u>Доказательство.</u> Обозначим:

$$\tilde{z}_h = \tilde{y}_h - y_n$$

Тогда для $\underline{\tilde{z}}_h$ получим уравнения

$$\begin{aligned} D_n \underline{\tilde{z}}_n &= -\underline{\tilde{z}}_{n-1} - \tau(\underline{f}_{n-1}(\underline{y}_{n-1}) - \underline{\tilde{f}}_{n-1}(\underline{\tilde{y}}_{n-1}), \\ D_n \underline{\tilde{z}}_n &= -\underline{\tilde{z}}_{n-1} - \tau(\underline{f}_n(\underline{y}_n) - \underline{\tilde{f}}_n(\underline{\tilde{y}}_n)), \end{aligned} \tag{37}$$

причем $\tilde{z}_i^o = g(x_i) - \tilde{g}(x_i)$, $\tilde{z}_o^n = \tilde{z}_M^n = o$. Обозначая

$$r = \max_n \|f_n(\underline{y}_n) - \underline{\tilde{f}}_n(\underline{y}_n)\|_n$$

и применяя рассуждения, использованные при доказательстве Теоремы 1, получим из уравнений (37) для двух схем соответственно:

$$\|\tilde{\underline{z}}_n\|_n \leq e^{T(\tilde{L}+2c)} \cdot \|\underline{z}_0\|_0 + T \cdot e^{T(\tilde{L}+2c)} \cdot r,$$
$$\|\tilde{\underline{z}}_n\|_n \leq e^{2T(c+\tilde{L})} \cdot \|\tilde{\underline{z}}_0\|_0 + T \cdot e^{2T(c+\tilde{L})} \cdot r \qquad (38)$$

Правые части не зависят от n, поэтому неравенства (38) выполняются для всех n. Следовательно, можно записать:

$$\max_{i,n} |\bar{y}_i^n - \tilde{y}_i^n| \leq K_1 \cdot \max_i |g(x_i) - \tilde{g}(x_i)| + K \cdot \max_{i,n} |f(\bar{y}_i^n) - \tilde{f}(\bar{y}_i^n)| \qquad (39)$$

где значения K_1 и K очевидны. Итак, Теорема 2 доказана.

Относительно условия (36) можно сказать то же, что было сказано в Замечании 1 после Теоремы 1.

Нами были проведены расчеты для задачи (1), (2) с использованием разностной схемы, несколько упрощенным вариантом которой является схема (6), (7), а также для разностного уравнения (6), но с несколько более сложными граничными условиями. Результаты численного расчета показали достаточно быструю сходимость итерационного процесса и устойчивость выбранной схемы.

Литература

1. Д. Молнарка, Р.Х. Фарзан. О приближенном решении методом конечных разностей краевой задачи для одномерного дифференциального уравнения параболического типа со слабой нелинейностью. 1. Явная схема.
Annales Univ. Sci. Budapest Sectio Commutatorica (в печати).

2. А.А. Самарский. Введение в теорию разностных схем.

Москва, "Наука", 1971.

3. Н.С. Бахвалов. Численные методы.
Москва, "Наука", 1973.

Összefoglaló

Implicit differencia séma a parabolikus, egydimenziós gyöngén nemlineáris parciális egyenlet numerikus megoldására

D. Molnárka – R.H. Farzan – L. Fái

A munka parabolikus tipusú, gyöngén nemlineáris, egydimenziós parciális differenciálegyenlet numerikus megoldásával foglalkozik. Elégséges feltételt kapunk, mely biztositja a differenciálegyenletre felirt differencia séma stabilitását és konvergenciáját egyenletes normában. A differenciáloperátort approximáló véges differencia operátor inverzének normájára kapunk becslést. Ennek felhasználásával lehet vizsgálni a véges differencia egyenlet, mint nemlineáris egyenletrendszer, iterációs módszerrel való megoldhatóságának feltételét és a megoldásnak az eredeti feladat megoldásához való konvergenciáját.

Summary

About the implicit difference schemes for the solution of weakly nonlinear parabolic differential equation with one space dimension

D. Molnárka – R.H. Farzan – L. Fái

In this paper a suefficient condition is examined for uniform convergence and stability of difference schemes for numerical solution of weakly nonlinear parabolic partial differential equation. The norm of the inverse oparator of the finite difference operator was estimated. Using up this estimation it can be showed that the difference scheme, what is a system of nonlinear algebraic equation, can be solved by iterational processes and its solution converes to the solution of differential equation.