

Dr. GAGYI PÁLFFY ANDRÁS, dr. JÁVOR ALAJOS, KÁRPÁTY LÓRÁNT, KREFFLY GÁBOR, dr. MARTOS FERENC, PÉCZELY ANTAL, PODÁNYI TIBOR, RADÓ ALADÁR, dr. RADÓ ANTAL, STOLL LÓRÁNT, SZÉKELY LAJOS, dr. TARJÁN GUSZTÁV, TETTAMANTI TIBOR, dr. TÓTH MIKLÓS, VANKÓ RICHÁRD

Az anyagmozgatás útrendszerének telepítése egy gerincvonal esetében

Dr. ZAMBÓ JÁNOS okl. bányamérnök, a műszaki tudományok doktora, Kossuth-díjas és Állami Díjas egyetemi tanár, a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja
(Nehézipari Műszaki Egyetem, Miskolc)

Szerző az anyagmozgatás útrendszerének optimális telepítését vizsgálja olyan rendszerben, amikor a különböző helyeken adott anyagmennyiségeket szárnyvonalakon előbb egy egyenes gerincvonalig mozgatjuk, a további mozgás a gerincvonal mentén bonyolódik le a gerincvonalon elhelyezkedő csomópontig.

Ha a csomópont adott, de a gerincvonal szabadon helyezkedhet el, akkor a gerincvonal optimális helyzetében mindig egy adott ponton megy át. Ha csomópont is szabadon helyezkedhet el, akkor a gerincvonal optimális helyzetében legalább két adott ponton megy át. Az optimális gerincvonal az adott pontok által lefedett terület hossztengetlyéhez igazodik és ott is keresi a súlyos pontokat.

Szerző a gyakorlati megoldásra két példát is bemutat.

Ismeretesek azok az összefüggések, amelyek az anyagmozgatás útrendszerének optimális telepítését biztosítják, ha a rendszernek csak csomópontja van [1, 2]. Ez azt jelenti, hogy a különböző helyeken adott anyagmennyiségeket egy közös pontba gyűjtjük össze úgy, hogy az anyag közvetlen egyenes vonal mentén jut a közös pontba, a csomópontba.

Nem ismeretesek még azok az összefüggések, amelyek a gerincvonalas útrendszerre jellemzőek. A gerincvonalas rendszerben a különböző helyeken adott anyagmennyiségeket bekötő vagy szárnyvonalakon előbb egy egyenes gerincvonalig mozgatjuk, majd a további mozgás már gerincvonal mentén bonyolódik le egy közös pontig, a gerincvonalon elhelyezkedő csomópontig.

Az elvi összefüggések megismerése érdekében végezzük el a következő vizsgálatokat, egyelőre anélkül, hogy a gyakorlati értelmezésre tekintettel lennénk.

A) Adva van a síkon n számú pont ($P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n$), ugyancsak rögzítve van egy O pont és a rajta átmenő egyenes (1. ábra). Nevezzük az O pontot csomópontnak, az egyenest pedig gerincvonalnak. Egy tetszőleges P_i adott pontot kösünk össze a gerincvonal egy T_i pontjával. Jelöljük a $P_i T_i$ szakaszt a_i -vel, a $T_i O$ szakaszt pedig

b_i -vel. Mindkét szakaszhoz megadott súly tartozik, az a_i -hez p_i , a b_i -hez q_i . Alapvető feltételünk, hogy az a_i -hez, mint szárnyvonalhoz tartozó súly nagyobb, mint a b_i -hez tartozó súly, azaz $p_i > q_i$.

Ha a p_i és q_i súlyok az a_i és b_i szakaszok egységét jelentik, akkor a $p_i a_i$ és $q_i b_i$ súlyozott szakaszok, súlyozott távolságok. A P_i pontot tehát két súlyozott távolság köti össze az O csomóponttal, azaz:

$$s_i = p_i a_i + q_i b_i \quad (1)$$

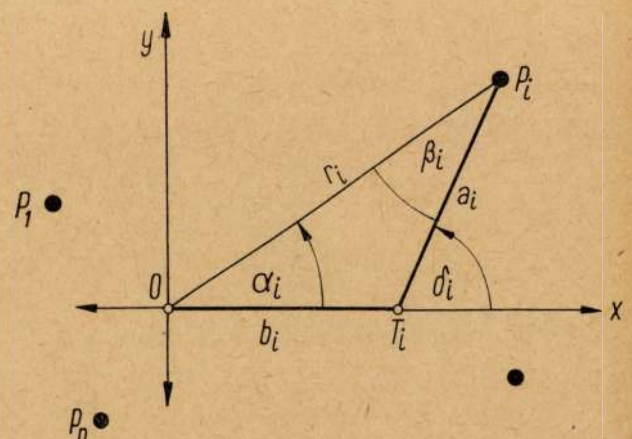
Legyen a derékszögű koordináta-rendszer kezdő pontja a csomópont, x -tengelye pedig a gerincvonal. Az így megválasztott rendszerben:

$$s_i = p_i \left| \frac{y_i}{\sin \delta_i} \right| + q_i |x_i - y_i \operatorname{ctg} \delta_i| \quad (2)$$

ahol x_i és y_i a P_i pont koordinátái, δ_i a szárnyvonal irányszöge, amikor a kezdő irány a pozitív x -tengely iránya.

Mivel $s_i = \Phi(\delta_i)$, azért s_i -nek szélsős értéke van, ha

$$\Phi'(\delta_i) = y_i \frac{q_i - p_i \cos \delta_i}{\sin^2 \delta_i} = 0,$$



1. ábra

ahonnan

$$\cos \delta_{i,0} = \frac{q_i}{p_i} \quad (3)$$

illetve

$$\sin \delta_{i,0} = \frac{\sqrt{p_i^2 - q_i^2}}{p_i} = \frac{u_i}{p_i} \quad (4)$$

A $\Phi(\delta_i)$ függvény második deriváltja:

$$\Phi''(\delta_i) = a_i \frac{p_i - 2q_i \cos \delta_i + p_i \cos^2 \delta_i}{\sin^2 \delta_i} \quad (5)$$

Helyettesítsük a (3) és (4) egyenletet az (5) egyenletbe:

$$\Phi''(\delta_{i,0}) = p_i a_i \quad (6)$$

Látható tehát, hogy a két súlyozott távolság összegének akkor van minimuma, ha a δ_i szöget a (3) egyenlet határozza meg.

Helyettesítsük tehát a (3) és (4) egyenleteket a (2) egyenletbe:

$$s_{i,\min} = q_i |x_i| + u_i |y_i| \quad (7)$$

Kifejezhető természetesen az $s_{i,\min}$ poláris koordinátákkal is, hiszen $x_i = r_i \cos \alpha_i$ és $y_i = r_i \sin \alpha_i$, továbbá $q_i = p_i \cos \delta_{i,0}$. Ezeket figyelembe véve:

$$s_{i,\min} = p_i r_i \cos(\delta_{i,0} - \alpha_i) = p_i r_i \cos \beta_i, \quad (8)$$

ahol $|\beta_i| < 90^\circ$.

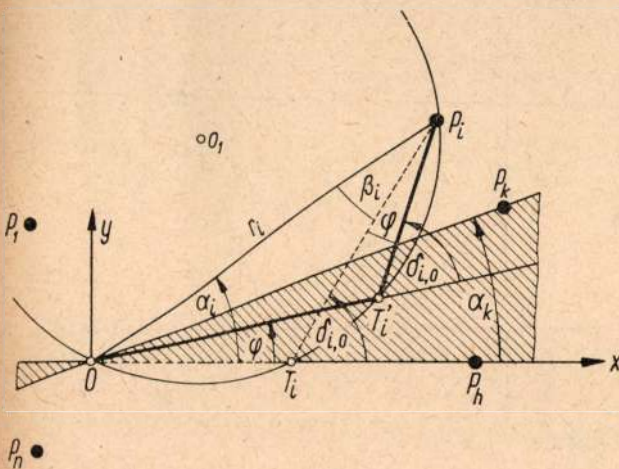
Mivel a (7), illetve a (8) egyenlet minden pontra érvényes, azért n számú pont esetében a súlyozott távolságok összegének minimuma:

$$\sum_{i=1}^n s_{i,\min} = S_{\min} = \sum_{i=1}^n (q_i |x_i| + u_i |y_i|) \quad (9)$$

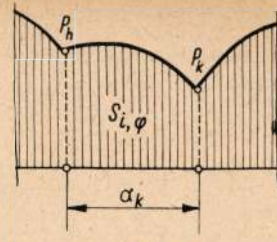
illetve

$$S_{\min} = \sum_{i=1}^n p_i r_i \cos \beta_i \quad (10)$$

B) Legyen továbbra is rögzített a csomópont (O), de a rajta átmenő gerincvonal az O pont körül szabadon foroghat (2. ábra). Vizsgáljuk meg az s_i változását egy olyan elfordulási szakaszban, amikor a gerincvonal egyik ponttól (P_h) a másikig (P_k) fordul el, vagyis az α_k szögön belül a φ függvényében azzal a feltétellel, hogy a (3) egyenletnek



2. ábra



3. ábra

eleget teszünk, azaz az O, T_i, T'_i, P_i pontok egy kör pontjai.

Mivel az r_i változatlan, azért

$$s_{i,\varphi} = \Phi(\varphi) = p_i r_i \cos(\beta_i + \varphi) = p_i r_i \cos \beta'_i, \quad (11)$$

ahol $|\beta'_i| < 90^\circ$. Amíg tehát a φ szög 0° és α_k között változik, a $\Phi(\varphi)$ függvény pozitív cosinus-függvény szakasz szerint változik: legkisebb lesz, ha $\varphi = \alpha_k$ ($\delta_{i,0} - \alpha_i$ értéke pozitív); illetve, ha $\varphi = 0^\circ$ ($\delta_{i,0} - \alpha_i$ értéke negatív), azaz akkor, ha a gerincvonal vagy a P_k , vagy a P_h ponton megy át.

Más szóval: a $\Phi(\alpha_k)$ a $\Phi(\varphi)$ függvény legkisebb értéke, ha az x, y derékszögű koordináta-rendszerben a P_i pont az α_k csúcsszögek szárain kívül az első vagy a harmadik negyedben található, és természetesen megfordítva: ha a P_i pont a második vagy a negyedik negyed pontja, ez esetben $\Phi(\varphi)$ értéke akkor a legkisebb, ha $\varphi = 0^\circ$.

n pont esetében pozitív függvény-szakaszokat kell összegezni, amikor a szakasz: α_k ; a cosinus-függvény fáziseltolási szöge: $(\delta_{i,0} - \alpha_i)$. Ez a szög a második és a negyedik negyedben negatív.

A 3. ábrán a

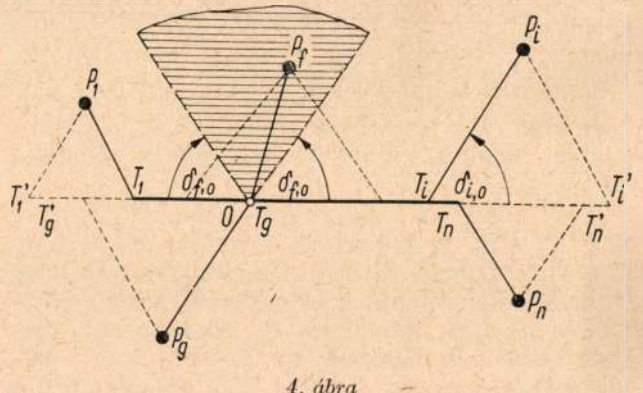
$$\sum_{i=1}^n s_{i,\varphi} = S_{i,\varphi} = \sum_{i=1}^n p_i r_i \cos \beta'_i \quad (12)$$

függvény jellegét mutatjuk be. Mivel a görbe minden szakasza szükségszerűen alulról homorú (konkáv), azért levonható a következtetés: ha a csomópont rögzítve van, de a rajta átmenő gerincvonal a csomópont körül szabadon elfordulhat, úgy a súlyozott távolságok összegének csak akkor lehet minimuma, ha a gerincvonal legalább egy adott ponton megy át.

C) Legyen most rögzített a gerincvonal, és keressük meg rajta a csomópont optimális helyét (4. ábra).

Természetesen eleget kell tennünk a

$$\cos \delta_{i,0} = \frac{q_i}{p_i}$$



4. ábra

feltételi egyenletnek. Alapul kell tehát vennünk a (9) egyenletet, azaz írjuk:

$$S = \sum_{i=1}^n q_i |x_i| + \sum_{i=1}^n u_i |y_i| \quad (13)$$

Esetünkben az egyenlet jobb oldalának második tagja állandó, azaz

$$S = \sum_{i=1}^n q_i |x_i| + c \quad (14)$$

Ez az utóbbi összefüggés azt jelenti, hogy egy egyeneshez kötött súlyozott távolságok összegének minimumát kell keresni, a kérdés tehát: a csomópont (O) milyen helyzetében lesz az

$$S' = q_1 |x_1| + q_2 |x_2| + \dots + q_i |x_i| + \dots + q_n |x_n| \quad (15)$$

súlyozott távolságok összegének minimuma?

A megoldás ismert [1. p. 23.]. Az optimális csomópont azzal a T -ponttal esik egybe, amelyben a q -súlyok összegezése közben átlépjük a q -súlyok összegének a felét. A q -súlyok összegezését bármelyik oldalról elindulva is végezzük, mindig ugyanabban a T -pontban lépjük át a q -súlyok összegének a felét.

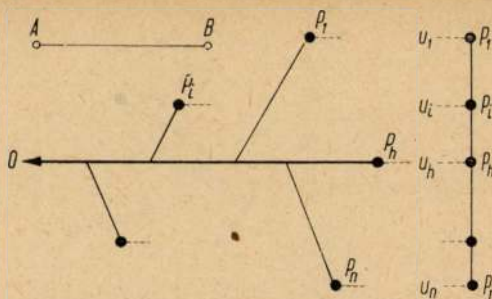
Az O pont előre nem ismert, ezért általában előre nem dönthető el, hogy az elvileg lehetséges két T -pont (T_i és T'_i) közül melyiket kell a q -súly (q_i) helyének tekinteni. Ez a probléma azonban egyszerűen kiküszöbölhető, ha elvileg mindkét T -pontot kijelöljük a gerincvonalon. Ez által természetesen $2n$ számú T -ponthoz jutunk, a q -súlyok összege is kétszeres lesz, így a súlyok összegezésében addig megyünk el, míg éppen átlépjük a q -súlyok összegét. Így megtaláljuk az O pontot, amely általában egy T -ponttal (T_k) esik egybe. Csak elvéve fordulhat elő, hogy két olyan T -pont is akad egymás mellett, amelyek mindegyikében átlépjük a súlyok összegének a felét. Ilyen ritka esetben az O pont a két pont által adott szakasz bármely pontja lehet.

Ez az eljárás természetesen elvi, a gyakorlatban a két T -pont közül a valódi könnyen kijelölhető.

Lehetséges, hogy a megtalált O pont holtterébe esik egy pont (P_j), esetleg több is. Természetesen ezt a pontot vagy pontokat közvetlenül kötjük össze az O ponttal. A holtteret a ponthoz rendelt δ_0 szög ($\delta_{j,0}$) szabja meg.

D) Lehetséges, hogy a gerincvonalnak egy megadott (AB) irányval kell párhuzamosnak lennie, azaz az (AB) irányval párhuzamosan tolódhat el (5. ábra). A gyakorlatban ez a feladat például akkor jelentkezik, amikor az O csomópont az adott pontoktól viszonylag messze esik. Ebben az esetben a (13) egyenlet jobb oldalának az első tagja állandó, azaz:

$$S = c + \sum_{i=1}^n u_i |y_i| \quad (16)$$



5. ábra

Az előzmények alapján egyszerűen belátható, hogy a gerincvonal optimális helyzete legalább egy ponthoz van kötve, legalább egy ponton (P_h) kell átmennie, és pedig azon a ponton, amelyben átlépjük az u -súlyok összegének a felét.

Ez az eset a gyakorlatban nemegyszer fordulhat elő. Gondoljunk csak olyan esetekre, amikor például a természetes lelőhelyek, mint adott pontok egymáshoz viszonylag közel fekszenek, és a lelőhelyek anyagát (kőolaj, földgáz, szén stb.) pedig a gerincevételken viszonylag távoli pontba (O) kell mozgatni.

E) Vizsgáljuk meg végül az általános esetet, amikor mind a csomópont, mind pedig a gerincvonal szabadon helyezkedhet el (6. ábra).

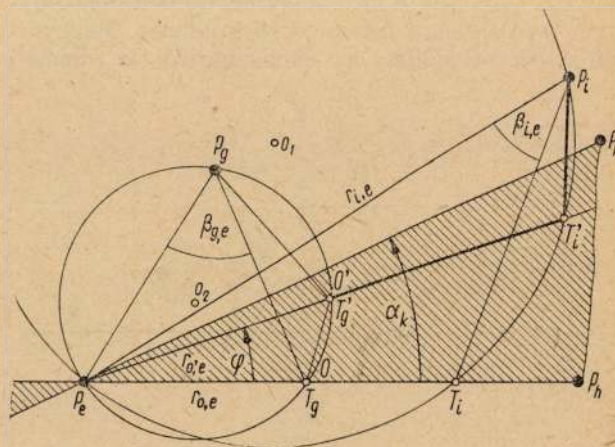
Bárhová is essék a csomópont (O'), a gerincvonalnak legalább egy adott ponton (P_e) át kell mennie, sőt azt állítjuk, hogy a gerincvonal optimális helyzete legalább két ponthoz kötött. Ennek igazolására írjuk le most is az $s_{i,\varphi} = \Phi(\varphi)$ függvény változását a $0^\circ \leq \varphi \leq \alpha_k$ szakaszban. E feltételt kielégítő tetszőleges φ -érték mellett az ábra alapján írható:

$$s_{i,\varphi} = p_i r_{i,e} \cos(\beta_{i,e} + \varphi) - q_i r'_{o,e} \quad (17)$$

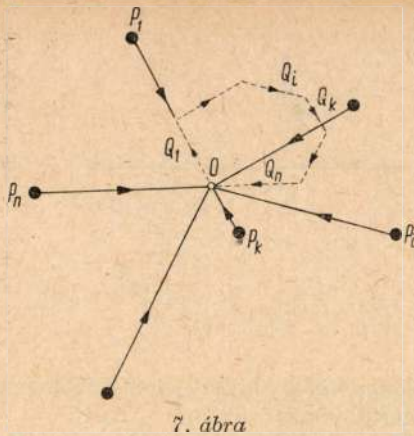
ahol $r_{o',e}$ a φ szöghöz tartozó optimális csomópont távolsága a P_e ponttól.

A csomópont optimális helyzete — mint láttuk — valamelyik adott pont (P_g) T -pontjához (T_g) kötött. Így az O' pont helyzete az O pont helyzetéből vezethető le, hiszen a $P_e T_g T'_g$ háromszögben

$$r'_{o',e} = r_{o,e} \frac{\sin(\beta_{g,e} + \varphi)}{\sin \beta_{g,e}} \quad (18)$$



6. ábra



7. ábra

azaz

$$s_{i,\varphi} = p_i r_{i,e} \cos(\beta_{i,e} + \varphi) - \frac{q_i r_{o,e}}{\sin \beta_{g,e}} \sin(\beta_{g,e} + \varphi) \quad (19)$$

ahol $|\beta_{i,e} + \varphi| < 90^\circ$, illetve $|\beta_{g,e} + \varphi| < 90^\circ$.

Írjuk egyenletünket egyszerűbb formában:

$$s_{i,\varphi} = A \cos \varphi - B \sin \varphi, \quad (20)$$

illetve

$$s_{i,\varphi} = \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \cos(\varphi_0 + \varphi), \quad (21)$$

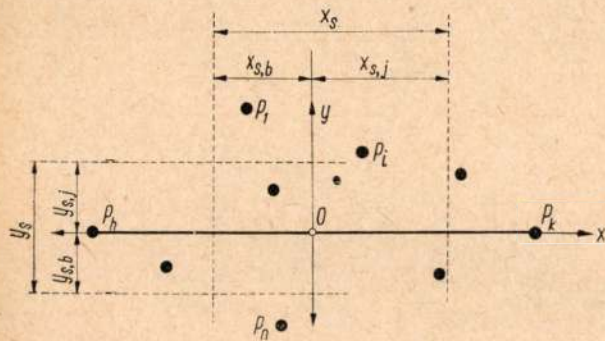
ahol

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{B}{A} \quad (22)$$

Mivel a négyzetgyökös kifejezés súlyozott távolságot fejez ki, azért pozitív, ennek megfelelően a $\cos(\varphi_0 + \varphi)$ is csak pozitív lehet ($|\varphi_0 + \varphi| < 90^\circ$). Természetesen φ_0 lehet egyaránt pozitív vagy negatív.

Ha (21) egyenletet összevetjük a (11) egyenlettel, a két függvény jellegének azonossága nyilvánvaló, a (11) egyenlet alapján tett megállapítások tehát itt is helyénvalók. Ennek megfelelően most is rögzíthető a következő lényeges megállapítás: *ha a csomópont és a rajta átmenő gerincvonal helyzetét illetően nincs semmi megkötésünk, akkor az optimális telepítés azt kívánja, hogy a gerincvonal legalább két ponton menjen át.*

Az elmondottak alapján lerögzíthető: nem található olyan matematikai összefüggés, egyenletrendszer, amely az optimális telepítést egyértelműen kijelölné. A két levezetett szabály azonban egymagában is igen nagymértékben megkönnyíti a gyakorlati feladatok megoldását. Meggyorsítható a megoldás, ha felhasználjuk az elméleti



8. ábra

összefüggések vizsgálata során tapasztalt egyéb szabályszerűségeket is.

Most már összehasonlítást tehetünk a csak csomópontos és az egy gerincvonalas úrendszerek elvi összefüggései között.

A csak csomópontos rendszerben a csomópont optimális helye nem feltétlenül esik egybe egy adott ponttal, azaz az ott megismert

$$\sum_{i=1}^n Q_i \cos \varphi_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Q_i \sin \varphi_i = 0$$

egyenletrendszer maradéktalanul kielégülhet akkor is, ha az O pont nem esik egybe egy adott ponttal (7. ábra), más szóval, az O pontot támadó Q-vektorrendszer eredője lehet zérus [1. p. 26.]. Természetesen az is lehetséges, hogy nem található olyan O pont, amelyet támadó Q-vektorrendszer eredője zérus. Ilyenkor az O pont valamelyik adott ponttal esik egybe (P_k), éspedig azzal, amelyet támadó Q'-vektorrendszer eredője skalárisan a legkisebb, amikor a Q' vektorrendszerből a kérdéses pont (P_k) vektora hiányzik.

A gerincvonalas rendszerben az optimális telepítés mindig legalább egy, illetve legalább két adott ponthoz kötött.

Térjünk vissza a (9) egyenletre. A 8. ábra alapján ez az egyenlet átalakítható:

$$S = x_{s,b} \sum_{i=1}^{n_b} q_{b,i} + x_{s,j} \sum_{i=1}^{n_j} q_{j,i} + y_{s,b} \sum_{i=1}^{n'_b} u_{b,i} + y_{s,j} \sum_{i=1}^{n'_j} u_{j,i} \quad (23)$$

ahol $x_{s,b}$ súlyozott átlagtávolság, más szóval: az y-tengely egyik oldalára (bal) eső q-súlyú pontok súlyvonalának távolsága az y-tengelytől, azaz:

$$x_{s,b} = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} q_{b,i} |x_{b,i}|}{\sum_{i=1}^{n_b} q_{b,i}} \quad (24)$$

Az $x_{s,j}$ távolság a másik oldalra vonatkozik (jobb). Az $y_{s,b}$ és az $y_{s,j}$ távolságok értelmezése hasonló, de most u-súlyú pontokról és az x-tengelyről van szó.

Elvileg optimális lehet a telepítés, ha a

$$\sum_{i=1}^{n_b} q_{b,i} = \sum_{i=1}^{n_j} q_{j,i} \quad (25)$$

és

$$\sum_{i=1}^{n'_b} u_{b,i} = \sum_{i=1}^{n'_j} u_{j,i} \quad (26)$$

két egyenlet kielégül. Gyakorlatilag ez csak elvétve fordulhat elő, ezért gyakorlatilag optimális lehet a telepítés, ha

$$\left| \sum_{i=1}^{n_b} q_{b,i} - \sum_{i=1}^{n_j} q_{j,i} \right| \rightarrow \min \quad (27)$$

és

$$\left| \sum_{i=1}^{n'_b} u_{b,i} - \sum_{i=1}^{n'_j} u_{j,i} \right| \rightarrow \min. \quad (28)$$

Tegyük fel, hogy a két utóbbi egyenletnek eleget teszünk, akkor a súlyozott távolságok összegének minimumát megközelítően az alábbi összefüggéssel lehet kifejezni:

$$S_{\min} \cong \frac{x_s}{2} \sum_{i=1}^{n-1} q_i + \frac{y_s}{2} \sum_{i=1}^{n-2} u_i \quad (29)$$

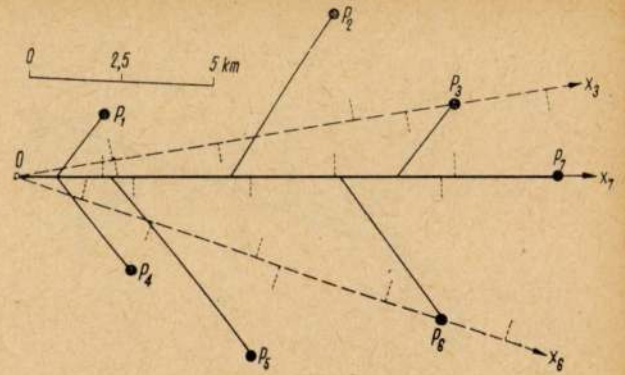
A jobb oldal első tagjából egy részttagot ki kell venni, mert a csomópont mindig egy T -ponthoz kötött, a másodikból pedig legalább kettőt, mert a gerincvonal legalább két ponton megy át.

Gyakorlatilag általában $q_i < u_i$. Ebből következik, hogy a szabadon elhelyezhető gerincvonal az adott pontok által lefedett terület hossz-tengelyéhez igazodik, mert ahogy a gerincvonal közeledik a hossz-tengelyhez, úgy a (29) egyenlet jobb oldalának második tagja általában nagyobb mértékben csökken, mint amilyen mértékben az első tag növekszik. Ugyancsak a (29) egyenlet alapján megállapítható az is, hogy a gerincvonal kedveli a nagysúlyú pontokat, hiszen a jobb oldal második tagjából hiányzik legalább két pontnak u -súlya, és pedig azoké, amelyeken az optimális gerincvonal szükségszerűen átmegy.

A szemléletesség kedvéért kövessük végig a következő számpéldát (9. ábra).

Adva van a síkon 7 pont (P_1, P_2, \dots, P_7) és a csomópont: O . Az adatokat foglaljuk össze táblázatban (1. táblázat).

Mivel a csomópont adott, azért a gerincvonal optimális helyzete legalább egy ponthoz kötött. Forgassuk a gerincvonalat pontról pontra: $P_1, P_2, P_3, P_7, \dots$, és összegezzük az egyes pontokhoz tartozó u -súlyokat: $u_1, u_2, u_3, u_7, \dots$. Ahol át-
lépjük az u -súlyok összegének a felét, az a pont



9. ábra

lesz az első számú esélyes. Ez a pont a P_7 , mert

$$u_1 + u_2 + u_3 < \frac{\sum_{i=1}^n u_i}{2} < u_1 + u_2 + u_3 + u_7$$

azaz

$$11,59 < 13,32 < 15,59.$$

A továbbiakban már csak ellenőrzésre van szükség a (9) egyenlet alapján. A gyakorlat igényeit kielégítjük akkor is, ha az x - és y -koordinátákat a rajzról vesszük le. Ezek a koordináták az 1. táblázatban találhatók.

Teljesen elégséges, ha az ellenőrzés csak a két szomszédos pontra, P_3 -ra és P_6 -ra terjed ki. Menjen először az x -tengely a P_7 ponton keresztül:

$$S_7 = \sum_1^7 (q_i |x_i| + u_i |y_i|) = 230$$

Ha az x -tengely a P_3 ponton megy át, akkor $S_3 = 235$, és végül $S_6 = 251$. Látható tehát, hogy a gerincvonal helyzete akkor optimális, ha a P_7 ponton megy át.

A $\cos \delta_{i,0} = \frac{q_i}{p_i}$ összefüggésből az egyes $\delta_{i,0}$ értékek számíthatók, így a vezetékrendszer optimális telepítése megszerkeszthető.

A következő számpélda adatait a 2. táblázat foglalja össze, az adott pontok helyzetét pedig a 10. ábra mutatja. A gerincvonal és rajta a csomópont szabadon választható meg.

1. táblázat

Pont	1	2	3	4	5	6	7	Σ	$\frac{\Sigma}{2}$
p_i	4,1	6,9	3,2	7,0	4,9	2,1	5,0		
q_i	2,5	3,8	1,9	4,2	3,1	1,3	3,0		
u_i	3,25	5,76	2,58	5,60	3,80	1,65	4,00	26,64	13,32
$\cos \delta_{i,0}$	0,610	0,551	0,594	0,600	0,633	0,619	0,600		
$\delta_{i,0}$	52° 25'	56° 34'	53° 33'	53° 07'	50° 44'	51° 45'	53° 07'		
x_7	2,46	8,83	11,94	3,16	6,40	11,62	14,82		
y_7	1,64	4,42	1,92	2,55	4,88	3,86	0		
x_3	2,76	9,52	12,19	2,79	5,60	10,93	14,79		
y_3	1,27	3,03	0	3,14	5,92	5,78	2,47		
x_6	1,80	7,00	10,76	3,90	7,74	12,31	14,15		
y_6	2,40	7,05	5,70	1,46	2,60	0	4,80		

súlyok ebben a konkrét esetben:

$$p_i = Q_i k_{a,i}$$

$$q_i = Q_i k_{b,i}$$

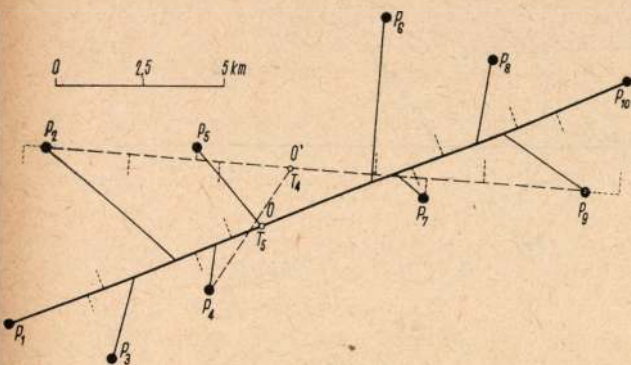
Az eddigiekben hallgatólagosan azt tételeztük fel, hogy a súlyok állandóak. A most bemutatott konkrét esetből azonban látható, hogy a súlyok is változhatnak. A tervezés időpontjában a Q_i -értéket ugyan állandónak kell tekintenünk, a k_i -érték azonban még így is változó lehet, mert függvénye az a_i , illetve b_i hosszoknak. Ez a változás ugyan a gyakorlati esetek nagyobb részében nem különösebben számottevő, mégis elvileg figyelembe kell vennünk! Ezt pedig igen egyszerűen megtehetjük, mert a feladatok megoldása során csupán néhány lehetőséget kell csak megvizsgálni. Az egyes lehetőségeket a legalább egy, vagy legalább két pont kiválasztása jelenti. Így módunkban áll minden lehetőséghez a neki megfelelő p_i , illetve q_i súlyok képzése.

A k_i [Ft/tkm] fajlagos költség elsősorban az útvonal hosszától (a_i és b_i) függ, minél hosszabb az útvonal, a k_i annál kisebb. A változás a gyakorlatban erre a célra szerkesztett diagramról vehető le.

A k_i változhat a beruházási költség függvényében is, illetve a beruházás amortizációs fajlagos költsége az egyes lehetőségek esetében más és más lehet. Természetesen ez a körülmény is figyelembe vehető.

Gyakorlatilag úgy járunk el, hogy először a legvalószínűbb lehetőséget szem előtt tartva képezzük a p_i és q_i súlyokat. Ezekkel lebonyolítjuk a kiválasztást úgy, ahogy a fenti két példa keretében láttuk. Ellenőrzésképpen az egymáshoz közel eső két, esetleg három lehetőségnél megvizsgáljuk a súlyok változását, és ha ez számottevő, akkor az összehasonlítást a megváltozott súlyokkal megismételjük.

Rövid tanulmányunkkal elsősorban az volt a célunk, hogy az elméleti összefüggéseket tisztázzuk. Vizsgálataink lényegében csak két alapvető kérdésre terjedtek ki: a) adva van a csomópont és keressük a rajta átmenő gerincvonal optimális helyzetét, b) a telepítésben nincs semmi megkötés, keressünk egy optimális gerincvonalat és rajta a csomópont optimális helyzetét. Nem szabad tehát szem elől tévesztenünk, hogy levezetett összefüggéseink egy gerincvonalas rendszerre vonatkoznak. Természetesen az egy gerincvonalas rendszer mellett számításba jöhet a tört gerincvonalas, esetleg a több gerincvonalas rendszer, mint kedvezőbb rendszerek. Ezekkel most nem foglalkoztunk. Ezen a területen még néhány probléma megoldásra vár. Ugyanakkor az is kétség-



10. ábra

A táblázatból látható, hogy $q_i < u_i$, ezért az optimális gerincvonal a pontok által lefedett terület hossz tengelyéhez igazodik. A számításba jöhető gerincvonalak tehát: $P_1 - P_{10}$; $P_2 - P_9$; $P_3 - P_8$.

A három gerincvonalra vonatkozóan vizsgáljuk meg a (27) és (28) egyenleteket. Eredményül kapjuk:

	27	28
$P_1 - P_{10}$	1,70	4,19
$P_2 - P_9$	3,90	1,86
$P_3 - P_8$	1,70	5,16

A csomópont mindig valamelyik T -ponthoz kötött. Ez a pont $P_1 - P_{10}$ és $P_3 - P_8$ esetében a T_5 , és $P_2 - P_9$ esetében pedig T_4 .

Azonnal látható, hogy a $P_3 - P_8$ esete nem jöhet számításba, marad a másik kettő. E kettő közül a (9) egyenlet alapján lehet dönteni. A rajzról levett és a számításához szükséges koordináták ugyancsak a 2. táblázatban találhatóak. Az elvégzett számítás eredménye: $S_{1-10} = 638$ és $S_{2-9} = 655$. Megállapítható tehát, hogy az optimális gerincvonal P_1 és P_{10} pontokon megy át, az optimális csomópont helye pedig a T_5 pont.

Ez az utóbbi feladat gyakorlatilag a következő lehet: az egyes pontokból különböző mennyiségű (Q_1, Q_2, \dots, Q_{10} t/ó) anyagot (víz, olaj, szén stb.) kell csővezetékben, szalagon, stb egy csomópontba szállítani úgy, hogy a szállítás összköltsége a legkisebb legyen, azaz a

$$K = \sum_{i=1}^n Q_i (k_{a,i} a_i + k_{b,i} b_i)$$

a legkisebb legyen, amikor k_i a fajlagos szállítási költség (Ft/tkm). A K dimenziója tehát: Ft/ó. Ezek szerint az eddigiekben p_i -vel és q_i -vel jelölt

2. táblázat

Pont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ	$\frac{\Sigma}{2}$
p_i	14,1	15,2	12,9	9,4	8,2	10,5	7,0	12,8	15,3	11,7		
q_i	8,9	7,0	7,9	4,7	2,5	4,6	3,1	7,0	8,6	6,9	61,2	30,6
u_i	10,94	13,49	10,20	8,14	7,81	9,44	6,28	10,72	12,65	9,45	99,12	49,56
$\cos \delta_{i,0}$	0,631	0,461	0,612	0,500	0,305	0,438	0,443	0,547	0,562	0,590		
$\delta_{i,0}$	50° 50'	62° 35'	52° 15'	60° 00'	72° 10'	64° 00'	63° 40'	56° 50'	55° 50'	53° 50'		
x_{1-10}	8,00	5,10	5,64	2,15	1,00	5,71	4,77	8,00	9,34	11,66		
y_{1-10}	—	4,50	2,00	1,14	2,92	4,42	0,95	2,12	2,54	—		
x_{2-9}	7,97	7,19	4,95	2,18	2,87	2,50	4,00	5,60	8,80	9,80		
y_{2-9}	5,20	—	6,05	3,80	0,40	4,65	0,60	3,62	—	3,33		

telen, hogy e problémák megoldása a most bemutatott összefüggéseket nem nélkülözheti.

Végezetül el kell még mondanunk azt is, hogy a valóság nemegyszer sokrétű problémáinak megoldására sohasem elegendő az elméleti összefüggések sablonos felhasználása, legalább annyira fontos a technikai, technológiai tapasztalatokon nyugvó mérnöki ítélőképesség, amely megóvhat mindenféle aprólékoskodástól és fontoskodástól. Az elmé-

leti összefüggések kristálytisztaság ismeretében ugyanakkor elkerülhetjük a tévutakat, mert a matematikai alapokat nélkülöző spekulatív okoskodás könnyen ide vezethet.

IRODALOM

- [1] Telepítéstechnika a bányászatban. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1966.
- [2] Bányászati telepítések analitikája. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1960.

Hírek

A Salzgitter Maschinen A. G. gyűrűs nagy lyukfúró berendezését kedvező kálisó bányászati tapasztalatok után a belga Campineben 68 m mély $\varnothing 1$ m-es lyuk fúrására telepítették. Ennek fúrása során az elért teljesítmények:

palában 5—8 cm/perc
psammit-ben 3—4 cm/perc
homokkőben 1 cm/perc

Lágy palarétegekben a 465. m-ben a réselőgyűrű megszorult és a lyukat kisebb átmérővel kellett folytatni. A gép módosításával remélik a nehézségeket kiküszöbölni.

(Coll. Guard.)

Műanyag-karbid bevonat

Koptató hatásnak jól ellenálló műanyag-karbidot hozott forgalomba a *Deveon Ltd.* Elsősorban szivattyúk, csövek, csúszdák bevonására alkalmas. Epoxi alapanyagba kevert fémkarbid szemcsékből álló folyékony vagy kenősszerű alapanyag, melyet speciális gyorsító hozzákeverésével közvetlenül lehet száraz, tiszta fém, üveg, beton és más felületre felhordani. A folyékony anyagot öntéssel, esetleg, szórással; a kenősszerű anyagot kenéssel lehet felhordani. Az epoxi-karbid bevonatot víz, olaj és a legtöbb vegyi anyag nem támadja meg.

(Mining Journal, 1967. III. 3. 6863. sz. 158. old.)

Koptató hatás elleni védő bevonat

A *Tercol LTD* által gyártott „*Tercol*” epoxi alapanyagú kopásálló bevonat jól használható szivattyúk alkatrészeinél, csővezetékelnél, előkészítő művekben.

A *Tercol A. D.* 1. összetevői: epoxigyanta, katalizátor és speciális töltőanyag-keverék. Az A. D. 1./X az előbbinél jobb minőségű kemény, tartós, üveges felületű, így különösen előnyösen használható csúszdák-nál. Mindkettőnek nagy a korróziós és abráziós ellenállóképessége, nagyon jól köt majdnem minden felületen.

Vizes, párás körülmények között is köt, kötés után vízhatlan. Nagyon jól használható folyamatos üzemi berendezéseknél, ahol a karbantartást néhány órára kell korlátozni.

Az első kísérleti kipróbálását 1964-ben ejtették meg a *Manvers Main Szélrelőkészítőműben*, azóta egyre fokozódó mértékben használják. Az utóbbi két év folyamán *Manvers Main*-ban évente 45—50 t *tercolt* használtak fel.

(Mining Journal, 1967. V. 26. p. 412.)

Az Angol Állami Szénbányászat eredményei az elmúlt (1966. III. 25—1967. III. 25. közötti) gazdasági évben

Tiszta bevétel 28,5 millió angol font az előző évi 24,8 millió angol fontos deficitell szemben. A fejlődés részben az összteljesítmény javulásában leli magyarázatát. Az év folyamán elért összteljesítmény kb. 1,86 t/mű, a munkahelyi teljesítmény (kb. 3,5%-ot javulva) kb. 5,76 t/mű. volt. A gépirakodás és jövesztés az előző évi 80,7%-kal szemben 85,7% volt.

Az üzemi eredmények fejlesztése mellett az Angol Állami Szénbányászat szerteágazó kutatási programot

folytatott, főleg a szén felhasználásának fejlesztése érdekében. Így mesterségesen előállított füstmentes szilárd tüzelőanyagot hoznak forgalomba, kutató munka folyik pl. szén alapanyagú folyékony tüzelőanyag gazdaságos előállítására és magnetohidrodinamikuss generátorokhoz nagy hőfokú széntüzelő fej kialakítására.

(Coll. Guard. 1967. IX. 1. p. 227, 232.)

Az USA szénbányászatában munkáshiány jelentkezik

Az 1947—59. időszakban felgyűlt széntartalmú elfogytak, az utóbbi 5 év folyamán a termelés 32%-kal nőtt, 1966-ról 67-re a termelés növekedés 7%-os. Az 1947—59 időszakban elbocsátott bányászok kiöregedtek és más iparban helyezkedtek el. Ezzel szemben a szénigény állandóan emelkedik, elsősorban erőművek a fő fogyasztók. Így a fokozott gépesítés és automatizálás ellenére nincs munkaerő.

Az össz teljesítmény 1960-ban 13 t/mű volt, 1967-ben 18 t/mű.

A legtöbb szénbánya vállalat nagyobb bővítést tervez. A *Peabody Coal Co.* munkás létszámának 1972-ig 25%-kal, a *Consolidated Coal*-é 30%-kal kell növekednie. Az előbbi 1972-ig 11 új bányát nyit.

Az amerikai szénbányászok átlagos életkora 47 év, a gépkocsi iparban dolgozóké viszont 38 év.

A becslések szerint 1980-ig a szénbányáknak legalább 100 000 fő új munkaerőt kell alkalmazniok, ami majdnem egyezik a jelenlegi létszámmal.

A munkaerő igény fedezése nehéznek ígérkezik. Öregeket nem akarnak felvenni, a fiatalok kerülnek a bányát. A vállalatok csak nagyobb bér fizetése mellett számítanak munkaerő igényük fedezésére.

(Mining Journal. 1967. IX. 15. p. 189.)

Angliában 1957-ben minden 17 munkásra, 1967-ben minden 9 munkásra esett egy tisztviselő.

(Coll. Eng. 1967. IX. p. 331.)

A francia szénbányászat a folyamatban levő 5 éves terv végére megkétszerezi a vegyi és műanyagipar felé értékesített termelését. A szén legjobban a műtrágya és a műanyag területén hódít tért. Ennek ellenére azonban a széntermelést még lejjebb kell szorítani. 1970-re az előirányzat 46,5 millió t/év, 1975-re 30 millió t/év.

(Coll. Guard. 1967. IX. 29. p. 348.)

Az USA-ban szén hamumentesítő üzem létesítenek, ami 1969-ben lép majd üzembe. Termelése 50 t/nap. A végtermék hamumentes, csekély kén tartalommal, törékeny, pikkelyződik. Megolvasztható és folyékony állapotban tüzelhető. Fűtőértéke az eredeténél lényegesen nagyobb: kb. 8880 Kcal/kg. Elégetésekor nem képződik szálló pernye, nem szennyezi a levegőt. Felhasználható lesz gázturbinákhoz és ipari szén alapanyagként is. Folyósítható, ezért gázolajjal is keverhető. Előzetes vizsgálatok szerint a fűtőolajjal közel azonos áron forgalmazható.

(Coll. Eng. 1967. IX. p. 335.)

Esztó Zoltán