

Főszerkesztő:
HEINRICH JÓZSEF

Szerkesztők:
BUBICS GYÖRGY, CSATÁR KÁLMÁNNÉ, KARPÁTY LORÁNT,
PANTÓ DÉNES, SZABÓ LÁSZLÓ

Szerkesztő bizottság:
dr. FALLER GUSZTÁV, dr. GAGYI PÁLFFY ANDRÁS, dr.
JÁVOR ALAJOS, KARPÁTY LORÁNT, KREFFLY GÁBOR, dr.
MARTOS FERENC, PANTÓ DÉNES, PÉCZELY ANTAL,
PODÁNYI TIBOR, POHL KÁROLY, RADÓ ALADÁR, dr. SIMON
KÁLMÁN, STOLL LORÁNT, SZEKELY LAJOS, dr. TARJÁN
GUSZTÁV, TETTAMANTI TIBOR, dr. TÓTH MIKLÓS, VANKO
RICHÁRD

Szerkesztőség:
Budapest V., Szabadság tér 17., II. em. 227.
Telefon: 328-175, 318-926, 127-084

BÁNYÁSZATI ÉS KOHÁSZATI LAPOK

BÁNYÁSZAT

AZ ORSZÁGOS MAGYAR BÁNYÁSZATI ÉS
KOHÁSZATI EGYESÜLET FOLYÓIRATA

104. évfolyam 7. szám 1971. július

A centrális és a diagonális szellőztetés légszökésének összehasonlítása

Dr. ZAMBÓ JÁNOS okl. bányamérnök, Kossuth-díjas és Állami Díjas tanszékvezető egyetemi tanár,
a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja (Nehézipari Műszaki Egyetem, Bányaműveléstani Tanszék, Miskolc)

A bányában szükségszerűen jelentkező légszökés mértéke függ a bányaszellőztetés rendszerétől.

A centrális és a diagonális szellőztetés légszökésének aránya kimutatható. Ez az arány egyszerűbben fejezhető ki, ha a légszökéstől eltekintünk, azaz először csak a légszökési lehetőségek, a légszökési potenciálok arányát keressük.

A légszökési potenciál a két folyósó közötti nyomáskülönbséggel arányos, ezért a nyomáskülönbségeket leíró függvények ismeretében egy modell esetében a potenciális teljes légszökések aránya megadható.

Kimutatható, hogy a tényleges teljes légszökések aránya csak kis mértékben tér el a potenciális teljes légszökések arányától. Ennek megfelelően az egyes telepítési alternatívák esetében kimutatott potenciális arányok gyakorlatilag a tényleges arányokat tükrözik. Ezek az arányok bizonyos esetekben meglehetősen nagyban bizonyultak.

A bányauzemekben a lezárt munkahelyek, a kőzetttestben keletkezett repedések rövidrezárás révén légszivárgásokat idéznek elő. A szökő légmennyiség nem hanyagolható el még egy kifogástalanul telepített és gondosan ellenőrzött bányauzemben sem. A szökő levegő mennyisége megállapítható, ha egyidőben mérjük a bányauzembe belépő összes légmennyiséget és a munkahelyek belépő légmennyiségét. Az így kimutatható összes szökő levegőben benne van az is, ami a rossz vagy nyitvahagyott légajtók következtében áll elő. Így a műszaki beavatkozásoktól függetlenül szökő levegő, amely elsősorban a kialakuló repedéshálózaton húz át, zár rövidre, csak becsülhető. A különböző szerzők a különböző helyeken végzett megfigyelések alapján a légszökések százalékos értékét viszonylag tág határok között adják meg.

Mi itt csak a földalatti légszökésekkel foglalkozunk, azaz olyan mélybányászatról van szó, amikor a külszinre vagy a külszinről való szökést gyakorlatilag nem tekintjük.

Mielőtt vizsgálataink érdemi részébe kezdenénk, tekintsük át azokat az alapvető fogalmakat, amelyeket alkalmazni fogunk.

Egy adott légszökési helyen az átszivárgó levegő mennyisége a hely belépési és kilépési pontjai között fennálló nyomáskülönbség függvénye. A függés gyakorlatilag lineáris, ha a Re -szám nagyon kicsi, azaz ha tiszta lamináris áramlásról van szó. Ha nincs lamináris áramlás, akkor megközelítőleg érvényes az Atkinson törvény, azaz az átáramló levegő mennyisége a nyomáskülönbség négyzetgyökével arányos. Mindinkább napvilágot lát az a feltételezés, hogy a légszökések közel lamináris áramlással zajlanak le. Persze ez csak feltevés, mert igazolásához szükséges paraméterek megmérése nincs mód. Mi a vizsgálatainkban a két áramlási viszonyt mint szélső helyzetet tekintjük, az egyik: a tiszta lamináris áramlás esete, a másik: az Atkinson törvény érvényességének esete. A valóság minden bizonnyal a kettő között van.

Egy L hosszúságú, végig azonos szelvényű szellőztetési hálózat bármely x szakaszának két végpontja között a nyomáskülönbség:

$$h = px$$

ahol p egy adott légmennyiség mellett (Q) a szellőztetési rendszerre jellemző, az egységnyi hosszra eső nyomásesés, gradiens.

Ha a mozgatandó légmennyiség változik ugyanazon szellőztetési hálózatban: $Q, 2Q, 3Q, \dots, nQ$, akkor a gradiens: $1^2p, 2^2p, 3^2p, \dots, n^2p$ az Atkinson törvény értelmében.

A nyomáskülönbség $h = cQ^\alpha$ általános törvény szerint fogalmazható meg, ahol α a Re -szám függvénye. Elfogadtuk tehát, hogy a bányavágatokban $\alpha = 2$, bár ennél kisebb is lehet, de mindig nagyobb az egységénél.

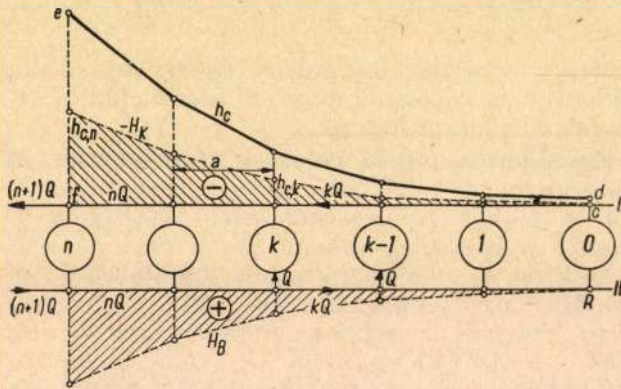
Ha az L hosszú hálózat egyik végpontjában a nyomást nullának tekintjük, a másik végpontban a relatív nyomás Lp . Tehetjük azt is, hogy az L bármely pontján (l) nullának tekintjük a nyomást, így a két végponton a relatív nyomás lp , illetve $-(L-l)p$ lesz, azaz a két végpont közötti nyomáskülönbség:

$$lp - [-(L-l)p] = Lp$$

Mi célszerűségi okokból ezt az utóbbi módszert választjuk.

Vizsgálataink során a huroktörvényt többször is felhasználjuk. Mivel modellekkel fogunk dolgozni, azért kiköthetjük a modellen belül az utak szelvényének állandóságát, egybevágóságát és azonos kivételét, így természetesen a huroktörvényben az ellenállások helyébe a hosszúságok lépnek, hiszen a fenti feltételek mellett a kettő hányadosa konstans érték.

Az 1. ábrán a II. jelű egyenes szakasz jelentse a szintműveléses rendszer behúzó folyosóját, a I. jelű pedig a kihúzó folyosót. Legyen a két folyosó elejétől a végéig azonos szelvényű és azonos építésű, tehát a folyosó ellenállása lineárisan változik a folyosó hosszával.



1. ábra

A szellőztetés rendszere legyen centrális, a $0, 1, 2, \dots, k, \dots, n$ jelű fejtések, illetve légosztályok be- és kijárata legyen az egyszerűség kedvéért egymástól azonos távolságra (a). Legyen a fejtések ellenállása is azonos (R_f). Ha az a folyosószakasz ellenállása R_a , akkor a fejtéseket helyettesítő hosszúság kifejezhető:

$$b_0 = a \frac{R_f}{R_a}$$

A szellőztetési rendszer elégítse ki azt a követelményt, hogy minden egyes fejtésen azonos Q légmennyiség húzzon át az időegységben. Egyszerűen belátható, hogy ez a követelmény csak akkor elégíthető ki, ha a 0 jelű fejtés kivételével a többi fejtés be- vagy kijárataát fojtjuk, mégpedig balra haladva növekvő mértékben. Más szóval, ha a 0 jelű fejtést helyettesítő folyosóhossz b_0 , akkor az 1 jelű fejtés b_1 , a 2 jelű b_2 , stb, amikor $b_0 < b_1 < b_2 < \dots < b_n$.

Válasszuk ki a k -ik fejtést. A b_k és b_{k-1} közötti különbség megadása érdekében írjuk fel a huroktörvényt azzal a feltétellel, hogy a fejtések közötti

szakaszon egyelőre légszökés nincsen:

$$b_k Q^2 = a(kQ)^2 + b_{k-1} Q^2 + a(kQ)^2$$

ahonnan $b_k - b_{k-1} = 2ak^2$

Következik ebből, hogy

$$b_k = b_0 + 2a(1^2 + 2^2 + \dots + k^2)$$

azaz

$$b_k = b_0 + \frac{a}{3} k(k+1)(2k+1)$$

Így most már a k -ik fejtés be- és kilépési pontja között a nyomáskülönbség:

$$h_{e,k} = b_0 p + \frac{ap}{3} k(k+1)(2k+1)$$

Azonnal látható, hogy az azonos légmennyiség követelménye a fejtések számának növekedésével igen nagy mértékben növeli a fojtási veszteséget.

Az ábrán $h_{e,k}$ -vel jelzett tört egyenes a nyomáskülönbségek változását mutatja.

A fojtás helyett negatív értelmű fojtás, segédventillátor alkalmazása is lehetséges. Ilyenkor az előbbinek a szimmetria tengelyre tükrös képe jelentkezik. A továbbiakban ezzel nem foglalkozunk, bár érdekes lenne ezen a nyomon is végigmenni. A légszökések relatív összehasonlításában csak az első nyomot járjuk végig a könnyebb áttekintés érdekében.

Az ábrát tekintve azonnal belátható, hogy a be- és a kihúzó folyosó (B és K) tetszőleges k jelű két pontja között a nyomáskülönbség:

$$h_{e,k} = H_{B,k} + H_{K,k} + b_0 p$$

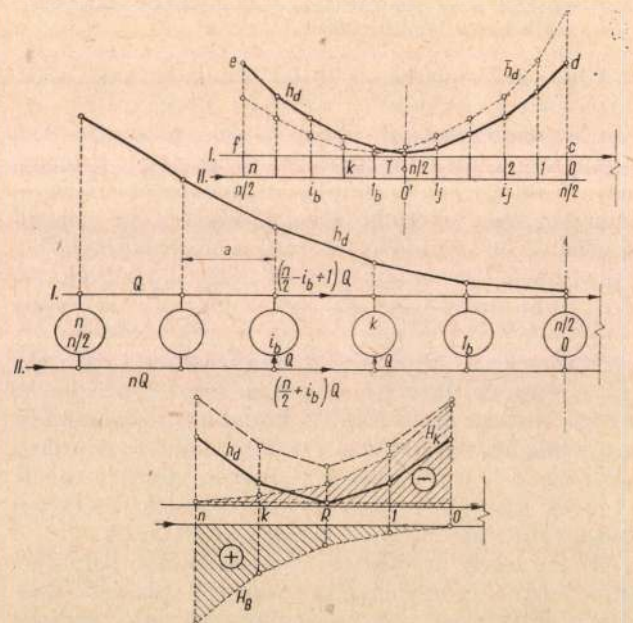
ahol

$$H_{B,k} = ap(1^2 + 2^2 + \dots + k^2) = \frac{ap}{6} k(k+1)(2k+1)$$

és

$$H_{K,k} = ap(1^2 + 2^2 + \dots + k^2) = \frac{ap}{6} k(k+1)(2k+1)$$

Így kellett ennek lennie, mert a nyomásesést leíró tört egyenesnek az R pontban relatív nullapontja



2. ábra

van, más szóval: a H_B és az abszcissza által bezárt terület pozitív, a H_K -val határolt terület negatív, azaz,

$$h_e = H_B - (-H_K) + b_0 p$$

A diagonális szellőztetési rendszer vázlata a 2. ábrán látható. Legyenek a viszonyok és a feltételek ugyanazok, mint az előbb voltak, legyen továbbá először az n páros szám, azaz a fejtések, illetve légosztályok száma páratlan szám. A fejtések azonos légmennyiségének (Q) feltétele a centrális szellőztetési rendszerben csak egyféleképpen volt megvalósítható azzal a mellékfeltétellel, hogy egy fejtés helyettesítő hossza b_0 legyen.

Itt ezt a mellékfeltételt kielégíteni annyi lehetőség van, amennyi a fejtések száma, de a fojtásból eredő veszteség aszerint változik, hogy melyik fejtéshez rendeljük a zérus értékű fojtást. Kössük ki még további szigorító feltételként azt is, hogy a fojtási összveszteség a legkisebb legyen. Rendeljük a zérus értékű fojtást az $n/2$ számú fejtéshez, azaz a szimmetria tengelyhez. Ezzel a rendszert két szárnyra bontottuk, amikor a két szárny a szimmetria tengely T pontjára tükrös.

Átmenetileg rendezzük át a két szárnyon a fejtések számozását:

$$0, 1_b, 2_b, \dots, i_b, \dots, \frac{n}{2},$$

illetve: $0, 1_j, 2_j, \dots, i_j, \dots, \frac{n}{2}$

Válasszuk meg most is tetszőlegesen az i_b , illetve i_j számú fejtéseket, és a $b_{i_b} - b_{i_b-1}$, illetve a $b_{i_j} - b_{i_j-1}$ különbségek kifejezhetősége érdekében írjuk fel a huroktörvényt, természetesen az előbbi feltétellel:

$$b_{i_b} Q^2 + a \left(\frac{n}{2} - i_b + 1 \right)^2 Q^2 = b_{i_b-1} Q^2 + \left(\frac{n}{2} + i_b \right)^2 Q^2$$

illetve

$$b_{i_j} Q^2 + a \left(\frac{n}{2} - i_j + 1 \right)^2 Q^2 = b_{i_j-1} Q^2 + \left(\frac{n}{2} + i_j \right)^2 Q^2$$

ahonnan

$$b_{i_b} - b_{i_b-1} = a(2i_b - 1)(n + 1)$$

illetve

$$b_{i_j} - b_{i_j-1} = a(2i_j - 1)(n + 1)$$

Következik ezekből, hogy

$$b_{i_b} = b_0 + a[1 + 3 + 5 + \dots + (2i_b - 1)](n + 1)$$

illetve

$$b_{i_j} = b_0 + a[1 + 3 + 5 + \dots + (2i_j - 1)](n + 1)$$

azaz

$$b_{i_b} = b_0 + a i_b^2 (n + 1)$$

illetve

$$b_{i_j} = b_0 + a i_j^2 (n + 1)$$

Az eredeti számozási rendszer $(0, 1, 2, \dots, k, \dots, n)$ és az átmeneti számozási rendszer

$$\left(0, 1_b, 2_b, \dots, i_b, \dots, \frac{n}{2} \text{ illetve } 0, 1_j, 2_j, \dots, i_j, \dots, \frac{n}{2} \right)$$

összevetésénél

kitűnik, hogy

$$i_b = \frac{2k - n}{2}$$

illetve

$$i_j = \frac{n - 2k}{2}$$

Ennek megfelelően az eredeti számozási rendszerben a tetszőleges k jelű fejtéshez rendelt fojtás helyettesítő hosszúsága:

$$b_k = b_0 + \frac{a}{4} (2k - n)^2 (n + 1)$$

Ezek szerint a k -ik fejtés be- és kilépési pontja között a nyomáskülönbség, ha n páros szám:

$$h_{a,k} = b_0 p + \frac{ap}{4} (2k - n)^2 (n + 1)$$

A h_a -vel jelzett tört egyenes a nyomáskülönbségeket ábrázolja.

Még bizonyítanunk kell, hogy a

$$\sum_{k=0}^{k=n} h_{a,k} \rightarrow \min$$

szigorító feltétel akkor elégül ki, ha a zérus értékű fojtást a szimmetria tengelyhez rendeljük. Az igazolás legegyszerűbb és legszemléletesebb módja az ábráról olvasható le. Rendeljük a zérus értékű fojtást eggyel balra, az $\frac{n}{2} + 1$ ponthoz. Ez azt jelenti, hogy a h_a tört egyenes önmagával és az abszcisszával párhuzamosan balra tolódik, és így $\Sigma h_a > \Sigma h_a$. A további eltolás a különbséget csak fokozza. Természetesen ugyanez következik be jobbra tolás esetén is.

A 2. ábra alapján most is megállapítható, hogy

$$h_{a,k} = b_0 p + H_{B,k} + H_{K,k} - \left(H_{B, \frac{n}{2}} + H_{K, \frac{n}{2}} \right)$$

ahol

$$H_{B,k} = ap(1^2 + 2^2 + \dots + k^2) = \frac{ap}{6} k(k+1)(2k+1)$$

$$H_{K,k} = ap[1^2 + 2^2 + \dots + (n-k)^2] = \frac{ap}{6} (n-k)(n-k+1)(2n-2k+1)$$

$$H_{B, \frac{n}{2}} = H_{K, \frac{n}{2}} = ap \left[1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{n}{2} \right)^2 \right] =$$

$$= \frac{ap}{6} \cdot \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + 1 \right) (n + 1)$$

A behelyettesítés meggyőző bennünket az összefüggés helyességéről. A függvény utolsó levonandó tagja arra a fejtésre, illetve azokra a fejtésekre vonatkozik, amelyeknél nincs fojtás. Természetesen ide rendeljük az R relativ nullapontot.

Legyen most a n páratlan szám, azaz a fejtések száma páros. A szimmetria tengely most az $\frac{n-1}{2}$ és az $\frac{n+1}{2}$ jelű fejtések között a felező ponton megy át. Ha levezetéseinket az n páros szám esetéhez hasonlóan végigvezetjük, akkor eredményül kapjuk:

$$b_{i_b} = b_0 + a(i_b^2 + i_b)(n + 1)$$

illetve

$$b_{i_j} = b_0 + a(i_j^2 + i_j)(n + 1)$$

Mivel most

$$i_b = \frac{2k - (n-1)}{2}$$

illetve

$$i_j = \frac{n-1-2k}{2}$$

azért behelyettesítés után, ha n páratlan szám:

$$h_{d,k} = b_0 p + \frac{ap}{4} [(2k-n)^2 - 1](n+1)$$

Az ábrákon h_c -vel és h_d -vel jelzett tört egyenesek ismeretében már kifejezhető mind a centrális (1. ábra), mind a diagonális (2. ábra) szellőztetéshez tartozó $c-d-e-f$ terület. Ez a két terület függ össze a két szélső fejtés közötti szakaszon érvényes légszökési teljes potenciállal.

Fejazzük ki előbb a centrális szellőztetés T_c területét:

$$T_c = \frac{a}{2} \left(h_{c,o} + h_{c,n} + 2 \sum_1^{n-1} h_{c,k} \right)$$

Behelyettesítés és rendezés után:

$$T_c = apn \left[b_0 + \frac{a}{6} (n^3 + 2n^2 + 2n + 1) \right]$$

Diagonális szellőztetés esetében, ha n páros szám:

$$T_d = apn \left[b_0 + \frac{a}{12} (n^3 + n^2 + 2n + 2) \right]$$

$$T_{A,c} = \frac{1}{9} \left(\frac{p}{3} \right)^{0,5} \sum_{k=1}^{k=n} k^{-2} \{ [3b_0 + ak(k+1)(2k+1)]^{1,5} - [3b_0 + ak(k-1)(2k-1)]^{1,5} \}$$

Diagonális szellőztetési rendszerben, ha n páros szám, azaz, ha a fejtések száma páratlan:

$$T_{A,d} = \frac{1}{3} \left(\frac{p}{4} \right)^{0,5} \sum_{k=\frac{n}{2}+1}^{k=n} \frac{[4b_0 + a(2k-n)^2(n+1)]^{1,5} - [4b_0 + a(2k-n-2)^2(n+1)]^{1,5}}{(2k-n-1)(n+1)}$$

Ha pedig n páratlan szám:

$$T_{A,d} = \frac{1}{3} \left(\frac{p}{4} \right)^{0,5} \sum_{k=\frac{n+1}{2}+1}^{k=n} \frac{\{4b_0 + a[(2k-n)^2 - 1](n+1)\}^{1,5} - \{4b_0 + a[(2k-n-2)^2 - 1](n+1)\}^{1,5}}{(2k-n-1)(n+1)} + a(b_0 p)^{0,5}$$

Az alapvető összefüggések ismeretében már összehasonlíthatjuk a különböző aknatelepítési rendszereket a teljes légszökési potenciál szempontjából.

A) A 3. ábrán a centrális és a diagonális aknatelepítés két rendszerét vetjük össze, fektetjük egymásra. A centrális telepítés azt jelenti, hogy a két akna (C_1 és C_2) az aknamező középpontjában van, a diagonális telepítés esetén pedig a két akna (D_1 és D_2) a peremen fekszik. Szintművelés rendszerben a két szint (I . és II .) között egyenletes eloszlásban $n+1$ számú fejtés helyezkedik el úgy, hogy a viszonyok megfelelnek az elvi modellnél felvett viszonyoknak.

A centrális telepítés esetében a behúzó akna leve-

Ha pedig n páratlan szám:

$$T_d = apn \left(b_0 + \frac{a}{12} (n^3 + n^2 - n - 1) \right)$$

A T_c és T_d területek akkor jönnek számításba, ha a légszökés mennyisége lineárisan változik a nyomáskülönbséggel. Ha a légszökésben is az *Atkinson* törvényt fogadjuk el, akkor a nyomáskülönbségek négyzetgyökét kell alapul venni. Fejazzük ki tehát a k és a $k-1$ jelű fejtések közötti nyomáskülönbség négyzetgyökének integrálját:

$$t_k = \int_0^a \left(h_{k-1} + \frac{h_k - h_{k-1}}{a} x \right)^{0,5} dx = \frac{2a}{3} \frac{h_k^{1,5} - h_{k-1}^{1,5}}{h_k - h_{k-1}}$$

A két szélső fejtés közötti terület pedig:

$$T_A = \frac{2a}{3} \sum_1^n \frac{h_k^{1,5} - h_{k-1}^{1,5}}{h_k - h_{k-1}}$$

Ez az összefüggés mind a két szellőztetési rendszerre érvényes, csupán azt kell figyelembe venni, hogy a diagonális szellőztetésnél, ha n páratlan szám, tehát a fejtések száma páros szám, akkor

$$T'_A = T_A + a(b_0 p)^{0,5},$$

A megfelelő értékek behelyettesítése után centrális szellőztetés esetében:

gője két félre oszlik $\left(\frac{n+1}{2} Q \right)$, a diagonális telepítésnél pedig a D_1 aknán behúzó levegő $[(n+1)Q]$, osztatlan marad. Legyen a II . szint a behúzó szint. Így a légmozgások egyértelműen rögzítettek.

Az ábra felső felében a tiszta lamináris áramlás esetét tüntettük fel, megadtuk tehát a h_c és h_d tört egyenesek lefutását. A teljes légszökési potenciál arányos a h_c , illetve a h_d tört egyenes és az abszcissza által bezárt területtel. Ami a két területben különbözik, azt vonalkáztuk. Feltételeztük azt, hogy az aknapillérekben nincs légszökés, légszökési lehetőség csak a két szélső fejtés közötti területen van.

Az ábra alsó fele turbulens légszökések esetére vonatkozik, azaz most az Atkinson törvényt a légszökésre is érvényesnek tekintjük. Az ábrán a szemléletesség kedvéért a $h_{A,c}$ és a $h_{A,d}$ tört görbék ordinátáinak léptéke nagyobb, mint volt a felső félben.

Mivel a légszökési potenciálok viszonyát keressük, azért írjuk fel a

$$\varphi = \frac{T_d}{T_c} \quad \varphi_A = \frac{T_{A,d}}{T_{A,c}}$$

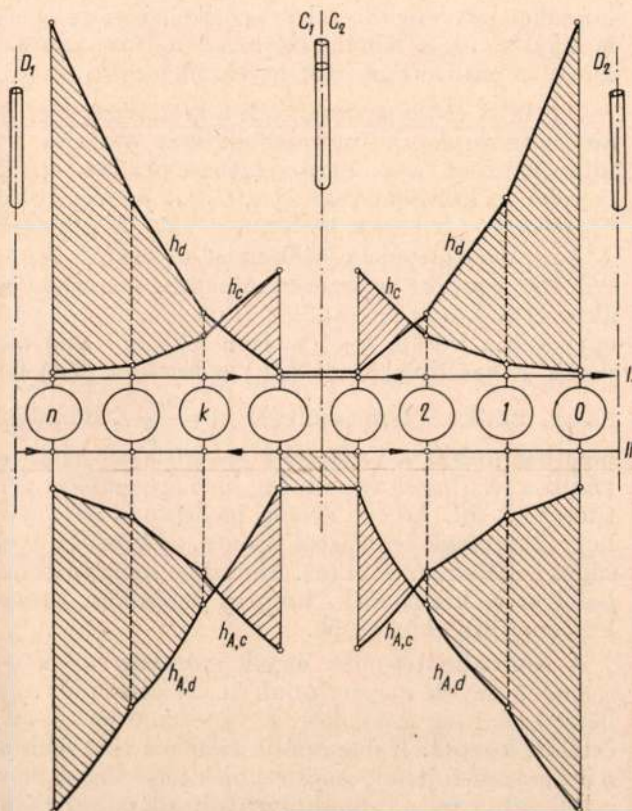
$$\varphi_A = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{\sum_{k=1}^7 \frac{\{400 + 240[(2k-7)^2 - 1]8\}^{1,5} - \{400 + 240[(2k-9)^2 - 1]8\}^{1,5}}{16k - 64}}{\sum_{k=1}^3 \frac{[300 + 240k(k+1)(2k+1)]^{1,5} - [300 + 240k(k-1)(2k-1)]^{1,5}}{k^2}} = 2,1 \approx 2,$$

amikor az $a(b_0 p)^{0,5}$ tagot nem vettük számításba.

A T és T_A számítása a fenti képletek szerint eléggé nehézkes. Ezért egyszerűsítéshez folyamodhatunk. Ezt lehetővé teszi az a körülmény, hogy viszonylag távol eső fejtések esetén a nem fojtott fejtés vagy fejtések helyettesítő hossza elhanyagolható, más szóval $T_0 = ab_0 p(n+1)$ terület a T területhez viszonyítva kicsi, elhagyása a viszonyszám

$$\varphi_A = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} (n+1)^{0,5} \frac{(3^2 - 1)^{0,5} + (5^2 - 1)^{0,5} + \dots + [(n-2)^2 - 1]^{0,5} + (n^2 - 1)^{0,5} \frac{n+1}{2}}{3^{2,5}(1,2)^{-0,5} + 5^{2,5}(2,3)^{-0,5} + \dots + (n-2)^{2,5} \left(\frac{n-3}{2} \frac{n-1}{2}\right)^{-0,5} + (n-1)^{1,5} \frac{(n^2+n)^{1,5}}{2(n-1)^2}}$$

A modellből következik, hogy a φ értékek csak $n \geq 3$ esetében értelmezhetők, ez természetesen a képletekben kifejezésre jut.



3. ábra

viszonyokat. Mivel a T értéket már kifejeztük, azért φ és φ_A viszonyszámok általános formában megadhatók, értékeik bármilyen esetre számíthatók.

A 3. ábra szerinti elrendezés viszonyszámait numerikusan is adjuk meg. Esetünkben $n=7$, továbbá legyen $a=240$ m, és $b_0=100$ m. Ezeknek megfelelően:

$$\varphi = \frac{100 + 20(7^3 + 7^2 - 7 - 1)}{2[100 + 20(3^3 + 3^2 + 2,3 + 2)]} = 3,97 \approx 4,$$

képzését nem túlzottan torzítja, hiszen mindkét területből kiesik. Modellünk esetében (3. ábra) tehát a T_0 elhagyása után a φ értékek (n páratlan szám) az alábbi egyszerűbb formát veszik fel:

$$\varphi = 4 \frac{n(n^3 + n^2 - n - 1)}{(n-1)(n^3 + n^2 + 3n + 3)}$$

illetve

Elvileg bármilyen n értékhez számítható φ és φ_A . Gyakorlatilag azonban az $n+1$, azaz a fejtések száma csak ritkán haladja meg a 8–10 számot. A számított értékeket az alábbiak szerint adjuk meg:

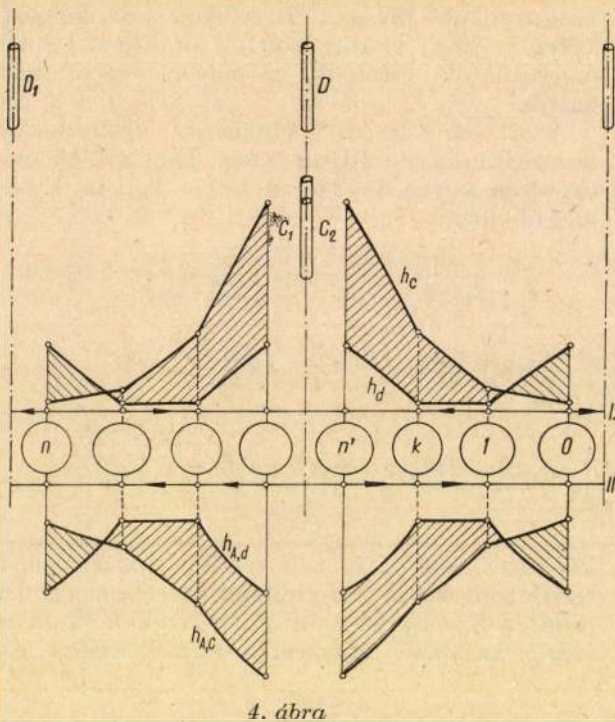
$n+1$	4	6	8	10
n	3	5	7	9
φ	4,0	4,3	4,3	4,3
φ_A	2,0	2,1	2,2	2,2

Megállapítható, hogy a modell szerinti két telepítés légszökési potenciáljainak aránya gyakorlatilag független a fejtések számától és durván $\varphi_A = \sqrt{\varphi}$.

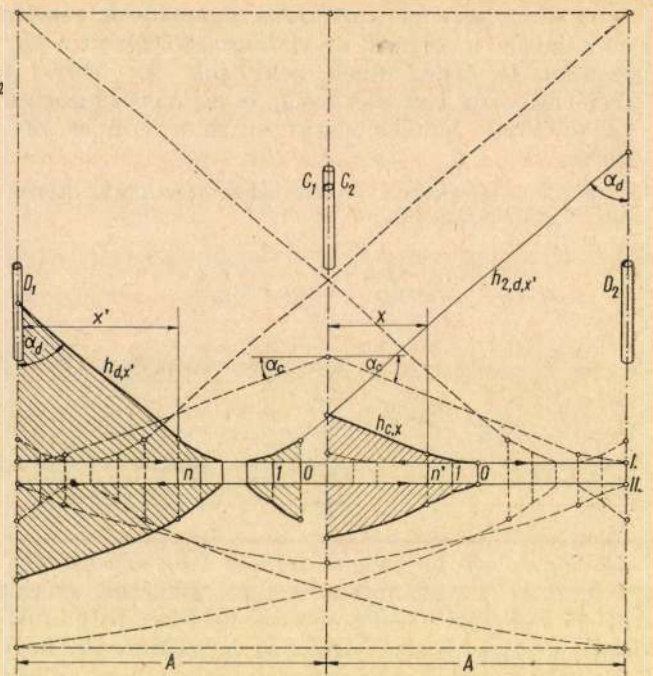
B) A 4. ábra egy másik alapvető összehasonlítást mutat be. Az egyik aknatelepítés most is centrális (C_1, C_2), a másik olyan értelemben diagonális, hogy a szállítóakna (D) a közepén helyezkedik el, és hozzá két peremi légakna (D_1, D_2) tartozik. A viszonyok és a feltételek legyenek most is ugyanolyanok, mint A) esetében voltak.

Az ábrából következik, hogy elegendő csak az egyik oldalra szorítkozni, ha a légszökési potenciálok arányát keressük, azaz a fejtések jele n' -ig terjed, amikor esetünkben $n' = \frac{n-1}{2}$, mert n páratlan szám. Az is látható, hogy most $T_c > T_d$. Ennek megfelelően:

$$\varphi = \frac{T_c}{T_d} = \frac{b_0 + \frac{a}{6}(n'^3 + 2n'^2 + 2n' + 1)}{b_0 + \frac{a}{12}(n'^3 + n'^2 - n' - 1)}$$



4. ábra



5. ábra

n' nagyobb értékeinél a b_0 elhanyagolható, ezért ilyen feltétel mellett:

$$\varphi = 2 \frac{n'^3 + 2n'^2 + 2n' + 1}{n'^3 + n'^2 - n' - 1}$$

Azonnal látható, hogy n' növekedésével φ a 2-höz tart.

Így felírható az alábbi sor:

$n+1$	8	10	12	14	16
n'	3	4	5	6	7
φ	3,3	2,8	2,6	2,5	2,4
φ_A	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5

Elfogadjuk itt is azt a megközelítést, hogy $\varphi_A = \sqrt{\varphi}$, így máris tájékozódunk a modell szerinti két telepítés légszökési potenciáljainak arányáról a fejtések számának függvényében.

A 4. ábra tulajdonképpen még egy összehasonlítást is megmutat. Az egyik telepítés szerint az ikerakna (C_1, C_2) a peremen van, a másik peremi átlós telepítés (C_1, D_1). A fent megállapított viszonyok itt is érvényesek. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy az ilyen ikerakna telepítés mind a földalatti mozgatás, mind a szellőztetés szempontjából degeneráltnak számít, csak igen erős kényszer szülheti, hiszen az ikerakna legelőnyösebb telepítési helye a tömegközéppont. Csak akkor engedhető meg, ha az aknapillérben lekötött tekintélyes ásványvagyon lefejtésére nincs, vagy nem lesz lehetőség.

A 4. ábra és az abból következők világosan megmutatják, miért kedvelik világszerte a központi szállítóaknát és a peremen elhelyezett kettő vagy több légaknát. Egyértelműen és számszerűen mutattuk ki ennek a telepítésnek most már a szellőztetési előnyét is minden más telepítéssel szemben, természetesen egyelőre abban az esetben, ha a fejtések az egész aknamezőben állandó jelleggel egyenletesen szétterítve fordulnak elő.

A korszerű bányászat a fejtések állandó jellegű szétterítését igyekszik elkerülni, amennyire csak lehetséges. A törekvés a *nagyteljesítményű fejtések* vagy *fejtési csoportok* létrehozása lehetőleg úgy, hogy egy ilyen csoportból kerüljön ki a bánya termelésének döntő többsége. A korszerű bányászat törekszik a *sávszerű* lefejtésre is, amikor a fejtési csoport a határ felé halad lehetőleg a műrevaló előfordulás teljes lefejtésével. Légszökési vizsgálatainkat ilyen rendszerekre is el kell végezni, annál is inkább, mert mindig több lesz az olyan üzem, amely az említett lefejtést igyekszik megvalósítani.

A) Az 5. ábra ugyanannak a két aknatelepítési alternatívának az összehasonlítását vázolja fel, mint amelyet a 3. ábrán láthatunk. Az egyik: ikerakna a középpontban (C_1, C_2); a másik: a szállítóakna is (D_1) és a légakna is (D_2) a peremen. A centrális telepítés esetében $n'+1$ számú fejtésből álló csoport egyszerre mindkét szárnyon az aknától a határ felé halad, a diagonális telepítés egymáshoz közeli, $n+1$ számú fejtésből álló csoportja a szállítóaknától (D_1) a légakna (D_2) felé halad, amikor természetesen $n' = \frac{n-1}{2}$. Kíméljük meg magunkat a védőpillér zavaró hatásától, továbbá a rajzban a viszonylag kicsi $b_{0,p}$ értékét nem tüntettük fel. Legyen erre a modellre is érvényes, hogy a fejtések egymástól azonos, de kisebb távolságra helyezkednek el (a). Maradjon meg változatlanul az a kikötésünk, hogy a fejtéseken azonos légmennyiség húzzon át.

A centrális telepítés egyik szárnyán az $n'+1$ számú fejtések csoportjának tetszőleges helyzetét határozza meg x , amikor x változik 0 és $A-n'a$ értékek között. A diagonális telepítés esetében az $n+1$ számú fejtések csoportjának tetszőleges helyzetét szabja meg x' , amikor x' változik 0 és $2A-na$ értékek között. A határeseteket, a kezdő és befe-

jező helyzeteket szaggatott vonalak jelzik. Természetesen légszökést csak a lefejtett területen tételezünk fel.

A fejtési területen belül a nyomáskülönbségek változása már ismeretes. A külső szakaszok $h_{c,x}$ és $h_{d,x}$ egyeneseinek iránytangense a huroktörvény alapján írható fel:

$$\operatorname{tg} \alpha_c = 2p(n' + 1)^2$$

$$\varphi = \frac{T_d}{T_c} = 8 \frac{a^2 n(n^3 + n^2 - n - 1) + 6(2A - na)^2(n + 1)^2}{a^2(n - 1)(n^3 + n^2 + 3n + 3) + 12[2A - (n - 1)a]^2(n + 1)^2}$$

Ha a fejtések száma 2, vagyis $n = 1$, és ha $a \ll A$, akkor

$$\varphi = 4 \frac{(2A - a)^2}{4A^2} \approx 4$$

Ha a szökés nem lamináris, akkor a bonyolult összefüggések felírása helyett fogadjuk el most is azt a viszonylag jó közelítést, ami szerint $\varphi_A = \sqrt{\varphi}$.

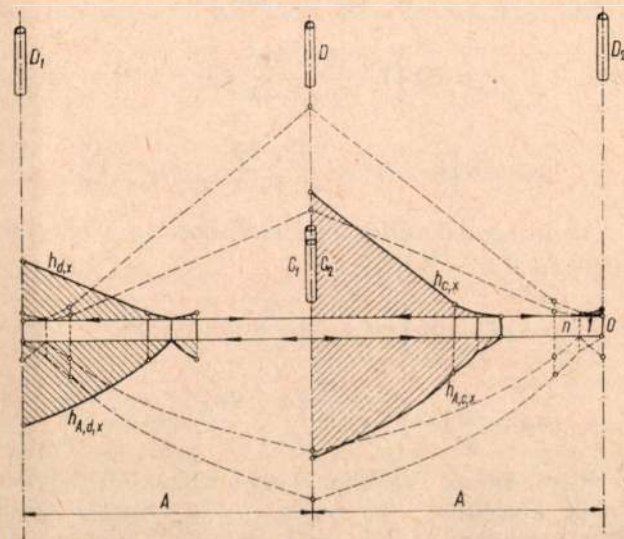
Megállapítható tehát, hogy az ábra szerinti modell esetében a diagonális telepítés a légszökések tekintetében lényegesen kedvezőtlenebb, mint a centrális.

B) A 6. ábra azt az összehasonlítást adja, amit a 4. ábra már bemutatott. Az egyik változat: ikerakna a középpontban (C); a másik változat: szállítóakna a középpontban és a peremen két légakna. Az aknamezőt most is a határ felé fejtjük le. Légszökést most is csak a lefejtett területen tételezünk fel.

Az előbbihez hasonlóan eljárva írjuk fel azt a viszonyszámot lamináris szökés és most n páros szám esetére, amely az átlagos légszökési teljes potenciálok között fennáll:

$$\varphi = \frac{T_c}{T_d} = 2 \frac{na^2(n^3 + 2n^2 + 2n + 1) + 6(A - na)^2(n + 1)^2}{na^2(n^3 + n^2 + 2n + 2) + 6(A - na)^2(n + 1)^2}$$

Ha egy-egy szárnyon csak egy fejtés van, akkor $n = 0$ és így $\varphi = 2$, illetve $\varphi_A = \sqrt{2}$. Ismét bebizonyosodott, miért kedvelt telepítés a középen elhelye-



6. ábra

illetve

$$\operatorname{tg} \alpha_d = p(n + 1)^2$$

Az iránytangensek birtokában felírhatók légszökési potenciállal arányos területek, megadható az a viszonyszám, amely a két telepítés átlagos légszökési teljes potenciálja között fennáll, ha a szökést laminárisnak tekintjük. Esetünkben n páratlan szám. Ezt tekintve:

zett szállítóakna és peremre telepített kettő vagy több légakna.

Meg kell még vizsgálnunk, mennyire tér el a tényleges teljes légszökések aránya a potenciális teljes légszökések arányától.

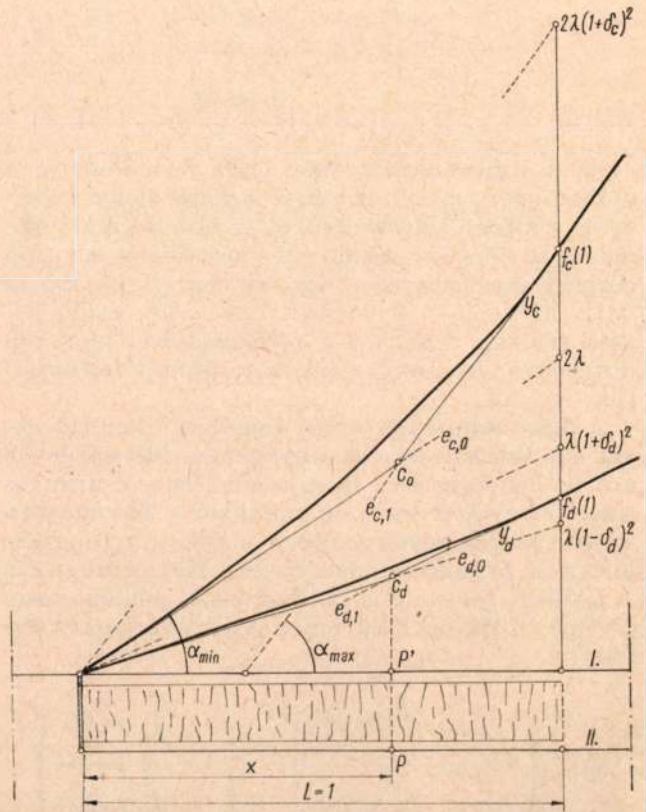
A 7. ábra szerint két folyosó közötti lefejtett térségben fennáll a légszökés lehetősége. Az F fejtést egyszer centrálisan (c), másodszor diagonálisan (d) szellőztetjük. Legyen az egyszerűbb kezelés miatt a lefejtett terület egységnyi hosszú, ugyancsak legyen egységnyi a fejtésen áthúzó levegő mennyisége is mindkét szellőztetési rendszerben. Azt is tételezzük fel, hogy a légszökések lamináris áramlással folynak le.

Modellünk esetében a potenciális teljes légszökések aránya:

$$\varphi = \frac{2p}{p} = 2$$

A tényleges teljes légszökések aránya pedig:

$$\varphi' = \frac{\delta_c}{\delta_d}$$



7. ábra

ahol δ_c a centrális, δ_d pedig a diagonális szellőztetés szökő légmennyisége.

Ezek szerint a fejtésen áthúzó egységnyi légmennyiségre vonatkoztatott légszökési százalék: $100 \delta_c$, illetve $100 \delta_d$, a lefejtett területre belépő légmennyiségre vonatkoztatott légszökési százalék pedig:

$$100 \frac{\delta_c}{1 + \delta_c}, \text{ illetve } 100 \frac{\delta_d}{1 + \delta_d}.$$

A δ értéke általában 0 és 0,4 között változik.

Fejezze ki a tényleges nyomáskülönbséget centrális szellőztetés esetében az $y_c = f_c(x)$, diagonális szellőztetésnél pedig az $y_d = f_d(x)$ függvény, amikor $0 \leq x \leq 1$, továbbá $f_c(0) = f_d(0) = 0$, mert a korábbiakban megismert b_0 legyen most is zérus értékű.

A tényleges légszökések aránya:

$$\varphi = \frac{\delta_c}{\delta_d} = \frac{\int_0^1 y_c dx}{\int_0^1 y_d dx}$$

A centrális szellőztetésnél egy tetszőleges szelvényében ($P-P'$) mind a behúzó, mind a kihúzó vágatban az időegységben ugyanazon Q_x légmennyiség áramlik, felírható tehát az alábbi differenciálegyenlet:

$$dy_c = 2\lambda Q_x^2 dx$$

Esetünkben a Q_x az egységből és a δ_c arányos részéből tevődik össze, ezért:

$$y'_c = 2\lambda \left(1 + \delta_c \frac{\int_0^x y_c dx}{\int_0^1 y_c dx} \right)^2$$

Ez a differenciálegyenlet zárt formában nem oldható meg, annyi azonban látható, hogy a független változó növekedésével az első derivált monoton növekszik, ezenkívül megadható az első derivált értéke a két határesetben: $f'_c(0) = 2\lambda$, és $f'_c(1) = 2\lambda(1 + \delta_c)^2$. A derivált csak e két érték közötti értéket veheti fel x növekedésével monoton növekedve. Az ábrán a két határértéket feltüntetjük: $e_{c,0}$, $e_{c,1}$.

A diagonális szellőztetés esetében a behúzó vágat egy tetszőleges szelvényében az időegységben áramló légmennyiség az egységből és a δ_d arányos részéből tevődik össze, ugyanakkor a légvágatban az átszivárgás révén a δ_d egy másik arányos része jelenti az áramló légmennyiséget. Figyelembe véve a $f_d(0) = 0$ feltételt is, a diagonális szellőztetésre érvényes differenciálegyenlet az alábbi formát veszi fel:

$$y'_d = \lambda \left(1 + \delta_d \frac{\int_0^x y_d dx}{\int_0^1 y_d dx} \right)^2 - \lambda \left(\delta_d \frac{\int_0^x y_d dx}{\int_0^1 y_d dx} \right)^2$$

Mivel

$$\int_x^1 y_d dx = \int_0^1 y_d dx - \int_0^x y_d dx$$

azért

$$y'_d = \lambda \left(1 + \delta_d \frac{\int_0^x y_d dx}{\int_0^1 y_d dx} \right)^2 + \lambda \left(\delta_d \frac{\int_0^x y_d dx}{\int_0^1 y_d dx} \right)^2 - \lambda \delta_d^2$$

Ez a differenciálegyenlet sem oldható meg zárt formában, annyi azonban most is látható, hogy a független változó növekedésével az első derivált értéke monoton növekszik, és a két határesetben most is megadható az első derivált értéke:

$$f'_d(0) = \lambda(1 - \delta_d^2) \text{ és } f'_d(1) = \lambda(1 + \delta_d)^2$$

Az érintők: $e_{d,0}$, $e_{d,1}$.

A nehezen kezelhető nyitott formulák helyett a gyakorlatnak jól megfelelő eljárást kell keresni.

Célszerű lehet az iterációs közelítés. Az iteráció gyorsan megadja a megkívánt pontosságot, ha a kezdő közelítő függvényt jól választjuk meg. Meggyőződünk arról, hogy a másodrendű polinom nem ad viszonylag jó közelítést. A harmadrendű polinomnak inflexiós pontja van, márpedig a differenciálegyenletekből következik, hogy a tartományon belül ($0 < x < 1$), nem lehet inflexiós pont. Ilyen megfontolások után jutottunk arra, hogy az első helyettesítő differenciálegyenlet

$$y' = a_0 + a_1 \operatorname{ch} x$$

alakú legyen. Az a_0 és az a_1 paraméterek a határookra ($x=0$; $x=1$) érvényes feltételekből határozhatók meg. Ezt elvégezve írhatjuk:

$$y'_{o,c} = 2\lambda \left[1 + \frac{2\delta_c + \delta_c^2}{\operatorname{ch} 1 - 1} (\operatorname{ch} x - 1) \right]$$

$$y'_{o,d} = \lambda \left[1 - \delta_d^2 + \frac{2\delta_d + 2\delta_d^2}{\operatorname{ch} 1 - 1} (\operatorname{ch} x - 1) \right]$$

Az integrálállandót meghatározza az a feltétel, hogy $f_0(0) = 0$, és így:

$$y_{o,c} = 2\lambda \left[x + \frac{2\delta_c + \delta_c^2}{\operatorname{ch} 1 - 1} (\operatorname{sh} x - x) \right]$$

$$y_{o,d} = \lambda \left[(1 - \delta_d^2)x + \frac{2\delta_d + 2\delta_d^2}{\operatorname{ch} 1 - 1} (\operatorname{sh} x - x) \right]$$

Két jellemző értékkel is ellenőrizhető a függvények közelítése. Az egyik: $f_0(1) \leq f_{\max}(1)$, ahol $f(1)_{\max}$ értékét az $y_{\max} = Cx$ függvény adja, a másik: $f'_0(1) = f''(1)$. A műveletek elvégzése, egyszerű-

sítés után, ha $\frac{f(1)}{\int_0^1 y dx} = 2$,

írható:

$$(2 + \delta_c) \frac{\text{sh } 1 - 1}{\text{ch } 1 - 1} \leq \frac{2}{3} + \frac{\delta_c}{5}$$

$$(1 + \delta_d) \frac{\text{sh } 1 - 1}{\text{ch } 1 - 1} \leq \frac{1}{3} + \frac{\delta_d}{5}$$

illetve

$$(2 + \delta_c) \frac{\text{sh } 1}{\text{ch } 1 - 1} \approx 4(1 + \delta_c)$$

$$(1 + \delta_d) \frac{\text{sh } 1}{\text{ch } 1 - 1} \approx 2(1 + \delta_d)$$

Ha $0 < \delta_c \approx 2\delta_d < 0,4$, akkor az egyenletek közel azonosságok.

Fejazzuk ki most már a közelítő függvényekkel φ' -t:

$$\varphi'_0 = \frac{\int_0^1 y_{o,c} dx}{\int_0^1 y_{o,d} dx} = \frac{\delta_c}{\delta_d} = 2 \frac{0,543 + 0,172\delta_c + 0,086\delta_c^2}{0,543 + 0,172\delta_d - 0,371\delta_d^2}$$

δ_d behelyettesítésével a hozzátartozó δ_c , és így φ'_0 számítható. Legyen például: $\delta_d = 0,1$, a hozzátartozó: $\delta_c = 0,21$, azaz $\varphi'_0 = 2,1$. Ha $\delta_d = 0,2$, akkor: $\delta_c = 0,45$, azaz $\varphi'_0 = 2,25$.

Az így számított φ'_0 pontossága már numerikus iterációval fokozható, ez ugyanis lényegesen könnyebb. Az első számítás szerint összetartozó δ_c és δ_d numerikus értékeit az $y_{o,c} = f_{o,c}(x)$, illetve a $y_{o,d} = f_{o,d}(x)$ egyenletekbe helyettesítjük, ezekben az egyenletekben a numerikus iteráció esetében célszerű a $\text{sh } x$ nyitott alakjának

$$\left(x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots\right)$$

első kettő esetleg három tagját helyettesíteni $\text{sh } x$ helyébe. Az így numerizált helyettesítő függvényeket az eredeti differenciálegyenletekbe

$$[y'_c = f_c(y_c) \text{ és } y'_d = f_d(y_d)]$$

helyettesítve a differenciálegyenlet megoldható, így jobb közelítő függvényekre: $y_{1,c} = f_{1,c}(x)$ és $y_{1,d} = f_{1,d}(x)$ jutunk, amelyekkel már pontosabb φ'_1 érték számítható. Természetesen ez az eljárás tovább folytatható.

Egy ilyen lépést elvégezve az előbbi $\varphi'_0 = 2,1$ most $\varphi'_1 = 2,09$, illetve az előbbi $\varphi'_0 = 2,25$ most $\varphi'_1 = 2,22$ értékre csökkent. Ezek szerint az összetartozó értékpárok is megváltoztak: $\delta_d = 0,1$; $\delta_c = 0,209$, illetve $\delta_d = 0,2$; $\delta_c = 0,444$.

Mivel a további lépések már gyakorlatilag számottevő változást nem jelenthetnek, azért megállapítható, hogy a közelítő függvények a gyakorlat igényét nagyon jól kielégítik, gyakorlatilag iterá-

cióra nincs is szükség, hiszen a közelítő függvény hibája átlagos légszökéssel számolva kereken 0,5%-ra tehető.

Vezessük be a $v = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\varphi'}{2}$ viszonyszám fogalmát.

Az előbbi két esetben $v = 1,045$, illetve $v = 1,110$.

A korábbiakban a potenciális teljes légszökések arányát általában φ -vel jelöltük. Legyen a tényleges teljes légszökések aránya általában φ' .

$$\text{Ha } \varphi = \frac{T_c}{T_d}, \text{ akkor } \varphi' = v\varphi, \text{ és ha } \varphi = \frac{T_d}{T_c}, \text{ akkor } \varphi' = \frac{1}{v}\varphi$$

Ezek szerint szükség esetén a kiigazítás elvégezhető.

Amíg a légszökési lehetőségek nem haladják meg a normális viszonyokat, addig a v értéke alig tér el az egységtől, ha pedig a légszökés már rendkívül nagy, akkor a légszökések áramlása nem tekinthető laminárisnak. A nem tiszta lamináris áramlás esetében ugyanis már a fenti összefüggések nem érvényesek, mert ekkor a

$$\varphi = \frac{\int_0^1 y_c^\alpha dx}{\int_0^1 y_d^\beta dx}$$

összefüggés szerint kellene számítani a tényleges teljes légszökések arányát. Sem az α , sem a β kitevő nem ismeretes, csak annyi igaz, hogy: $\alpha < \beta < 1$, ami a v értékének növekedését gátolja. Ezért a fenti kiigazításra gyakorlatilag nincs szükség.

Megállapíthatjuk, hogy normálisnak tekinthető légszökések esetében a könnyen számítható potenciális teljes légszökések aránya kifejezi a tényleges teljes légszökések arányát is. Ha a légszökési lehetőség a normálisnál nagyobb, akkor olyan viszonyok lépnek fel, amelyek matematikailag már nem közelíthetők meg, nem ellenőrizhetők.

Tisztán kell látni, hogy fejtegetéseinkben alkalmazott matematikai fegyverzet nélkül e könnyűnek éppen nem mondható probléma megközelítésében legfeljebb a szemlélődés szintjéig juthattunk volna el, de ugyanúgy tisztán kell látni azt is, hogy a matematikai összefüggéseket kellőképpen értelmezni kell, illetve meg kell adni azokat a korlátokat, feltételeket, amelyek mellett megközelítő eligazítást adhatnak.

Végezetül e helyen is köszönetet mondok *Esztó Zoltán* kollégámnak, aki a problémát felvetette és észrevételeivel önzetlen segítséget nyújtott.

IRODALOM

- Peascod, W.; Keane, A.*: The effects of leakage on mine ventilation. (A légszökés hatása a bányaszellőztetésben) Colliery Engineering, 1955. p: 207.
- Peascod, W.*: Reducing leakage in mine ventilation. (A légszökés csökkentése a bányaszellőztetésben) Colliery Engineering, 1955. p: 320.