**BÁNYÁSZATI ÉS KOHÁSZATI LAPOK**

**BÁNYÁSZAT**

AZ ORSZÁGOS MAGYAR BÁNYÁSZATI ÉS KOHÁSZATI EGYESÜLET FOLYÓIRATA

**107. évfolyam 7. szám 1974. július**

# A gyakorlati költségfüggvény és szerepe

Dr. ZAMBÓ JÁNOS okl. bányamérnök, akadémikus, Kossuth-díjas és Állami Díjas tanszékvezető egyetemi tanár
(Nehézipari Műszaki Egyetem, Bányaművelési Tanszék, Miskolc)

*Beszélhetünk beruházási és üzemi költségfüggvényről. A lehetséges sok változó közül csak a leglényegesebbeket tekintjük és ezek közül is legdöntőbb a bányaüzem termelési kapacitása.*

*Mindkét függvénynél $K_1=aq^u$ illetőleg $K_2=bq^v$ regressziós formula választható, mert könnyen kezelhető és jó simulást ad.*

*Szerző bemutat néhány gyakorlati eljárást, amivel a függvények megközelítő pontossággal regresszió nélkül is előállíthatók, majd megadja a függvények alkalmazását a beruházások hatékonysági vizsgálatában. Javasolja, hogy a bányászati beruházások hatékonyságának megítélésére a gyakorlat vegye figyelembe a költségfüggvények szerepét, mert ellenkező esetben nem kerülnek napfényre olyan problémák, mint pl. a kamatláb megválasztásának döntő volta és az üzemidő jelentőségének elhanyagolása.*

A bányaüzemek gazdaságossági kérdéseivel foglalkozhatunk előzetesen és utólagosan. Az előzetes vizsgálat a telepítés, a tervezés időszakára esik, az utólagos a bányaüzem egész életén át tarthat.

Az előzetes vizsgálat az optimális paramétereket igyekszik kimutatni, elemzi, összehasonlítja a különböző alternatívákat, kalkulálja a bányaüzem várható eredményét, ezen belül a beruházás hatékonyságát. Az utólagos vizsgálat ellenőrzi az előzetes kalkulációt, elemezheti azt, hogy az üzem egyes jellemzőinek változása esetleg változtatása milyen hatást gyakorol vagy gyakorolhat az üzem eredményére.

*Mindennemű gazdasági vizsgálatnak alapját a költségfüggvények jelentik.* Beszélhetünk *üzemi* és *beruházási* költségfüggvényről. Lehetséges a kettő összevonása is.

Az *üzemi költségfüggvény* megadása nem egyszerű feladat. A függvény a termelvény fajlagos költsége ($k$) és ez a függvény általában többváltozós lehet. Egy meghatározott üzemre vonatkozóan azonban a független változók száma nem sok, illetve kiválaszthatók a legjellemzőbbek. A legmeghatározóbb két változó a termelési kapacitás és a mozgatás átlagos hosszának változása. Természetesen más tényezők is hatnak a fajlagos termelési költségre, mint például a mélység, a geotermikus gradiens, a település termelékenysége, a gáz- és vízveszély mértéke, a kőzetek mechanikai tulajdonságai, a település dőlésszöge, és még sorolhatnánk tovább. Ezek a tényezők változnak előfordulások szerint, egy meghatározott előforduláson belül azonban már csak kevésbé, ezért egy meghatározott üzemre vonatkozóan ezek változásától az esetek túlnyomó részében eltekintünk. Ez nem jelenti azt, hogy egy meghatározott üzem esetében az említett tényezők nem hatnak a fajlagos költségre, csupán arról van szó, hogy ezek a függvényben nem mint változók, hanem mint a változók változatlan tényezői szerepelhetnek. Látható tehát, hogy az üzemi költségfüggvény mindig csak megközelítő függvény lehet kitüntetett változókkal és csak egy üzemre jellemző koefficiensekkel, esetleg tiszta tagokkal.

A várható üzemköltség függvényét fel lehet írni *kalkulatív-spekulatív alapon* is. Ennél azonban megbízhatóbbak a *regressziós úton* nyerhető költségfüggvények.

A spekulatív-kalkulatív alapú üzemi költségfüggvény legegyszerűbb formája:

$$k=k_1+k_2=k_1+\frac{C}{q}$$

ahol $k$ dimenziója általában Ft/t, a $k_1$ olyan fajlagos költség-részlet, amely a termelés mennyiségétől független, $C$ a napi, havi, évi állandó költség, ha $q$ a napi, havi, évi termelés t-ban.

Ez a nagyon egyszerű összefüggés azt mondja, hogy a fajlagos termelési költség eltolt helyzetű egyenszárú hiperbola szerint változik a termelés mennyiségének függvényében. Egyszerű és primitív azért, mert csak egyváltozós és azért, mert a termelés volumenjéhez ismertnek tételezi fel a $C$ értékét.

Ez a termelési költségfüggvény egyenlővé tehető a fajlagos bevétellel, amikor ezt a bevételt az őt meghatározó paraméterekkel fejezzük ki. Ilyen paraméterek lehetnek szénbányászatban a szén kalóriaértéke, hamutartalma, előkészítés esetén a szénkihozatal, ércbányászatban a termelvény fémszázaléka, a koncentrátum fémszázaléka, a súlykihozatal stb. Egyenlőség esetén az eredmény zérus értékű. Ez az egyenlőség aztán már magától kínálja a különböző függvénykapcsolatokat. Például olyat, amelyben a független változó a termelés mennyisége, függő változó valamelyik, a bevételt meghatározó tényező. A következő lépés már egyszerű, hiszen az összefüggés magától mutatja, milyen hatással van a termelés mennyiségének változása a kitüntetett tényezőre. Vagy ha úgy tetszik, alkalmazni lehet az egyváltozós függvényekre érvényes hibatovaterjedési szabályt is, ha a differencia-hatásokat akarjuk kifejezni.

Ilyen módszerrel egy működő bányaüzemben akkor lehetne operálni, ha az említett költségfüggvény valóban kifejezné a fajlagos költség változását, és ha a termelési költség mentes lehetne a beruházás visszatérítési költségétől.

Mégha el is fogadjuk a fenti egyszerű összefüggést, akkor is a gyakorlati elemzésnek akadálya van, éspedig az, hogy az üzemekben nem áll rendelkezésre a $k_1$ költség és a $C$ érték. Ezeket papiroson fel lehet venni, meg lehet becsülni, de hogy ezek a valóságot mennyire közelítik meg, arról legfeljebb csak elképzeléseink lehetnek.

Még egy lépéssel továbbmenve engedjük meg, hogy a fenti függvények alkalmasak lehetnének az eredmény alakulásának vizsgálatára. Ekkor is megmarad az a probléma, hogy azok a paraméterek, amelyek a bevételt meghatározhatják (kalóriaérték, hamutartalom, fémtartalom) általában nem az akaratunktól függő tényezők, ezeket nem lehet tetszés szerint változtatni, ezért az ilyen elemzés csak tudomásul veheti a természeti tényezők esetleges változásának hatását.

Vegyünk fel egy egyszerű ércbányászati példát és legyen

$$k_1+\frac{C}{q}=amp=vcp$$

ahol $a$ a nyersérc fémtartalma, $m$ a fémkihozatal, $p$ pedig a fém súlyegységének értéke a koncentrátumban, $v$ a súlykihozatal, $c$ pedig a koncentrátum fémtartalma. Fejezzük ki például a $v$-t:

$$v=\frac{k_1}{cp}+\frac{C}{cpq}$$

Így, ha úgy tetszik, a $v$-értéket kritikusnak is nevezhetjük, és amint az egészen természetes, ez a kritikus érték $q$ függvényében hiperbola szerint változik. Ha ez a számítási mód kényelmetlen, akkor differencia-változás esetében megengedhető, hogy lineáris változást tételezzünk fel, amikor a lineáris változás mértékszámát a $v$-nek $q$ szerinti differenciálhányadosa szabja meg. Elvileg kicsi változásnál ez megengedhető, csak éppen értelme nincsen, mert inkább komplikálja, mint egyszerűsíti a dolgot.

Maradjunk meg az egyszerű, egyváltozós üzemi költségfüggvény formula mellett:

$$K=k_1q+C$$

amikor a $q$ független változó, $K$ az időegységre eső teljes költség.

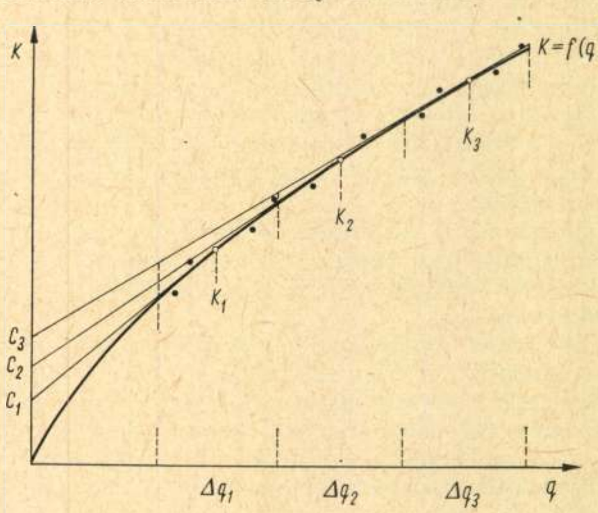
Kíváncsiak vagyunk arra, hogy egy adott üzemben mekkora a $k_1$ és $C$ értéke. Számolgatni, találgatni lehet, de *megbízható értékhez jutni csak regressziós eljárással lehet.* Regressziós eljárás lefolytatható, ha a havonta jelentkező adatokat bevisszük a regresszióba. Minél több adatunk van, annál megbízhatóbb lesz az eredmény, természetesen csak akkor, ha a $q$ ténylegesen és számottevően változik. Más szóval, a regressziós egyenes meghatározásához a $K$, $q$ rendszerben olyan pontfelhő szükséges, amely nemcsak sűrű pontokkal jelenik meg, de a pontfelhő hossztengelye a rövidebb tengelyhez viszonyítva nagy, más szóval.

$$\frac{q_{\max}-q_{\min}}{q_{\max}}=\frac{\Delta q}{q_{\max}}=\alpha$$

érték elég nagy, amikor $q_{\max}$ és $q_{\min}$ a pontfelhő két szélső pontjához tartozó érték, azaz a legnagyobb és a legkisebb termelési mennyiség. Rendszerint havi értékről van szó. Ha $\Delta q \geq 0{,}2$, akkor már többé-kevésbé elfogadható összefüggésre lehet jutni. A levezetett függvény annál jobban közelíti meg a valóságot, minél közelebb áll a korrelációs együttható az egységhez.

Számos üzem eredményeit, mint adatokat felhasználva arra jutottunk, hogy a korrelációs index csak kevés üzemnél éri el a kívánt mértéket, még azokban az üzemekben is csak részben, amelyeknél természetes zavarok (vízbetörés, tűz stb.) vagy mesterséges zavarok (könyvelési manipulációk, árváltozások stb.) kevésbé zavarták meg az üzem menetét. Ennek az az oka, hogy az állandónak vett $C$ költség valójában nem állandó.

Ha a $\Delta q$ szakaszt alszakaszokra bontjuk ($\Delta q_1$, $\Delta q_2, \ldots, \Delta q_n$), és mindegyik alszakaszra vonatkozóan megállapítjuk a regressziós egyenest, akkor számos üzem vizsgálata alapján az állapítható meg, hogy az alszakaszok iránytangense ($k_1$) csökken a $q$ növekedésével, és a $C$ érték pedig növekszik *(1. ábra)*. Célszerű tehát egy olyan regressziós formulát választani, amely ezt a tendenciát tük-



*1. ábra*

rözi, továbbá eleget tesz annak az ésszerű követelménynek is, hogy a $K=f(q)$ a $q=0$ helyen zérus értékű legyen. A

$$K=bq^{\nu}$$

függvényformula ennek a kívánalomnak eleget tesz, és nagy előnye, hogy egyszerű, linearizálható, regressziós eljárásra nagyon is alkalmas.

Képezzük a függvény érintője által kivágott $C$ érték és a függvény viszonyát:

$$\varphi=\frac{C}{K}=1-\frac{q}{K}\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}q}=1-\nu\frac{bq^{\nu}}{K}=1-\nu$$

Ezek szerint a $\varphi$ viszony állandó érték.

Ez az összefüggés felhasználható arra, hogy a $K=bq^{\nu}$ függvényt a gyakorlat igényeinek megfelelő pontossággal grafikus úton is meghatározhassuk.

Minden üzemben minden hónap összetartozó $K$, $q$ értékpárt szolgáltat, hiszen havi könyvelési adatok vannak. A dimenziókat már tetszés szerint lehet megválasztani. A *2. ábrára* felrakott értékek dimenziója $10^3$ Ft/nap, illetve t/nap. Az $S$ súlypont kijelölése után meghúzzuk a kiegyenlítő vagy regressziós egyenest. Ez a súlyponton megy át és a halmaz hossztengelyével párhuzamosan úgy osztja ketté a pontsereget, hogy a két oldalon a pontok száma lehetőleg azonos legyen. A $\nu$ kitevő számítható:

$$\nu=1-\frac{C_s}{K_s}=1-\frac{125}{480}\doteq 0{,}74$$

A $b$ koefficiens pedig a

$$480=b\cdot 1900^{0{,}74}$$

összefüggésből számítható, így esetünkben a költségfüggvény

$$K=1{,}8q^{0{,}74} \qquad [10^3\ \mathrm{Ft/n}]$$

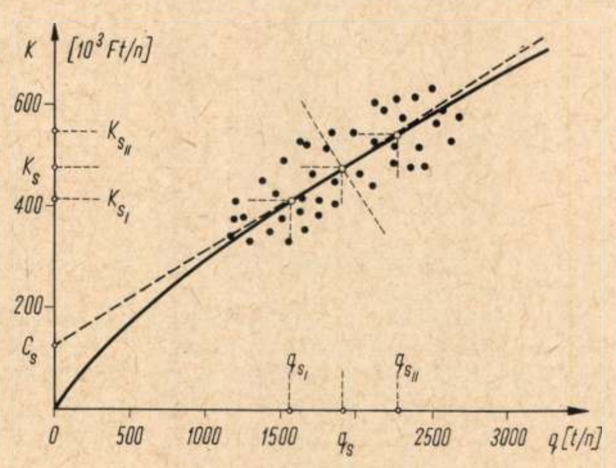
azaz

$$k=\frac{1{,}8}{q^{0{,}26}}\ [10^3\ \mathrm{Ft/t}],\ \text{illetve}\ k=\frac{1800}{q^{0{,}26}}\ [\mathrm{Ft/t}],$$

ha $q$ dimenziója t/n.

Az eljárás feltételezte azt, hogy a keresett görbe is átmegy a súlyponton, úgy, ahogy a kiegyenlítő egyenes átmegy. Valójában ez nincs így, de az eltérés annyira kicsi, hogy ez a pontatlanság megengedhető.

Bemutathatunk egy másik gyakorlati eljárást is.




*2. ábra*

Bontsuk a pontfelhőt két részre *(2. ábra)*. Az első rész súlypontjához rendelt értékek: $K_{s_{\mathrm{I}}}$, $q_{s_{\mathrm{I}}}$, a másodikhoz pedig: $K_{s_{\mathrm{II}}}$; $q_{s_{\mathrm{II}}}$.

Mivel

$$\frac{K_{s_{\mathrm{I}}}}{K_{s_{\mathrm{II}}}}=\left(\frac{q_{s_{\mathrm{I}}}}{q_{s_{\mathrm{II}}}}\right)^{\nu}$$

azért

$$\nu=\frac{\lg K_{s_{\mathrm{I}}}-\lg K_{s_{\mathrm{II}}}}{\lg q_{s_{\mathrm{I}}}-\lg q_{s_{\mathrm{II}}}}$$

Esetünkben $q_{s_{\mathrm{I}}}=1550$ t/n, $K_{s_{\mathrm{I}}}=420\cdot 10^3$ Ft/n, továbbá $q_{s_{\mathrm{II}}}=2250$ t/n, $K_{s_{\mathrm{II}}}=553\cdot 10^3$ Ft/n. Behelyettesítve:

$$\nu=\frac{\lg 420-\lg 553}{\lg 1550-\lg 2250}\doteq 0{,}737$$

A $b$ koefficiens most már számítható:

$$b=\frac{420}{1550^{0{,}737}}=\frac{553}{2250^{0{,}737}}=1{,}87$$

A fajlagos költség függvénye tehát:

$$k=\frac{b}{q^{1-\nu}}=\frac{1807}{q^{0{,}263}} \quad \mathrm{Ft/t}.$$

Az $\nu$ kitevő értéke általában üzemenként változó. A $\nu$ értéke inkább nagyobb, ha a termelés a munkahelyek számának növelésével emelkedik, az egyes munkahelyek, fejtések azonban ugyanazt a technológiát követik. Ha a fejtésekben valamilyen okból a tömegtermelés fokozódik, akkor a $\nu$ értéke is csökken.

A *3. ábrán* a $\nu$ változása látható. Az abszcisszán a termelés (t/n) százalékos növekedése látható, az ordinátán pedig a fajlagos termelési költség százalékos csökkenése figyelhető meg.

A

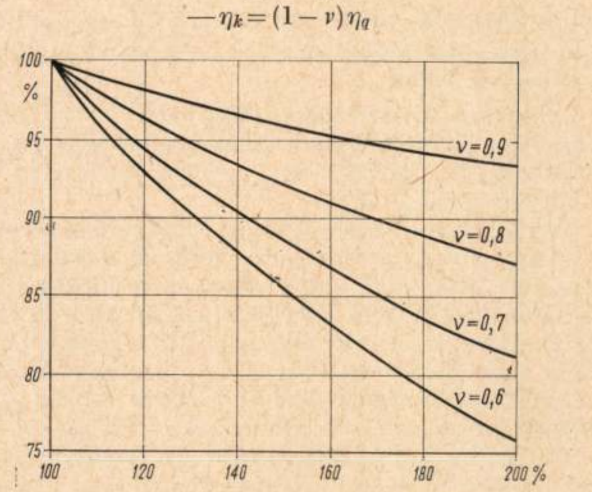
$$K=bq^{\nu}$$

és

$$k=\frac{b}{q^{1-\nu}}$$

függvények differenciálásával könnyen kimutatható, hogy

$$\eta_K=\nu\eta_q$$
$$-\eta_k=(1-\nu)\eta_q$$




*3. ábra*

ahol $\eta_q$ a termelés mennyiségében beálló százalékos változás, $\eta_K$ az időegységhez tartozó teljes költség, $\eta_k$ pedig a fajlagos költség százalékos változása. Pl. egy százalékos termelésnövekedésnek $1-\nu$ százalék költségcsökkenés felel meg. Ez az érintővel operáló összefüggés csak bizonyos határokig ad megközelítőleg jó értéket, el lehet fogadni $\pm 10\%$ változásig. Ezen felül már az érintő számottevően elválik a görbétől, a változás mértékét a függvényekbe való behelyettesítéssel és különbségképzéssel célszerű kimutatni. Például $k$ esetében

$$\Delta k = \frac{b}{q_0^{1-\nu}} - \frac{b}{q_x^{1-\nu}}$$

ahol $q_0$ a bázis érték, $q_x$ pedig a változó érték.

Ha tehát úgy fejezzük ki magunkat, hogy a termelés egy százalékos változása a fajlagos költségben $1-\nu$ százalék változást jelent, akkor ez megközelítően érvényes, és így is csak addig, amíg a termelésváltozás nem nagy (kb. kisebb, mint 10%).

A költségfüggvény megalkotásához szükséges megbízható adathalmazt leginkább a felfutó üzemek adhatják meg, különösen akkor, ha a felfutás gyors. A rövid felfutási idő alatt a termelés változása nagyarányú, a bér- és anyagár-mozgások relatíve kicsik. Mivel a felfutó üzemek száma kevés, azért más megfigyelési módhoz is kell folyamodni. Ilyen megfigyelési módot tesz lehetővé az

$$\eta_K = \nu \eta_q$$

összefüggés. Különösen a szénbányászatra jellemző az, hogy a téli hónapokban többet termel, mint a nyári hónapokban. Még egy éven belül is több $\eta_{K_i}$, $\eta_{q_i}$ összetartozó értékpár figyelhető meg, ezek mindegyikéből $\nu_i$ érték számítható, amikor ezek átlaga adhat alapot a költségfüggvény megalkotásához. A $\nu$ kitevő értéke az évek során újabb és újabb adatok segítségével pontosítható. Egy-két megfigyelés még nem ad megbízható értéket.

A költségfüggvény gyakorlati szerepe csökken, ha a fajlagos termelési költségre más külső tényezők is hatnak, mint pl. a bér- és anyagármozgások stb. Ezek ugyanis szuperponálódnak a költségfüggvényre. Úgy is lehetne mondani, hogy a

$$K = cbq^{\nu}$$

összefüggés lesz érvényes. A $c$ szorzót az említett mozgások alakulása határozza meg, amikor $c$ függvénye az időnek is.

Ha a $c$ szorzó lényeges szerepet tölt be, és változása nem kalkulálható megbízható módon, akkor felmerülhet a kérdés, van-e egyáltalán értelme a költségfüggvénynek?

Minél nagyobb szerep jut a $c$ tényezőnek, a költségfüggvény annál kevésbé időálló. Ha például azt akarjuk kalkulálni, hogy $q_1$ napi termelésről $q_2$ napi termelésre való felmenetel esetén hogyan alakul a fajlagos termelési költség, a költségfüggvény csak akkor lesz megbízható, ha a termelésváltozás viszonylag rövid idő alatt következik be. Ez egyaránt érvényes abban az esetben is, ha $q_2 > q_1$, és akkor is, ha $q_2 < q_1$. Más szóval: a $c$ tényező szerepének növekedésével a költségfüggvény érvényességi határa időben csökken.

A költségfüggvényeknek jelentős szerep jut a beruházások megítélésénél. Szerepe van a

$$K = bq^{\nu}$$

üzemköltség-függvénynek és a

$$K_B = aq^{\mu}$$

beruházási költségfüggvénynek.

Az érvényben levő előírások szerint egy beruházást csak akkor lehet pozitívnak tekinteni, ha a beruházás megkezdésétől számítva 15 év múlva az eredmény legalább zérus értékű, azaz

$$H' - K'_B + K'_{Bm} = 0$$

Legyen a beruházás időszaka $m$ év, így a számba vehető üzemidő 15—$m$ év. A $H'$ érték 15—$m$ év tiszta hasznának a kezdőpontra diszkontált értéke, $K'_B$ a beruházási költség kamatosított értéke az üzem kezdéséig, azaz az $m$ év alatt jelentkező évi beruházási költségeket kamatosítani kell $m-1$; $m-2$;. . . ; 1 éven át, és ezek összege a $K'_B$. A $K'_B$ és $K_B$ közötti összefüggés $K'_B = fK_B$ formában is kifejezhető. A $K'_{Bm}$ a beruházott érték maradványa, azaz az üzemkezdésre vonatkoztatott diszkontált értékről van szó, tehát

$$K'_{Bm} = \frac{K'_B}{p^{15-m}} = \frac{faq^{\mu}}{p^{15-m}}$$

ahol $p$ a kamattényező. Mivel az előírt kamatláb 12%, azért $p = 1{,}12$.

Az évi tiszta haszon:

$$H_0 = qe - bq^{\nu}$$

összefüggéssel fejezhető ki, ahol $e$ a fajlagos árbevétel.

Így a kritikus összefüggés

$$(qe - bq^{\nu})\frac{p^{15-m} - 1}{\delta p^{15-m}} - faq^{\mu} + \frac{faq^{\mu}}{p^{15-m}} = 0$$

azaz

$$qe - bq^{\nu} - \delta faq^{\mu} = 0$$

ahol $\delta = p - 1$.

Ez az összefüggés azt jelenti, hogy az érvényben levő rendelkezések szerint a beruházás már pozitívnak tekinthető, ha az évi tiszta haszon ($H_0$) eléri az üzemkezdésig kamatosított beruházási költség 12%-át, általában annyi százalékát, ahány százalék az érvényes kamatláb. Mivel

$$\frac{K_B}{H_0} = t$$

és

$$t' = ft$$

azért 12%-os kamatláb mellett

$$t = \frac{8{,}\dot{3}}{f}$$

amikor $t$ az egyszerű megtérülési idő. Ha például $f = 1{,}4$, akkor $t = 6{,}9$ év.

Ma a beruházások megítélésében az ún. $D$ mutatónak fontos szerepet tulajdonítunk. A beruházás akkor tekinthető pozitívnak, ha a $D$ mutató legalább egységnyi, más szóval akkor, ha

$$D = \frac{H'}{K'_B - K'_{Bm}} \geq 1$$

A kamatosítás és a diszkontálás miatt bonyolultnak tűnő $D$ mutató egyszerűen is kifejezhető:

$$D \geq 1$$

ha

$$t \leq \frac{8{,}3}{f}$$

Természetesen ez az összefüggés csak tájékoztató jellegű, mert az elvi összefüggésekben felfutás nélküli évi egyenletes termelést tételeztünk fel. A gyakorlati számítás ezt nem tételezheti fel, az éveket egyenként veszi figyelembe, amikor $H_0$ minden évben más és más lehet. A gyakorlati számítás az évi értékeket kumulálja.

A kritikus összefüggés alkalmas arra, hogy belőle a kritikus termelési kapacitás számítható legyen. Vegyünk fel számszerű adatokat:

$$\begin{aligned} K_B &= 1900\, q^{0,92}\ [10^6\ \mathrm{Ft}] \\ K &= 350\, q^{0,83}\ [10^6\ \mathrm{Ft/év}] \\ p &= 1{,}12 \\ f &= 1{,}4 \\ e &= 550\ [\mathrm{Ft/t}] \end{aligned}$$

Behelyettesítve:

$$55q - 35q^{0,83} - 32q^{0,92} = 0$$

Az egyenlet gyakorlatilag kielégül, ha $q \doteq 4{,}85 \cdot 10^6$ t/év.

Ha a kamatláb 5% lenne, akkor $f = 1{,}16$ és $\delta = 0{,}05$. Ennek megfelelően egyenletünk:

$$55q - 35q^{0,83} - 11q^{0,92} = 0$$

Az egyenlet kielégül, ha $q \doteq 0{,}3 \cdot 10^6$ t/év.

A fentiek alapján két alapvető következtetés vonható le.

Az egyik: az érvényben levő megítélési mód nem veszi tekintetbe az ásványvagyon mennyiségét, hiszen az ún. $D$ mutató összefüggésében az ásványvagyon mennyisége nem szerepel, más szóval a megítélés egyik legfontosabb paraméterét ez a mutató számba sem veszi.

A másik: a mutatóhoz kritikus termelési kapacitás tartozik, ez pedig igen nagy mértékben függ a megválasztott kamatlábtól. A felvett példa esetében 12%-os kamatláb esetén a beruházás csak akkor számít hatékonynak, ha a termelési kapacitás legalább $4{,}85 \cdot 10^6$ t/év, ezzel szemben 5%-os kamatláb esetén már akkor is, ha a termelési kapacitás legalább $0{,}3 \cdot 10^6$ t/év.

Következik ezekből: helytelen lenne egy mutatót fenntartás nélkül elfogadni, még mielőtt alaposabb elemzéssel gyengeségeit felfednénk.

A költségfüggvényeknek lényeges szerepük lehet még például az *optimális termelési kapacitás* meghatározásában is.

Adott ásványvagyon esetében kamatosítás nélküli költségfüggvény:

$$k = \frac{aq^{\mu}}{Q} + \frac{b}{q^{1-\nu}}$$

Szélsőérték számítással kimutatható, hogy az optimális termelési kapacitás:

$$q = \left( \frac{(1-\nu) bQ}{a\mu} \right)^{\frac{1}{\mu - \nu + 1}}$$

összefüggéssel adható meg. Az előbbi számadatokat behelyettesítve:

$$q \doteq \frac{Q^{0,917}}{22{,}2} \quad [10^6\ \mathrm{t/év}]$$

Ha pl. $Q = 100 \cdot 10^6$ t, akkor $q \doteq 3{,}1 \cdot 10^6$ t/év.

Kamatosítás esetén az optimális termelési kapacitást a

$$k' = \frac{\delta f a}{q^{1-\mu}} \frac{p^{\frac{Q}{q}}}{p^{\frac{Q}{q}} - 1} + \frac{b}{q^{1-\nu}}$$

egyenlet megoldása adja. Legyen $Q = 100 \cdot 10^6$ és $p = 1{,}12$, azaz 12%-os kamatlábbal dolgozunk, $f = 1{,}4$. Így beheleyettesítés után:

$$k'_1 = \frac{320}{q^{0,08}} \frac{1{,}12^{\frac{100}{q}}}{1{,}12^{\frac{100}{q}} - 1} + \frac{350}{q^{0,17}}$$

Ha a kamatláb 5%, akkor $p = 1{,}05$, $f = 1{,}16$ és $Q$ legyen most is $100 \cdot 10^6$ t. Behelyettesítés után:

$$k' = \frac{110}{q^{0,08}} \frac{1{,}05^{\frac{100}{q}}}{1{,}05^{\frac{100}{q}} - 1} + \frac{350}{q^{0,17}}$$

A *4. ábrán* a költségfüggvényeket ábrázoló görbék láthatók. A $k = f(q)$ költségfüggvényhez $q \doteq 3{,}1 \cdot 10^6$ t/év, a $k'_1 = f_1(q)$ függvényhez $q_1 = 4{,}65 \cdot 10^6$ t/év, és a $k'_2 = f_2(q)$ függvényhez $q_2 = 3{,}5 \cdot 10^6$ t/év optimális termelési kapacitás tartozik. Ha $q = 3{,}1$ értéket 100-nak tekintjük, akkor $q_1$-hez 150 és $q_2$-höz 113 tartozik. Ha pedig a $q$-hoz tartozó fajlagos költséget vesszük 100-nak, akkor $q_1$-hez 170 és $q_2$-höz 121 tartozik.

*Egyetlen számszerű példa is megmutatta, hogy a 12%-os kamatláb megengedhetetlen torzulásokat hoz létre.*

Ugyanezt kell tapasztalnunk akkor is, ha az eredményt tekintjük. A kamatosítás nélküli eredmény ($p = 1$):

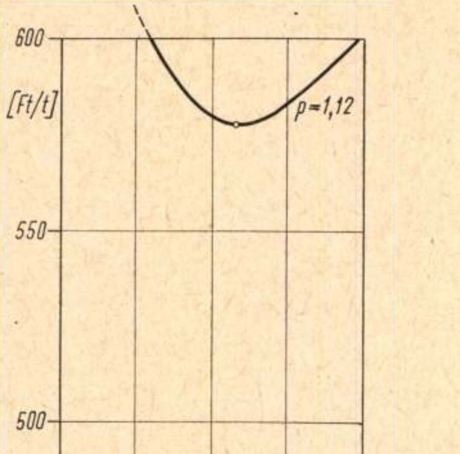
$$E = Q\left(e - \frac{b}{q^{1-\nu}}\right) - aq^{\mu}$$

A kamatos eredmény:

$$E' = A - B = q\left(e - \frac{b}{q^{1-\nu}}\right) \frac{p^{\frac{Q}{q}} - 1}{\delta p^{\frac{Q}{q}}} - faq^{\mu}$$

ahol $e$ [Ft/t] a fajlagos árbevétel, $Q$ a kitermelhető ásványvagyon [$10^6$ t]. Az $E$ dimenziója: $10^6$ Ft. A kamatos eredményben az $A$ érték az évi tiszta jövedelmeknek az üzemkezdésre diszkontált értéke, $B$ pedig a beruházási költségnek ugyanerre az időpontra kamatosított értéke, amikor $f$ a kamatosítási faktort fejezi ki.

Ha az előbbi példa adatait behelyettesítjük, akkor az $E = f(q)$ függvények görbéit az *5. ábrán* figyelhetjük meg. Most is megállapítható, hogy a magas kamatláb erősen torzít, esetünkben olyannyira, hogy $p = 1{,}12$ mellett az eredmény negatív.




4. ábra

Az optimális termelési kapacitást köthetjük a legnagyobb haszonhoz is. Ha az optimális termelési kapacitást a fajlagos költség minimumához kötjük *(4. ábra)*, akkor ez az $a$, $b$ tényezők, a $\mu$, $\nu$ kitevők és $p$ kamattényező függvénye; ha az optimális kapacitást az eredmény maximumához kötjük, akkor kamatosítás esetén még az $e$ árbevételnek is szerepe van. Ha $p=1$, azaz kamatosítás nélkül dolgozunk, akkor a fajlagos költség minimuma és az eredmény maximuma szerinti optimális termelési kapacitás megegyezik. Erről a szélsőérték számítás alapján könnyen meggyőződhetünk, a szélső értéket meghatározó két egyenletünk ugyanis megegyezik, azaz

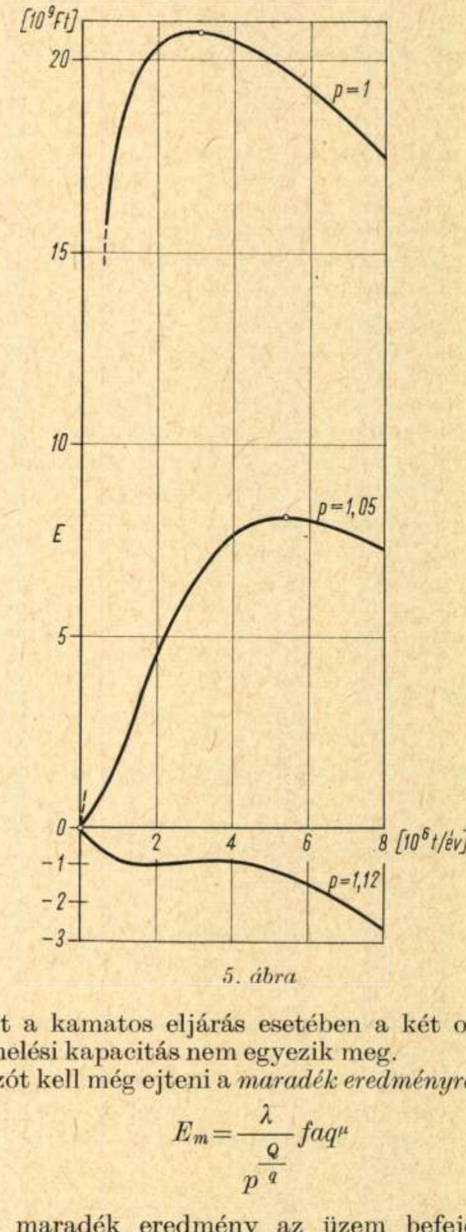
$$\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}q}=\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}q}=0=Qb(1-\nu)-\mu a q^{\mu-\nu+1}$$

ahonnan mindkét esetben az ismert összefüggésre jutunk:

$$q=\left(\frac{(1-\nu)bQ}{\mu a}\right)^{\frac{1}{\mu-\nu+1}}$$

Mivel

$$\frac{\mathrm{d}k'}{\mathrm{d}q}\neq\frac{\mathrm{d}E'}{\mathrm{d}q}$$




5. ábra

azért a kamatos eljárás esetében a két optimális termelési kapacitás nem egyezik meg.

Szót kell még ejteni a *maradék eredményről:*

$$E_m=\frac{\lambda}{p^{\frac{Q}{q}}}faq^{\mu}$$

A maradék eredmény az üzem befejezésekor megmaradó érték diszkontálva az üzemkezdés idejére. A $\lambda \leq 1$, azaz elvileg $E_m$ legnagyobb értéke $\lambda=1$ esetében lehet, azaz a teljes beruházási összeg diszkontált értéke. Gyakorlatilag ez az érték nem igen jöhet számításba, mert bányászati vonatkozásban a diszkontidő nagy és $\lambda$ értéke az egységnek egészen kicsi töredéke. Pl. $\lambda=0{,}1$ és 30 éves üzemidő mellett 12%-os kamatláb esetén

$$E_m=\frac{0{,}1faq^{\mu}}{1{,}12^{30}}=0{,}0033faq^{\mu}$$

azaz kereken 3 ezrelékről van szó.

Végül is megállapítható, hogy *a nagy kamatláb torzítása nem fogadható el.* Mivel a normálisnak tekinthető kamatláb alapján is a számított optimális kapacitás mindig nagyobb, mint a kamatosítás nélkül számított, ezért célszerű ebből kiindulni azzal, hogy az alsó határt jelenti.

*Összefoglalva* megállapíthatjuk:

*1.* A költségfüggvények megbízhatósága az ár- és bérmozgások következtében csökken, illetve a

$$K_B=aq^{\mu}$$

és

$$K = bq^{\nu}$$

alapvető költségfüggvények $a$ és $b$ koefficiensei, valamint $\mu$ és $\nu$ kitevői csak akkor lesznek megbízhatóak, csak akkor fejezik ki termelt mennyiség ($q$) hatását a költségekre, ha azok meghatározásához felhasznált adatokból az ár- és bérmozgások hatását kiszűrjük.

*2.* A tapasztalat szerint nem minden üzem adatai alkalmasak arra, hogy belőlük elfogadható költségfüggvény legyen levezethető. Az ár- és a bérmozgások mellett zavart okozhatnak a természeti nehézségek (tűz, víz, gáz stb), de mesterséges zavarok is vannak, mint például a könyvelési manipulációk, egyes költségek változó figyelembevétele stb. Ha a természeti jelenségek hatása hiányzik, ha az ár- és bérmozgásokat kiszűrjük, és ezek után is el nem fogadható költségfüggvényre jutunk, akkor ennek okát az üzemvezetés, az üzemszervezés hiányosságaiban kell keresnünk. Más szóval: *az abnormális költségfüggvény alapvető hiányosságokra hívhatja fel a figyelmet.* Így például, ha a természeti jelenségek, az ár- és bérmozgások hatásának kiszűrése után a

$$K = bq^{\nu}$$

üzemköltség függvényben $\nu \geq 1$, akkor alapvető művelési, üzemszervezési hiányosságokra kell gondolnunk.

*3. A költségfüggvényeknek új üzemek beruházási hatékonyságának vizsgálatában lényeges szerepük van.* A gyakorlat ezt nem veszi figyelembe, a megítélésnél a hagyományos kalkulációs eljárást követjük, amelyben lényeges szerep juthat a szubjektív ítéletnek. A halmazok vizsgálata csak elvben létezik, gyakorlatilag ez az eljárás, mint objektív eljárás még gyökereket sem eresztett.

*4.* A költségfüggvények nem kapnak szerepet a beruházási mutatókban, így nem kerülhetnek napfényre bizonyos alapvető összefüggések, elsősorban a kamatláb megválasztásának döntő szerepe, az üzemidő szerepének elhanyagolása.

*5.* A nagy kamatláb (12%) erős torzuláshoz vezet, és csak a közeljövőt tekinti, nem tiszteli az üzemidőt. A magas kamatlábnak azt a szerepet kellene betöltenie, hogy a beruházás idejének megrövidítésére, az üzem felfuttatásának meggyorsítására ösztönözzön. Mindkét szempont alapvetően fontos, bennük kifejezésre juthat egy iparág potenciális lehetősége, ütőképessége és szervezettsége. Ezeket a feltételeket egymaga a kamatláb nem helyettesítheti, legfeljebb megmutathatja azt, hogy ezek a feltételek milyen mértékben vannak meg.

## IRODALOM

*Dr. Tarján G.:* Számítási módszer ércbányák gazdaságosságának kritikus értékeire. Bányászati és Kohászati Lapok BÁNYÁSZAT, 106. évf. 1973. 10. sz. p. 649—651.

*Dr. Zambó J.:* Településelmélet a bányászatban. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1966.

# Hazai hírek

### Robbantástechnikai szakmai nap

Az Országos Magyar Bányászati és Kohászati Egyesület és a Magyar Kémikusok Egyesülete, a MTESZ Kiállítási Csoport, valamint a Bányászati Robbantástechnikai Szakbizottság közreműködésével 1974. március 26-án *robbantástechnikai szakmai napot* rendezett.

A szakmai napot, melyen kb. 70 fő vett részt, *Sátory Sándor*, a szakbizottság titkára nyitotta meg. Üdvözölte a megjelenteket és bemutatta a *Dyno Industrier A/S* norvég cég képviselőit: *C. F. Mathiesen* általános mérnököt, a robbanóanyag osztály igazgatóját és *T. Larssont*, a természettudományok kandidátusát, a robbanóanyag osztály munkatársát.

Bejelentette, hogy a norvég cég megbízottjai a meghívóban is szereplő „*Korszerű norvég ipari robbanóanyagok*” összefoglaló cím alatt két-két előadást fognak tartani.

Első előadóként *C. F. Mathiesen* bemutatta a *Dyno* céget, ismertette a vállalat fontosabb szervezeti egységeit és termelési profilját. Közölte, hogy a vállalat a távműködtetésű robbanóanyaggyártáshoz acél lemezek közé töltött homokfallal kiképzett, megfelelően méretezett épületeket is gyárt és emellett autóra szerelt keverőberendezésekkel robbanóanyagot (*ANFO*, illetve robbanózagy) a helyszínen előállítva — nagyvolumenű robbantási szolgáltatásokat is végez. A gépkocsin egy-egy alkalommal 12 tonna robbanóanyag keverése történhet meg és a fúrólyukba töltés után a kocsinak alapanyagért a központi raktárba kell visszamennie. *ANFO*, illetve robbanózagy előállítására 3 központ — egy-egy külfejtéses művelésű vasércbányához kapcsolódó — telepük van.

A második előadásban *T. Larsson* azokat az okokat ismertette, amelyek a céget a robbanóanyagok korszerű gyártására késztették. Az elsők között említette meg a biztonságot. Ennek érdekében tértek át a töltényezett (hagyományos) robbanóanyagok gyártásánál a *távműködtetésű* gépekre és szorgalmazták az *ANFO*, illetve a robbanózagy elterjesztését, amikor is kifejezetten *robbanóanyagot nem szállítanak, hanem azt a helyszínen az alapanyagok összekeverésével állítják elő.*

Ezt követően *C. F. Mathiesen* a hagyományos robbanóanyag termelésének főbb technológiáit, majd a gyártásukra szolgáló — már említett — acélházak méreteit, szerkezeti kivitelét ismertette.

Befejezésként *T. Larsson* áttekintést adott az *ANFO* és a robbanózagyok felhasználásánál alkalmazott technológiákról. Ennek illusztrálására filmen mutatta be e korszerű robbanóanyagok in situ gyártását és fúrólyukba töltését.

Az előadások nagy érdeklődést váltottak ki és kérdések hangzottak el az *ANFO* illetve a robbanózagyok minősítő vizsgálatára, az acélházas épületekben tárolható (tartható) robbanóanyag mennyiségére, az épületek méretezésére, a helyszíni keverőberendezést kiszolgálók szakmai képzettségére stb. vonatkozóan.

A hallgatóság nevében *Sátory Sándor* mondott köszönetet a tartalmas és több kérdésben újdonságot tartalmazó előadásokért, míg a vendégek részéről *C. F. Mathiesen* köszönte meg a jelenlevők türelmét és figyelmét.

*Sátory Sándor*