

A produktív területen kívül telepített aknák helyének kijelöléséről

DR. h. c. DR. ZAMBÓ JÁNOS okl. bányamérnök,
Kossuth-díjas és Állami-díjas tanszékvezető egyetemi tanár, a Magyar Tudományos Akadémia rendes tagja
(Nehézipari Műszaki Egyetem, Bányaműveléstani Tanszék, Miskolc)

Gazdag és nagy mélységben fekvő, vagy meredek dőlésű előfordulásoknál az aknák védőpillérében lekötött ásványvagyron és a velejáró értékvesztés jelentős lehet. Kívánatos tehát a produktív területen kívül telepített aknák optimális helyének meghatározása azzal a feltétellel, hogy a telepítési hely függvényében kifejezhető mozgatási költség a legkisebb legyen.
A szerző levezeti az elméleti összefüggéseket és néhány gyakorlati példát mutat be, amelyekből kitűnik, hogy a bonyolultnak látszó feladatok viszonylag egyszerűen oldhatók meg.

A produktív területre telepített aknák védőpillérében lekötött ásványvagyron jelentős lehet, annál nagyobb, minél vastagabb a produktív zóna és minél mélyebben fekszik. A pillérben lekötött ásványvagyron a meredek dőlésű előfordulásoknál is relatíve nagy lehet. Természetesen a védőpillérben lekötött ásványvagyron mennyisége egy adott előfordulásnál függ az akna telepítési helyétől, a területre jellemző határszögtől és attól is, hogy a külszínen az akna környékén mekkora területet kell megvédeni a káros mozgásoktól. Szerepe van még az ásványkincs fajlagos értékének is. Minél értékesebb ásványkincsről van szó, annál nagyobb ugyanis a védőpillérben lekötött ásványvagyron következtében keletkező értékvesztés.

Az újabb előfordulások egyre inkább a nagyobb mélységekben jelentkeznek, ezért nem éreztelen foglalkozni a produktív területen kívüli aknák telepítési helyének megválasztásával.

Jelen vizsgálatunkban tehát két alapvető feltételből indulunk ki. Az egyik az, hogy az aknát, illetve aknákat úgy kell telepíteni, hogy védőpillérükben hasznosítható ásványvagyron ne legyen, a másik pedig az, hogy ilyen kényszerfeltétel mellett a mozgatás és mozgás költségei a lehető legkisebbek legyenek.

Az általános eljárás nem nélkülözheti az elméleti alapok ismeretét, ezért a kérdéssel előbb elméleti alapon foglalkozunk.

Az 1. ábra szerint legyen adva a síkon két görbe vonal: $y_a = y_a(x_a)$ és $y_b = y_b(x_b)$. A görbék egyenletét természetesen nem ismerjük, de — mint látni fogjuk — erre gyakorlatilag nincs is szükség, elég, ha a görbék térképíleg ismertek. Az a jelű görbe \widehat{AB} ívszakaszán a hosszegységre Q_0 súly esik, azaz a teljes súly: $Q = Q_0 \cdot \widehat{AB}$.

A feladat a következő: az \widehat{AB} ív mentén egyenletesen eloszló súlyt gyűjtsük össze egy $P_a[x_a, y_a(x_a)]$ pontba, amikor a mozgatás az ív mentén történik, majd a P_a pontból az összegyűjtött Q súlyt az s_{ab} egyenes szakaszon mozgassuk a b jelű görbe $P_b[x_b, y_b(x_b)]$ pontjáig, és végül a P_b pontból s_{bR} egyenesen egy adott $R[x_R, y_R]$ pontig. Az \widehat{AB} íven való mozgatás fajlagos költsége legyen k_a ,

az s_{ab} egyenes szakaszon k_{ab} és az s_{bR} egyenes szakaszon pedig k_{bR} .

A kérdés: hol kell a P_a és P_b pontokat megválasztani az a , illetve b jelű görbéken, hogy a mozgatás teljes költsége a legkisebb legyen?

Legyen a $P_0[x_0, y_0]$ pont az \widehat{AB} ív felező pontja és legyen $\widehat{AP}_0 = \widehat{P}_0B = \widehat{s}_0$. A teljes költség:

$$K = Q_0(\widehat{s}_0^2 + \widehat{s}_a^2)k_a + Q(s_{ab}k_{ab} + s_{bR}k_{bR})$$

ahol

$$\widehat{s}_a = \int_{x_0}^{x_a} \sqrt{1 + [y'_a(x_a)]^2} dx_a$$

$$s_{ab} = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + [y_a(x_a) - y_b(x_b)]^2}$$

$$s_{bR} = \sqrt{(x_b - x_R)^2 + [y_b(x_b) - y_R]^2}$$

továbbá

$$y'_a(x_a) = \operatorname{tg} \alpha_a$$

$$y'_b(x_b) = \operatorname{tg} \alpha_b$$

A mozgatás teljes költségének szélsőértéke van, ha:

$$\frac{\partial K}{\partial x_a} = \frac{2Q_0k_a}{\cos \alpha_a} + Q(\cos \varphi_{ab} + \sin \varphi_{ab} \operatorname{tg} \alpha_a)k_{ab} = 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial x_b} = (\cos \varphi_{ba} + \sin \varphi_{ba} \operatorname{tg} \alpha_b)k_{ab} + (\cos \varphi_{bR} + \sin \varphi_{bR} \operatorname{tg} \alpha_b)k_{bR} = 0$$

ahol

$$Q_a = Q_0 \widehat{s}_a$$

Az egyszerűség kedvéért legyen

$$\frac{Q_a}{Q} = \lambda$$

Ezek után egyenletrendszerünk:

$$2\lambda + \frac{k_{ab}}{k_a} \cos(\varphi_{ab} - \alpha_a) = 0$$

$$\frac{k_{ab}}{k_a} \cos(\varphi_{ba} - \alpha_b) + \frac{k_{bR}}{k_a} \cos(\varphi_{bR} - \alpha_b) = 0$$

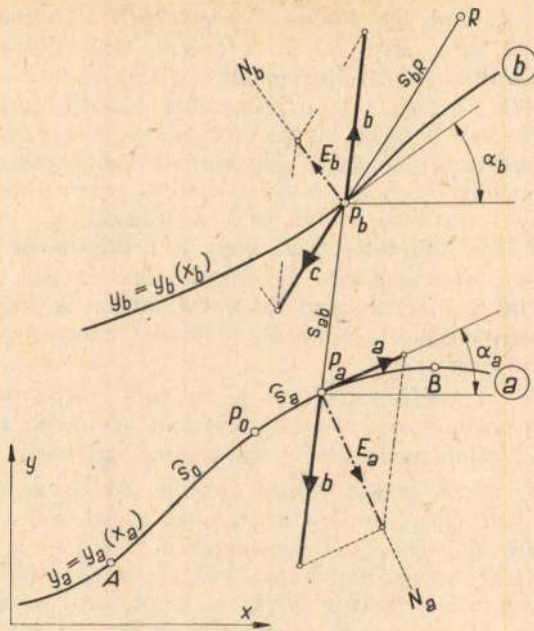
ahol a φ irányszöveget jelent, α_a és α_b a P_a , illetve a P_b pontokhoz tartozó érintők hajlásszöge.

Az egyenletrendszer rövidebben is írható:

$$a + b \cos(\varphi_{ab} - \alpha_a) = 0$$

$$b \cos(\varphi_{ba} - \alpha_b) + c \cos(\varphi_{bR} - \alpha_b) = 0$$

Megállapítható tehát: P_a és P_b pontok akkor jelölik ki a teljes költség szélső értékét, ha a P_a pontot támadó a és b vektor eredője (E_a) a P_a ponthoz tartozó normálisba (N_a), a P_b pontot támadó b és c vektor eredője (E_b) pedig a P_b ponthoz tartozó normálisba (N_b) esik.



1. ábra

Elvileg több ilyen pont is lehetséges, a minimumot azok jelölik ki, amelyekhez a legkisebb eredők (E_a , E_b) tartoznak.

Az a vektor tulajdonképpen eredővektor. Jelöljük a $Q_0 \cdot P_a A$ értéket Q_b -vel, a $Q_0 \cdot P_a B$ értéket pedig Q_j -vel, így:

$$2 Q_a = Q_b - Q_j$$

Az a vektor tehát valóban eredővektor, az egyik vektor $Q_b k'_a$, a másik $Q_j k''_a$, amikor a két vektor iránya azonos, azaz a P_a ponthoz tartozó érintő, értelmük azonban ellentétes. Ezek szerint azt is lehet mondani, hogy a P_a pontot három vektor támadja, amelyeknek eredője a P_a -hoz tartozó normálisba esik.

Ha $k_{ab} = k_{bR}$, akkor a második egyenlet szerint s_{ab} és s_{bR} egy egyenesre esnek, és így az első egyenlet:

$$a + b \cos(\varphi_{aR} - \alpha_a) = 0$$

Ez azt jelenti, hogy ebben az esetben úgy kell tekinteni a feladatot, mintha a b jelű görbe nem is lenne.

Lehetséges a feladatnak olyan változata is, amikor az R pont hiányzik, azaz a Q súlyt csak a b jelű görbe valamelyik pontjáig kell mozgatni. Ez esetben a második egyenlet:

$$b \cos(\varphi_{ba} - \alpha_b) = 0$$

Ez csak akkor lehetséges, ha

$$\varphi_{ba} - \alpha_b = 90^\circ$$

azaz csak akkor, ha s_{ab} egyenes szakasz merőleges a b jelű görbére. Itt is lehetséges, hogy ezt a feltételt a b jelű görbe több pontja is kielégíti. Gyakorlatilag ez nagyon ritka jelenség, ha előfordul, könnyű kiválasztani azt az esetet, amelyhez a legkisebb költség tartozik.

Az ilyen feladatok csak iterációs eljárással és célszerűen rajzban oldhatók meg. Az iterációs

eljárás — még ha rajzi úton történik is — eléggé nehézkes. Lényeges az első lépés megválasztása. Ha például az 1. ábrában megadott feladatot kell megoldani, az első lépés célszerűen az lehet, hogy az a jelű görbének egy olyan P'_a pontját keressük meg, ahonnan egy egyenes szakasszal jutunk el az R pontig (2. ábra), azaz a P'_a pontot támadó a' és b' vektorok eredője (E'_a) a P'_a ponthoz tartozó normálisba (N'_a) esik, amikor a b' vektorban szereplő fajlagos költség a k'_{ab} és k'_{bR} -ből tevődik össze a hozzájuk tartozó s'_{ab} és s'_{bR} távolságok arányában.

A következő lépést már értelemszerűen kell kijelölni. Ha $k'_{bR} < k'_{ab}$, akkor a P'_b pontot úgy kell elmozdítani, hogy az s'_{bR} növekedjék, az s'_{ab} pedig csökkenjen. Értelemszerűen és hasonlóan járhatunk el a P'_a pont mozgásában is.

A 3. ábrán felvázolt feladat az előzőek alapján könnyen megérthető. Egy bizonyos súlyt kell mozgatni S ponttól R pontig, amikor a két pont között két görbe helyezkedik el és minden egyes szakaszhoz más fajlagos költség tartozik. A szélsőérték két feltételi egyenlete könnyen felírható:

$$\cos(\varphi_{sa} - \alpha_a) + \frac{k_{ab}}{k_{sa}} \cos(\varphi_{ab} - \alpha_a) = 0$$

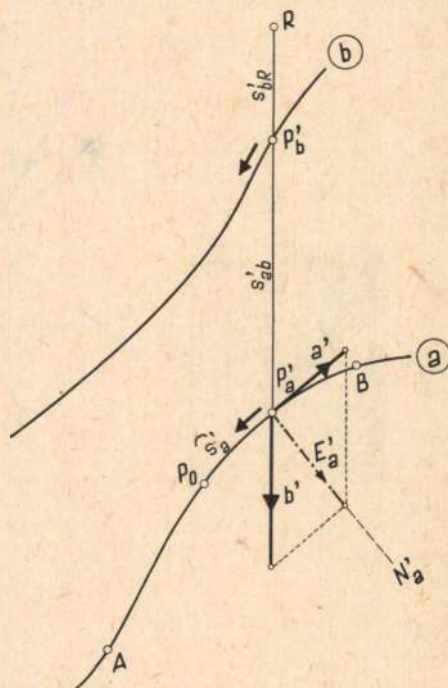
$$\frac{k_{ab}}{k_{sa}} \cos(\varphi_{ba} - \alpha_b) + \frac{k_{bR}}{k_{sa}} \cos(\varphi_{bR} - \alpha_b) = 0$$

Vagy röviden:

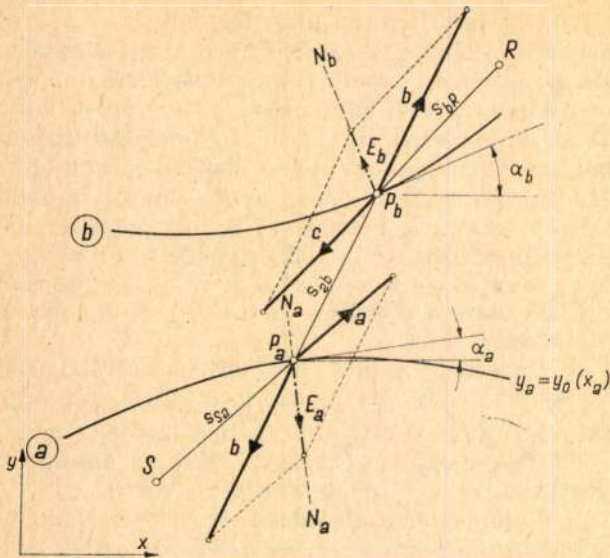
$$a \cos(\varphi_{sa} - \alpha_a) + b \cos(\varphi_{ab} - \alpha_a) = 0$$

$$b \cos(\varphi_{ba} - \alpha_b) + c \cos(\varphi_{bR} - \alpha_b) = 0$$

A feltételnek itt is több pontpár tehet elvileg eleget, az abszolút minimumhoz a legkisebb eredő tartozik. Bizonyos görbéknél a feltétel kielégülhet relatív maximum helyén is, ezért óvatosan kell eljárni. A gyakorlatban lehetséges görbéknél azon-



2. ábra



3. ábra

ban a minimumot az esetleg lehetséges relatív maximumtól könnyű megkülönböztetni.

Könnyű belátni, ha $k_{Sa} = k_{ab} = k_{bR}$, akkor az S pontot az R ponttal egy egyenes szakasz köti össze.

Az iterációs eljárás bizonyos esetekben elméletileg körülményes, gyakorlatilag azonban viszonylag egyszerűbb, nemcsak azért, mert rajzban végezhető el elegendő pontossággal, de azért is, mert a minimumot kijelölő pontot vagy pontokat elég csak megközelítően megkeresni, a költségek ugyanis az optimum környékén nem változnak lényegesen.

A fajlagos költségek függvényei lehetnek az út hosszának. Ez az iterációs eljárásnál nem jelent problémát, mert minden lépésnél adottak a lépéshez tartozó hosszak is, így azoknak megfelelően választhatók meg a fajlagos költségek.

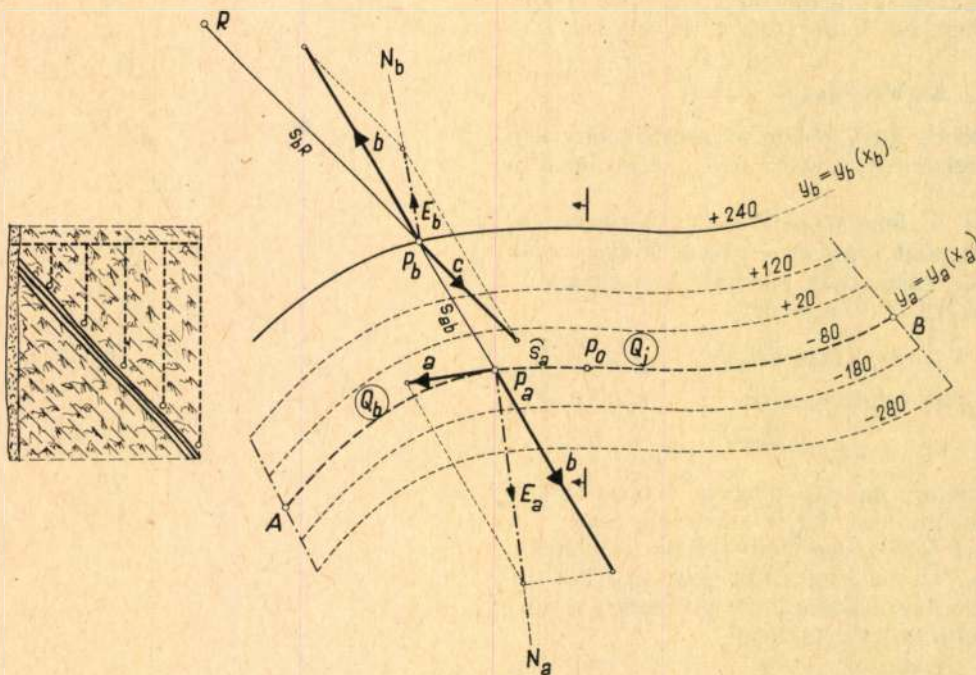
A 4. ábra egy viszonylag egyszerű alkalmazást mutat meg. Egy meredek dőlésű előfordulásban öt szállító szintet tervezünk (+120, +20, -80, -180, -280). A csapásmenti szintfolyosókat a feküben hajtjuk ki. Az előfordulás kitermelhető ásványvagyona: Q . A csapásmenti mozgatót úgy tekinthetjük, hogy a Q a -80-as szinten oszlik meg. A szállító aknát (P_b) a külszín $y_b = y_b(x_b)$ vonalára kell telepíteni, hogy a védőpillérben ne legyen hasznosítható ásványvagyom. Az s_{ab} ezek szerint a -80-as szint főkeresztvágata. A 4. ábrát összevetve az 1. ábrával, a feladat megoldása is adva van.

Mivel esetünkben az $y_a = y_a(x_a)$ görbe közel párhuzamos az $y_b = y_b(x_b)$ külszíni görbével, azért a P_b pont megkeresése viszonylag egyszerű.

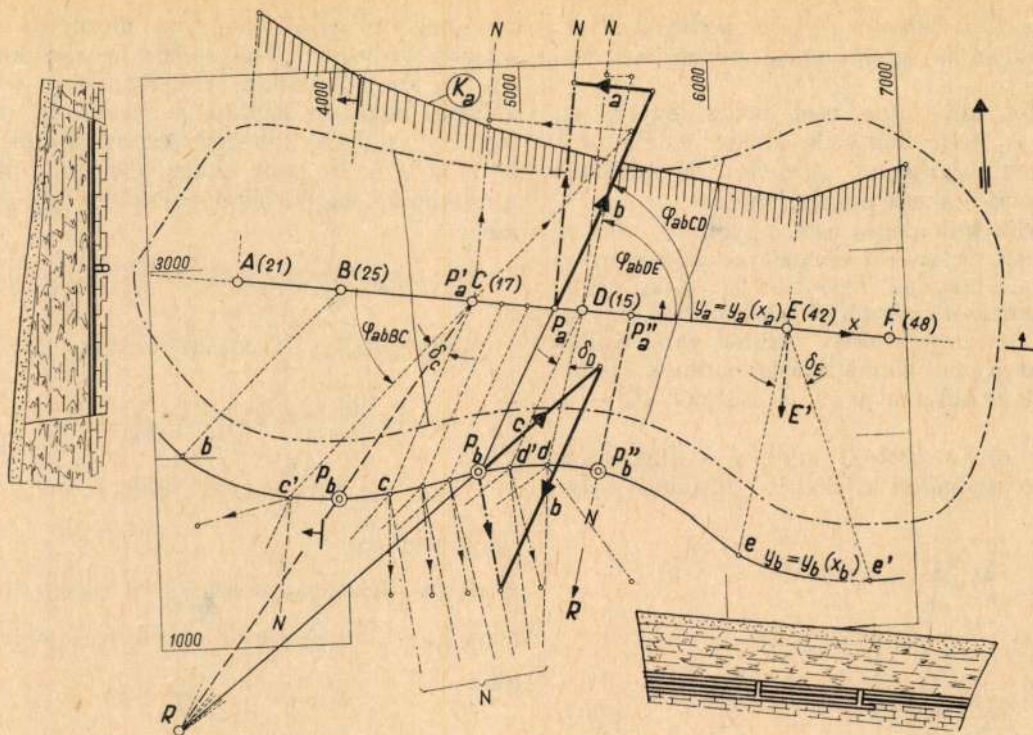
Az a vektor két vektor eredője. Az egyik $Q_b k'_a$, a másik $Q_j k''_a$, amikor a P_a pont osztja a Q -t két részre: $Q_b + Q_j = Q$. Természetesen k'_a -ból és k''_a -ból Q_b és Q_j arányában képezhető k_a fajlagos költség is, így az a vektor $2Q_a k_a$ is lehet, amikor $Q_a = Q_j - Q_b$, azaz a P_a és P_0 pontok közötti ásványvagyom. P_0 a Q -t felezi.

Összevetve ezt a gyakorlati eljárást az elméletivel megállapítható, hogy a gyakorlati eljárás csak megközelítő. Ez azonban megengedhető, annál is inkább, mert gyakorlatban egzakt eljárás nincs.

Az 5. ábrán egy szénelőfordulás látható. A kitermelhető szénvagyom $Q = 168 \cdot 10^6$ t. A föld alatti, közel csapásmenti szállító főfolyosót a szilárd fekübe tervezzük, ahová a telepekből spirálcúszdán engedjük le a szenet az A, B, C, D, E, F pontokban, amikor az egyes csúszdákhöz rendre 21, 25, 17, 15, 42, $48 \cdot 10^6$ t szénmennyiség tartozik. Egyetlen függőleges szállítóaknát tervezünk (P_b) az $y_b = y_b(x_b)$ külszíni vonal valamelyik pontjában, hogy a védőpillérben ne legyen lekötött szénvagyom. A külszín R pontjába kell a szenet



4. ábra



5. ábra

elszállítani, az ott levő hőerőműig. Természetesen a keresett P_b pontot a föld alatt össze kell kötni az $y_a = y_a(x_a)$ egyenesen keresett P_a ponttal.

Ha a föld alatti főfolyosóban ($A \dots F$) az összegyűjtés pontjának (P_a) helyét változtatjuk, akkor csak a föld alatti főfolyosóban lezajló mozgatóköltsége a K_a szakaszon tört egyenes szerint változik, ha a fajlagos költség addig változatlan, amíg a P_a pont egy és ugyanazon a szakaszon helyezkedik el. Gyakorlatilag ez meg is engedhető.

Könnyű belátni, hogy a P_a és P_b pontok az $A-E-E'$ negyedbe esnek, mert ebben található az R pont, és mert az E pont jelöli ki a K_a költség minimumát.

A K_a tört egyenes valamelyik szakaszának csak igen ritka esetben 0° a hajlásszöge, csak akkor, ha $Q_b k'_a = Q_j k'_a$. Gyakorlatilag tehát majdnem mindig valamely ponthoz tartozik a K_a minimuma. Esetünkben ez az E pontban következik be, mert a balról és jobbról támadó vektorok eredője itt a legkisebb.

Válasszuk ki a $C-D$ szakaszt, azaz tegyük fel, hogy a keresett P_a pont erre a szakaszra esik. A relatív fajlagos költségek legyenek $k_{aCD} = 1$, $k_{ab} = 0,75$ és $k_{bR} = 0,50$.

A $C-D$ szakaszra (C és D pontokat kivéve) felírható a feltételei egyenlet, amikor $\alpha_a = \text{const} = 0^\circ$, így tehát:

$$-42 + 168 \cdot 0,75 \cos \varphi_{abCD} = 0$$

ahol $Q_b - Q_j = 21 + 25 + 17 - 15 - 42 - 48 = -42$. Mivel α_a állandó, azért a szakaszhoz egyetlen φ_{abCD} irányszög tartozik:

$$\cos \varphi_{abCD} = \frac{42}{126}$$

azaz

$$\varphi_{abCD} = 70^\circ 32'$$

Természetesen a többi szakaszhoz tartozó irányszög is számítható. Például, ha a $D-E$ szakaszon a relatív fajlagos költségek $1 : 0,77 : 0,48$, akkor $\varphi_{abDE} = 84^\circ 41'$, a $B-C$ szakaszon pedig, ha a relatív fajlagos költségek $1 : 0,73; 0,54$, akkor $\varphi_{abBC} = 51^\circ 42'$.

A szakaszokból a szakaszok végpontjait kivétük, mert ezekben a szakaszra jellemző irányszög határérték. Természetesen minden ponthoz két határérték tartozik. Az egyes pontokhoz (A, B, C, D, E, F) a két határérték között bármilyen irány tartozhat, azaz ezek az irányok egy δ szögön belül mozoghatnak. Például $\delta_C = \varphi_{abCD} - \varphi_{abBC} = 18^\circ 50'$ vagy $\delta_D = \varphi_{abDE} - \varphi_{abCD} = 14^\circ 9'$.

Úgy is lehet mondani, hogy az $A \dots F$ fővonal minden egyes szakaszához, illetve pontjához az $y_b = y_b(x_b)$ görbe egy meghatározott ívszakasza tartozik. Így a $C-D$ szakaszhoz tartozik \widehat{cd} ívszakasz, a C ponthoz $\widehat{c'c}$ és a D ponthoz $\widehat{dd'}$ ívszakasz stb. Megállapítható tehát, hogy a P_a pont keresésénél az egyes pontok (A, B, C, D, E, F) lényegesen nagyobb eséllyel szerepelnek, mint bármelyik más pont. Esetünkben azonban, mint az ábrán is látható, a keresett P_a pont a $C-D$ szakasz közbenső pontja, és ennek megfelelően a P_b pont a \widehat{cd} ívszakasz közbenső pontja, amikor a P_b pont a függőleges akna helyét jelenti.

A függőleges akna mélysége változhat P_b helyének függvényében, ettől azonban most eltekintettünk.

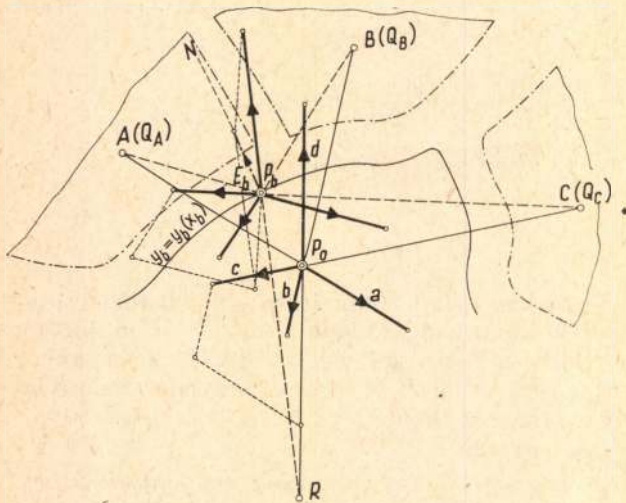
Az 5. ábra segítségével három különleges esetben is kézenfekvő megoldást láthatunk. Az első különleges eset legyen az, amikor $k_{ab} = k_{bR}$. Esetünkben legyen $k_{ab} = k_{bR} = 0,75$. Ebben a különleges esetben azonnal látható, hogy a P_a pont

a C pont, az akna helye, a P'_b pont pedig az $R-C$ egyenes szakasz és az $y_b=y_b(x_b)$ görbe metszéspontja.

A második különleges eset pedig legyen az, amikor az R pont hiányzik. Ekkor a $P'_a-P'_b$ merőleges az $y_b=y_b(x_b)$ görbére. Esetünkben P'_a csak $D-E$ szakasz pontja lehet.

A harmadik különleges eset legyen az, amikor az R pont helye nincs előre rögzítve, csupán annyi megkötés van, hogy az R pont az $y_b=y_b(x_b)$ görbe által meghatározott két térfél közül abban legyen, amelyikben az improduktív terület van. Ebben az esetben az R pont annak a félegyenesnek a pontja, amelynek kezdő pontja P'_b és iránya a $P'_a-P'_b$ irány.

Lehetnek olyan esetek, amikor a függőleges szállító akna szabadon kijelölhető optimális helye



6. ábra

is megfelel annak a feltételnek, hogy a védőpillérben ne legyen kitermelhető ásványvagyon. Ilyen esetet mutat meg a 6. ábra. Három egymástól független előfordulás kitermelhető vagyona: Q_A , Q_B , Q_C , és legyen $Q_A+Q_B+Q_C=Q$. Az előfordulások földalatti gyűjtőpontjai: A , B , C .

A Q_A , Q_B és Q_C mennyiségeket a föld alatt gyűjtjük össze egy P_0 pontba, a függőleges akna telepí-

tési helyére azzal, hogy a mozgatás költsége a legkisebb legyen. Legyenek a fajlagos költségek: k_A , k_B és k_C , amikor természetesen a fajlagos költség magában foglalja a beruházás visszatérítésének fajlagos költségét és az üzemi fajlagos költséget. A P_0 pont akkor jelöli ki a költségek minimumát, ha kielégül az alábbi egyenletrendszer:

$$\begin{aligned} \lambda_A \frac{k_A}{k_R} \cos \varphi_A + \lambda_B \frac{k_B}{k_R} \cos \varphi_B + \\ + \lambda_C \frac{k_C}{k_R} \cos \varphi_C + \cos \varphi_R = 0 \\ \lambda_A \frac{k_A}{k_R} \sin \varphi_A + \lambda_B \frac{k_B}{k_R} \sin \varphi_B + \\ + \lambda_C \frac{k_C}{k_R} \sin \varphi_C + \sin \varphi_R = 0 \end{aligned}$$

vagy röviden

$$a \cos \varphi_A + b \cos \varphi_B + c \cos \varphi_C + d \cos \varphi_R = 0$$

$$a \sin \varphi_A + b \sin \varphi_B + c \sin \varphi_C + d \sin \varphi_R = 0$$

ahol

$$\begin{aligned} \lambda_A &= \frac{Q_A}{Q} \\ \lambda_B &= \frac{Q_B}{Q} \\ \lambda_C &= \frac{Q_C}{Q} \\ d &= 1. \end{aligned}$$

A P_0 pont természetesen csak iterációs eljárással kereshető meg, és akkor tesz eleget a feltételnek, ha a P_0 pontot támadó vektorrendszer eredője zérus.

Ha az lenne a kikötésünk, hogy a függőleges akna az $y_b=y_b(x_b)$ görbe pontja legyen, akkor a P_b ponthoz jutunk, amikor a vektorrendszer eredője a P_b -hez tartozó normálisba esik. Egyébként a P_b pont könnyen megtalálható, mert közel esik az $y_b=y_b(x_b)$ görbének ahhoz a pontjához, amely a P_0 ponthoz legközelebb van.

Látható tehát, hogy a költségminimumot kijelölő pont eshet az $y_b=y_b(x_b)$ görbén kívül is.

Külföldi hírek

Káosszal fenyegettek az Egyesült Államok egyes területein a földgázellátásban támadt hirtelen zavarok

Az Egyesült Államok energiaszakemberei már évek óta igyekeznek felhívni az illetékesek figyelmét az évről évre lemaradásban levő belföldi kőolaj- és földgáztermelés nyomán kialakuló esetleges veszélyhelyzetekre. Feltehetőleg az elhangzottaknak a jövőben több figyelmet szentelnek. Ugyanis nem is volt szükség másra, mint az ezévi sarkvidéki mínusz 12–25 fokos hi-

degbetőresre, hogy azonnal kaotikus állapotok támadjanak a középnyugati országrészben és Texasban.

A földgázellátási rendszer túlterheltsége következtében ugyanis Ohio, Missouri, Kansas, Oklahoma, Nebraska és Texas szövetségi államokban az üzemek termelését le kellett állítani, hogy a háztartások és iskolák gázfűtését biztosítani lehessen.

Az egyik texasi gázszolgáltató vállalat (a Lone Star Gas Co. of Texas) például kb. 400 texasi város ipari felhasználóinak ellátását teljes mértékben leállítani kényszerült és szővivőjének közlése szerint „az elmúlt 42 éves időszakban éppen most mu-

tatkozott a legnagyobb földgázkereslet”. Ezzel most újra előtérbe került az Egyesült Államok energiarendszerének nagyfokú sebezhetősége. Utalva azokra a korábbi intelmekre, melyek szerint az USA-ban alkalomadtán 20–40%-os energiahiány is előfordulhat, a Szövetségi Energiaügyi Főhatóság (Washington), amely röviddel ezelőtt még „kielégítő alternatíváiról biztosította” a közvéleményt, immár jogos kritika keretében került.

[Eur. Inf.büro für Kohlefragen, 15. k. 1. sz. (1977.) p. 9.]

NIMDOK