BÁNYÁSZATI LAPOK
AZ ORSZÁGOS MAGYAR BÁNYÁSZATI ÉS KOHÁSZATI EGYESÜLET FOLYÓIRATA
95. évfolyam 11. szám 1962. november

Bányaüzemek termelési kapacitása kamatos amortizáció esetében

Dr. ZAMBÓ JÁNOS okl. bányamérnök, a műszaki tudományok doktora, egyetemi tanár, a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja (Nehézipari Műszaki Egyetem, Miskolc)

A bányaüzemek termelési kapacitásának megválasztásában gazdaságilag optimális megoldásra törekszünk. Abból az alapvető elvből indulunk ki, hogy a termelési kapacitással összefüggő költségek fajlagos értéke a legkisebb legyen.

Elfogadhatónak tekinthető az a megállapítás, miszerint a bányaüzem termelési kapacitásával az ún. állandó jellegű költségek fajlagos értéke, valamint a fajlagos amortizációs költség függ össze. Ezekkel a költségekkel kapcsolatos problémák már ismeretesek [1]. Kétségtelenül igazolást nyert az a megállapítás is, hogy minden esetben létezik egy reális optimum, vagy más szóval a termelési kapacitás optimuma nem lehet extrém eset, nem eshet sem a nulla-helyre, sem végtelen nem lehet.

Az utóbbi időben, nem is egy helyen, találkozhattunk olyan felfogással, amely szerint a bányaüzemek optimális termelési kapacitása elvileg végtelen nagy. Találkozhattunk olyan nézettel is, amely ezt csak arra az esetre vonatkoztatja, amikor kamatos amortizációról van szó. Így talán nem lesz érdektelen, ha a kérdést ilyen vonatkozásában közelebbről röviden szemügyre vesszük.

A bányaüzem kitermelhető ásványvagyona adott: Q. Az egy napra eső állandó jellegű fajlagos költség jele legyen k_1, a fajlagos amortizációs költség pedig k_2. A termelési kapacitással összefüggő fajlagos költség egyszerű amortizáció esetében a következőképpen fejezhető ki:

$$k = k_1 + k_2 = \frac{K_n}{q_0} + \frac{dq_0 + D_0}{Q}$$

ahol K_n a napi állandó jellegű költség (Ft), q_0 a napi termelési kapacitás (t/nap), d a napi egy t termelési kapacitás megteremtéséhez szükséges beruházási összeg (Ft/t/nap), D_0 a beruházási egyenlet tiszta tagja (Ft).

A szélsőérték-keresés matematikai szabályai szerint megcáfolhatatlanul áll, hogy a fajlagos költségnek akkor van minimuma, ha

$$q_0 = \sqrt{\frac{Q}{d} K_n}$$

Nézzük meg most azt az esetet, amikor kamatos amortizációval számolunk.

Elvi kérdés eldöntéséről van szó, megengedhető tehát olyan egyszerűsítés, miszerint eltekintünk a beruházás várakozási idejétől, továbbá a bányaüzem egyenletes termelését tételezzük fel. Gyakorlatilag ilyen feltételezések nem engedhetők meg, de nem érintik annak az elvi kérdésnek az eldöntését, van-e kamatos amortizáció esetében valós optimális termelési kapacitás?

Legyen a kamattényező p. Ha például $p = 1{,}07$, akkor a kamatláb 7%. Jelöljük röviden a beruházási összeget K_b-vel. Kamatos amortizáció esetében ezt K_{br} értékkel kell helyettesíteni. n legyen a bányaüzem élettartama években.

Az éves amortizációs összegnek $\left(\frac{K_{br}}{n}\right)$ mint járadéknak a végösszege az n év végén megegyezik a beruházási összegnek (K_b) n év alatt kamatos kamattal növelt értékével. Képletesen kifejezve:

$$\frac{K_{br}}{n} \frac{p^n - 1}{p - 1} = K_b p^n$$

azaz

$$K_{br} = np^n K_b \frac{p-1}{p^n - 1} = np^n (dq_0 + D_0) \frac{p-1}{p^n - 1}$$

Ha z-vel jelöljük az évi munkanapok számát, akkor

$$n = \frac{Q}{z q_0}$$

Most már felírható a termelési kapacitással összefüggő fajlagos költség kamatos amortizáció esetében is:

$$k_r = k_1 + k_{2r} =$$

$$= \frac{K_n}{q_0} + \frac{p-1}{z} \frac{p^{\frac{Q}{zq_0}}}{p^{\frac{Q}{zq_0}} - 1} \left(d + \frac{D_0}{q_0}\right)$$

Az összefüggés első tagja, mint a fajlagos állandó jellegű költség a termelési kapacitás növekedésével hiperbolikusan csökken. A második tag a fajlagos kamatos amortizációs költséget képviseli. Egyértelműen megállapítható, hogy a két extrém esetben ($q_0 = 0$ és $q_0 = \infty$) a fajlagos amortizációs költség végtelen nagy, azaz:

$$k_{2r} = \infty$$
$$q_0 \to 0$$

és

$$k_{2r} = \infty$$
$$q_0 \to \infty$$

Mindebből világosan látható, hogy a második tag változását jellemző exponenciális görbe a q_0 növekedésével eleinte csökken, majd növekszik. Egymagában véve ennyi is elégséges annak igazolására, hogy kamatos amortizáció esetében is van reális költségminimum és hozzátartozó optimális termelési kapacitás.

A k_r függvény minimuma a szélsőérték-keresés szabályai szerint megtalálható. Az ismert eljárás szerint az alábbi összefüggésre jutunk :

$$\frac{p-1}{z^2} Q \ln p \left(d + \frac{D_0}{q_0}\right) \frac{p^{\frac{Q}{zq_0}}}{\left(p^{\frac{Q}{zq_0}} - 1\right)^2} - \frac{p-1}{z} \frac{p^{\frac{Q}{zq_0}} \cdot D_0}{p^{\frac{Q}{zq_0}} - 1} - K_n = 0$$

A nullára zárt első differenciálhányados azonban meglehetősen komplikált összefüggés, megoldása zárt formában nem is lehetséges. Valamilyen közelítő megoldáshoz kell tehát folyamodni.

Gyakorlatilag természetesen legegyszerűbb a k_r függvény grafikus ábrázolása. Nemcsak azért, mert kielégítő pontosságot ad, de célszerű azért is megszerkeszteni a k_r függvényt, mert lefolyásáról áttekinthető képet kapunk és mert a grafikus eljárás leegyszerűsíti azokat a problémákat, amelyekről még a következőkben lesz csak szó.

A beruházási költségek egyenletét legcélszerűbben már ismert adatokra támaszkodva lehet meghatározni. Természetesen mindig olyan egyenletet kell keresni, amely geológiailag hasonló üzemek adataiból adódott.

A Donyec medence beruházási adatai *Zvjagin* közléseiből ismeretesek [2]. Ezek alapján az *1. táblázatot* állítottuk össze :

1. táblázat

Sorszám	1.	2.	3.	4.	5.	
q_0 t/nap	1000	2000	3000	4000	6000	
R 10^6 rubel	78,9	146,4	204,3	264,0	318,6	
Sorszám	6.	7.	8.	9.	10.	11.
q_0 t/nap	1000	2000	3000	4000	5000	6000
R 10^6 rubel	80,7	151,2	201,6	249,6	295,5	338,4

Az adatok q_0, R derékszögű koordináta-rendszerben rögzíthetők, megkereshető a kiegyenlítő egyenes egyenlete.

A kiegyenlítő egyenes egyenletét azzal a feltétellel adjuk meg, hogy a pontokból az egyenesre vont merőleges távolságok (e) négyzetösszege a legkisebb legyen. Viszonylag leggyorsabban akkor érünk célhoz, ha az egyenesnek *Hesse*-féle normálalakját használjuk fel. Írhatjuk tehát :

$$\sum_1^n e^2 = \sum_1^n (q_0 \cos\varphi + R \sin\varphi - P)^2$$

ahol φ és P a keresendő kiegyenlítő egyenes két paramétere a *Hesse*-féle formula szerint.

Az eltérések négyzetösszege minimumának meghatározása érdekében képezzük függvénynek az egyenes két paramétere, φ és P szerinti parciális differenciálhányadosát és zárjuk azokat nullára :

$$\frac{\partial \sum_1^n e^2}{\partial \varphi} = 0$$

és

$$\frac{\partial \sum_1^n e^2}{\partial R} = 0$$

Az így nyert két egyenletből meghatározható a két paraméter :

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\sum_1^n q_0 \sum_1^n R - n \sum_1^n q_0 R}{\sum_1^n q_0 \sum_1^n q_0 - n \sum_1^n q_0^2 - \sum_1^n R \sum_1^n R + n \sum_1^n R^2}$$

és

$$P = \frac{\cos\varphi \sum_1^n q_0 + \sin\varphi \sum_1^n R}{n}$$

Előbb az 1—11 adat alapján határoztuk meg a két paramétert, φ-t és R-t. Ezek alapján írhatjuk fel a beruházási egyenletet :

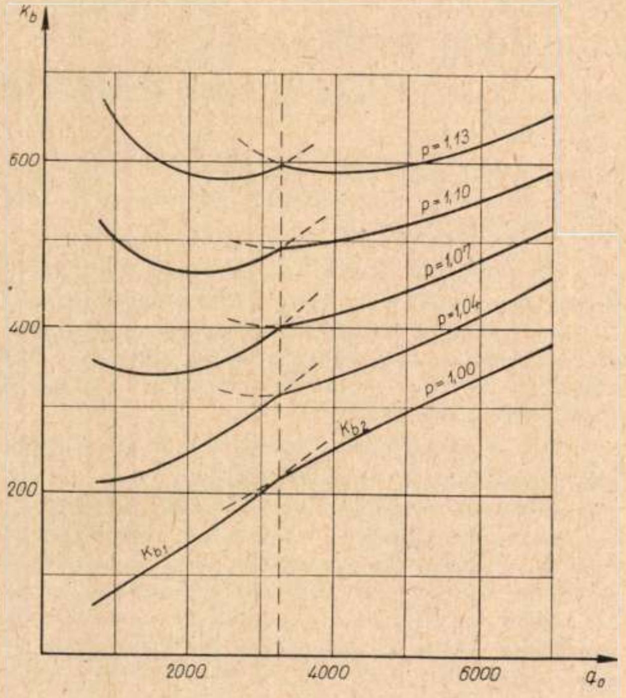
$$K_b = 50\,000\, q_0 + 46 \cdot 10^6$$

Tekintsük most az 1, 6, 2, 7, 3, 8 pont adatait egy szakaszhoz tartozónak. Az előbbiekhez hasonlóan az alábbi eredményre jutunk :

$$K_{b1} = 62\,000\, q_0 + 19 \cdot 10^6$$

Ha a második szakaszba a 3, 8, 4, 9, 5, 10, 11 pontok adatai tartoznak, akkor :

$$K_{b2} = 43\,000\, q_0 + 80 \cdot 10^6$$



1. ábra

Meg kell jegyezni, hogy mind a q_0 tényezőjét, mind pedig az egyenlet tiszta tagját kikerekítve adtuk meg.

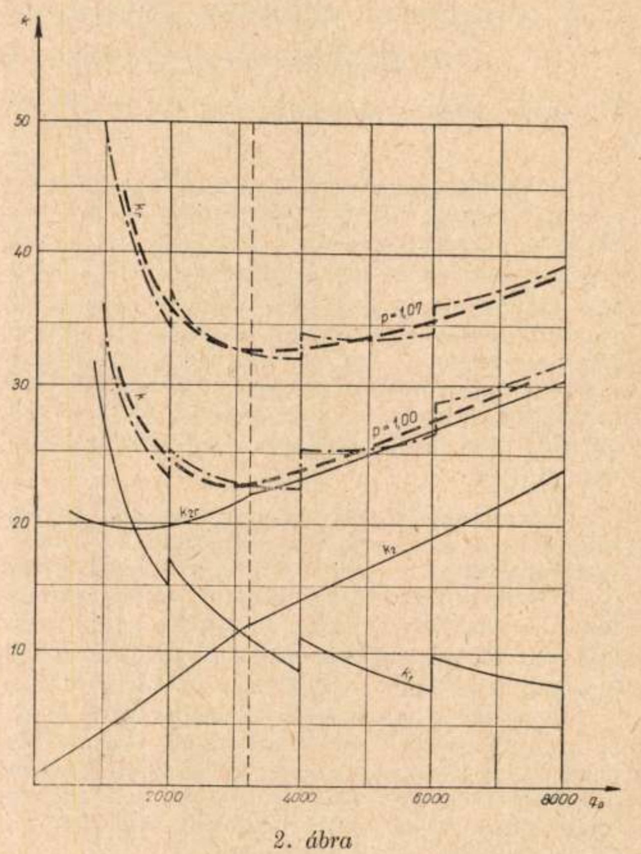
Ezzel rögzítettük a *Donyec* medencére érvényes beruházási költségek egyenletét. A K_{b1} és K_{b2} jobb megközelítést ad, ezért ezeket használjuk a K_b helyett. A két egyenes $q_0 = 3200$ t/nap kapacitásértéknél metszi egymást, a törés tehát ennél a pontnál következik be.

Az *1. ábrán* bemutatjuk a K_{b1} és K_{b2} egyenest. Látható, miként változik a beruházási összeg a termelési kapacitás (q_0) függvényében kamatos amortizáció nélkül.

Ugyanezen az ábrán látható az is, hogyan változik a kamatos beruházási összeg (K_{br}) különböző kamattényezők (p) esetében. Megállapítható, hogy a beruházási összeg a q_0 függvényében kezdetben csökken, majd emelkedik. Látható az is, hogy a kamatos beruházási összeg a kamat nélkülihez viszonyítva a kamattényezőtől függően erősen megnövekedhet.

Az ún. állandó jellegű költségek szigorúan véve nem állandóak. Gyakorlatilag elfogadható olyan megoldás, amely bizonyos kapacitáshatárokon belül számol csak az ún. állandó jellegű költségek változatlanságával.

A *2. ábrán* már fajlagos költségek szerepelnek. Mind a beruházási, mind pedig az állandó jellegű fajlagos költség szakaszosan jelentkezik, ennek megfelelően az eredménygörbék is szakaszosak. A szakaszos eredménygörbéket grafikus kiegyenlítéssel folyamatossá tettük.



2. ábra

A *2. ábra* világosan elárulja, hogy nemcsak egyszerű amortizáció ($p = 1{,}00$) esetében van reális optimális termelési kapacitás, hanem kamatos amortizáció esetében is. Az is látható, hogy a termelési kapacitás optimuma a p-nek, a kamattényezőnek is függvénye, éspedig annál nagyobb, minél magasabb a p. Az is látható, hogy az optimális kapacitás környékén a fajlagos költségek (k) változása enyhe. Ebből is világosan következik, hogy a grafikus megoldás gyakorlatilag teljesen megfelel.

A bevezetőben felvetett kérdésre egyértelmű választ kaptunk.

IRODALOM

1. *Dr. Zambó, J.:* Bányászati telepítések analitikája. Műszaki Könyvkiadó. 1960. Budapest.
2. *Zvjagin, P. Z.:* Tipü shat. Gornoe delo. Enciklopedicseszkij szprovocsnik. Tom 5.
3. *Zvjagin, P. Z.:* K voproszu o godovoj proizvoditelnosztyi i szrokah szluzsbü saht dlja tipicsnüh uszlovij Kuznyeckovo basszejna. Szoversensztvovanyie sziszterm razrabotki moscsnüh Ugolnüh plasztov. Ugletehizdat, Moszkva, 1959.
4. *Zvjagin, P. Z.:* O normativah godovoi proizvoditelnoszti i szrokah szluzsbü ugolnüh saht. Szoversensztvovanyie rezrabotki ugolnüh mesztorozsdenij. Ugletehizdat. Moszkva, 1959.