

Dr. Kollár Lajos, az MTA levelező tagja

A LEMEZMŰVEK NÉHÁNY MÉRETEZÉSI KÉRDÉSE

1. BEVEZETÉS

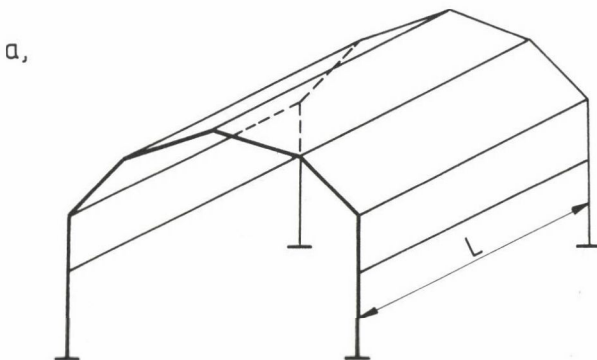
A lemezművek méretezését az irodalomban sok helyütt megtalálhatjuk (/Born, 1954 és 1965/, /Bölcskei és Orosz, 1972/ stb.) Van azonban néhány olyan részletkérdés, amire az irodalom nem tér ki, pedig a tervezőnek szüksége lenne rá. Ebben a dolgozatban néhány ilyen probléma megoldását szeretnénk bemutatni.

Mindenekelőtt bizonyos fogalmakat kell tisztáznunk. Alapvetően kétféle lemezművet különböztethetünk meg: a hosszú és a rövid elemekből állót. Hosszúnak nevezzük az elemeket akkor, ha az egyik méretük többszöröse a másiknak (1.1. ábra), rövidnek pedig, ha a két méretük közel áll egymáshoz (1.2. ábra). A hosszúelemes lemezműveket tovább oszthatjuk dongaszerűekre (1.1a. ábra) és periodikusakra (1.1b. ábra).

A következő kérdésekre fogunk kitérni:

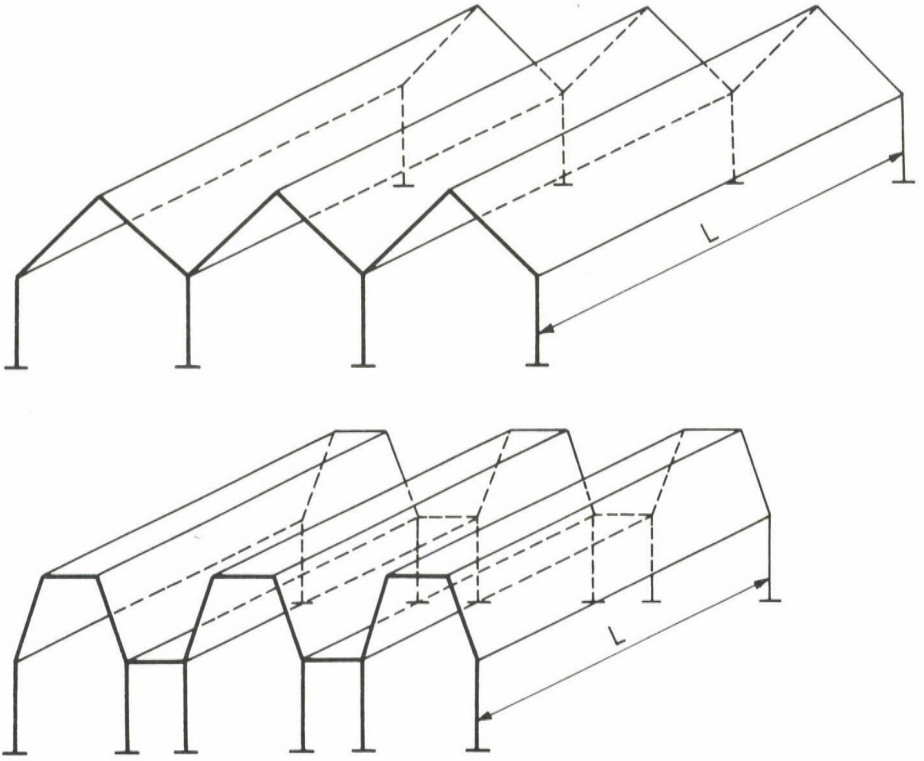
A hosszúelemes, periodikus lemezművekben

- a parciálisan terhelt redőt milyen mértékben segítik a szomszédosak?
- vízszintes erőhatásokra hogyan méretezzük a redőket?



1.1a. ábra

b,

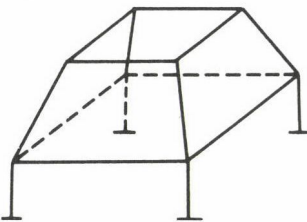


1.1b. ábra

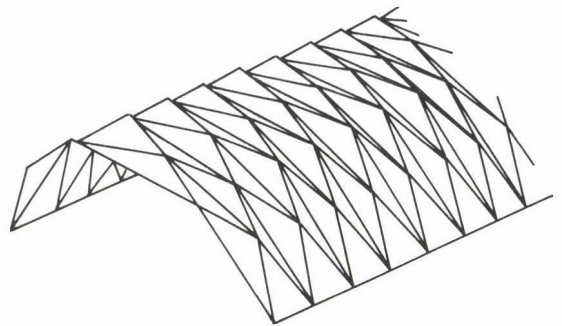
-- a szélső lemez milyen igénybevételeket kap a koncentrált megtámasztásból?

-- hogyan ellenőrizzük a lemezeket horpadásra?

a,



b,



1.2. ábra

A rövidleemes lemezművekben pedig:

-- mekkorák a háromszög alakú lemezek igénybevételei a síkjukra merőleges teherből?

-- milyen feszültségeloszlást idéz elő a lemezelem síkjában ható koncentrált erő a háromszög, ill. a négyszög alakú elem belsejében?

-- hogyan ellenőrizzük a háromszög alakú lemezelemeket horpadásra?

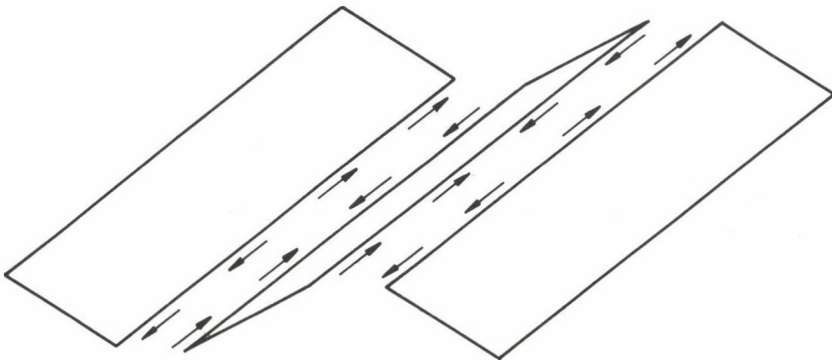
2. A HOSSZÚELEMES LEMEZMŰVEK MÉRETEZÉSI KÉRDÉSEI

A méretezési problémák tárgyalásához át kell tekintenünk a hosszúelemes lemezművek (1.1. ábra) statikai viselkedését.

2.1. A hosszúelemes lemezművek erőjátékának rövid áttekintése

A (rendszerint megoszló) tehernek a lemezelem síkjára merőleges komponensét a lemez hajlítással viseli és hordja át a peremét alkotó élekre. Ott a reakcióerőket fel kell bontani a találkozó lemezek síkjába eső komponensekre, s ezeket az illető lemez (mint tárcsa) a saját síkjába eső húzás-nyomással (hajlítással) és nyírással továbbítja a saját támaszára. Ugyancsak a saját síkjában veszi igénybe valamennyi lemezt a tehernek a lemez síkjába eső komponense.

E hosszirányú teherviselésben azonban az egyes lemezek nem önállóan vesznek részt, hanem a szomszédos lemezelemekkel együttműködve nagy vékonyfalú tartókat alkotnak, s ezek a tulajdonképpeni teherhordó elemek hosszirányban. Ezt az együttműködést általában az ún. élerők biztosítják, amelyek voltaképpen az élek mentén az egyik lemezről a másikra átadódó nyíróerők (2.1. ábra), és amelyeknek eloszlása a kéttámaszú tartón jó közelítés-



2.1. ábra

sel cosinusnak vehető. Mivel az élerők a lemezek átellenes szélén is okoznak nyúlást, ezért két csatlakozó lemez közös élének azonos nyúlását csak oly módon biztosíthatjuk, hogy a szóban forgó élen kívül még a két szomszédos él mentén működő élerők hatását is figyelembe vesszük. Így jönnek létre az ún. háromélerő-egyenletek, amelyek analógok a folytatólagos tartók Clapeyron-egyenleteivel.

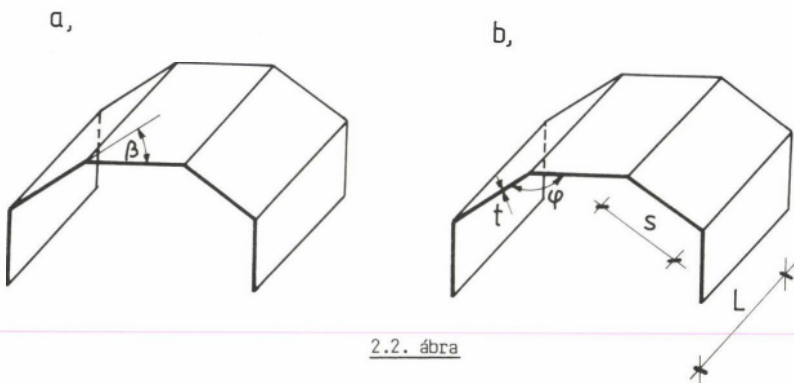
A hosszúelemes lemezműveket az is jellemzi, hogy az egyes (hosszú) lemezsávok élei a lemezek saját síkjában fellépő hajlítás következtében számottevő mértékben lehajolhatnak (különösen akkor, ha a lemezek hosszabbik mérete sokszorosa a rövidebbnek), és ez visszahat a lemezek primér (azaz síkjukra merőleges, keresztirányú) hajlítási erőjére. Külön vizsgálatot igényel tehát annak az eldöntése, hogy mikor szabad mozdulatlan élűnek tekinteni a hosszúelemes lemezművet a lemezek keresztirányú hajlítása szempontjából.

Ha ez élék lehajlása (azaz a lemez támaszainak süllyedése) a lemez keresztirányú hajlítása szempontjából nem hanyagolható el, akkor megváltoznak a lemezsávoknak az élre leadott reakciói is, ami viszont módosítja a hosszirányú tartók igénybevételeit. A hosszirányú tartók lehajlása és a keresztirányú lemeznyomatékok tehát kölcsönösen hatnak egymásra.

Végül is tehát a lemezmű erőjátékát egy sokismeretlenes egyenletrendszer írja le, amelyben az élerők és a keresztirányú támaszponti lemeznyomatékok szerepelnek ismeretlenekként.

Az élerőket és lemeznyomatékokat tartalmazó egyenletrendszer megoldására /Bölcskei és Orosz, 1972/-ben, valamint /Born, 1954/-ben található módszereket.

A lemezművek most leírt erőjátéka elsősorban a dongaszerű lemezművek esetében lesz ilyen bonyolult, mivel a sok hosszú lemezelemből álló szerkezet csak az élerők segítségével tud (többé-kevésbé) egységes keresztmetsze-



2.2. ábra

tűként működni. Ezen kívül a csatlakozó lemezelemek iránya sok esetben csak kevésbé tér el egymástól, s így nem képesek "helyben tartani" az éleket. Ezért a számítás egyszerűsítése érdekében már régebben kidolgoztak olyan kritériumokat, amelyeknek teljesülése esetén mozdulatlanoknak tekinthetjük az éleket a lemezek hajlítása szempontjából, vagyis a lemezt fix alátámasztású többtámaszú tartóként számíthatjuk, a háromélerő-egyenletekben pedig csupán az élerők fognak ismeretlenekként szerepelni. Elmarad tehát a lemeznyomatékok és az élerők egymásra hatása.

A legegyszerűbb az a Grubertől származó feltétel, hogy ha a szomszédos lemezsávok irányeltérése (a 2.2a. ábrán a β szög) legalább 40° , akkor mindig mozdulatlanoknak tekinthetjük az éleket /Born, 1954/.

Részletesebb kritériumokat állított fel Grüning /Born, 1954/. Ezek szerint (2.2b. ábra), ha

$$\frac{t^2}{s^2} \leq 1,6 \sin\varphi \cdot \tan\varphi \cdot \frac{s^4}{L^4},$$

akkor mozdulatlanoknak tekinthetjük az éleket; ha pedig

$$\frac{t^2}{s^2} \geq 120 \sin\varphi \cdot \tan\varphi \cdot \frac{s^4}{L^4},$$

akkor olyan egységes keresztmetszetű, közönséges gerendatartónak kezelhetjük a lemezművet, amelynek a keresztmetszete nem deformálódik, azaz amelyben lineárisan oszlanak meg a hajlítási feszültségek.

Végül ha t^2/s^2 a fenti két határ között helyezkedik el, akkor figyelembe kell venni az élek elmozdulásának a lemeznyomatékokra gyakorolt hatását.

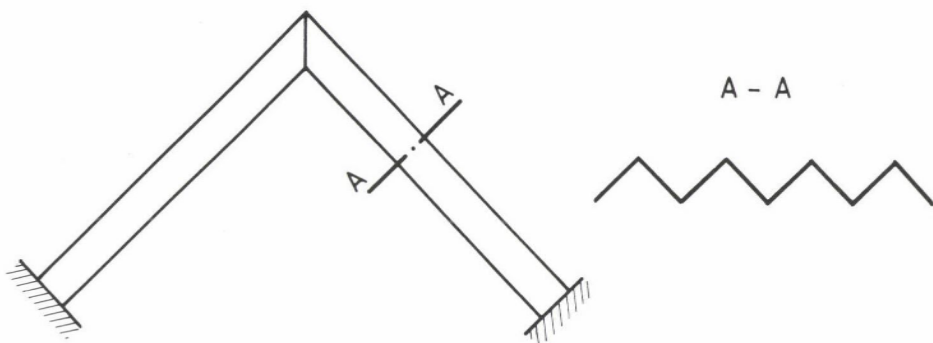
Ha figyelembe kell venni az élek lehajlásának és a lemez hajítási erőjének az egymásra hatását, akkor iterációval is célhoz érünk: először meghatározzuk (mozdulatlan éleket feltételezve) a lemeznyomatékokat és -reakciókat, ebből az élerőket és a belőlük származó él-elmozdulásokat, utána ez utóbbiak hatását a lemeznyomatékokra, majd ezekből a lemezek síkjába eső reakció-komponenseket, amelyekből újabb élerők származnak stb. (Mivel a keresztirányú lemeznyomatékok -- a végdiafragmákhoz csatlakozó résztől eltekintve -- hosszirányban nem változnak, az él-lehajlások azonban igen, ezért az egyszerűség kedvéért célszerű az él-lehajlásnak pl. a 2/3-át alapul venni és hosszirányban konstansnak tekinteni.)

Ennek az iterációnak nemcsak az az előnye, hogy elkerüli a nagy (élerőket és lemeznyomatékokat együtt tartalmazó) egyenletrendszer megoldását, hanem szemléletes is: nyomon tudjuk követni az egyes hatások nagyságát, és így

azt is meg tudjuk állapítani: mikor hagyhatjuk abba a számítást. Így pl. bizonyos esetekben megengedhetjük, hogy az élek elmozdulása számításba veendő nyomatékokat okozzon a lemezben, de megkívánjuk, hogy az e lemezyomatékokból származó reakcióerők csak elhanyagolható mértékben változtassák meg az élerőket. Így a számítás menete az lesz, hogy első lépésben fix támaszok feltételezésével számítjuk a lemezyomatékokat, majd az élerőket határozzuk meg. Végül az élek lehajlásából korrekciós lemezyomatékokat kapunk, ezeknek visszahatását az élerőkre azonban már nem kell kiszámítanunk. Mindeme iterációs módszerek nagymértékben egyszerűsítik a számítást, mivel egymástól függetlenül határozhatjuk meg az élerőket és a lemezyomatékokat.

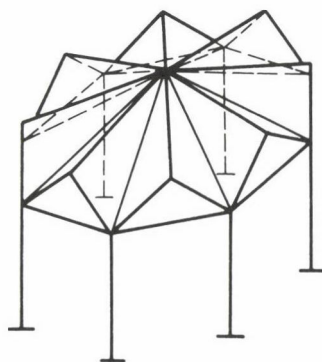
Megemlíthetjük még a lemezművek ún. membránelméletét is. Ez annyiban különbözik a most elmondottaktól, hogy az élek helyén sarokpántos kapcsolatot tételezünk fel az egyes lemezek között, és így a lemezek keresztirányban kéttámaszú tartókként viselik a terhet. Ezzel egyrészt azt érjük el, hogy az élerők egyáltalán nem hatnak a lemezyomatékokra, hiszen a lemezek keresztirányban határozott tartókként működnek. Másrészt az egyes lemezek síkjába eső teherkomponensek most pusztán egyensúlyi egyenletekből határozhatók meg, hiszen nem keletkeznek támaszponti nyomatékok az élek mentén. Így csupán a háromélerő-egyenleteket kell megoldanunk. Ez tehát egy elvileg ellentmondásmentes, egyszerű feltevésrendszer. A baja csupán az, hogy nem írja le semmiféle lemezmű erőjátékát sem megbízhatóan, mivel a lemezsávok keresztirányban mindig folytatódlagosak, és így nem használható semmiféle lemezmű méretezésére; ezért elsősorban elvi vizsgálatok céljára alkalmas, semmint gyakorlati számításokhoz. Erre a célra azonban igen hasznos lehet, mivel a lemezelemek hosszirányú együttdolgozásában elsősorban az élerőknek van szerepük. A membránelmélet keretében az élerőket a nyomatékostáshoz hasonló módszerrel, egyenletrendszer nélkül is meghatározhatjuk /Becker, 1968/. A 2.2. pontban tárgyalt "együttdolgozó szélességet" is a membránelmélettel határozzuk meg.

A periodikus lemezművek (1.1b. ábra) erőjátéka sokkal egyszerűbb a dongaszerűekénél, mivel a fő teherviselésben (keresztirányban egyenletesen megoszló teher alatt) nem lépnek fel olyan élerők, amelyeket a most leírt módon kellene kiszámítani, és az élek egyenlő mértékben hajlanak le. (A háromszög keresztmetszetű lemezműben egyáltalán nem lép fel élerő, a trapézkeresztmetszetűben pedig az elemi szilárdságtan szerint számíthatjuk ki őket.) Zavart csak a lemezmű két széle okoz: itt megbomlik a szerkezet homogenitása, és az ebből származó igénybevételeket elvileg a korábban leírt módon kell kiszámítani. Gyakorlatilag azonban az esetek legnagyobb részében megelégedhetünk az



2.3a. ábra

b,



2.3b. ábra

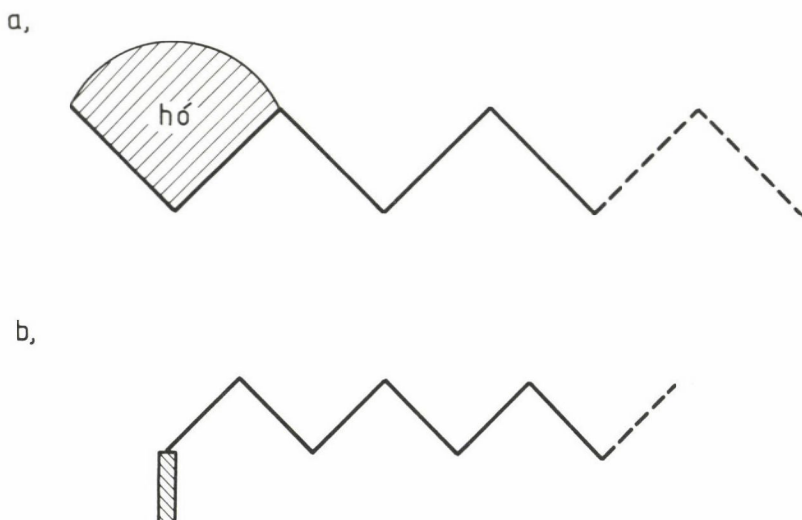
igénybevételek megbecslésével /Kollár, 1993/. Ezek a "peremzavarok" a peremtől távolodva rohamosan csökkennek, lásd részletesen a 2.2. pontban.

Kovács /1978/ részletesen megvizsgálta a háromszög keresztmetszetű lemezművön a zavaró hatások csökkenésének törvényszerűségét, és diagramokban dolgozta fel eredményeit.

Az eddigiekben a hosszúelemes lemezműveket hosszirányban hajlított tartónak tekintettük. Lehet azonban olyan szerkezetet is tervezni, amelyben a hosszúelemes lemezmű a hajlításon kívül nyomást is szenved (2.3. ábra). Ekkor természetesen értelemszerűen ki kell egészítenünk az elmondottakat a nyomásra történő méretezéssel.

2.2. A terheletlen redők által képviselt "együttlalozó szélesség"

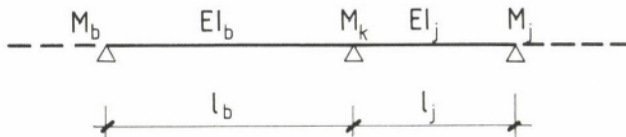
Ha egy redő telik meg hóval vagy ipari porral (2.4a. ábra), akkor a többi, terheletlen redő segíti a terhelést a teherviselésben, mégpedig elsősorban a köztük fellépő élerők révén. Lényegében ugyanez a jelenség játszódik le akkor, ha valamelyik (pl. a szélső) redő meg van támasztva (2.4b. ábra): ekkor azt keressük, hogy meddig terjed az ebből származó "zavarás".



2.4. ábra

Ennek az élerők következtében létrejövő együttlalozásnak a jobb megértéséhez vizsgáljuk meg az élerők nagyságának alakulását a terheletlen részen.

Amint már korábban mondtuk, a háromélerő-egyenletek analógok a Clapeyron-egyenletekkel. Induljunk ki tehát a fix alátámasztású, állandó támaszközű, egyik irányban végtelen hosszú többtámaszú tartóból, és vizsgáljuk meg: a baloldali támasz fölött ható M_1 nyomaték hatására mekkora támaszponti nyomatékok keletkeznek az egyébként terheletlen tartón, azaz: hogyan csillapodik az M_1 nyomaték hatása.



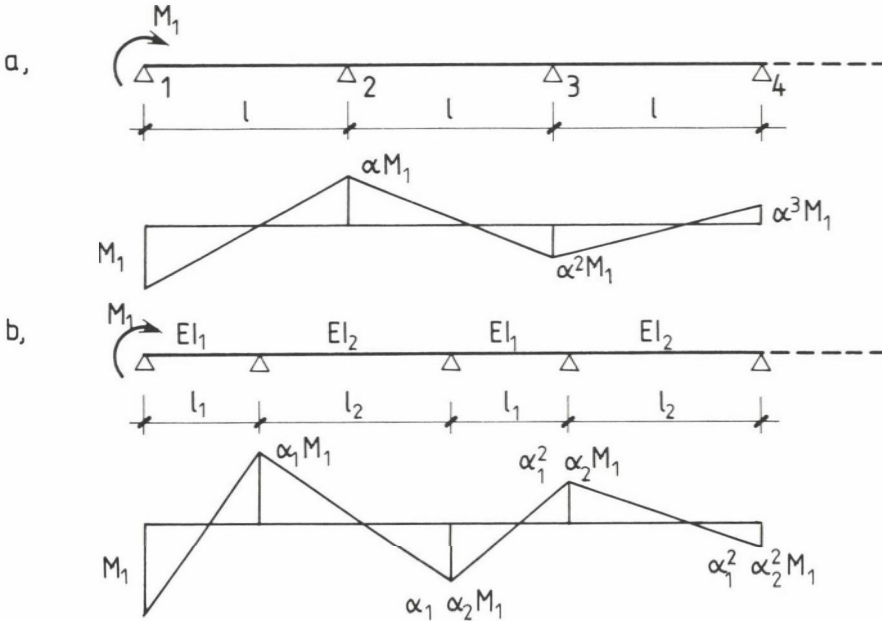
2.5. ábra

Ismeretes, hogy a nyílásaiban terheletlen többtámaszú tartó Clapeyron-egyenlete általános esetben a következő (2.5. ábra):

$$\frac{l_b}{EI_b} M_b + 2 \left(\frac{l_b}{EI_b} + \frac{l_j}{EI_j} \right) M_k + \frac{l_j}{EI_j} M_j = 0. \quad (1)$$

Itt a b, k és j indexek a bal, középső és jobb szavakat rövidítik.

Tekintsük a tartót jobboldali irányban végtelen sok támaszúnak.



2.6. ábra

Először legyen a tartó hajlítási merevsége állandó (EI), és támaszközei legyenek egyenlők (l), lásd a 2.6a. ábrát. Ekkor az M_1 nyomaték minden támaszközön belül ugyanolyan mértékben csökken, mégpedig az α -szorosára ($|\alpha| < 1$). A Clapeyron-egyenlet tehát az alábbi alakot ölti:

$$\frac{l}{EI} (M_1 + 4\alpha M_1 + \alpha^2 M_1) = 0, \quad (2a)$$

azaz

$$1 + 4\alpha + \alpha^2 = 0, \quad (2b)$$

amiből (figyelembe véve, hogy $|\alpha| < 1$ kell legyen):

$$\alpha = -0,27. \quad (3)$$

Tételezzük most fel, hogy csak minden második nyílásban egyenlő a támaszköz és a hajlítási merevség (2.6b. ábra). A csökkenés ekkor az l_1 nyílásokban α_1 -szeres, az l_2 nyílásokban α_2 -szörös. Két Clapeyron-egyenletet írhatunk fel, mégpedig az 1-2-3 és a 2-3-4 támaszokra:

$$\frac{l_1}{EI_1} \cdot M_1 + 2 \left(\frac{l_1}{EI_1} + \frac{l_2}{EI_2} \right) \cdot M_2 + \frac{l_2}{EI_2} \cdot M_3 = 0, \quad (4a)$$

$$\frac{l_2}{EI_2} \cdot M_2 + 2 \left(\frac{l_2}{EI_2} + \frac{l_1}{EI_1} \right) \cdot M_3 + \frac{l_1}{EI_1} \cdot M_4 = 0. \quad (4b)$$

Bevezetve az

$$\eta = \frac{l_2}{EI_2} : \frac{l_1}{EI_1} \quad (5)$$

jelölést, valamint felhasználva azt, hogy

$$M_2 = \alpha_1 M_1, \quad (6a)$$

$$M_3 = \alpha_2 M_2, \quad (6b)$$

$$M_4 = \alpha_1 M_3, \quad (6c)$$

a két Clapeyron-egyenlet így írható:

$$1 + 2(1 + \eta)\alpha_1 + \eta\alpha_1\alpha_2 = 0, \quad (7a)$$

$$\eta\alpha_1 + 2(\eta + 1)\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1^2\alpha_2 = 0. \quad (7b)$$

Megoldásuk (figyelembe véve, hogy $|\alpha_i| < 1$ kell legyen):

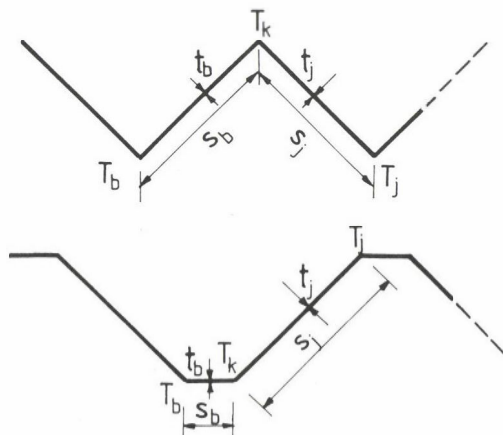
$$\alpha_1 = \frac{-(5 + 3\eta) + \sqrt{(5 + 3\eta)^2 - 16}}{4}, \quad (8a)$$

$$\alpha_2 = - \left(\frac{1}{\eta\alpha_1} + 2 \frac{1 + \eta}{\eta} \right). \quad (8b)$$

Ha pl. $\eta = 2,0$, akkor $\alpha_1 = -0,19$, $\alpha_2 = -0,34$, az átlaguk (pontosabban: mértani közepük, $\sqrt{\alpha_1\alpha_2}$) tehát igen közel áll a (3) szerinti $-0,27$ -hez.

Mindebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a 2.5. és 2.6. ábráknak megfelelő többtámaszú tartókon a szélső támasz fölött ható nyomaték két támaszközzel távolabb már az eredeti értékének 10%-a alá csökken.

Alkalmazzuk ezeket az eredményeket a lemezű élerőire, a "membránelmélet" alapul véve (elhanyagolva a keresztirányú lemeznyomatékokat, azaz az élek mentén sarokpántos kapcsolatot feltételezve).

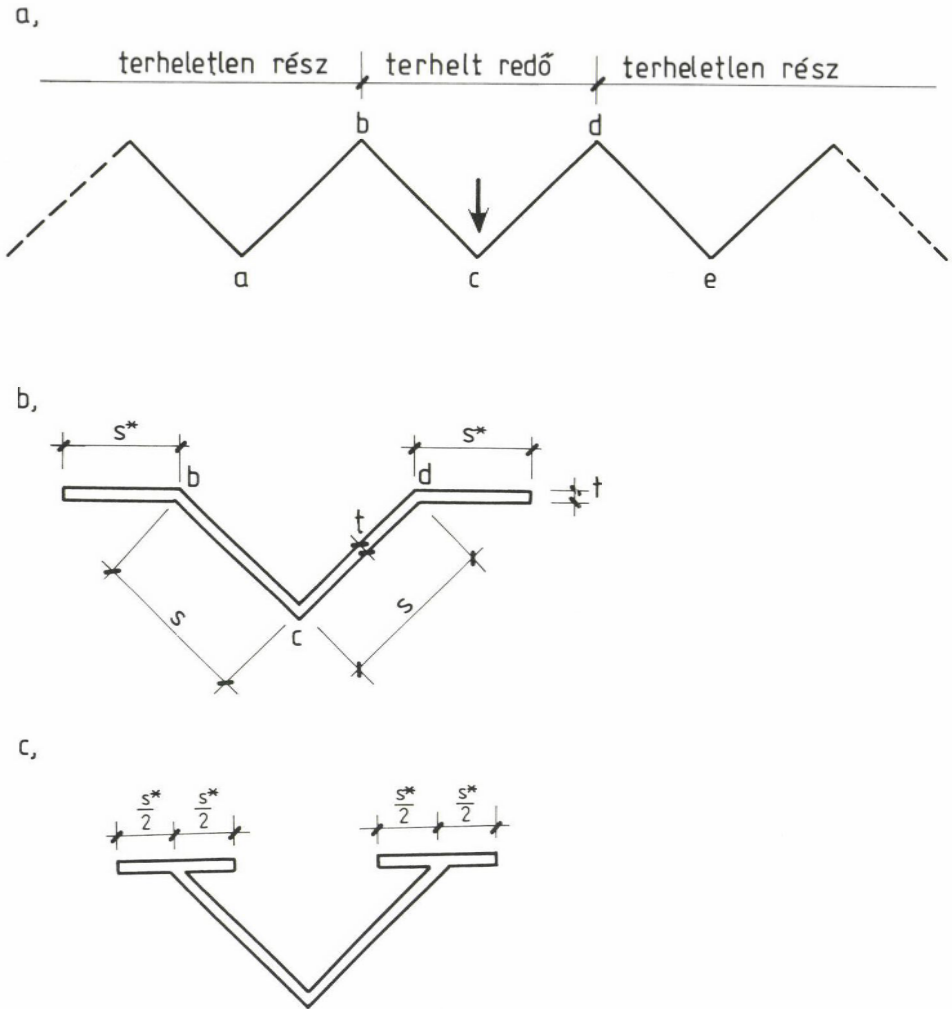


2.7. ábra

A terheletlen lemezű háromélerő-egyenleteinek általános alakja az alábbi (vö. a 2.7. ábrával):

$$\frac{1}{s_b t_b} T_b + 2 \left(\frac{1}{s_b t_b} + \frac{1}{s_j t_j} \right) T_k + \frac{1}{s_j t_j} T_j = 0 \quad (9)$$

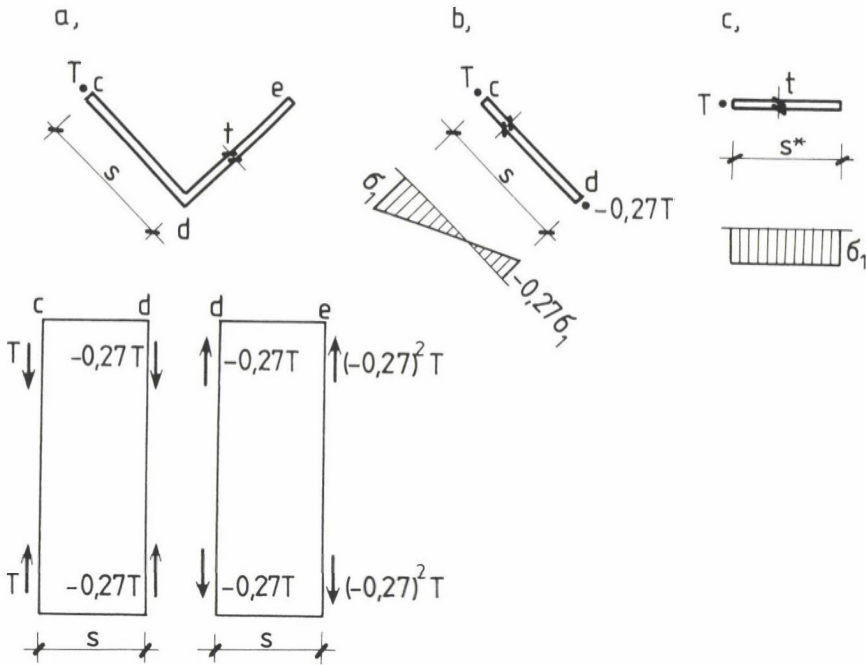
/Bölcskei és Orosz, 1972/. A többtámaszú tartó hajlítási merevségét jellemző EI/l mennyiség szerepét tehát most a lemezdarabok két méretének szorzata (a lemezdarab keresztmetszeti területe) veszi át, vö. az (1) képlettel. Így tehát a 2.7a. ábrán vázolt háromszög keresztmetszetű redőn az élerő egy lemez-elem mentén a -0,27-szeresére csökken, a 2.7b. ábrán látható trapéz keresztmetszetű lemezűvön pedig a (8) kifejezéseknek megfelelően fog csökkenni. Megjegyezzük, hogy ha a rövidebb lemezdarab vastagságát úgy választjuk meg, hogy a t_s szorzata megegyezzen a hosszabb lemezdarabéval, akkor a lemezdarabok szerepe az élerők csökkenése szempontjából azonos lesz, és itt is a -0,27-szeresére csökken az élerő egy-egy lemezdarab mentén.



2.8. ábra

Az elmondottakból az következik, hogy a megterhelt közbenső redőt jó megközelítéssel két-két szomszédos lemezdarab tehermentesíti, ill. megtámasztás esetében két-két szomszédos lemezdarabra terjed ki a zavarás. (A szélső redővel értelem szerűen csak az egyik oldalon lévő két lemezdarab dolgozik együtt.)

Az élerők csillapodására kapott eredmények alapján meghatározhatunk a lemezre egy "együtt dolgozó szélességet", amely statikai szempontból helyettesíti a terheletlen szakaszt a terhelt szakaszra gyakorolt tehermente-



2.9. ábra

sító hatása szempontjából. Az együttdolgozó szélesség szélén ható érő az együttdolgozó lemez teljes szélességében definíciószerűen állandó nagyságú σ_1 nyomófeszültséget okoz. A statikai egyenértékűséghez tehát az szükséges, hogy ez a σ_1 feszültség ugyanakkora legyen, mint amekkora az érő hatására a két lemezdarabból álló valóságos szerkezet-részben az érő helyén ébredő feszültség (2.8a,b. ábra). Megjegyezzük, hogy ezt az együttdolgozó szélességet helyesebb a 2.8c. ábra szerint szemléltetni, hogy világossá váljék: teljes szélességében azonos σ_1 feszültség ébred benne.

Vizsgáljunk meg egy két lemezdarabból álló redőt (2.9a. ábra) amelynek a szélére egy T érő hat, és határozzuk meg az érő helyén keletkező feszültséget. Mivel a lemezdarab túlsó széléig az érő a $-0,27$ -szeresére csökken, magára a lemezdarabra a 2.9b. ábrán feltüntetett két érő működik, amelyekből a baloldali érő helyén

$$\sigma_1 = \frac{T + 0,27T}{ts} + \frac{(T - 0,27T) \frac{s}{2}}{\left(\frac{ts^2}{6}\right)} = 3,46 \frac{T}{ts} \quad (10)$$

feszültség ébred, a túlsó szélén pedig ennek $-0,27$ -szerese. Ahhoz, hogy az s^* együttdolgozó szélességen belül ébredő $T/(ts^*)$ egyenletes feszültség σ_1 legyen, fenn kell állnia a

$$\frac{T}{ts^*} = 3,46 \frac{T}{ts} \quad (11)$$

egyenlőségnek, amiből az s^* együttdolgozó szélességre

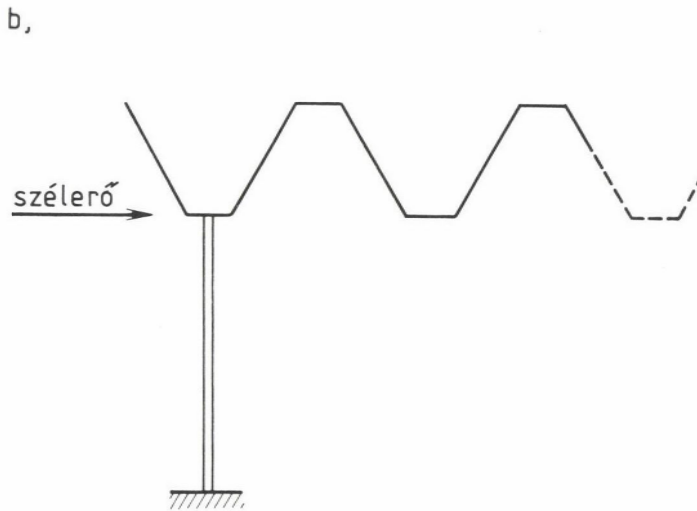
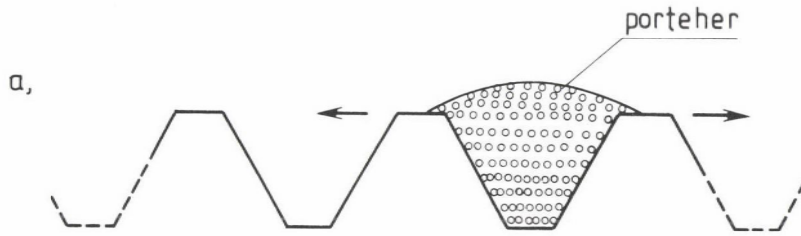
$$s^* = 0,29 s \quad (12)$$

adódik (2.9c. ábra). Ezzel az együttdolgozó szélességgel a 2.8b., ill. 2.8c. ábrának megfelelően helyettesítve a terheletlen redőket, szemléletes képet kapunk ez utóbbiak segítő hatásáról.

2.3. A redők méretezése vízszintes erőhatásokra

Meredek lemezzakaszokat is tartalmazó lemezművekben a parciális tehernek még egy hatása lehet: vízszintes irányban hajlítja a szerkezetet (2.10a. ábra). (A hőteher a szabvány szerint nem fejt ki oldalnyomást, de pl. a lerakódó ipari porteher igen.) Hasonló hatást idéz elő a szélérő is, ha az oldalfalat a lemezműhöz támasztjuk (2.10b. ábra). Ezekre a hatásokra a szerkezet hasonlóképpen működik, mint függőleges terhekre: a lemezdarabok — az élérőkkel összekapcsolva — L támaszközű vízszintesen hajlított tartókként hordják a terhet, de ha az élük elmozdulása nem hanyagolható el, akkor a keresztirányban hajlított lemeznek mint keretnek a hatása is belép az erőjátékba és részben ez viszi át a vízszintes terhet a többi lemezdarabra. /Kollár, 1974/-ben egy közelítő módszert találhatunk a vízszintes teherből származó belső erők meghatározására, amely a következő feltételezéseken alapul.

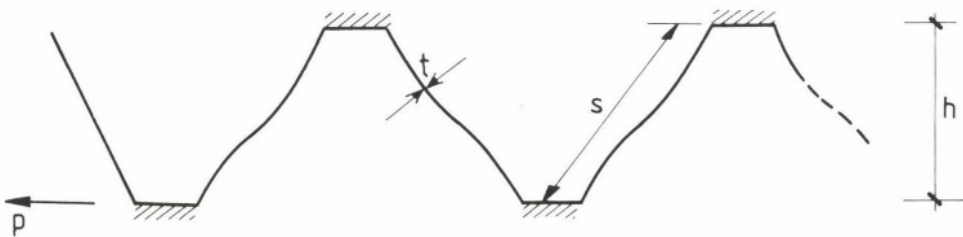
A lemezmű ferde lemezzakaszait elegendően magasnak (azaz merevnek) tekintjük ahhoz, hogy elhanyagolhassuk az élük függőleges lehajlásait; a vízszintes szakaszokat pedig elég keskenynek ahhoz, hogy meggátolják az élüknek (azaz a ferde lemezek végeinek) az elfordulását. Így a szerkezet a 2.11. ábrának megfelelően fog deformálódni: a vízszintes lemezdarabok a ferde lemezek egy-egy szakaszával — mint együttdolgozó szélességgel — egy-egy U-tartót alkotnak, s ezeket a ferde lemezek kötik össze, amelyek hajlítási merevségük folytán mint rugók működnek. Így a lemezmű statikai modellje végül is a 2.12. ábrának fog megfelelni: az egymás mögött lévő (vízszintes síkban hajlított) m darab gerendát megoszló rugók kötik össze.



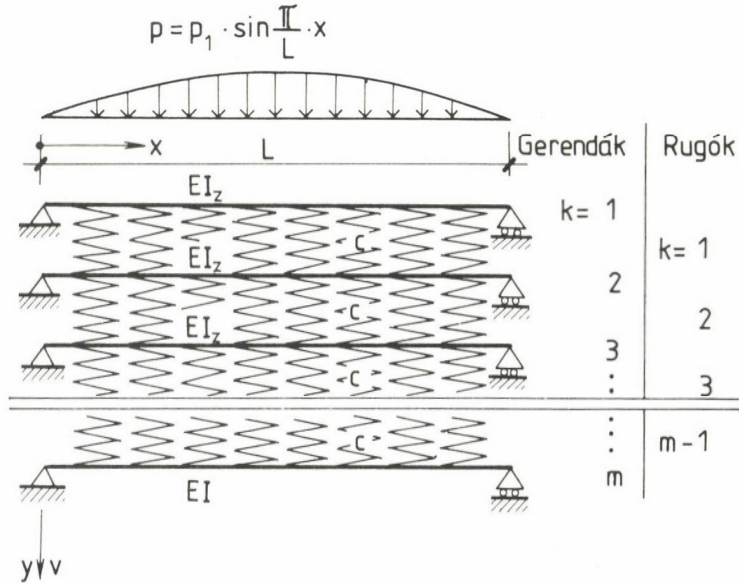
2.10. ábra

A számítás a következőképpen épül fel:

Az (általában) egyenletes p vízszintes terhet Fourier-sorba fejtjük, és egyelőre csak az első tagot ($n=1$) vizsgáljuk, amelynek alakja



2.11. ábra



2.12. ábra

$$p_1 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{L} x \right) \quad (13a)$$

lesz, a maximális p_1 teher-amplitúdót pedig a

$$P_1 = \frac{4}{\pi} P \quad (13b)$$

képletből kapjuk meg.

A ferde lemezek egység hosszra eső "rugómerevsége" (a két végén befogott, ferde helyzetű gerenda eltolódási merevsége alapján):

$$c = \frac{12 EI_{\text{lemez}}}{h^2 s}, \quad (14a)$$

ahol

$$EI_{\text{lemez}} = \frac{Et^3}{(1 - \nu^2) 12}, \quad (14b)$$

lásd a 2.11. ábrát; ν a harántkontrakciós tényező.

A ferde lemezeknek a vízszintes lemezzakaszokkal együtt dolgozó részét a 2.2. pontban mondottak figyelembevételével közelítésképpen az s ferde lemez-

hossz 0,25-szörösére vehetjük fel. Az ily módon kapott U-tartók vízszintes síkban érvényes (azaz a függőleges súlyponti tengelyre vett) hajlítási merevségét EI_z -vel jelöljük.

A k-adik és a (k+1)-edik gerenda között ébredő r_k rugóerő nagyságát a két gerenda vízszintes v lehajlásának különbsége adja meg. Elhagyva a közös $\sin(\pi x/L)$ szorzót:

$$r_k = c (v_k - v_{k+1}). \quad (15)$$

Másrésztől a gerendák lehajlását a rájuk ható két rugóerő különbsége okozza. Bevezetve a gerendák merevségét jellemző

$$\delta_1 = \frac{\pi^4 EI_z}{L^4} \quad (16)$$

paramétert, a k-adik és a (k+1)-edik gerenda lehajlása

$$v_k = \frac{r_{k-1} - r_k}{\delta_1} \quad (17a)$$

és

$$v_{k+1} = \frac{r_k - r_{k+1}}{\delta_1} \quad (17b)$$

lesz. Behelyettesítve (17a,b)-t (15)-be, a következő homogén lineáris differencia-egyenletet kapjuk az r rugóerőre:

$$r_{k-1} - \left(2 + \frac{\delta_1}{c}\right) r_k + r_{k+1} = 0. \quad (18)$$

A megoldást

$$r_k = C \varrho^k$$

alakban felvéve és behelyettesítve (18)-ba, a következő karakterisztikus egyenlethez jutunk:

$$\frac{1}{\varrho} - \left(2 + \frac{\delta_1}{c}\right) + \varrho = 0, \quad (19)$$

amelynek gyökei:

$$\varrho_{1,2} = \left(1 + \frac{\delta_1}{2c}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{\delta_1}{2c}\right)^2 - 1}; \quad (\varrho_1 < \varrho_2). \quad (20)$$

A megoldás tehát:

$$r_k = C_1 \rho_1^k + C_2 \rho_2^k.$$

Ennek ki kell elégítenie a peremfeltételeket:

$$\begin{aligned} k = 0: & \quad r_0 = p_1, \\ \text{és} & \\ k = m: & \quad r_m = 0. \end{aligned}$$

Ezekből meghatározva a C_1 , C_2 állandókat, megkapjuk a rugóerők kifejezésének végleges alakját, azaz a k -adik rugóban működő, sinus szerint változó rugóerő maximális értékét:

$$r_k = \frac{p_1}{1 - \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^m} \left[\rho_1^k - \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^m \cdot \rho_2^k \right]. \quad (21)$$

Az egyes gerendákat a két oldalukon működő rugóerők különbsége terheli. Az első, legjobban igénybe vett gerendára

$$(p_1 - r_1) \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \quad (22)$$

teher fog működni, azaz a teljes p_1 teher $(p_1 - r_1)$ -re csökken.

Az eddig elmondottak a (13a) szerinti, félsinus alakú teherre vonatkoznak. Mivel az egyenletes teher Fourier-sora

$$p = \frac{4}{\pi} p \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{\sin(n\pi x/L)}{n}, \quad (23)$$

az egyes Fourier-tagokhoz tartozó teher

$$p_n = \frac{4}{\pi} \frac{p}{n} \quad (24)$$

alakú lesz, és így

$$p = \sum_{n=1,3,5,\dots} p_n \sin(n\pi x/L). \quad (25)$$

A magasabbrendű ($n=3,5,\dots$) tagokhoz tehát L helyébe (L/n) -et kell írunk, és mindegyik taghoz ki kell számítanunk a hozzátartozó σ_n -et (16) alapján.

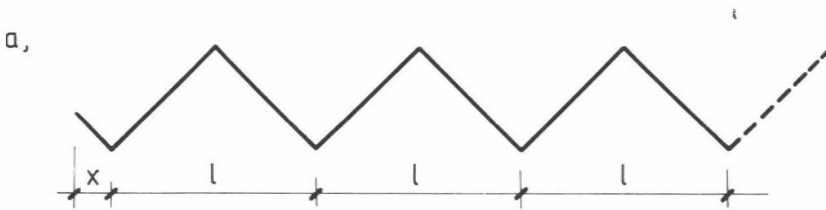
A gerendák nyomatékát a (25) kifejezés kétszeri differenciálásával kapjuk meg:

$$M = \frac{L^2}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{p_n}{n^2} \sin(n\pi x/L). \quad (26)$$

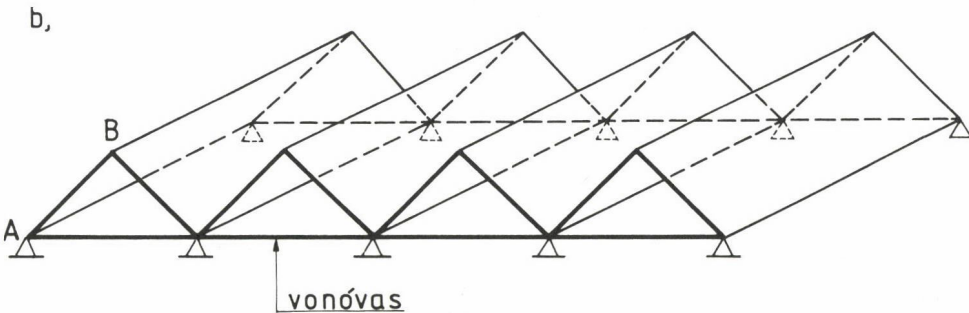
A rugók hatása miatt az első gerendán p_n helyébe (22) szerint $(p_n - r_1)$ -et, a többi gerendán $(r_{k-1} - r_k)$ -t kell írunk, mindegyik r -et a megfelelő n -nel kiszámítva. A nyomaték (26) kifejezése azt mutatja, hogy n növekedtével rohamosan csökken a tagok szerepe, és általában elegendő az első két tagot figyelembe venni. A számpéldák tanúsága szerint a legjobban terhelt ($n=1$) gerenda nyomatéka igen nagy mértékben ($1/10$ -ére is) lecsökkenhet a rugók megtámasztó hatása folytán.

2.4. A szélső lemez igénybevételei a koncentrált megtámasztásból

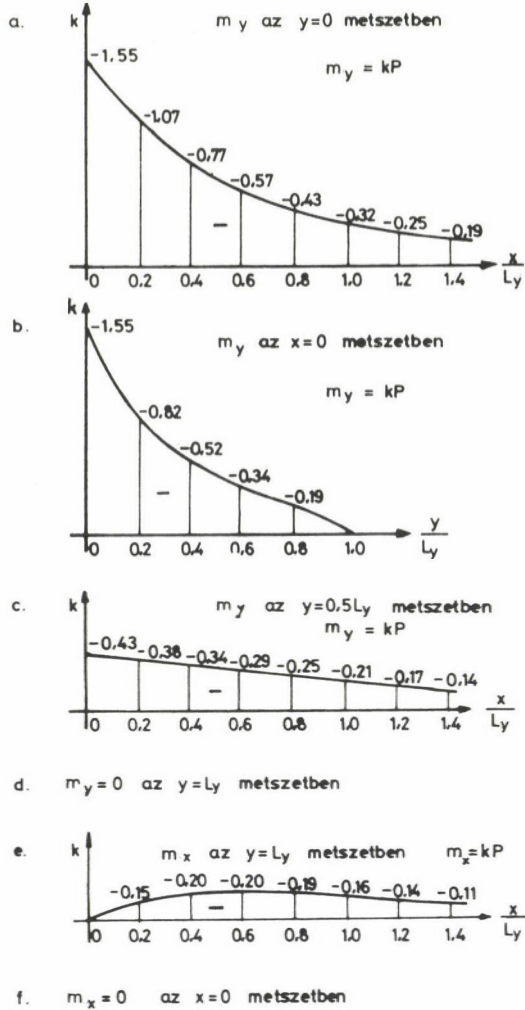
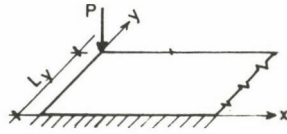
Ha a periodikus lemezű szélső támaszon túlnyúló szélső lemezdarabjának vízszintes x méretét (2.13a. ábra) zérusra csökkentjük (2.13b. ábra), akkor megszűnik a szélső V-tartó, amely biztosította a "második" lemez végigmenő megtámasztását, és így ez a lemez most már csak a két sarokpontján támaszko-



2.13a. ábra

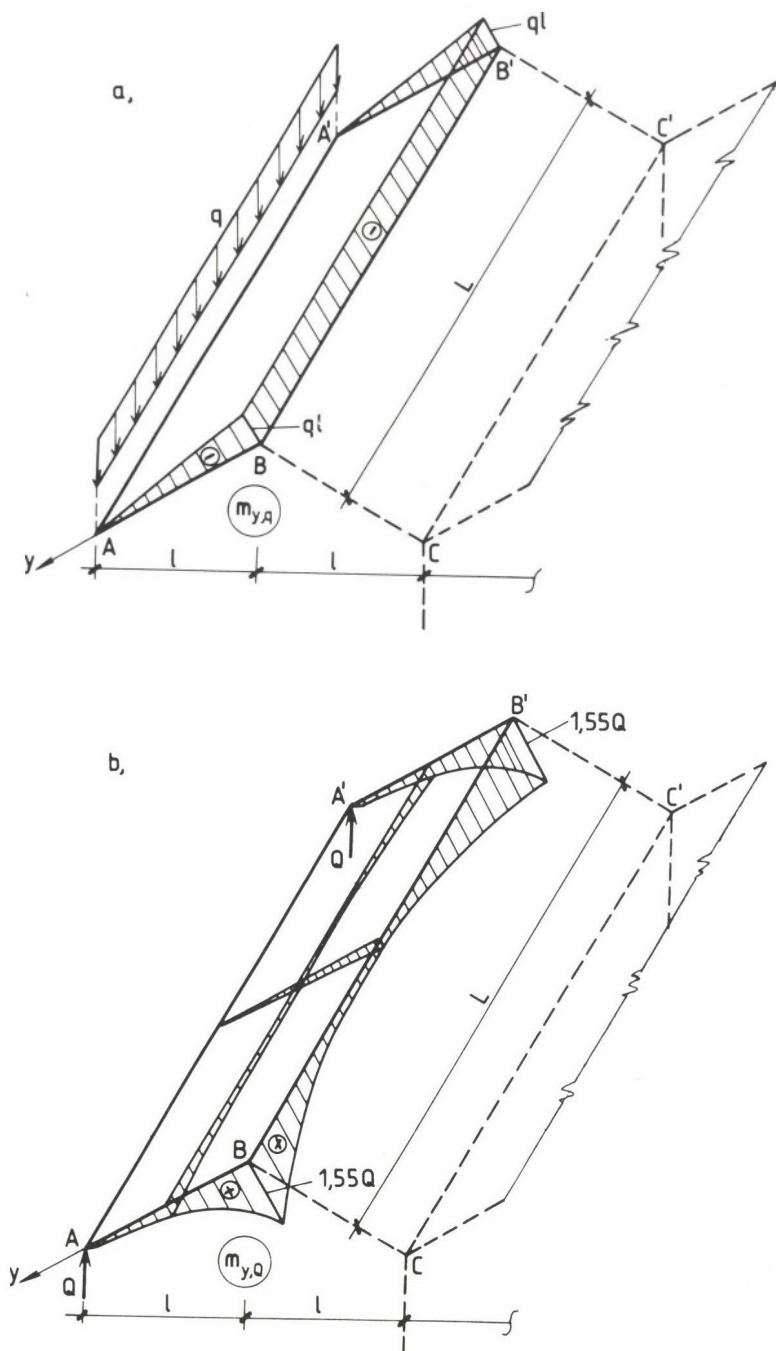


2.13b. ábra



2.14. ábra

dik. Az ennek megfelelő nyomatékot /Stiglat és Wippel, 1983/ segítségével határozhatjuk meg. E műben ugyanis megtaláljuk a sarokpontján terhelte félvégtelen széles konzollemez nyomatékainak eloszlását megadó diagramokat (2.14. ábra). A lemez nyomatékait tehát úgy kapjuk meg, hogy először folyto-

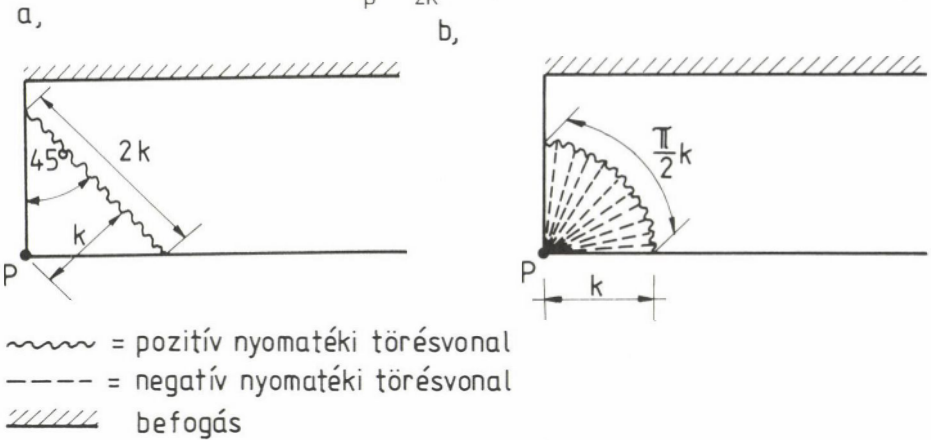


2.15. ábra

nos megtámasztást tételezünk fel az első támasz vonalában és így meghatározzuk a teherből származó nyomatékábrát. Erre szuperponáljuk a hiányzó folytonos megtámasztás és a két sarokponton ható koncentrált erő együttes hatásából származó nyomatékokat: a hiányzó vonalmenti megtámasztás a 2.15a. ábrán látható nyomatékábrát okozza, a koncentrált erők pedig a 2.15b. ábrán láthatókat. E két utóbbi hatásból tehát olyan keresztirányú nyomatékok ébrednek a "B" taréj mentén, amelyeknek az L hosszon vett összegük zérus. Ezek a nyomatékok a többi támasz felé a 2.6. ábrán megadott törvényszerűség szerint csökkennek.

A lemez sarokpontjában ható koncentrált erő okozta nyomatékokat a képlékenységtan segítségével is meghatározhatjuk /Kaliszky, 1967/. Az alulról felfelé ható P erő a 2.16a. ábrán vázolt törésképet okozza, ha a pozitív nyomatéki m_p teherbírás kisebb a negatív nyomatéki m_n teherbírásnál, a törésvonal mentén ébredő nyomaték nagysága pedig

$$m_p = \frac{Pk}{2k} = 0,5 P. \quad (27)$$



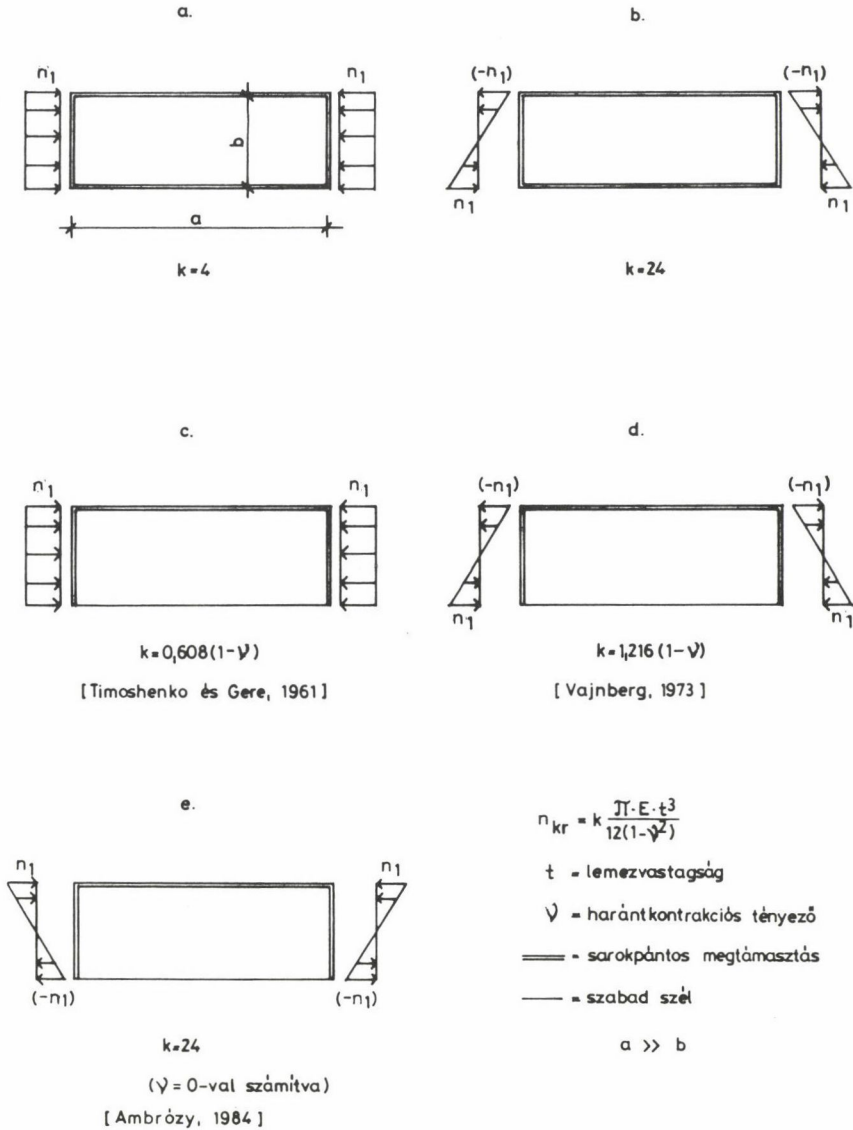
2.16. ábra

Ha viszont a pozitív nyomatéki m_p teherbírás nagyobb m_n -nél (vagy egyenlő vele), akkor a 2.16b. ábrán látható töréskép jön létre; a negyedkörív alakú törésvonal mentén fellépő nyomaték nagysága pedig

$$m_p = \frac{Pk}{\frac{\pi}{2} k} = 0,636 P. \quad (28)$$

2.5. Stabilitási kérdések

A hosszúelemes lemezműveknek — mint az összetett szerkezeteknek általában — kétféle stabilitásproblémájuk van: az egyes lemezdarabok behorpadása ("lokális" stabilitásvesztés), valamint az egész lemezmű instabilitása ("globális" stabilitásvesztés).



2.17. ábra

A közbenső lemezdarabok nyomásra, illetve hajlításra lehetnek igénybe véve (lásd az 1.1. és a 2.3. ábrát). Ezeknek a megtámasztását valamennyi élük mentén a biztonság kedvéért sarokpántosnak tekintjük. A horpadási tényezőket az MSZ 15024/1-85-ben találhatjuk meg. Az egyszerűség kedvéért /Timoshenko és Gere, 1961/ alapján itt is megadjuk az egyenletes nyomásra és hajlításra igénybe vett, körös-körül sarokpántosan támaszkodó lemez kritikus teherintenzitását (2.17a,b. ábrák).

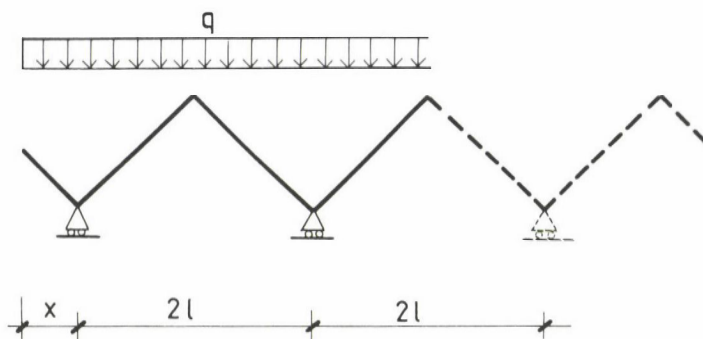
A szélső lemezdarabok szintén nyomást vagy hajlítást szenvedhetnek. A szabad szélük miatt ezeknek a kritikus igénybevétele természetesen kisebb lesz, mint a közbenső lemezeké (2.17c,d,e. ábrák). A számértékeket /Timoshenko és Gere, 1961/-ből, /Vajnberg, 1973/-ből, valamint /Ambrózy, 1984/-ből vettük.

Valamennyi megoldott eset a lemez hossza mentén állandó igénybevételre vonatkozik, a lemezművekben viszont a (parabolikusan) változó nyomatókéábrának megfelelően változó igénybevételek keletkeznek. Így ha a legnagyobb nyomatókéből számítjuk az igénybevételeket, s ezeket tekintjük a lemez hossza mentén állandónak, akkor kismértékben a biztonság javára tévedünk.

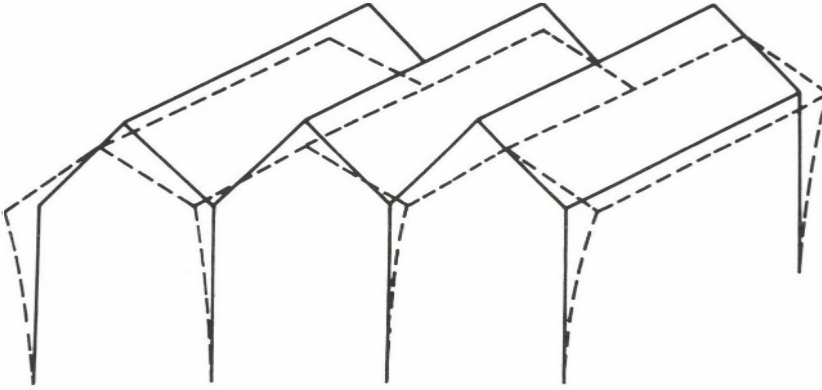
Ha a lemezelem egyidejűleg van hajlításra és nyomásra igénybe véve, akkor a biztonság javára szolgáló közelítéssel használhatjuk a Dunkerley-összefüggést /Kollár, 1991/:

$$\frac{n_1^{\text{hajl}}}{n_1^{\text{hajl}} \cdot n_1^{\text{kr}}} + \frac{n_1^{\text{nyom}}}{n_1^{\text{nyom}} \cdot n_1^{\text{kr}}} = \frac{1}{\gamma}, \quad (29)$$

ahol γ a biztonsági tényező.



2.18. ábra



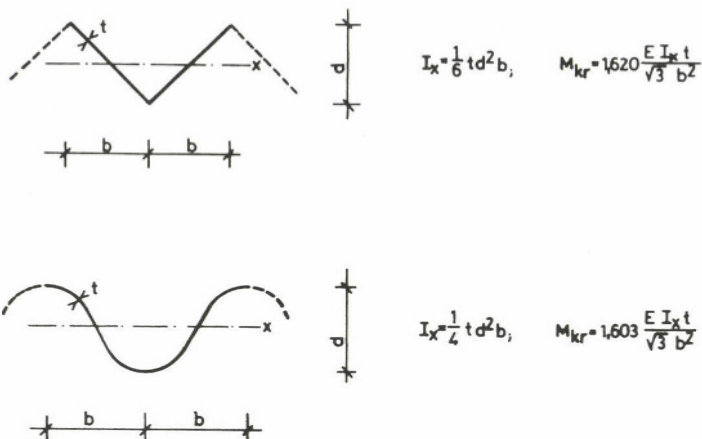
2.19. ábra

A lemezek most leírt behorpadása után a szerkezetnek a rugalmas tartományban emelkedő kritikuson túli teherbírása van, lásd részletesebben /Kollár, 1991/-ben. A fokozatosan bekövetkező képlékennyé válás, valamint a vasbetonszerkezetekre jellemző berepedés és az ezek folytán előálló merevségcsökkenés azonban előbb-utóbb esővé teszi a kritikuson túli teherbírást.

Az egész lemezmű abban az esetben veszítheti el a stabilitását, ha a keresztmetszetei deformálódhatnak (ellapulhatnak). Ez elsősorban akkor következik be, ha a megtámasztásoknál nem alkalmazunk diafragmát (vonóvasat). A dongaszerű lemezművek esetében ez nem szokott előfordulni, mivel a keresztmetszet sok lemezdarabból áll, és diafragma nélkül nem lenne alaktartó. A periodikus lemezművet azonban már ki lehet alakítani diafragma (ill. vonóvas) nélkül. A redők így "szétcsúszhatnak" (2.18. ábra). Ekkor a lemezmű a hajlítás hatására fokozatosan ellapul, majd átpattan (2.19. ábra). Az átpattanást okozó kritikus nyomatókót Kerek /1981/ számította ki, feltételezve, hogy a keresztmetszetek "laposak". A kritikus nyomatók egy hullámra jutó nagyságát állandó falvastagságú V és hullám keresztmetszetű szerkezetre a 2.20. ábrán adjuk meg. A hullámkeresztmetszetre megadott számértéket jó közelítéssel érvényesnek vehetjük a megfelelő arányú trapézkeresztmetszetű lemezműre is.

Az átpattanás után a szerkezetnek már a rugalmas tartományban is csökken a kritikuson túli teherbírása /Kollár, 1991/. Emiatt a biztonsági tényezőt célszerű nagyobbra választanunk, mint az emelkedő teherbírású lemezhorpadáshoz.

Meg kell még említenünk két stabilitásvesztési módot, amelyeknek kritikus terhét azonban még nem számították ki. Az egyik az egész lemezmű most



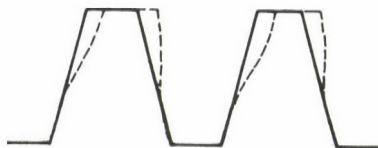
2.20. ábra

leírt ellapuló átpattanása szét nem csúszó támaszok esetében (2.21. ábra). Ez csak igen hosszú lemezelemekből álló szerkezeten következhet be oly módon, hogy a lemezmű középső része szétcsúszik és ellapul, amit az egyes lemezdaraboknak a saját síkjukban bekövetkező aránylag nagy nyírás alakváltozása tesz lehetővé.



2.21. ábra

A másik stabilitásvesztési mód a trapézkeresztmetszetű lemezmű felső nyomott, U-keresztmetszetű részeinek a vízszintes síkban létrejövő kihajlása (2.22. ábra). Ez csak akkor következhet be, ha az "U-szelvények" vízszintes



2.22. ábra

mérete kicsi, és a meredek lemezdarabok csak igen gyengén támasztják meg őket oldalirányban.

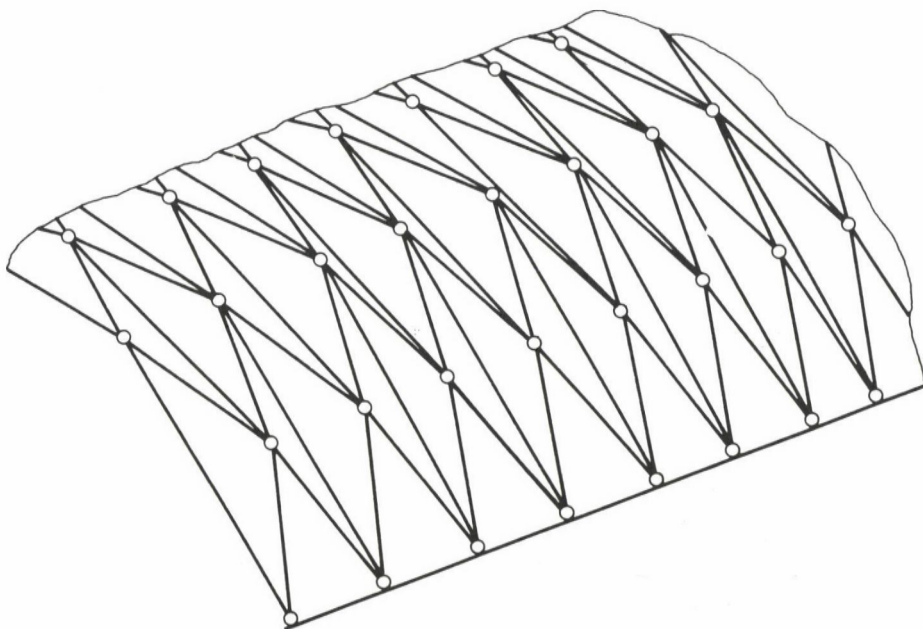
E két stabilitásvesztési módról jelenleg csupán annyit tudunk mondani, hogy csak igen szélsőséges geometriai elrendezésű lemezműveken fordulhatnak elő.

3. A RÖVIDELEMES LEMEZMŰVEK MÉRETEZÉSI KÉRDÉSEI

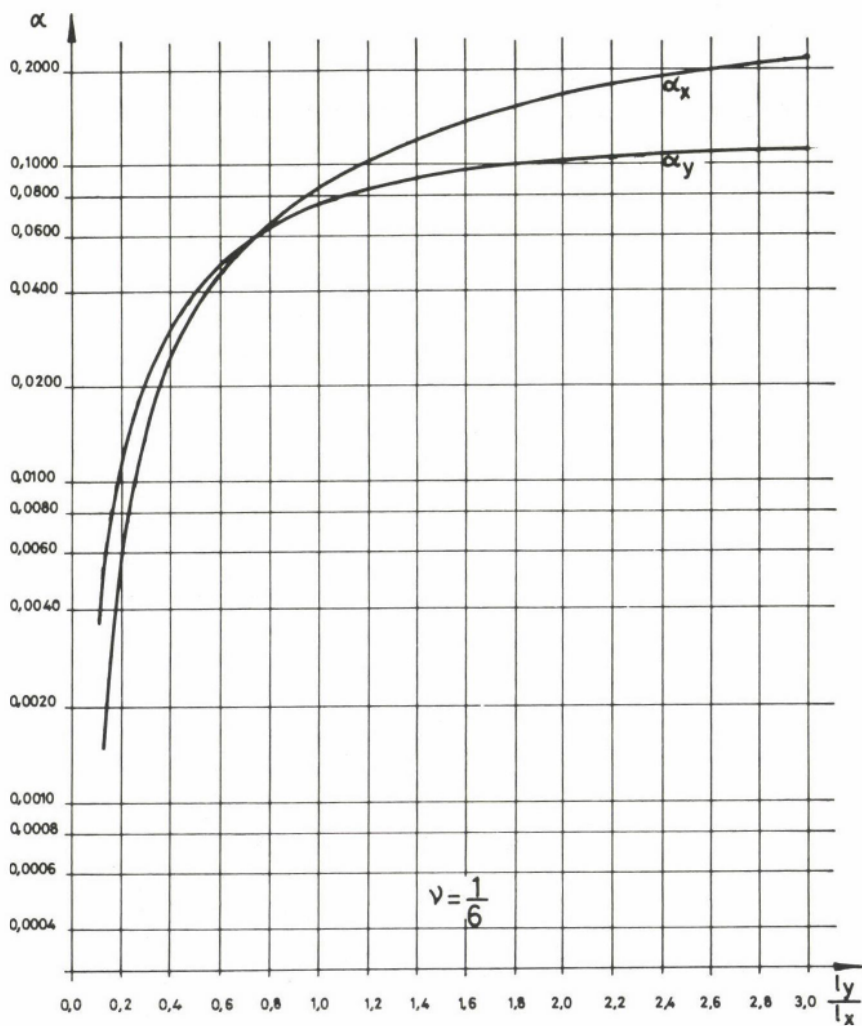
3.1. A rövidelemes lemezművek statikai viselkedése

A rövidelemes lemezművek (1.2. ábra) abban különböznek a hosszúelemesektől, hogy

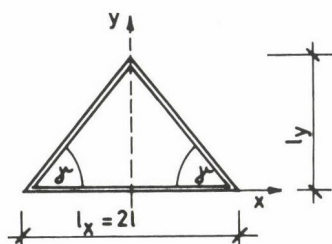
- lemezelemek "rövidék" és többnyire háromszög alakúak;
- a lemezelemek rövidsége miatt a közöttük fellépő élerők nem okoznak megnyúlást az átellenes élben (mivel egy "magasfalú tartóban" a terhelt él feszültségei elenyésznek az átellenes élig);
- a lemezelemek általában nem támaszokra, hanem egymásra támaszkodnak.



3.1. ábra



3.2



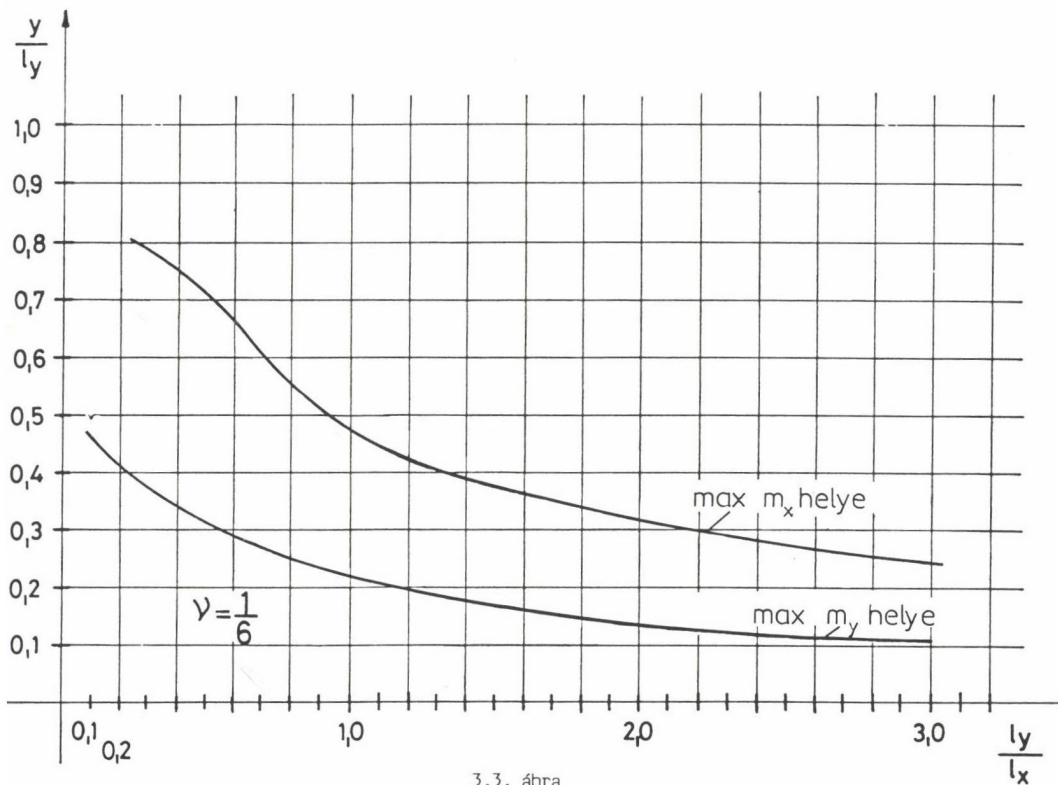
Maximális mezőnyomatékok:

$$m_x = \alpha_x \rho l^2$$

$$m_y = \alpha_y \rho l^2$$

Helye: 3.3 ábra

3.2. ábra



3.3. ábra

Az elemek rövideisége folytán mindig mozdulatlanoknak tekinthetjük az éleket a lemez hajlítása szempontjából. A magasfalú tartóról mondottak miatt elmaradnak a hároméle-egyenletek. Végül az elemek egymásra támaszkodása azt eredményezi, hogy a szerkezet az élek helyére képzelte rudakból álló térbeli ráccszerkezethez hasonlóan viseli a terheket, amint ezt a következő gondolatmenet is mutatja.

A rövidlemezű lemezművek erőjátéka lényegében nem különbözik a hosszúelemesektől: a (többnyire háromszög alakú) lemezelemek itt is hajlítással viszik el a tehernek a lemezre merőleges komponensét az élekig, ezeket most is fel kell bontanunk a találkozó lemezek síkjába eső komponensekre, amelyek – a tehernek a lemezek síkjába eső komponenseivel együtt – a saját síkjukban terhelik a lemezeket. A különbség a hosszúelemes szerkezethez képest annyi, hogy a lemezelemek számára csak a lemezmű csúcspontjai jelentenek megtámasztásokat, mivel itt fut össze több él, amely meg tudja támasztani a csúcspontot. Így alakul ki a "térbeli ráccszerkezet" (3.1. ábra), amelynek rúdjaikat az élek mentén találkozó lemezpárokból kialakuló V keresztmetszetű tartók képezik, és amely a terhet leviszi a támaszokra. A térbeli ráccszerkezetek számítását /Kollár és Hegedűs, 1985/-ben találhatjuk meg.

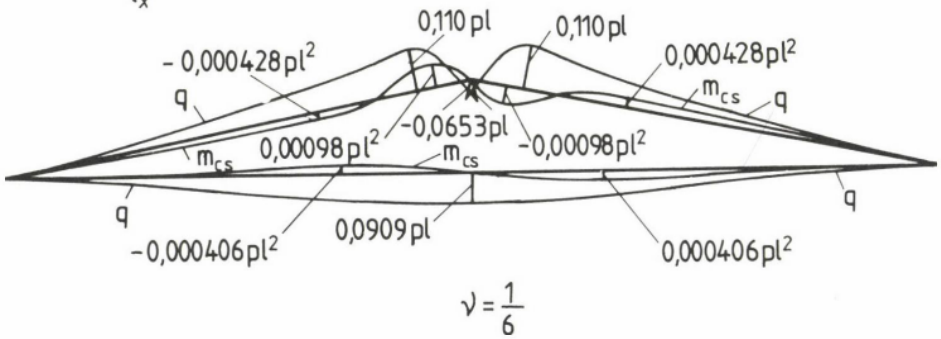
Reakciók megoszlása csuklós megtámasztás esetén

q = reakcióerő

m_{cs} = csavaró nyomaték

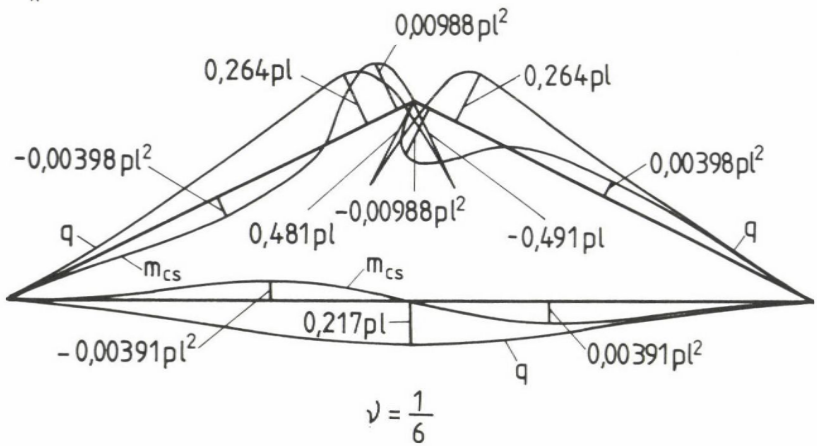
a,

$$\frac{l_y}{l_x} = 0,100$$



b,

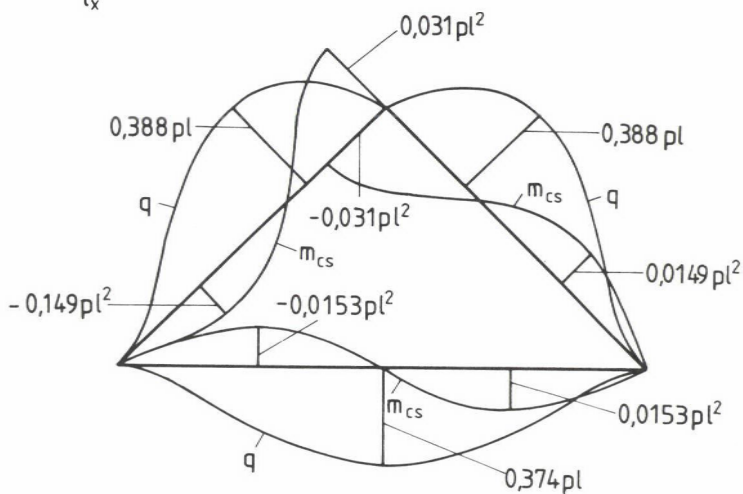
$$\frac{l_y}{l_x} = 0,250$$



3.4. ábra

c,

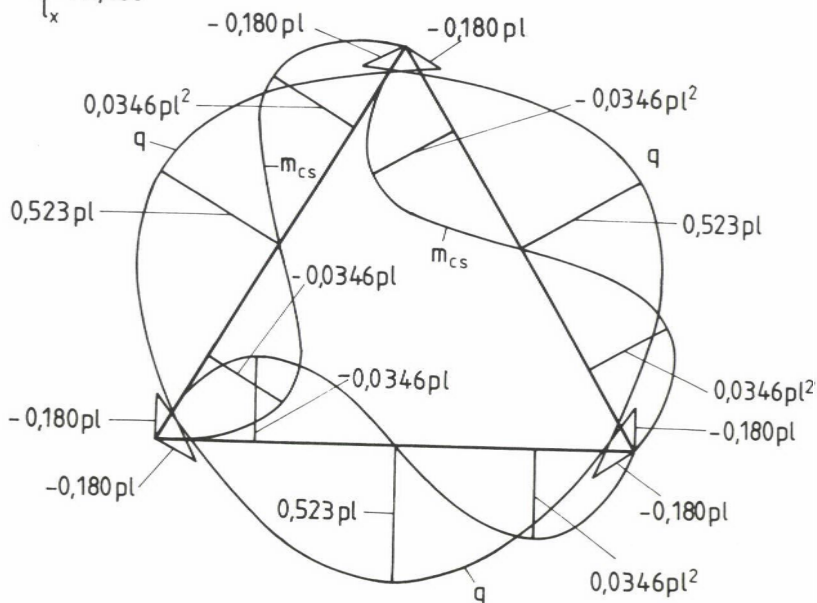
$$\frac{l_y}{l_x} = 0,500$$



$$\nu = \frac{1}{6}$$

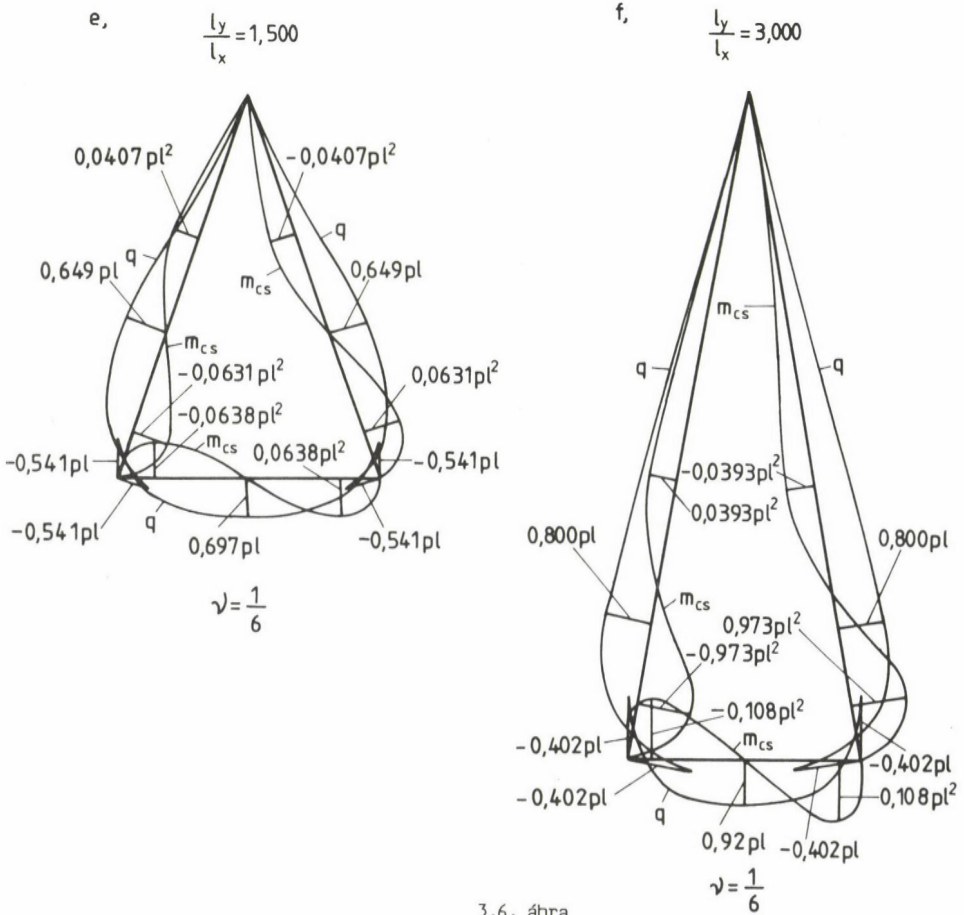
d,

$$\frac{l_y}{l_x} = 0,866$$



$$\nu = \frac{1}{6}$$

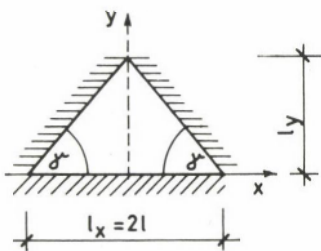
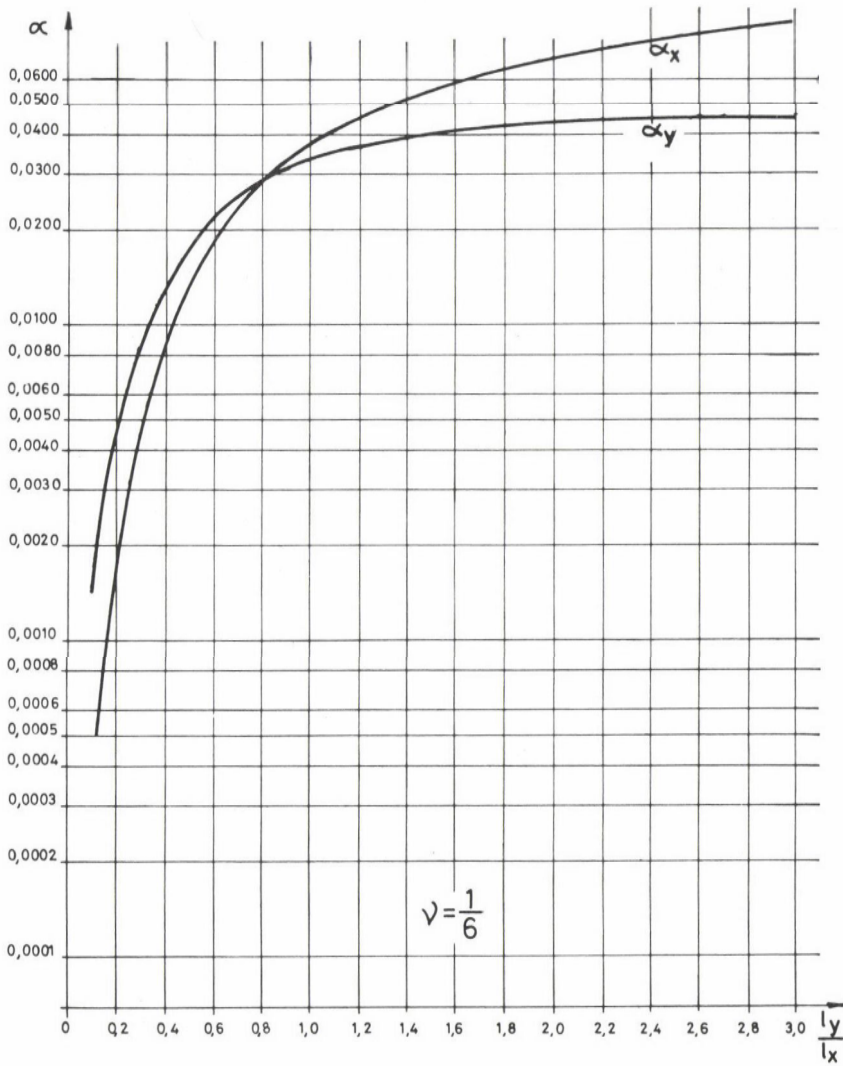
3.5. ábra



3.6. ábra

3.2. A háromszöglemezek erőjátéka

Mivel a rövidelemes lemezművek a legtöbbször háromszögelemekből állnak, ismernünk kell ezek hajlítónyomatékait és reakcióerőit. A Mérnöki Kézikönyvben /Palotás, 1959 és 1984/ háromszög és trapéz alakú lemezek hajlítónyomatékait találhatjuk meg, Breitschuh könyve /1974/ pedig a háromszöglemezek nyomatékain kívül a reakcióerőket és a lehajlásokat is tartalmazza. Mivel ez a könyv nehezen hozzáférhető, a 3.2.—3.13. ábrákon adjuk meg az egyenlőszárú háromszöglemezek nyomatékait és támaszerőit sarokpántos (csuklós) és be-



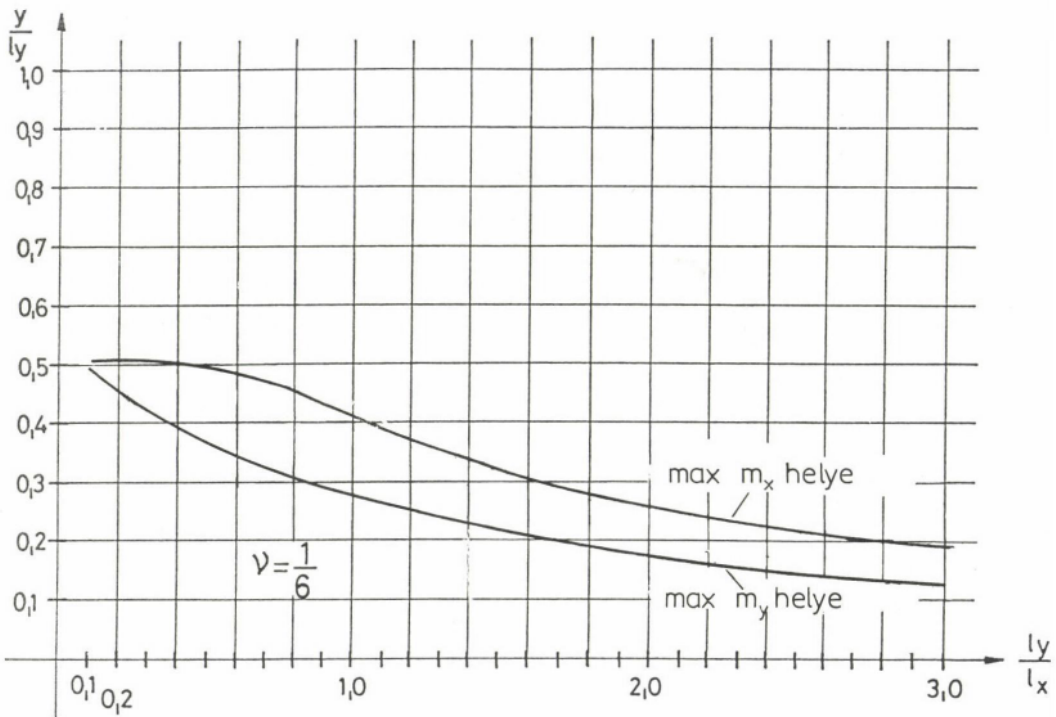
Maximális mezőnyomatékok:

$$m_x = \alpha_x p l^2$$

$$m_y = \alpha_y p l^2$$

Helye: 3.8 ábra

3.7. ábra



3.8. ábra

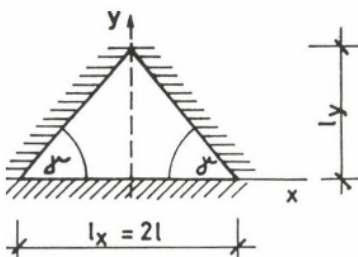
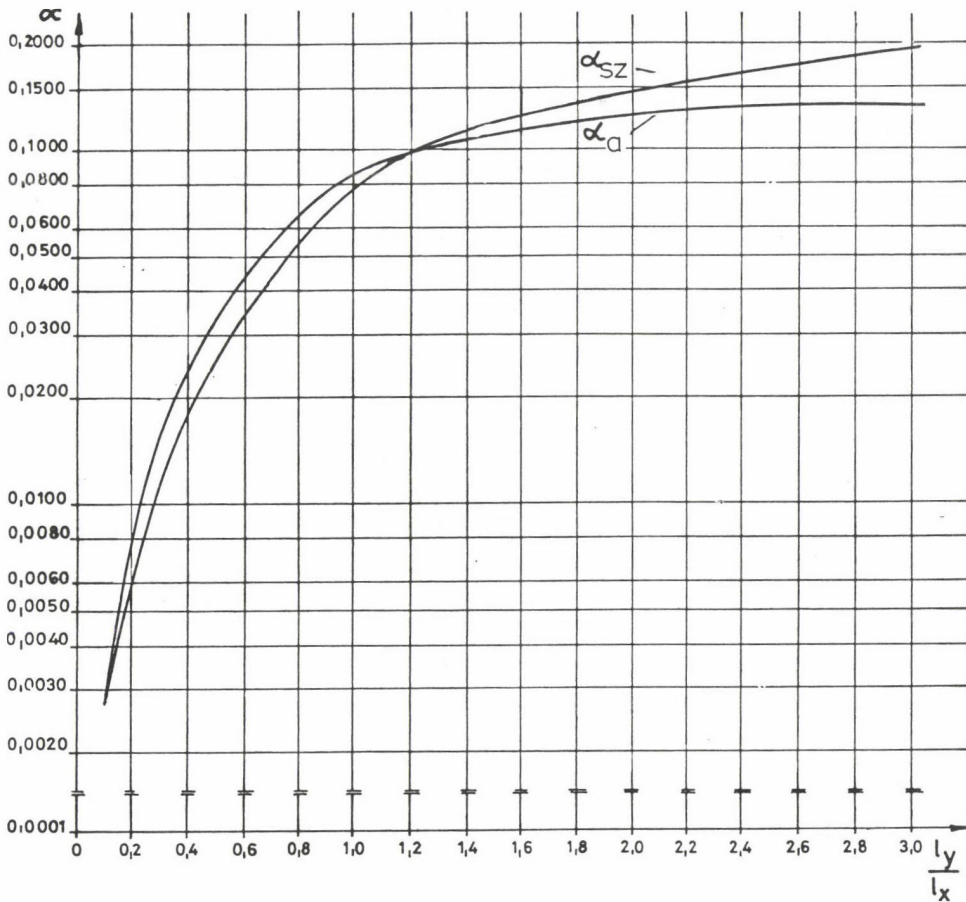
fogott perem esetére. A sarokpántos megtámasztást kettős vonallal, a befogást vonalkázással jelöltük. A harántkontrakciós tényező $\nu = 1/6$.

A lemezdaraboknak az élek mentén keletkező reakcióit az egyszerűség kedvéért a következő közelítő módszerrel is meghatározhatjuk.

A sarokpontokból kiindulva megrajzoljuk a szomszédos oldalak szögfelező egyeneseit, majd — ha ezek nem metsződnek valamennyien egy pontban, mint pl. négyszög alakú lemezek esetében — összekötjük a két metszéspontot (3.14a, b. ábrák). Az egyes oldalakra jutó terheket, megoszlásukkal együtt, az így kapott síkidomok szolgáltatják.

Egyszerűen határozhatjuk meg a háromszöglemezekről a csúcspontokra átadódó erőket, amelyek az egész lemez (mint térbeli rácsszerkezet) erőjátékának meghatározásához szükségesek.

Az egyes háromszög alakú lemezdarabokról a csúcspontokra átadódó három erőnek a lemezre ható terhekkel statikailag egyenértékűnek kell lennie. Erre pedig a statika egy igen egyszerű elvet kínál: a "háromlábú asztal" analógiáját, amelynek alapján egyszerűen és egyértelműen meg tudjuk határozni azt a három, a terhekkel párhuzamos irányú erőt, amelyeknek a csúcspontokra való működtetésével az eredeti teherrel statikailag egyenértékű erőrendszert



Maximális befogási nyomaték

a száron:

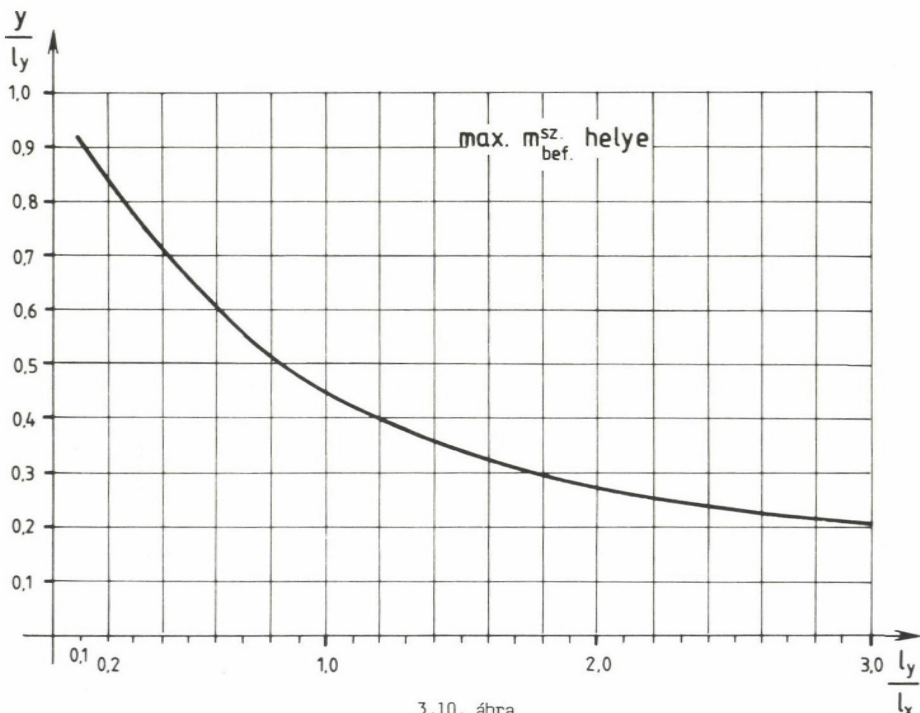
$$m_{\text{bef}}^{\text{sz}} = -\alpha_S p l^2$$

az alapon:

$$m_{\text{bef}}^{\text{a}} = -\alpha p l^2$$

Helye: a 3.10 ábrán.

3.9. ábra



3.10. ábra

kaphatunk (3.15. ábra). Ez az elv természetesen a lemezre ferdén ható külső teherre is igaz.

Térjünk vissza ezek után az egyes lemezdarabok saját síkjában ható igénybevételek meghatározására.

Ez a "tárcsaszerű" igénybevétel összesen három hatásból származik: a tehernek a lemez síkjába eső komponenséből, az egy élben találkozó két hajlított lemez reakcióinak a lemez síkjába eső komponenséből, és végül a térbeli rácsostartó rúderőiből, amelyek a csúcspontokról az élek irányában hatnak a lemezre. Ezek közül az utóbbiak önmagukban egyensúlyi erőrendszert alkotnak, az első kettő pedig az őket egyensúlyozó csúcsponti reakcióknak a lemez síkjába eső komponenseivel együtt alkot egyensúlyi erőrendszert.

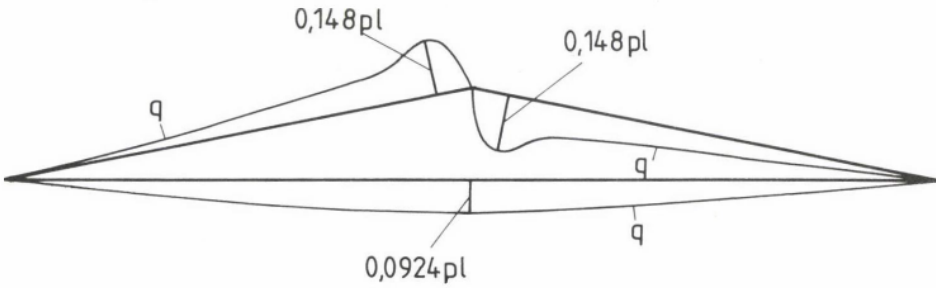
Mindezeket a (most már egyensúlyban lévő rendszert alkotó) erőket a lemezdarabra helyezve ki tudjuk számítani a lemezdarabnak mint tárcsának az igénybevételeit. Ehhez azonban még egy megjegyzést kell tennünk.

Mivel a rácsostartó "rúderői" az élekben működnek, ezért el kell őket osztanunk a két csatlakozó lemez között. Az elosztás alapja elvileg az összeférhetőség kellene hogy legyen: a két csatlakozó lemeznek ugyanannyit

Reakciók megoszlása befogás esetén
 $q = \text{reakcióerő}$

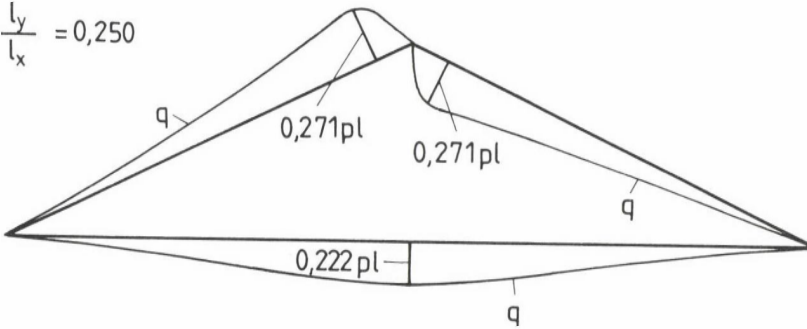
a,

$$\frac{l_y}{l_x} = 0,100$$



b,

$$\frac{l_y}{l_x} = 0,250$$

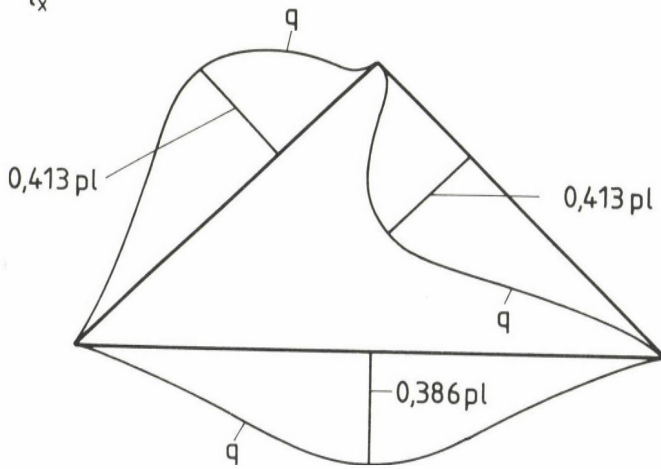


3.11. ábra

kell összenyomódnia (megnyúlnia) a rájuk eső rúderő-rész hatására. Ehelyett az egyszerűség kedvéért megfelezzük a rúderőt, feltéve, hogy a két csatlakozó lemez szélessége és vastagsága nem tér el nagyon egymástól. A lemezeknek az erre a hatásra érvényes "együttdolgozó szélességét" a következő pontban tárgyaljuk.

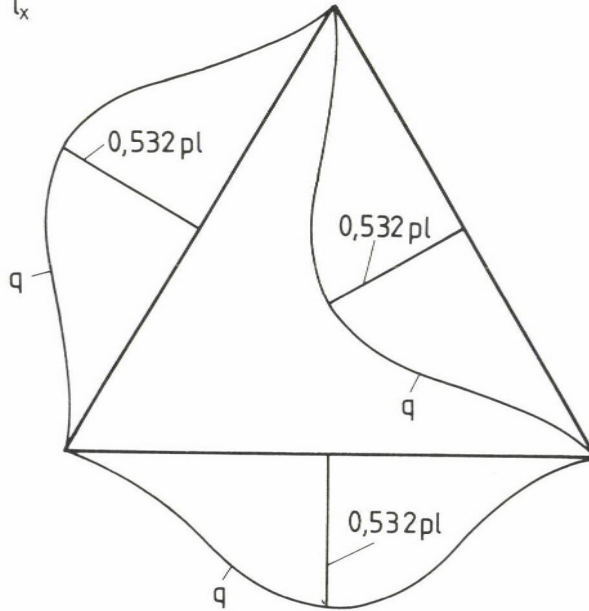
c,

$$\frac{l_y}{l_x} = 0,500$$



d,

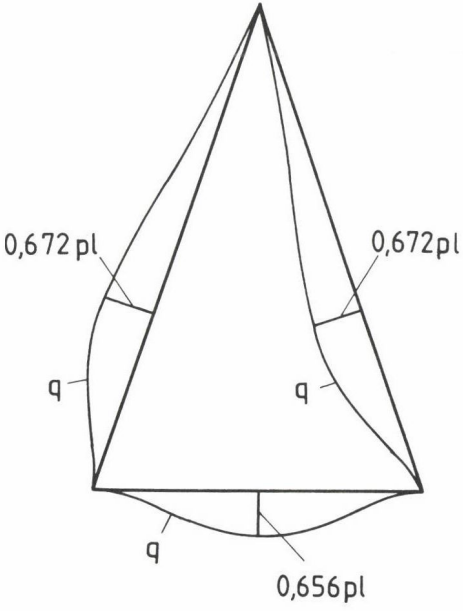
$$\frac{l_y}{l_x} = 0,866$$



3.12. ábra

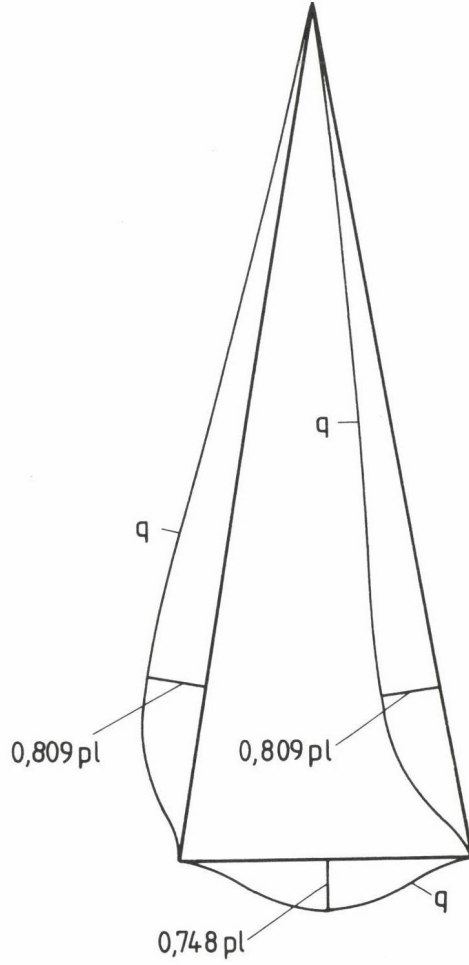
e,

$$\frac{l_y}{l_x} = 1,500$$

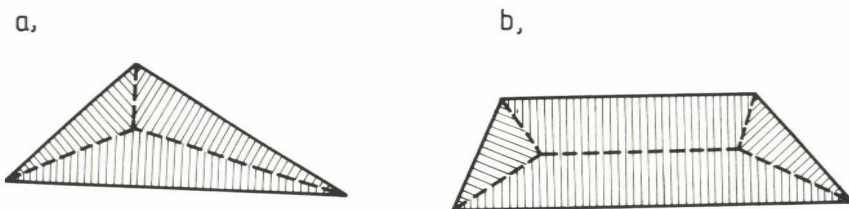


f,

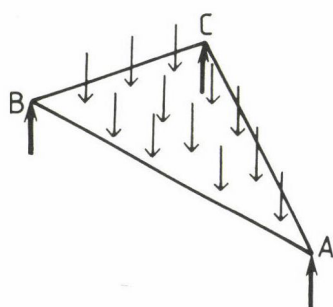
$$\frac{l_y}{l_x} = 3,000$$



3.13. ábra



3.14. ábra



Egyensúlyi egyenletek

$$\Sigma M_{AB} = 0$$

$$\Sigma M_{BC} = 0$$

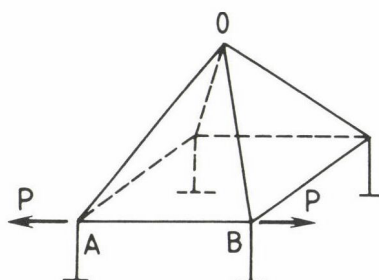
$$\Sigma M_{AC} = 0$$

$$(\Sigma P = 0)$$

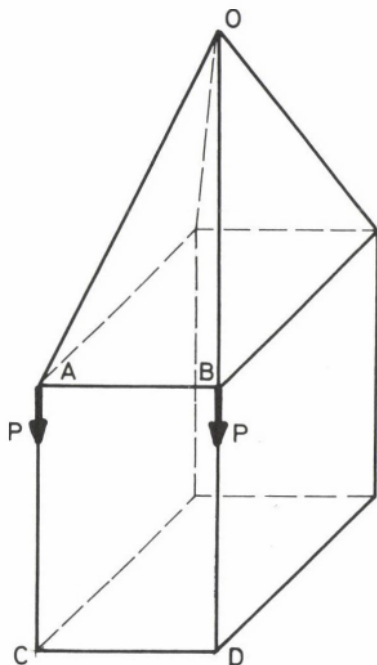
3.15. ábra

3.3. A koncentrált erőből a tárcsák belsejében keletkező feszültségek

A rövidleemes lemezművekben az egyes lemezelemekben az éleik mentén koncentrált erők hatnak. Ezek legnagyobb részét a sarkaikon terhelik az elemeket, amelyek erre a teherre tárcsaként működnek. Így pl. a 3.16. ábrán vázolt lemezmű ferde éleiben hatnak élmenti koncentrált erők, de ilyen, vízszintes



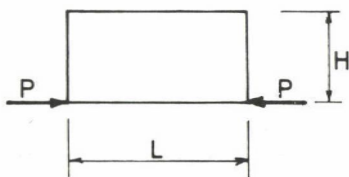
3.16. ábra



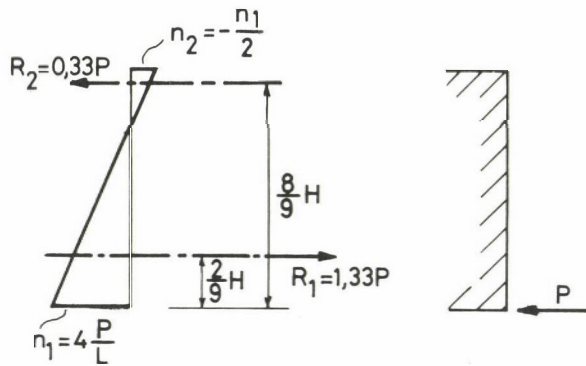
3.17. ábra

húzóerő működik pl. az OAB háromszög AB élében is. A 3.17. ábra lemezmű-
vének ferde és vízszintes élében ugyancsak működnek koncentrált erők, de
hatnak ilyenek függőleges irányban az ABCD négyszög A és B pontjaiban
is. Az 1.2b. ábrán látható szerkezet élében működő "rácscrúderők" is hasonló
hatást fejtenek ki.

A kérdés: milyen feszültségeket okoz a koncentrált erő a tárcsa belsejé-
ben. A problémát úgy is megfogalmazhatjuk, hogy hogyan terjed a koncentrált
erő hatása a tárcsa belsejébe, vagy még másképp: mekkora a tárcsa "együtt-
dolgozó szélessége" az élén ható erőre.



3.18. ábra



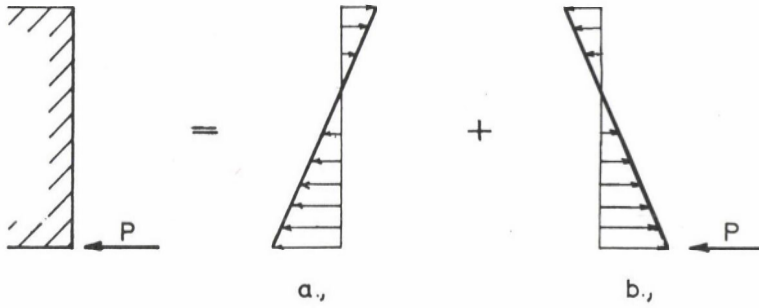
3.19. ábra

A feladat a síkbeli rugalmasságtan körébe tartozik. Mielőtt azonban ismertetnénk a rugalmasságtani eredményeket, néhány elemi megfontolással kíséreljük meg, hogy szemléletes áttekintést adjunk a jelenségről. (Felhívjuk a figyelmet arra, hogy amikor a következőkben feszültségekről beszélünk, akkor ezen tulajdonképpen a tárcsa vastagságával szorzott feszültségeket értjük: $n = t\sigma$).

Induljunk ki az egyik éle mentén két koncentrált erővel terhelt, derékszögű négyszög alakú tárcsából (3.18. ábra). A tárcsa függőleges metszetei külpontos nyomásra vannak igénybe véve. A külpontosan nyomott rúd "természetes" feszültségállapota az elemi szilárdságtan adta lineáris feszültségmegoszlás (3.19. ábra), mert valamennyi más (görbevonalú) feszültségmegoszlás közül ennél lesz a belső munka minimális. Ez az egyenesvonalú feszültségábrán azonban csak a teher támadáspontjának keresztmetszetétől bizonyos távolságban jöhet létre, mivel a végkeresztmetszetben a koncentrált erőnek megfelelő feszültségábrára keletkezik (3.20. ábra). A Saint-Venant-elv értelmében



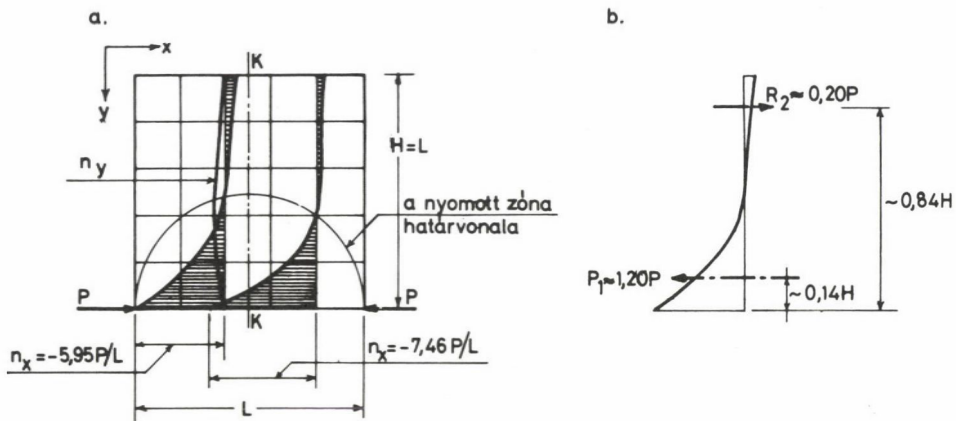
3.20. ábra



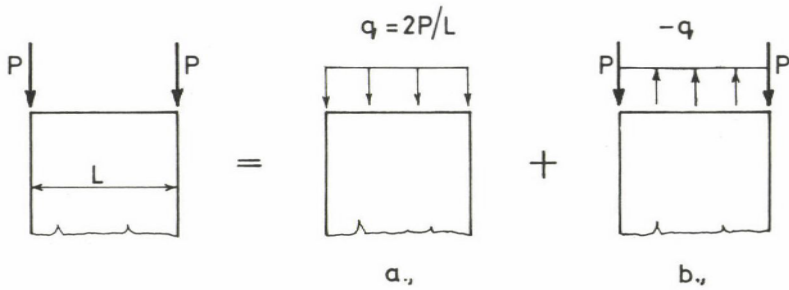
3.21. ábra

ez a távolság a keresztmetszet H magasságával egyenlő, mivel a koncentrált erő hatását a 3.21. ábra szerint két részből tehetjük össze: az a) terhelés végig lineáris feszültségmegoszlást okoz a tárcsában, a b) terhelés pedig — egyensúlyi erőrendszer lévén — csak olyan távolságban okoz feszültségeket, amennyi a terhelt szakasz hossza, azaz H .

Mindebből az következik, hogy ha a tárcsa magassága a hosszának legfeljebb a fele ($H \leq L/2$), akkor a középső keresztmetszetében lineáris lesz a feszültségábra, s a nyomóerők R_1 eredője a nyomott széltől $\frac{2}{9} H$ távolságban fog hatni.



3.22. ábra

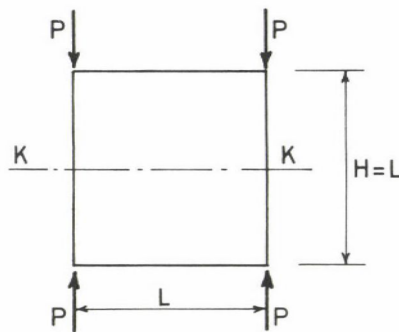


3.23. ábra

Ha viszont a tárcsa magassága nagyobb a hosszánál ($H > L$), akkor a Saint-Venant-elvet a magasság irányában alkalmazhatjuk: most az alsó "keresztmetszetre" ható két P erő a zavarást okozó egyensúlyi erőrendszer, amelynek hatása csak az L -nek megfelelő távolságig terjed. A tárcsának a $H = L$ magasság fölötti része tehát nem dolgozik.

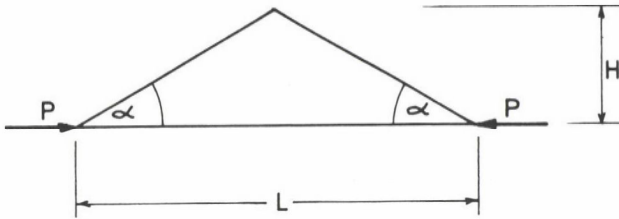
A két koncentrált erővel igénybe vett, $H = L$ magasságú tárcsa feszültségállapotát Bay /1938/ számította ki a véges differenciák módszerével, a tárcsát 5+5 részre osztva. Eredményeit a 3.22a. ábrán vázoltuk. Az A-A metszet feszültségeloszlását a középső (k-k) keresztmetszetre is érvényesnek vehetjük, így a középső keresztmetszetben a húzó- és nyomófeszültségek eredőjének nagyságát és helyét a 3.22b. ábra adja meg.

Érdekes megfigyelnünk, hogy a nyomófeszültségek az $R=H/2$ sugarú félkörnek megfelelően terjednek el a tárcsa belsejében. A nyomófeszültségek R_1 eredője közelebb kerül a terhelt élhez, mint a lineáris feszültségmegoszlás (3.19. ábra) esetében.

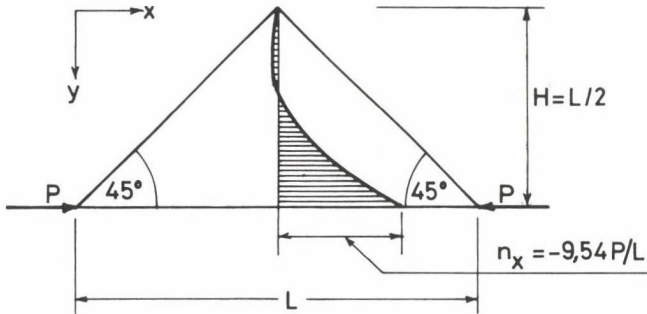


3.24. ábra

a



b



3.25. ábra

A két felső sarokpontján egy-egy függőleges erővel terhelt tárcsára (3.17. ábra) az előzőekhez hasonló gondolatmenetet állíthatunk fel: a két erő hatása a 3.23. ábra szerint helyettesíthető egy, a "természetes" feszültségmegoszlásnak megfelelő (a) és egy egyensúlyi (b) erőrendszerrel. Az utóbbinak csak L távolsáig terjed a hatása, itt tehát már egyenletessé válik a nyomófeszültségek eloszlása.

Ha viszont a négyzet alakú tárcsát négy koncentrált erő terheli (3.24. ábra), akkor a feszültségeloszlás a középső K-K keresztmetszetig nem tud lineárisrá válni, hanem görbevonalú marad. Ezt a feszültségeloszlást a 3.22a. ábra diagramjának és tükörképének összegezésével kaphatjuk meg.

A háromszög alakú tárcsa (3.25a. ábra) viselkedése /Bay, 1938/ szerint hasonlít a négyszög alakúéhoz, azzal a különbséggel, hogy a középső keresztmetszet feszültségeloszlása csak akkor tekinthető lineárisnak, ha $\tan \alpha \leq 0,5$, azaz $\alpha \leq 26,5^\circ$, vagyis a háromszög H magassága legfeljebb egynegyede az L alaphossznak.

A $H = L/2$ arányú háromszögtárcsa középső keresztmetszetének feszültség-ábráját a 3.25b. ábrán vázoltuk. A húzó- és nyomófeszültségek eredője és helye nagyjából megfelel a 3.22b. ábrának.

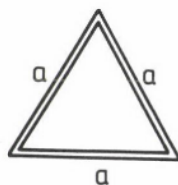
3.4. Horpadási kérdések

A rövidelemes lemezműveket alkotó háromszög alakú lemezek horpadási problémái még koránt sincsenek olyan mértékben tisztázva, mint pl. a derékszögű négyszöglemezekéi. Az irodalomban két esetre találtunk megoldást: az egyenlőoldalú és a derékszögű egyenlőszárú háromszöglemezre (3.26. ábra), /Timoshenko és Gere, 1961/, /Wittrick, 1954/. Az ábrán megadjuk a szélein sarokpántos (csuklós) megtámasztású lemezek kritikus nyomóerejét hidrosztatikus nyomásra ($n_x = n_y = n$).

A gyakorlati felhasználás céljára előnyös, ha helyettesíteni tudjuk a háromszöglemezt egy, a stabilitási viselkedés szempontjából egyenértékű derékszögű négyszöglemezzel. Megvizsgáltuk ezért, hogy a háromszög alapjára szerkesztett négyszögnek (3.27. ábra) milyen magasságot kell adnunk ahhoz, hogy a négyszög peremén sarokpántosan támaszkodó lemezek hidrosztatikus nyomásra megegyezzek a kritikus terhe a háromszöglemezzel. Eredményül azt kaptuk, hogy a négyszög magassága 0,555-, ill. 0,667-szerese kell legyen a háromszögének. Laposabb háromszögekre nem találtunk adatot, de a 3.27a. és b. ábrán látható tendencia alapján elképzelhető, hogy laposabb háromszögek esetén a magasságuk 2/3-ánál valamivel több kell legyen a négyszög magassága.

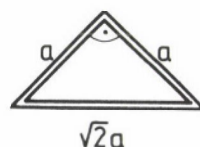
Az eddig elmondottak hidrosztatikus nyomásra igénybe vett lemezekre igazak. Más igénybevételekre (nyírás; x és y irányban különböző, ill. változó intenzitású nyomás) nem tudunk ilyen összehasonlítást csinálni. Így a de-

a,



$$k = 5,33$$

b,



$$k = 5,00$$

$$n_{x_{kr}} = n_{y_{kr}} = n_{kr} = k \frac{\Pi^2 E t^3}{12(1-\nu^2)}$$

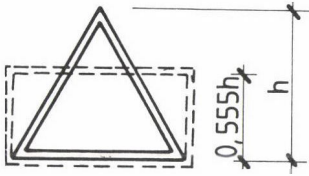
t = lemezvastagság

ν = harántkontrakciós tényező

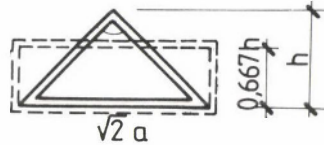
Π = sarokpántos támasz

3.26. ábra

a,



b,



3.27. ábra

rékszögű négyszöglemezzel való helyettesítés esetében célszerű, ha a szokásosnál valamivel nagyobb biztonsági tényezőt használunk. A lemezhorpadás – a 2.5. pontban mondottaknak megfelelően – emelkedő kritikusan túli teherbírással jár, így a 2.5. pontban említett szempontokat célszerű szem előtt tartanunk.

A rövidelemes lemezművek "globális" instabilitási formája az élek helyén lévő rudakból álló térbeli rácsos szerkezet stabilitásvesztése. Ezt a merev csomópontú térbeli rúdszerkezetekre a 2. rendű elmélet alapján kidolgozott (azaz az alakváltozásoknak az erőjátékra gyakorolt visszahatását figyelembe vevő) programmal számíthatjuk ki.

IRODALOM

- Ambrózy Gy.** (1984): Egyik oldalán szabad szélű lemez horpadása a két végén ható, lineárisan változó normálerőre. Matematikus szakmérnöki diplomadolgozat. Budapest
- Bay, H.** (1938): Über einige Fragen der Spannungsverteilung in Dreieck- und Rechteckscheiben. Der Bauingenieur 19, 349–356.
- Becker S.** (1968): Hasáb alakú lemezművek számítása a feszültségosztás-módszerrel. Magyar Építőipar, 85–91.
- Born, J.** (1954): Faltwerke; ihre Theorie und Berechnung. K. Wittwer, Stuttgart
- Born, J.** (1965): Faltwerke. Beton-Kalender, Teil II. 385–455. W. Ernst u. Sohn, Berlin
- Bölcskei E.–Drosz Á.** (1972): Vasbeton szerkezetek. Faltartók, lemezek, tárolók. Tankönyvkiadó, Budapest
- Breitschuh, K.** (1974): Dreieckplatten. Triangular Plates and Slabs. Berlin, W. Ernst u. Sohn (Bauingenieur-Praxis, Heft 9.)
- Kaliszky S.** (1967): Vasbeton lemezek méretezése a képlékenységtan szerint. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Kerek, A.** (1981): Static and stability investigation of bent folded plates. Acta Techn. Acad. Sci. Hung. 93, 39–65.

- Kollár, L.** (1974): A Simple Analysis of Folded Plate Roofs for Horizontal and Partial Loads and its Application to an Erected Structure. Proc. IASS Symp. on Folded Plates and Spatial Panel Structures. Udine (Italy).
- Kollár L.** (szerk.) (1991): A mérnöki stabilitáselmélet különleges problémái. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Kollár L.—Hegedűs I.** (1985): Analysis and Design of Space Frames by the Continuum Method. Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Akadémiai Kiadó, Budapest
- Kollár K.** (szerk.) (1993): Mérnöki szerkezetek tervezése. Megjelenés alatt.
- Kovács B.** (1978): Periodikus keresztmetszetű lemezű-födém igénybevételeinek számítása. Doktori disszertáció. BME, Budapest
- Palotás L.** (szerk.) (1959): Mérnöki kézikönyv III. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Palotás L.** (szerk.) (1984): Mérnöki kézikönyv II. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Stiglat, K.—Wippel, H.** (1983): Platten. 3. Aufl. W. Ernst u. Sohn, Berlin/München
- Timoshenko, S.—Gere, J.** (1961): Theory of Elastic Stability. McGraw-Hill, New York
- Vajnberg, D. V.** (1973): Szpravocsnik po procsnoszti, usztojcsivoszti i kolebanijam plasztin. Izd. Budivel'nik, Kiev
- Wittrick, W. H.** (1954): Symmetrical Buckling of Right-Angled Isosceles Triangular Plates. Aeronautical Quarterly 5, 131–143.