ODREĐIVANJE JEDNAČINA VODA I UGIBA NA OSNOVU ZADANOG PARAMETRA LANČANICE

DETERMINATION OF THE EQUATIONS FOR CONDUCTOR AND SAG BASED ON A GIVEN CATENARY PARAMETER

Alen Hatibović
Electrical Engineering
Mađarska
hatibovic.alen@gmail.com

Sažetak: Proračun prema modelu lančanice nije uslovljen dužinom raspona, tj. jednako se može koristiti za kratke i duge raspone, ali je u poređenju sa proračunom prema modelu parabole, koji se koristi samo za kraće raspone, znatno komplikovaniji. Ovaj rad prikazuje određivanje jednačina voda i ugiba na osnovu zadanog parametra lančanice koji se odnosi na izabrani tip provodnika, dužinu raspona, naprezanje i temperaturu provodnika. Predstavljene jednačine osiguravaju tačno izračunavanje visine voda i ugiba u bilo kojoj tački raspona izbjegavajući greške prouzrokovane aproksimacijom lančanice parabolom. Pored određivanja novih jednačina, u ovom radu su takođe prikazane i neke specifične razlike između lančanice i parabole.

Ključne riječi: lančanica, parabola, nadzemni vodovi, najveći ugib, tjeme lančanice, ravni raspon, kosi raspon

Abstract: The catenary based calculation is not conditioned by the span length, i.e. it can be used for short and long spans as well, but in comparison to the parabola based calculation, which is used for shorter spans only, it is significantly more complicated. This paper shows the determination of the equations for the conductor and the sag based on a given catenary parameter, which refers to the chosen conductor type, span length, tension and temperature of the conductor. The presented equations ensure an exact computation of the conductor height and the sag at any point of the span, avoiding errors caused by the approximation of the catenary by a parabola. Beside the determination of the new equations, some specific differences between the catenary and the parabola have also been shown in this paper.

Keywords: catenary, parabola, overhead lines, maximum sag, vertex of the catenary, levelled span, inclined span

UVOD

Proračun prema modelu lančanice se uglavnom koristi prilikom projektovanja nadzemnih vodova visokog naponskog nivoa (Slika 1) dok se za vodove niskog i srednjeg naponskog nivoa pretežno upotrebljava model parabole zato što se ti vodovi grade sa kratkim rasponima.

Slika 1: Nadzemni vod naponskog nivoa 400 kV

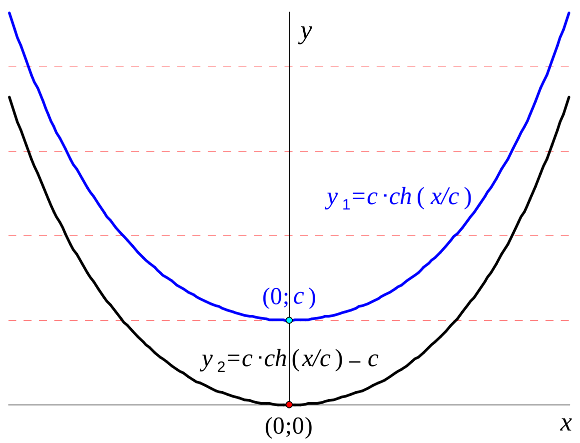
Rješavanje tzv. jednačine stanja provodnika i određivanje parametra lančanice je detaljno obrađeno u postojećoj stručnoj literaturi u okviru mehaničkog proračuna voda. Međutim za prikazivanje krive voda ista uglavnom koristi koordinatni sistem sa koordinatnim početkom postavljenim u tjemenu lančanice. Sa matematičke tačke gladišta ovakav pristup se ne može smatrati optimalnim, stoga se za prikazivanje krive voda u ovom radu koristi koordinatni sistem sa koordinatnim početkom postavljenim u podnožje stuba na lijevoj strani raspona. U tom slučaju *y*–koordinata proizvoljne tačke krive voda predstavlja njenu visinu u odnosu na *x*–osu, a *x*–koordinata vodoravno rastojanje od stuba na lijevoj strani raspona, te je uz poznavanje konfiguracije terena lako odrediti stvarnu visinu voda u bilo kojoj tački raspona.
Korisno je napomenuti da primjenu parabole osim dužine raspona takođe ograničava i ugao nagiba raspona. U slučaju lančanice takvih ograničenja nema te je u tom pogledu njena upotreba za projektovanje nadzemnih vodova u poređenju sa parabolom pogodnija.

1. LANČANICA KAO KRIVA VODA

Osnovna jednačina lančanice je data izrazom (1), a njena kriva je predstavljena na Slici 2 iznad krive y_2.

$$y_1(x) = c \cdot ch\frac{x}{c}, \quad x \in (-\infty, +\infty) \tag{1}$$

Parametar lančanice je označen sa c a njegova veličina u praksi se kreće između 500 i 2000 metara [1].

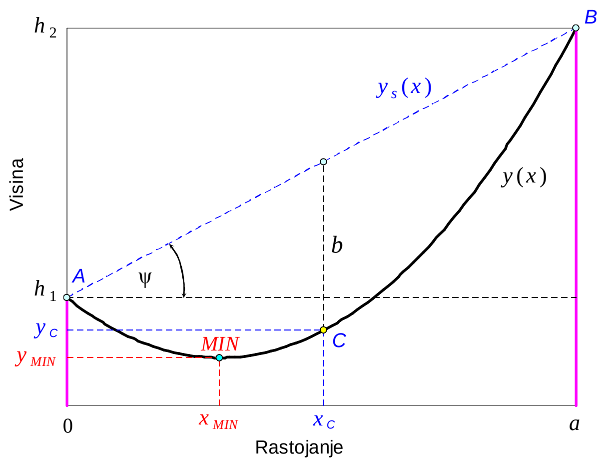


Slika 2: Lančanica

Očigledno je da tjeme lančanice $y_1(x)$ nije u koordinatnom početku kao u slučaju parabole $y(x)=x^2$, nego u tački $(0;c)$. Ako se kriva $y_1(x)$ tako pomjeri da njeno tjeme pređe u tačku (0;0) onda je jednačina te pomjerene krive data izrazom (2) [2]:

$$y_2(x) = c \cdot ch\frac{x}{c} - c, \quad x \in (-\infty, +\infty) \tag{2}$$

Da bi kriva voda bila predstavljena u koordinatnom sistemu čija je tačka (0;0) u podnožju lijevog stuba raspona (a), treba krivu pomjeriti vodoravno i vertikalno. Na Slici 3 je prikazana tako pomjerena kriva voda u slučaju kosog raspona. Razlog upotrebe kosog raspona [3], [4] je postizanje univerzalnosti jednačine koju treba odrediti. Naime iz jednačine voda u kosom rasponu lako se dobije ista u ravnom rasponu uvrštavanjem $h_1=h_2=h$.



Slika 3: Lančanica u kosom rasponu

$A(0;h_1)$ i $B(a;h_2)$ su tačke vješanja voda, $MIN(x_{MIN};y_{MIN})$ je tjeme lančanice a $C(x_c;y_c)$ je tačka voda u kojoj je ugib maximalan (b). Linija koja spaja tačke vješanja voda naziva se spojnica a označena je sa $y_s(x)$. Ugao nagiba raspona je obilježen sa ψ. Jednačina krive voda prikazane na Slici 3 je sljedeća:

$$y(x) = c \cdot ch\frac{x - x_{MIN}}{c} - c + y_{MIN}, \quad x \in [0, a] \tag{3}$$

Ova jednačina može biti izražena i pomoću funkcije kvadrata hiperbolnog sinusa (4).

$$y(x) = 2c \cdot sh^2\frac{x - x_{MIN}}{2c} + y_{MIN}, \quad x \in [0, a] \tag{4}$$

Inače $ch(x)$ i $sh^2(x)$ su obje parne funkcije za razliku od $sh(x)$ koja je neparna. Opšti izrazi za $ch(x)$ i $sh^2(x)$ su:

$$ch(x) = \frac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right) \tag{5}$$

$$sh^2(x) = \left[\frac{1}{2}\left(e^x - e^{-x}\right)\right]^2 \tag{6}$$

Stoga jednačine (3) i (4) imaju svoje ekvivalentne verzije u exponencijalnom obliku koje su date sa (7) i (8). Podrazumijeva se da je definiciono područje interval $[0,a]$, te se u narednim jednačinama ono ne navodi.

$$y(x) = \frac{c}{2}\left(e^{\frac{x - x_{MIN}}{c}} + e^{-\frac{x - x_{MIN}}{c}}\right) - c + y_{MIN} \tag{7}$$

$$y(x) = \frac{c}{2}\left(e^{\frac{x - x_{MIN}}{2c}} - e^{-\frac{x - x_{MIN}}{2c}}\right)^2 + y_{MIN} \tag{8}$$

Gore navedene četiri verzije jednačine lančanice su univerzalne, tj. jednako se mogu koristiti u kosom i ravnom rasponu ali za njihovu konkretnu primjenu neophodno je prethodno odrediti koordinate tjemena lančanice koje je označeno sa MIN. Na Slici 3 to je najniža tačka voda.

1.1. Određivanje tjemena lančanice

Koordinate x_{MIN} i y_{MIN} mogu biti određene na osnovu poznatog raspona, parametra lančanice i visina dvaju tačaka vješanja voda. To znači da su potrebna 4 ulazna podatka za proračun: a, c, h_1, h_2. Na osnovu tačaka A i B treba postaviti dvije jednačine (9) i (10) sa dvije nepoznate te zatim od druge jednačine oduzeti prvu. Nakon toga se uz upotrebu identiteta (12) i (13) [5] za hiperbolne funkcije može odrediti izraz za x_{MIN} [1], [6].

$$h_1 = c \cdot ch\frac{-x_{MIN}}{c} - c + y_{MIN} \tag{9}$$

$$h_2 = c \cdot ch\frac{a - x_{MIN}}{c} - c + y_{MIN} \tag{10}$$

$$h_2 - h_1 = c \cdot \left(ch\frac{a - x_{MIN}}{c} - ch\frac{-x_{MIN}}{c}\right) \tag{11}$$

$$ch(-x) = ch(x) \tag{12}$$

$$ch(x)-ch(y)=2sh\frac{x+y}{2}\cdot sh\frac{x-y}{2} \tag{13}$$

$$h_2-h_1=2c\cdot sh\frac{a-2x_{MIN}}{2c}\cdot sh(a/2c) \tag{14}$$

$$x_{MIN}=\frac{a}{2}-c\cdot arsh\frac{h_2-h_1}{2c\cdot sh(a/2c)} \tag{15}$$

Uvrštavanje (15) u (9) daje *y*–koordinatu tačke *MIN* :

$$y_{MIN}=h_1-c\cdot\left(ch\frac{-x_{MIN}}{c}-1\right)=h_1-c\cdot\left(ch\frac{x_{MIN}}{c}-1\right) \tag{16}$$

$$y_{MIN}=h_1-2c\cdot sh^2\frac{x_{MIN}}{2c} \tag{17}$$

$$y_{MIN}=h_1-2c\cdot sh^2\left[\frac{a}{4c}-\frac{1}{2}arsh\frac{h_2-h_1}{2c\cdot sh(a/2c)}\right] \tag{18}$$

Zamjenom (17) u (4) jednačina voda dobija oblik (19), a uvrštavanje izraza za x_{MIN} u (19) uz upotrebu identiteta (20) daje krajnju jednačinu lančanice kao krive voda u intervalu [0,*a*].

$$y(x)=2c\cdot sh^2\frac{x-x_{MIN}}{2c}+h_1-2c\cdot sh^2\frac{x_{MIN}}{2c} \tag{19}$$

$$sh^2(-x)=sh^2(x) \tag{20}$$

$$y(x)=2c\cdot\left\{sh^2\left[\frac{a}{4c}-\frac{x}{2c}-\frac{1}{2}arsh\frac{h_2-h_1}{2c\cdot sh(a/2c)}\right]-sh^2\left[\frac{a}{4c}-\frac{1}{2}arsh\frac{h_2-h_1}{2c\cdot sh(a/2c)}\right]\right\}+h_1 \tag{21}$$

Prethodna jednačina služi za izračunavanje visine voda u odnosu na *x*–osu u proizvoljnoj tački raspona. Njena druga važna namjena je za crtanje krive voda. Pošto konfiguracija terena najčešće odstupa u odnosu na *x*–osu to odstupanje treba uzeti u obzir prilikom izračunavanja stvarne visine voda.

Tjeme lančanice je u većini raspona identično sa najnižom tačkom voda. Međutim u praksi postoje i specijalni slučajevi kosih raspona kod kojih se tjeme lančanice nalazi izvan raspona. Tada je najniža tačka voda identična sa nižom tačkom vješanja voda [7], ali koordinate tjemena lančanice su čak i tada određene izrazima (15) i (18). To znači da je (21) upotrijebljiva i u specijalnim slučajevima kosog raspona. Ova činjenica potvrđuje univerzalnost prethodno izvedene jednačine voda prema modelu lančanice u kosom rasponu.

2. JEDNAČINA UGIBA I SPECIJALNE FORMULE ZA KARAKTERISTIČNE UGIBE

2.1. Određivanje jednačine ugiba

Ugib provodnika je vertikalna udaljenost između spojnice i provodnika. Vrijednost ugiba varira unutar raspona, tj. raste od nule do maximuma a zatim opada do nule, posmatrano od stuba na lijevoj strani raspona ka onome na desnoj strani raspona. Variranje ugiba u rasponu opisuje jednačina ugiba *b*(*x*), a ta jednačina se može odrediti pomoću jednačine voda (19) tako da se ona prema (23) oduzme od jednačine spojnice (22). Definiciono područje za $y_s(x)$ i *b*(*x*) je isto kao za krivu voda, tj. $x\in[0,a]$.

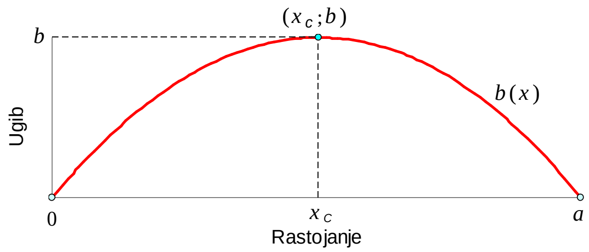
$$y_s(x)=\frac{h_2-h_1}{a}x+h_1 \tag{22}$$

$$b(x)=y_s(x)-y(x) \tag{23}$$

$$b(x)=\frac{h_2-h_1}{a}x-2c\cdot\left(sh^2\frac{x-x_{MIN}}{2c}-sh^2\frac{x_{MIN}}{2c}\right) \tag{24}$$

$$b(x)=\frac{h_2-h_1}{a}x-2c\cdot\left\{sh^2\left[\frac{a}{4c}-\frac{x}{2c}-\frac{1}{2}arsh\frac{h_2-h_1}{2c\cdot sh(a/2c)}\right]-sh^2\left[\frac{a}{4c}-\frac{1}{2}arsh\frac{h_2-h_1}{2c\cdot sh(a/2c)}\right]\right\} \tag{25}$$

Na osnovu jednačine ugiba prikazana je kriva ugiba na Slici 4. Za razliku od krive voda koja ima minimum, kriva ugiba ima maximum.



Slika 4: Kriva ugiba

Pomoću (25) se izračunava ugib u bilo kojoj tački raspona. Ista jednačina se može iskoristiti i za određivanje lokacije najvećeg ugiba lančanice, te specijalnih formula za izračunavanje karakterističnih ugiba u rasponu:

- Najveći ugib $b(x_c)$,
- Ugib u sredini raspona $b(a/2)$,
- Ugib u najnižoj tački voda $b(x_{MIN})$.

2.2. Lokacija najvećeg ugiba lančanice u rasponu

Za određivanje lokacije najvećeg ugiba lančanice potrebno je naći prvi izvod jednačine ugiba i izjednačiti ga sa nulom, a rješenje jednačine $b'(x)=0$ daje tačku x_c u kojoj lančanica ima maximalan ugib. Slijedi izvođenje izraza za x_c:

$$b'(x)=\frac{h_2-h_1}{a}-sh\frac{x-x_{MIN}}{c} \tag{26}$$

$$b'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad x_C \tag{27}$$

$$\frac{h_2-h_1}{a}-sh\frac{x_C-x_{MIN}}{c}=0 \tag{28}$$

$$x_C=x_{MIN}+c\cdot arsh\frac{h_2-h_1}{a} \tag{29}$$

$$x_C=\frac{a}{2}+c\cdot\left[arsh\frac{h_2-h_1}{a}-arsh\frac{h_2-h_1}{2c\cdot sh(a/2c)}\right] \tag{30}$$

Na osnovu (30) očigledno je da najveći ugib lančanice u kosom rasponu nije lociran u sredini raspona kao u slučaju parabole [7], nego je pomaknut od sredine raspona. Smjer pomaka se može odrediti izradom numeričkih primjera kosog raspona. Međutim ovaj rad prikazuje drugačiji pristup ovome problemu i rješava ga isključivo primjenom simboličnog računa. Slijedi matematička interpretacija navedenog.
Ako se drugi sabirak u (30) označi sa q onda ta jednačina dobija pojednostavljen oblik:

$$x_C = \frac{a}{2} + q \tag{31}$$

Sada treba pretpostaviti smjer pomaka, odnosno predznak od q a zatim matematički ispitati korektnost odabrane pretpostavke. Ako se pretpostavi da je najveći ugib lančanice pomaknut od sredine raspona nadesno kada je tačka vješanja na desnom stubu raspona viša u odnosu na onu na lijevom stubu raspona, onda vrijedi relacija:

$$\text{Ako je} \quad h_1 < h_2 \quad \Rightarrow \quad q > 0 \tag{32}$$

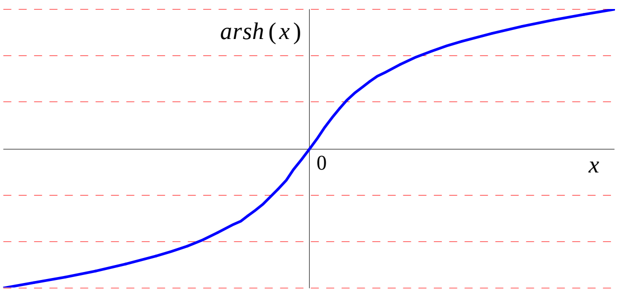
Početni uslovi su sljedeći: $a > 0$, $c > 0$, $h_1 > 0$, $h_2 > 0$. Ispitivanje tačnosti relacije (32) otpočinje sa (33) i (34):

$$c \cdot \left[arsh\frac{h_2 - h_1}{a} - arsh\frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} \right] > 0 \tag{33}$$

$$arsh\frac{h_2 - h_1}{a} > arsh\frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} \tag{34}$$

arsh(x) je inverzna funkcija hiperbolnog sinusa i prikazana je na Slici 5. To je monotona, strogo rastuća funkcija, te vrijedi sljedeća relacija:

$$\text{Ako je} \quad x_2 > x_1 \quad \Rightarrow \quad arsh(x_2) > arsh(x_1) \tag{35}$$



Slika 5: Kriva funkcije *arsh*(x)

Upotreba (35) u (34) daje (36), te proizilaze (37) i (38):

$$\frac{h_2 - h_1}{a} > \frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} \tag{36}$$

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{2c \cdot sh(a/2c)} \tag{37}$$

$$a/2c < sh(a/2c) \tag{38}$$

Uzimajući u obzir da je $a/2c > 0$ i (39) slijedi konstatacija da je (38) korektna relacija.

$$\text{Ako je} \quad x > 0 \quad \Rightarrow \quad x < sh(x) \tag{39}$$

Na ovaj način je potvrđena i korektnost početne pretpostavke date sa (32).
Za slučaj $h_1 > h_2$ odnosno $h_1 = h_2$ vrijede sljedeće relacije:

$$\text{Ako je} \quad h_1 > h_2 \quad \Rightarrow \quad q < 0 \tag{40}$$

$$\text{Ako je} \quad h_1 = h_2 \quad \Rightarrow \quad q = 0 \tag{41}$$

Sažimajući gornje rezultate, simboličnim računom je dokazano da je najveći ugib lančanice u kosom rasponu pomaknut od sredine raspona prema višoj tački vješanja voda. U slučaju parabole nema pomaka najvećeg ugiba a ta karakteristika parabole značajno pojednostavljuje proračun u odnosu na isti prema modelu lančanice.

2.3. Formule za karakteristične ugibe lančanice

S obzirom da je lokacija najvećeg ugiba lančanice određena u prethodnom poglavlju sada se na osnovu nje može odrediti i formula za izračunavanje najvećeg ugiba (b) koja proizilazi iz (42), odnosno (43):

$$b = y_s(x_C) - y(x_C) = b(x_C) \tag{42}$$

$$b = \frac{h_2 - h_1}{a} x_C - 2c \cdot \left(sh^2 \frac{x_C - x_{MIN}}{2c} - sh^2 \frac{x_{MIN}}{2c} \right) \tag{43}$$

$$\begin{aligned} b = 2c \cdot \Bigg\{ & \frac{h_2 - h_1}{2a} \left[\frac{a}{2c} - arsh\frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} + \right. \\ & \left. + arsh\frac{h_2 - h_1}{a} \right] - sh^2\left(\frac{1}{2} arsh\frac{h_2 - h_1}{a} \right) + \\ & + sh^2 \left[\frac{a}{4c} - \frac{1}{2} arsh\frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} \right] \Bigg\} \end{aligned} \tag{44}$$

Uz upotrebu (25) na sličan način se određuju i formule za ostale karakteristične ugibe lančanice, $b(a/2)$ i $b(x_{MIN})$. Uvrštavanje $x=a/2$ u (25), te sređivanje dobijenog izraza daje formulu (45) za izračunavanje ugiba u sredini raspona. Treba napomenuti da je razlika između $b(x_c)$ i $b(a/2)$ vrlo mala, te da se povećava sa rastom ugla nagiba ψ, a u ravnom rasponu je jednaka nuli.
Formula za ugib lančanice u sredini raspona:

$$\begin{aligned} b(a/2) = \frac{h_2 - h_1}{2} - 2c \cdot \Bigg\{ & sh^2 \left[\frac{1}{2} arsh\frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} \right] - \\ & - sh^2 \left[\frac{a}{4c} - \frac{1}{2} arsh\frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} \right] \Bigg\} \end{aligned} \tag{45}$$

Formula za ugib lančanice u najnižoj tački voda:

$$\begin{aligned} b(x_{MIN}) = 2c \cdot \Bigg\{ & \frac{h_2 - h_1}{2a} \left[\frac{a}{2c} - arsh\frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} \right] + \\ & + sh^2 \left[\frac{a}{4c} - \frac{1}{2} arsh\frac{h_2 - h_1}{2c \cdot sh(a/2c)} \right] \Bigg\} \quad \forall \quad 0 \le x_{MIN} \le a \end{aligned} \tag{46}$$

Pošto je ugib provodnika definisan samo unutar raspona, prethodna formula se odnosi na sve one raspone kod kojih je najniža tačka voda identična sa tjemenom lančanice, te je $x_{MIN} \in [0,a]$. U protivnom tjeme lančanice je izvan raspona pa je ugib u toj tački onda nedefinisan [7].

3. JEDNAČINE U RAVNOM RASPONU

U ravnom rasponu su tačke vješanja voda na istoj visini ($h_1=h_2=h$). To je ustvari pojednostavljenje kosog raspona.

U tom slučaju su na osnovu (3), (4), (7) i (8) četiri verzije jednačine voda date sa (47)–(50) [8] jer je najniža tačka voda (51) locirana u sredini raspona. Definiciono područje je interval [0,a].

$$y(x) = c \cdot \left(ch\frac{x-a/2}{c} - ch\frac{a}{2c} \right) + h \tag{47}$$

$$y(x) = 2c \cdot \left(sh^2\frac{x-a/2}{2c} - sh^2\frac{a}{4c} \right) + h \tag{48}$$

$$y(x) = \frac{c}{2} \cdot \left(e^{\frac{x-a/2}{c}} + e^{-\frac{x-a/2}{c}} - e^{\frac{a}{2c}} - e^{-\frac{a}{2c}} \right) + h \tag{49}$$

$$y(x) = \frac{c}{2} \cdot \left[\left(e^{\frac{x-a/2}{2c}} - e^{-\frac{x-a/2}{2c}} \right)^2 - \left(e^{\frac{a}{4c}} - e^{-\frac{a}{4c}} \right)^2 \right] + h \tag{50}$$

$$MIN\left(\frac{a}{2}; h - 2c \cdot sh^2\frac{a}{4c} \right) \tag{51}$$

Jednačina ugiba u ravnom rasponu je data izrazima (52)–(55), a formula za izračunavanje najvećeg ugiba je (56).

$$b(x) = c \cdot \left(ch\frac{a}{2c} - ch\frac{x-a/2}{c} \right) \tag{52}$$

$$b(x) = 2c \cdot \left(sh^2\frac{a}{4c} - sh^2\frac{x-a/2}{2c} \right) \tag{53}$$

$$b(x) = \frac{c}{2} \cdot \left(e^{\frac{a}{2c}} + e^{-\frac{a}{2c}} - e^{\frac{x-a/2}{c}} - e^{-\frac{x-a/2}{c}} \right) \tag{54}$$

$$b(x) = \frac{c}{2} \cdot \left[\left(e^{\frac{a}{4c}} - e^{-\frac{a}{4c}} \right)^2 - \left(e^{\frac{x-a/2}{2c}} - e^{-\frac{x-a/2}{2c}} \right)^2 \right] \tag{55}$$

$$b = b(x_C) = b(a/2) = b(x_{MIN}) = 2c \cdot sh^2\frac{a}{4c} \tag{56}$$

4. ZAKLJUČAK

U radu je prikazano više verzija jednačina voda i ugiba prema modelu lančanice koje se mogu koristiti za izračunavanje visine voda odnosno ugiba u proizvoljnoj tački ravnog ili kosog raspona. Takođe izvedene su i formule za karakteristične ugibe lančanice. Relacije između lokacija tih ugiba unutar raspona u slučaju lančanice odnosno parabole navedene su u Tabeli I. Na osnovu tih relacija jasno je uočljiva jedna matematička razlika između lančanice i parabole u kosom rasponu a koja se odnosi na x_c, tj. lokaciju najvećeg ugiba u rasponu.

Tabela I: Relacije između lokacija karakterističnih ugiba unutar raspona

Vrsta raspona	Lančanica	Parabola
$h_1 < h_2$	$x_{MIN} < a/2 < x_c$	$x_{MIN} < a/2 = x_c$
$h_1 = h_2$	$x_{MIN} = a/2 = x_c$	$x_{MIN} = a/2 = x_c$
$h_1 > h_2$	$x_{MIN} > a/2 > x_c$	$x_{MIN} > a/2 = x_c$

Iz analize jednačine ugiba proizilazi sljedeći bitan zaključak: Ako se kriva voda smatra lančanicom, onda je funkcija ugiba čija je kriva premještena iz intervala [0,a] u interval [–a/2,a/2] parna funkcija u slučaju ravnog raspona, a u slučaju kosog raspona nije ni parna ni neparna funkcija.

Nove jednačine prikazane u ovom radu pružaju mogućnost za obradu sljedećih, sa aspekta projektovanja nadzemnih vodova važnih tema:

- Analiza lančanice pri porastu denivelacije,
- Aproksimacija lančanice parabolom u kosom rasponu,
- Određivanje relacije između najvećih ugiba lančanice u kosom i ravnom rasponu.

Pri projektovanju nadzemnih vodova napona Un ≤ 110 kV koriste se rasponi a ≤ 400 m, te se zato tada mogu upotrebljavati i približne relacije koje se baziraju na primjeni parabole [9] umjesto lančanice. Ti su izrazi mnogo jednostavniji za praktičnu primjenu, a greške koje se pritom uvode u proračunima su sasvim male, praktično zanemarljive, ukoliko ugao nagiba u rasponima nije velik.

LITERATURA

[1] CIGRÉ Technical Brochure No. 324, Sag–Tension Calculation Methods for Overhead Lines, CIGRÉ WG B2–12, 2007

[2] L. Jozsa: Nadzemni vodovi, ETF Osijek, 2011

[3] L. Grigsby: Electric Power Generation, Transmission and Distribution, Taylor & Fransis Group, 2012

[4] F. Kiessling, P. Nefzger, J. F. Nolasco, U. Kaintzyk: Overhead Power Lines, Planning, Design, Construction, SPRINGER, 2003

[5] M. D. Weir, J. Hass: Thomas' Calculus, PEARSON, 2010

[6] A. Hatibović: Vezetékgörbe egyenletének meghatározása és elemzése a láncgörbe ismert paramétere alapján 1. rész, Elektrotechnika 2013/4, Magyar Elektrotechnikai Egyesület, Budapest, pp 9–12

[7] A. Hatibović: Determination of the Lowest Point of the Conductor in Inclined Spans Based on a Known Maximal Sag of the Parabola, CIRED 2013, Stockholm, Paper No. 0150, pp 1–4

[8] A. Hatibović: Derivation and Analysis of the Relation between Conductor Sags in Inclined and Levelled Spans Based on Known Data of the Latter, CIGRÉ 2014, Paris, Paper B2–202, pp 1–8

[9] A. Hatibović: Matematički proračun parabole krivulje voda i ugiba za raspone do 400 metara, Bosanskohercegovačka elektrotehnika broj 5, BH K CIGRÉ, 2011, pp 54–57

BIOGRAFIJA

Alen Hatibović rođen je 1966. godine u Tuzli (Bosna i Hercegovina). Diplomirao je na Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Tuzli 1992. godine i zaposlio se kao projektant u Elektrodistribuciji Mađarske. Od 1998. do 2014. godine je radio za *Électricité de France* (EDF) u Sektoru za planiranje i razvoj elektroenergetskog sistema. Učestvovao je u realizaciji većeg broja projekata i elaborata. Objavio je preko 20 naučnih i stručnih radova na bosanskom, engleskom i mađarskom jeziku. Trenutno pohađa doktorske studije na Univerzitetu Tehničkih Nauka u Budimpešti, na Odsjeku za Elektroenergetiku.