Gyuris László:

Interpretált algoritmus-sémák analizise az automataelmélet segitségével

Gyakorlatilag fontos annak kideritése, hogy mit "tud" egy program, azaz valamely adott program a számológép milyen állapottranszformációját képes elvégezni. Jelen dolgozatban megmutatjuk, hogy ez az analizis-probléma könnyen megoldható az absztrakt automataelmélet segitségével. A számológépi programokat az interpretált ALS-ok (algoritmusok logikai sémái) nyelvén [2] adottaknak tekintjük.

Az 1. §.-ban a szükséges fogalmakat ismertetjük, a 2.§. tartalmazza a probléma megoldását.

1.§.

<u>I. Definició:</u> Algoritmusok logikai sémáin (ALS-ok) [3] olyan véges sorozatokat értünk, amelyek operátorokból (A_1, A_2,...,A_n) logikai feltételekből ($\alpha_1 \llcorner_{i_1}$, $\alpha_2 \llcorner_{i_2}$, ..., $\alpha_k \llcorner_{i_k}$) és jobb félzárójelekből ($\lrcorner_{i_1}$, $\lrcorner_{i_2}$, ... , $\lrcorner_{i_k}$) állnak olymódon, hogy a logikai feltételek és a jobb félzárójelek között egy-egy értelmü megfeleltetés áll fenn.

Tekintsük egy N alaphalmazt; a fenti operátorokat interpretáljuk ugy, mint az N halmaz önmagába történő leképezéseit, a logikai feltételeket pedig az N-en teljesen definiált logikai feltételeknek interpretáljuk. Ilymódon beszélhetünk - az N-re vonatkozóan - <u>interpretált ALS-okról</u> (a jobb félzárójelek csak segédszimbólumok), ezeket ALS_N-nel jelöljük. Ha például M egy számológép állapotai halmaza, akkor az ALS_M-ek programoknak felelnek meg.

Minden konkrét ALS_M valamely $\varphi : M \rightarrow M$ leképezés elvégzését jelöli ki. A φ realizálása az ALS_M következő végrehajtási eljárásával definiált:

II. Definició: az $\mathfrak{U}_M$ ALS_M végrehajtása valamely $m(\in M)$ állapotra:

/1/ Megvizsgáljuk az $\mathfrak{U}_M$ bal szélső szimbólumát; ha operátor, akkor elvégezzük az általa kijelölt leképezést m-re vonatkozóan (a továbbiakban az m szerepét az igy kapott M-beli elem játsza) és áttérünk a következő szimbólumra; ha logikai feltétel, akkor megnézzük, hogy m-re igaz-e, - ha igaz, akkor a következő szimbólumra térünk át, - ha nem, akkor a hozzátartozó jobb félzárójel után következő szimbólumra; ha jobb félzárójel, akkor a következő szimbólumra térünk át.

/2/ Tegyük fel, hogy k lépés elvégzése után kaptunk valamely m'-t és kijelöltük a séma valamely szimbólumát; e kijelölt szimbólumot és m'-t tekintve ugyanazt csináljuk, mint /1/-ben.

/3/ Amikor a legutolsó (jobb szélső) szimbólumhoz eljutunk, és az operátor, vagy olyan logikai feltétel, amelynek értéke igaz az aktuális m^* értékre, vagy jobb félzárójel, akkor az eljárást befejezettnek tekintjük. (Természetesen operátor esetén még el kell végezni az általa kijelölt leképezést.) - Ellenkező esetben az eljárás végtelenül folytatódik.

Ezen eljárás befejezésekor kapott $\mathfrak{U}_M(m)$ $(\in M)$-et az $\mathfrak{U}_M$ ALS_M m-re kapott értékének nevezzük. Ha valamely m-re az eljárás nem fejeződik be, akkor azt mondjuk, hogy m-re az $\mathfrak{U}_M$ értéke nem definiált.

III. Definició: Véges Mealy-automatának nevezzük az

$\mathfrak{A} = \langle A, X, Y, \delta, \lambda \rangle$ objektumot; ahol A, X és Y véges halmazok (rendre: állapotok, bemenőjelek és kimenőjelek halmaza); a $\delta = \delta(a,x)$ átmenetfüggvény, amely minden $a(\in A)$ és $x(\in X)$ esetén megadja a következő állapotot, a $\lambda = \lambda(a,x)$ kimenetfüggvény megmutatja, hogy $a(\in A)$ állapotban az $x(\in X)$ bemenőjel hatására az $\mathfrak{A}$ milyen $y(\in Y)$ kimenőjelet ad ki.

2.§.

Legyen az M bázishalmaz egy számológép állapotai halmaza. Felmerül a következő analizis-probléma: ha adott valamely $\mathfrak{A}_M$ ALS_M (azaz egy program), milyen $\varphi: M \rightarrow M$ leképezést lehet ezen $\mathfrak{A}_M$ végrehajtásával realizálni. Erre a problémára ad választ a következő

TÉTEL: Bármely ALS_M analizise redukálható egy megfelelő Mealy-automata analizisére.

BIZONYITÁS.

Tegyük fel, hogy adott valamely $\mathfrak{A}_M (A_1, A_2, \ldots, A_n, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k)$ ALS_M. Állitásunkat ugy bizonyitjuk, hogy megszerkesztünk egy, ezen $\mathfrak{A}_M$ végrehajtását realizáló iniciális véges Mealy-automatát. Az automataelmélet ismert módszereinek segitségével megoldjuk a kapott Mealy-automata analizisének problémáját, igy az ALS_M analizis-probléma megoldottnak tekinthető. A megfelelő $\mathfrak{A}$ Mealy-automatát a következőképpen konstruálhatjuk meg: Az $\mathfrak{A}$ állapothalmaza legyen az operátorok halmaza és a logikai feltételek baloldalán szereplő logikai függvények halmaza.

Bemenőjel-halmaznak válasszuk az M halmazt, a kimenőjelek halmaza is legyen M.

A δ átmenetfüggvény megfelel annak, ahogyan a logikai feltételek és a jobb félzárójelek az $\mathfrak{A}_M$ elemei közötti átmeneteket meghatározzák. A λ kimenetfüggvényt a következőképpen határozzuk meg: az operátoroknak megfeleltetett állapotokban az operátornak megfelelő transzformáció elvégzésekor kapott M-beli elemet adja ki az $\mathfrak{A}$; a logikai feltételeknek megfelelő állapotokban a kapott bemenőjel lesz a kimenőjel is.

Az $\mathfrak{A}$ automata tehát a következőképpen müködik: Tegyük fel, hogy valamely m($\in$ M) elemre kell az ALS_M-et végrehajtani. Az iniciális állapotban m bemenőjelet kapja $\mathfrak{A}$. Továbbiakban az operátoroknak megfelelő állapotokban a megfelelő M-beli elem a bemenőjel, melyre $\mathfrak{A}$ az operátornak megfelelő transzformáció elvégzésével kapott M-beli elemet adja ki, és ez lesz a következő bemenőjel is. A logikai feltételeknek megfelelő állapotokban a logikai feltétel értéke a kapott aktuális M-beli elemtől függ, igy ez határozza meg az átmenetet.

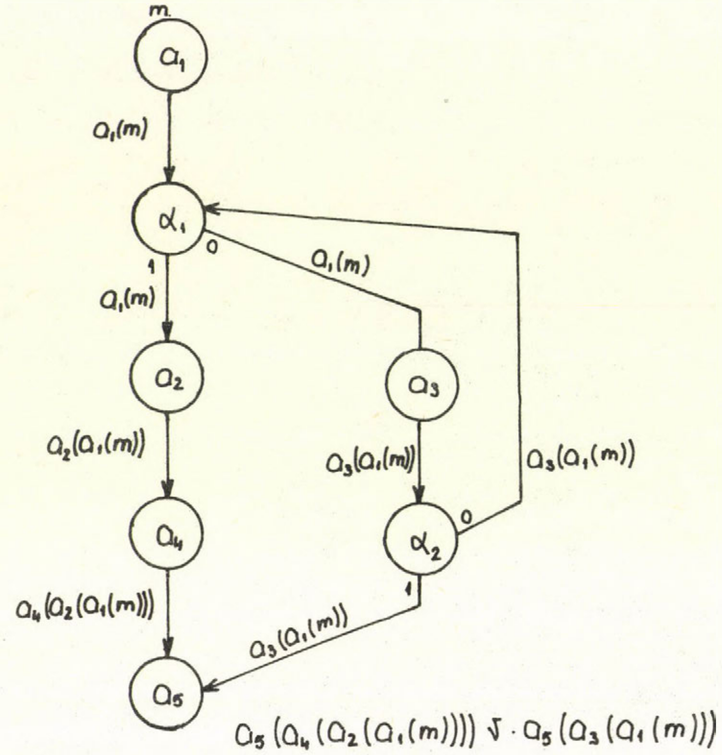
Könnyü meggyőződni arról, hogy az igy konstruált $\mathfrak{A} = \langle \{A_1, A_2, \ldots, A_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_k\}, M, M, \delta, \lambda \rangle$ Mealy-automata müködése bármely m kezdő-bemenőjellel indulva megfelel az $\mathfrak{A}_M$ m-re tekintett végrehajtásának.

A bizonyitásban szereplő megfeleltetési módszer illusztrálására tekintsük a következő példát:

<u>PÉLDA.</u>

Tekintsük az $\mathfrak{A}_M = A_1 \underset{2}{\rfloor} \alpha_1 \underset{1}{\lfloor} A_2 A_4\, 0 \underset{3}{\lfloor} \underset{1}{\rfloor} A_3 \alpha_2 \underset{2}{\lfloor} \underset{3}{\rfloor} A_5$ ALS_M-et, amelynek végrehajtása valamely φ : M $\rightarrow$ M leképezést realizál.

A megfelelő automata állapot-diagramját a következő ábra mutatja.



MEGJEGYZÉS.

A fenti módszer módositása az [1]-ben szereplő mikroprogram-automata kapcsolat alapgondolatának, amely eltekint attól a körülménytől, hogy a logikai feltételek értéke programokban az előző utasitások végrehajtásának eredményétől függ.

Irodalom:

1. V.M.Gluskov: O primenenii absztraktnoj teorii avtomatov dlja minimizacii mikroprogramm, "Izv. AN. SzSzSzR Techn. Kibernetika", 1964. No. 1, 3-8.

2. Gyuris, L.: On the connection of Glushkovian microprogram-algebras and logical schemes of the algorithms. "Proceedings of the International Colloquium on Recursive Functions and Their Applications. Tihany, 1967", Paris, 1968.

3. Ju.I.Janov: O logicseszkih szhemah algoritmov, szb. "Problemü kibernetiki", No. 1. 1958, 75-127.

Summary

László Gyuris

The analysis of the interpreted logical schemes of algorithms /LSA_s/ with the aid of the automata theory

There is a practically important problem to examine the capability of a program, more exactly what transformation of the states of the computer is a given program capable of accomplishing. This paper shows that the methods of the analysis of the automata can be directly applied to the solution of this problem; the following theorem holds:
The analysis of any interpreted LSA can be reduced to the analysis of an appropriate Mealy-automaton.

Анализ интерпретированных логических схем алгоритмов / ЛСА / с помощью теории автоматов

Практически существенная проблема заключается в том, чтобы выяснить, на что способна программа; точнее говоря, какую трансформацию состояний вычислительной машины может выполнять данная программа.

В этой работе мы покажем, что методы анализа автоматов можно применять к решению этой проблемы, т.е. мы докажем следующую теорему:

" Анализ любого интерпретированного ЛСА можно свести к анализу подходящего автомата Мили".