

# Réteges felépítésű faszerkezeti elemek klímaváltozás során bekövetkező vetemedésének és sajátfeszültségeinek számítása

## I. rész: elméleti összefoglaló

Szalai József, Kánnár Antal<sup>\*</sup>

### Calculation of warp and internal stresses in laminated wooden structural elements due to climatic changes. Part I.: Theoretical background

Layered wood members will warp under the influence of climate change. Dimensional changes in the individual layers cannot take place freely, because of being glued to subsequent layers that have different changes in dimensions. As a result, internal stresses build up that can lead to damages in the layered structure. A computation model of parabolic form was set up to approximate the real distribution of temperature and moisture content in the wood layers, better than the former linear model did. The parabolic model makes it possible to calculate internal stresses and strains caused by climatic changes in an arbitrary layered construction.

#### *Bevezetés*

Az építési faszerkezetek és bútorszerkezetek egyes elemeinél már régóta használnak réteges felépítésű elemeket. Napjainkban azonban a réteges belső szerkezetű faelemek új típusai jelentek meg a hagyományosnak mondható furnérlemezek és az egyenes vagy íves tengelyű rétegelt ragasztott tartók mellett. Ezek annyira újak, hogy legtöbbjüknek még megfelelő magyar nevet sem adott a szakma. Maga a természetes faanyag is – korai és késői pásztáinak váltakozását figyelembe véve – a réteges szerkezetek közé sorolható. A mesterséges rétegezés lehetővé teszi a geometriai méretek (elvileg korlátlan) növelését, az anyagtulajdonságok javítását (a homogenitás növelésével, az anizotrópia fok változtatásával) és a gazdaságosabb anyagfelhasználást. A réteges faszerkezeteknek számos előnyös tulajdonsága mellett azonban van egy hátránya is. A faanyag szoros kölcsönhatásban van környezetével, elsősorban a légköri viszonyokkal. Nedvességtartalma és hőmérséklete rövidebb-hosszabb idő után a környező klíma és az anyagtulajdonságok által meghatározott értékre áll be. A nedvességtartalom- és a hőmérsékletváltozás azonban hosszváltozást eredményez. Mivel az egyes rétegek anyagjellemzői (akár véletlenül, akár

célzatosan) nem egyeznek meg, a rétegek alakváltozása még homogén klímaváltozásmező esetén is különböző lesz. A rétegek közötti kapcsolat (általában ragasztás) a tetszőleges alakváltozást nem teszi lehetővé. Egy „kompromisszum” alakul ki, amelynek következtében a rétegekben belső erők keletkeznek. Szélsőséges esetekben ezek a belső erők akkorák lehetnek, hogy a réteg vagy a réteghatár folytonossága megszűnik, repedések keletkeznek, a szerkezeti elem tönkremegy.

Általánosan azt mondhatjuk, hogy, amennyiben a nedvességtartalom- és hőmérsékletváltozásmező nem homogén, vagy a test anyaga inhomogén és az alakváltozás valamilyen módon gátolt, a testben – külső terhelés nélkül is – feszültségek és alakváltozások (vetemedés) lépnek fel.

A réteges szerkezetű testek klímaváltozás következtében fellépő feszültségi és alakváltozási állapotának modellezésével és meghatározásával terjedelmes szakirodalom foglalkozik. A cikk szerzői más szerzőkhöz hasonlóan (Henrici 1977, Meierhofer 1978, Rice and Youngs 1991, Rieder 1958, Szalai 1983, 1985, 1986) zárt formájú összefüggéseket keresnek a sajátfeszültségek és a vetemedés mértékének számítására. A klimatikus igénybevétel

<sup>\*</sup> Dr. habil. Szalai József CSc. egyetemi tanár, intézetigazgató, Kánnár Antal doktorandusz hallgató a NyME Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézetében.

során keletkező feszültségi és alakváltozási állapot meghatározásának egyik nehéz problémája a kezdeti és a végső nedvességtartalmi és hőmérséklet mezők mérése, ill. a valóságnak megfelelő megadása. A zárt formájú matematikai megoldások általában egy kiindulási és egy végállapottal számolnak, bár a kettő között eltelt idő tetszőlegesen véges kicsi lehet. A zárt formájú megoldások jellegüknél fogva több kompromisszummal, elhanyagolással élnek.

E munkában azt vizsgáljuk meg, hogy a nedvességtartalom és hőmérséklet eloszlások pontosabb figyelembevételével milyen hatással van a matematikai-mechanikai modellel nyerhető eredményekre.

Henrici (1977) az egyenes tengelyű réteges rudak klimatikus igénybevételének számítására bemutatott egy eljárást, melyet Szalai (1985, 1986) az íves tengelyű rétegelt ragasztott tartók gyártási és klimatikus saját-feszültségeinek meghatározására alkalmazott. E munkákban a nedvességtartalom és a hőmérséklet a rétegek vastagsága mentén lineárisan változott. Kísérleti eredmények (Rice és Youngs 1991, Scaar 1988, Tuomi és Temple 1975) azonban azt mutatják, hogy elegendően nagy rétegvastagság és száradási vagy nedvesedési idő után az eloszlások gyakorlatilag parabolikusak. Parabolikus eloszlás feltételezésével az íves vagy egyenes tengelyű, rétegelt ragasztott fatartók saját-feszültségei és vetemedése Henrici és Szalai eljárásához hasonlóan meghatározhatók. A megoldás speciális esetei a lineáris, vagy a vastagság mentén állandó nedvesség-tartalom- és hőmérsékletváltozás hatása.

Az új összefüggések lehetőséget adnak a nedvességtartalom és a hőmérséklet eloszlásának pontosabb figyelembevételére, és annak eldöntésére, vajon érdemes-e a nagyobb matematikai apparátust igénylő, pontosabb modellt használni.

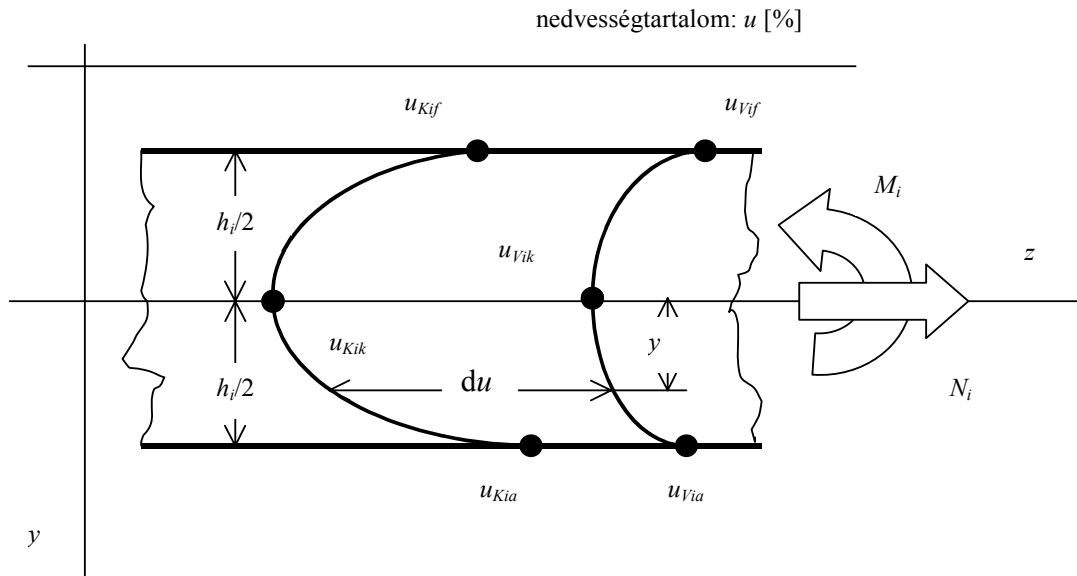
### ***A belső erők és az alakváltozás meghatározása***

Az elméleti levezetés során a következő feltételezésekkel élünk:

1. a feszültségi állapotot síkbeli, a feszültségi állapot síkja a ragasztási síkkal párhuzamos;
2. egy rétegen belül az anyagjellemzők homogén eloszlásúak;

3. a rétegek keresztmetszete téglalap, vastagságuk változó, szélességük azonos;
4. amennyiben a rétegek ortogonálisan anizotrópok, a három szimmetriatengely, az anatómiai főirányok párhuzamosak a téglatest alakú rétegek élével;
5. a rétegek a szélességüket tartalmazó oldal síkjában vannak összeragasztva;
6. a ragasztás két réteg között csúszásmentes kapcsolatot biztosít;
7. a vetemedés során az összetett keresztmetszet továbbra is sík marad;
8. képlékeny alakváltozások nincsenek;
9. a feszültségi állapot szintje olyan, hogy mind a faanyagban, mind a ragasztóanyagban érvényben marad a Hooke-törvény;
10. a viszkózus alakváltozásokat elhanyagoljuk,
11. a nedvességtartalom és hőmérséklet kezdeti és végső értéke csak a rétegek vastagsági méretének irányában ( $y$  tengely) változik, mégpedig parabolikusan;
12. a rétegvastagság és a réteg görbületi sugárának hányadosa nagyobb, mint 200.

E feltételezések közül néhány (pl. a 3., 4. és 5.) a rétegelt fatestek gyártási technológiájának egyértelmű következménye. A 4. feltétel teszi lehetővé, hogy az anizotróp réteg mechanikai tulajdonságait úgy vegyük figyelembe, mintha izotróp anyagú lenne, s csupán a réteg hosszirányú rugalmassági modulusának ismeretére van szükség. A többi feltétel közül néhány szigorúan sohasem teljesül. Talán csak a képlékeny és a viszkózus alakváltozások elhanyagolhatóságát kell megmagyarázni. A legújabb kísérleti eredmények (Szalai, 2001) azt támasztják alá, hogy a faanyag az építési vagy bútorszerkezeteknél előírt nedvességtartalom minden igénybevételnél és orientációnál ridegen törik, sőt jelleggörbéje szinte egészen a tönkremenetelig gyakorlatilag lineáris (magasabb nedvességtartalomnál természetesen felléphetnek képlékeny jellegű alakváltozások). A viszkózus alakváltozásoknak már alacsony nedvességtartalom és hőmérsékleten is jelentős szerepük lehet. Legfontosabb hatásuk az, hogy a száradási vagy nedvesedési folyamat alatt a feszültségcsúcsok folyamatosan leépülnek. Viszkoelasztikus anyagmodell alkalmazása azonban lehetetlenné tenné a feladat zárt formájú megoldását. Meg kell elégednünk azzal



1. ábra – Az  $i$ -edik réteg kezdeti nedvességtartalmának eloszlása a magasság mentén

a tudattal, hogy rugalmas anyagmodell alkalmazásával a legkedvezőtlenebb feszültségeloszlást kapjuk, azaz a valóságban a számoltnál kisebb feszültségek ébrednek.

Vizsgáljunk egy  $n$  rétegből álló, körív alakú, téglalap keresztmetszetű ragasztott tartót. A tartó szélessége  $b$ , az  $i$ -edik ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) réteg vastagsága  $h_i$ , súlyponti szálának görbületi sugara  $R_i$ . Az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának  $z$  irányú fajlagos hosszváltozását a belső erők valamint a nedvesség- és hőtágulás következményeként írhatjuk fel:

$$\varepsilon_i(y) = \frac{M_i}{E_i I_i} y + \frac{N_i}{E_i F_i} + \beta_i du_i(y) + \alpha_i dt_i(y), \quad [1]$$

ahol:

$M_i$  – az  $i$ -edik rétegben ébredő hajlítónyomaték,

$N_i$  – az  $i$ -edik rétegben ébredő normális igénybevétel,

$E_i$  – az  $i$ -edik réteg Young-féle modulusza,

$I_i = bh_i^3/12$  – az  $i$ -edik réteg másodrendű nyomatéka,

$F_i = bh_i$  – az  $i$ -edik réteg keresztmetszet-területe,

$\beta_i$  – az  $i$ -edik réteg nedvesség-tágulási együtthatója,

$\alpha_i$  – az  $i$ -edik réteg hőtágulási együtthatója,

$du_i(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának nedvességtartalom-változása,

$dt_i(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának hőmérséklet-változása.

A rétegvastagság mentén a nedvességtartalom eloszlását – mind kezdeti, mind végállapotban – parabolikusnak feltételezve, az  $y$  koordinátájú szál nedvességtartalom-változása:

$$\begin{aligned} du_i(y) &= u_{Vi}(y) - u_{Ki}(y) = \\ &= U_{1i} + U_{2i} \frac{1}{h_i} + U_{3i} \frac{1}{2h_i^2}, \end{aligned} \quad [2]$$

ahol

$u_{Ki}(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú pontjában a nedvességtartalom a kezdeti állapotban,

$u_{Vi}(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú pontjában a nedvességtartalom a végállapotban, és

$$\begin{aligned} U_{1i} &= u_{Vik} - u_{Kik}, \\ U_{2i} &= (u_{Via} - u_{Kia}) - (u_{Vif} - u_{Kif}), \\ U_{3i} &= (u_{Vif} - u_{Kif}) - (u_{Via} - u_{Kia}) - 2(u_{Vik} - u_{Kia}), \end{aligned} \quad [3]$$

ahol, az **1. ábrának** megfelelően

$u_{Kif}$  – az  $i$ -edik réteg felső szálában a kezdeti nedvességtartalom,

$u_{Kik}$  – az  $i$ -edik réteg középső szálában a kezdeti nedvességtartalom,

$u_{Kia}$  – az  $i$ -edik réteg alsó szálában a kezdeti nedvességtartalom,

$u_{Vif}$  – az  $i$ -edik réteg felső szálában a végső nedvességtartalom,

$u_{Vik}$  – az  $i$ -edik réteg középső szálában a végső nedvességtartalom,

$u_{Via}$  – az  $i$ -edik réteg alsó szálában a végső nedvességtartalom,

A hőmérséklet-változás leírására [2]-vel és [3]-mal teljesen analóg összefüggéseket használunk, annyi változtatással, hogy a hőmérséklet jeleként  $u$  helyett  $t$ -t írunk, és a [3]-ban számított segédmenyiségek jele  $T_{1i}, T_{2i}, T_{3i}$ .

Ezeket az [1] egyenletbe írva majd az 6. és 7. alakváltozási feltételeket megfogalmazó [4]-es egyenletekbe helyettesítve az [5] egyenletrendszert kapjuk

Az 6. és 7. alakváltozási feltételek matematikai alakja:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i \left( y = \frac{h_i}{2} \right) &= \varepsilon_{i+1} \left( y = -\frac{h_{i+1}}{2} \right), \\ h_{i+1} \left( \varepsilon_i \left( y = -\frac{h_i}{2} \right) - \varepsilon_i \left( y = \frac{h_i}{2} \right) \right) &= \\ &= h_i \left( \varepsilon_{i+1} \left( y = -\frac{h_{i+1}}{2} \right) - \varepsilon_{i+1} \left( y = \frac{h_{i+1}}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad [4]$$

[4] második összefüggésének megfogalmazásánál felhasználtuk a 12. feltétel által megengedett közelítést.

$$\begin{aligned} \frac{M_{i+1}}{J_{i+1}} \frac{h_{i+1}}{2} + \frac{M_i}{J_i} \frac{h_i}{2} - \frac{N_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{N_i}{A_i} &= q_i, \\ \frac{M_{i+1}}{J_{i+1}} - \frac{M_i}{J_i} &= p_i, \end{aligned} \quad [5]$$

ahol, mindkét egyenletnél  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , és

$$\begin{aligned} q_i &= (d_{1i+1} - d_{1i}) - \frac{1}{2}(d_{2i+1} + d_{2i}) + \frac{1}{2}(d_{3i+1} - d_{3i}), \\ p_i &= \frac{d_{2i}}{h_i} - \frac{d_{2i+1}}{h_{i+1}} \end{aligned}$$

a  $d_i$  mennyiségek a nedvességtartalom- és hőmérsékletváltozásból származó hosszváltozásokkal kapcsolatosak.

Ezek az egyenletek a

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n N_i &= 0, \\ \sum_{i=1}^n M_i + \sum_{i=1}^n N_i a_i &= 0, \\ a_i &= \sum_{j=1}^i h_j - \frac{h_1 + h_i}{2} \end{aligned} \quad [7]$$

egyensúlyi egyenletekkel (amelyek azt fejezik ki, hogy külső erő hiányában tetszőleges

keresztmetszet belső erőinek egyensúlyban kell lenniük) egy  $2n$  egyenletből álló egyenletrendszert alkotnak  $2n$  ismeretlennel ( $N_i, M_i$ ). Az egyenletrendszer a rekurzív visszahelyettesítés módszerével zárt alakban megoldható. A megoldás:

$$\begin{aligned} M_i &= J_i \left( \frac{SD - AG}{AJ - S^2} - \frac{d_{2i}}{h_i} \right), \\ N_i &= A_i \left[ \frac{G(S - Aa_i) - D(J - Sa_i)}{AJ - S^2} N_i - \right. \\ &\quad \left. - (d_{1i} - d_{11}) - (d_{3i} - d_{31}) \right], \end{aligned} \quad [8]$$

ahol

$$\begin{aligned} A &= \sum_{i=1}^n A_i, \\ S &= \sum_{i=1}^n A_i a_i, \\ J &= \sum_{i=1}^n (J_i + A_i a_i^2), \\ D &= - \sum_{i=1}^n A_i [(d_{1i} - d_{11}) + (d_{3i} - d_{31})], \\ G &= - \left[ \sum_{i=1}^n J_i \frac{d_{2i}}{h_i} + \sum_{i=1}^n A_i a_i [(d_{1i} - d_{11}) + (d_{3i} - d_{31})] \right] \end{aligned} \quad [8a]$$

A rétegek megváltozott görbületi sugarát a következőképpen számíthatjuk:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_{Vi}} &= \frac{1}{\rho_{Ki}} - \frac{\varepsilon_i \left( y = \frac{h_i}{2} \right) - \varepsilon_i \left( y = -\frac{h_i}{2} \right)}{h_i} = \\ &= \frac{1}{\rho_{Ki}} - \frac{M_i}{E_i I_i} - \frac{d_{2i}}{E h_i} \end{aligned} \quad [9]$$

ahol

$\rho_{Ki}$  – az  $i$ -edik réteg kezdeti görbületi sugara,  
 $\rho_{Vi}$  – az  $i$ -edik réteg görbületi sugara a vetemelés végén.

### Összefoglalás

Az elméleti megfontolások és levezetések segítségével sikerült tehát a valóságot jobban közelítő parabolikus nedvességtartalom és

hőmérséklet eloszlási modell számítómodelljét megteremteni. Az összefüggések lehetővé teszik tetszőleges számú, különböző hőmérsékletű és nedvességtartalmú rétegből készített réteges szerkezet sajátfeszültségeinek számítását. Modellezhető továbbá a tetszőleges nedvességtartalom változást és hőmérsékletváltozást előidéző folyamat hatására fellépő belső feszültségek alakulása. Számolható a szerkezet alakváltozása a változás hatására. Munkánk II. részében számolási példákat mutatunk be a levezetett összefüggések alkalmazására, valamint összehasonlítjuk a korábbi lineáris modellel és az új parabolikus modellel kapott eredményeket.

### Irodalomjegyzék

1. Henrici, D. 1977. *Zur Mechanik des vielfach geschichteten Verbundstabes unter Temperatur- und Feuchtigkeitsbeanspruchung*. Die Bautechnik 5, 156-163.
2. Meierhofer, U.A. 1978. *Climatic stresses of wooden construction elements*. Wood Section of the Swiss 17<sup>th</sup> Federal Laboratory for Testing Material and Research. 1-17.
3. Rice, R.W., Youngs, R.L. 1991. *One- and two-dimensional moisture profiles in red oak*. Wood Fiber Sci. 23(3). 328-341.
4. Rieder, G. 1958. *Eigenspannungen in unendlichen geschichteten und elastisch anisotropen Medien, insbesondere in weissen Bezirken und in geschichteten Platten*. Wissenschaftliche Abhandlung, 20-61.
5. Scaar, C. (1988): *Wood-Water Relations*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York. 283 old.
6. Szalai, J. (1983): *Die Ermittlung der während der Herstellung auftretenden Eigenspannungen und Verformung von gekrümmten Brettschichtträgern*. Teil I. Die Bautechnik 60. 1983/2. 37-41.
7. Szalai, J. (1983): *Die Ermittlung der während der Herstellung auftretenden Eigenspannungen und Verformung von gekrümmten Brettschichtträgern*. Teil II. Die Bautechnik 60. 1983/3. 86-90.
8. Szalai, J. (1985): *Rétegelt ragasztott íves fatartók gyártás és klimatikus igénybevétel során fellépő sajátfeszültségeinek és alakváltozásának meghatározása*. Kandidátusi értekezés. Sopron. EFE. 1985. 200 old.
9. Szalai, J. (1986): *Theoretische und experimentelle Untersuchung der Herstellungsbedingten Eigenspannungen von gekrümmten Brettschichtträgern*. Holz Roh- Werkst. 44. 1986. 69-75.
10. Szalai, J. (2001): *A faszervezetek méretezését és gyártását befolyásoló sajátosságok*. Wittmann, Gy. szerk. Mérnöki faszervezetek II., 18. fejezet. Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest. 143-262.

## A faipari mérnöki kar új oktatási stratégiája

Takáts Péter\*

### The new educational strategy of the Faculty of Wood Science

This paper describes the strategic educational goals of the Faculty of Wood Science at the University of West Hungary. One of the most challenging tasks is the harmonisation of our education with other national and international institutions of higher education. This includes introducing the credit system, made mandatory by the Ministry of Education. The article also outlines several other aims and changes, including the establishment new academic programs and departments.

Ismeretes, hogy az Európai Unióban egyre több kezdeményezés születik, hogy a résztvevő tagországok a lehetőségekhez mérten fokozatosan összehangolják felsőoktatásukat annak érdekében, hogy minél több, az európai piac követelményeinek megfelelő szakembert képezzenek

Az EU ráadásul intézményesen is igyekszik ösztönözni az „európai diákság népvándorlását” a kontinensen. Ennek érdekében a párizsi Sorbonne Egyetemen francia, német olasz és angol résztvevőkkel rendezett konferencián indult el egy olyan kezdeményezés (1999),

\* Dr. habil. Takáts Péter CSc., a NyME Faipari Mérnöki Karának oktatási dékánhelyettese