DIMENZIÓK
Matematikai Közlemények
XI. kötet, 2023

doi:10.20312/dim.2023.06

A szintfelmérő dolgozat mint mérőeszköz: célkitűzések, eredmények és következtetések

Barta Edit
Soproni Egyetem Informatikai és Matematikai Intézet
barta.edit@uni-sopron.hu

ÖSSZEFOGLALÓ. Az idén az egyetemünkre bekerülő elsőéves hallgatókkal szintfelmérő dolgozatot írattunk matematikából. Írásomban ismertetem a dolgozat célkitűzéseit, összeállításának szempontjait. Elemzem a hallgatók eredményeit, és egy-egy kiemelt feladat kapcsán rámutatok a hiányosságokra.

ABSTRACT. This year, we had first-year students entering our university take a maths assessment test. In this paper, I explain the objectives of the essay and the criteria used to compile it. I will analyse the students' results and point out shortcomings in a particular assignment.

1. Bevezetés

A felsőoktatási intézetek nagy részén a képzés jellegéből adódóan különböző, matematika témájú tantárgyak oktatására is szükség van. Ezek sikeres teljesítéséhez elengedhetetlen a középiskolai matematikai ismeretek stabil tudása. A matematika érettségi jegy vagy az év végi osztályzatok sok esetben nem tükrözik azt a tudásszintet, amire az egyetemi szakokon szükség lehet. Ezért egyre több egyetem dolgoz ki saját felmérési eszközt a szükséges tudásszint mérésére. Ez többnyire egy szintfelmérő dolgozat formájában realizálódik, amit a frissen felvett hallgatókkal íratnak meg az első szemeszter legelején.

A Soproni Egyetem három karán oktatunk matematikát a szakok igényeinek megfelelő témaköröket érintve. A két mérnöki (Erdőmérnöki, Faipari Mérnöki) karon több mint tíz éve vezettük be az első szemeszter eleji szintfelmérő íratását. Ezt megelőzően hosszabb időre nyúlik vissza az a gyakorlat, hogy a matematikatudásukat tekintve teljesen heterogén hallgatókat valamilyen formában felzárkóztassuk ahhoz az elvárt tudásszinthez, amellyel már nagyobb sikerrel végezhetik el az egyetemi matematika tárgyakat. Eleinte a félév megkezdése előtti héten egy ötnapos intenzív matematika kurzust tartottunk az elsőéveseknek. Később Alapozó matematika néven egész féléves kurzust hirdettünk meg.

A 2022 őszén bevezetett új tantervvel megújult a szintfelmérő dolgozat formátuma és tartalma is. A középiskolai tananyag átismétlésével megvalósító, matematikai felzárkóztatást hivatott egész féléves kurzust pedig Bevezető matematika névvel gondoltuk újra a jelenlegi matematika tárgyak igényeinek megfelelően.

2. A szintfelmérő dolgozat célja

A szintfelmérő dolgozat célja, mint ahogyan a neve is mutatja, az, hogy az egyetemre bejövő hallgatók matematikai ismereteit felmérje. Erre azért van szükség, mert a felvételi rendszer átdolgozása óta a középiskolákból hozott év végi matematikai osztályzatok és az érettségi jegyek az egyetlen információ, ami árulkodhat a frissen felvett hallgatók matematikai alaptudásáról. Ezek pedig egyrészt sokszor fals képet mutatnak, másrészt nekünk, matematika oktatóknak nem bocsátják a rendelkezésünkre. A felvételi pontrendszer magában hordozza, hogy olyanok is bekerülnek a mérnöki szakokra, akik közepes vagy esetleg még gyengébb érettségi osztályzatot hoznak. Az ő felzárkóztatásukra mindenképpen szükség van. A szintfelmérő elsősorban annak eldöntésére szolgál, hogy kik azok, akik számára erősen javasolt a középiskolai ismeretek átismétlése, a hiányosságok pótlása, amit a Bevezető matematika tárgy felvételével van lehetőségük megtenni.

Minden dolgozat egy mérőeszköz, amely minden esetben mér valamit. Ezért összeállításánál alaposan át kell gondolnunk, hogy mit szeretnénk vele mérni. Az, hogy a matematika szintfelmérővel az elsőévesek középiskolai matematikai tudását szeretnénk felmérni, az túlságosan átfogó cél, ezért semmitmondó. Ennél konkrétabban kellett megfogalmaznunk. A matematikát évek óta oktató kollégákkal napi szintű a hallgatók hiányosságainak megbeszélése. A Bevezető matematika tematikájának összeállításánál nemcsak a magunk, hanem más tantárgyak oktatóinak tapasztalatait is figyelembe vettük. Készítettünk egy olyan felmérést, amely során mindenki, aki a tárgya oktatása során matematikai eszközökkel is dolgozik, leírhatta, mit szokott tapasztalni, hol észlel hiányosságokat, melyek azok a témakörök, amelyek átismétlésére, újratanítására mindenképpen szükség lesz. A felzárkóztató kurzust megelőző szintfelmérő dolgozat célja ezen, most már konkrét tudáselemek meglétének mérése lett.

Azon is el kell gondolkodnunk, hogy mikor tekintünk egy adott tudáselemet meglévőnek. Például mondhatjuk-e egy tanulóra azt, hogy tud másodfokú egyenletet megoldani, ha csak annyira képes, hogy az arra alkalmas zsebszámológépével „kiszámolja" a gyököket, de a megoldóképletet már nem tudja helyesen alkalmazni? Nézzük meg, hány elemi tudáselem szükséges ahhoz, hogy egy másodfokú egyenletet a megoldóképlettel megoldjunk! Először is, ismernünk kell a megoldóképletet, lehetőleg fejből. Tudni kell azonosítani az egyenlet együtthatóit a képletben szereplő betűkkel, be kell tudni helyettesíteni, majd a műveletsorozatot helyesen elvégezni. Ez sokkal inkább nevezhető matematikai tudáselemnek, mint a számológépbe való beírás tudása. Sajnos egyre többször tapasztaljuk, hogy a hallgatók csak és kizárólag számológéppel tudnak számolni, beleértve az egyszerűbb műveleteket is, úgymint két egyjegyű szám összeszorzása vagy összeadása. A gép által kiírt eredményt kritika nélkül elfogadják, vagy pedig nem tudják értelmezni.

A szintfelmérő esetében a számolási és gondolkodási képességek mérését tűztük ki célul, nem pedig azt, hogy a hallgató megfelelően tudja-e kezelni a számológépet.

3. A szintfelmérő dolgozat összeállítása

Az előbbiekben megfogalmazott célt úgy gondoltuk megvalósítani, hogy a dolgozat írása közben semmilyen segédeszközt nem volt szabad használni, se függvénytáblázatot, se zsebszámológépet. Ennek fejében csak egyszerűen számolható feladatokat volt lehetőségünk adni.

A célkitűzések megfogalmazása és az érintendő témakörök felsorolása mellett a dolgozat összeállításánál további szempontokat is figyelembe kellett vennünk. Az egyik a dolgozat megíratásának időpontja volt. Olyan időpontot kellett választani, amely megelőzi a szorgalmi időszak kezdetét; illeszkedik az egyetemen hagyományosan megrendezett balekhét (máshol gólyatábor) programsorozatába; elegendő idő álljon rendelkezésre a javításhoz, eredmények közléséhez, és ahhoz, hogy mindezek után a hallgató időben felvehesse a felzárkóztató Bevezető matematika tárgyat. Három karon írattunk szintfelmérőt, a két mérnöki és a közgazdaságtudományi karon. Az időpontról a karok maguk döntöttek. Az egyik kar a balekhét második napján, a másik kettő az első tanítási napon íratta meg hallgatóival a dolgozatot.

Egy másik szempont az volt, hogy a dolgozat gyorsan és egyszerűen javítható legyen. Ezt nemcsak a rendelkezésre álló idő szűkös volta indokolta, hanem az is, hogy a javítást az egyik karon teljes egészében a felsőbb éves hallgatók végezték.

Az elmúlt tanév elején írattunk először megújított formában szintfelmérőt. Az három részből állt. Volt egy öt kérdésből álló rövid számolós feladat, melyek annyira egyszerűek voltak, hogy csak a végeredményt kellett beírni a feladat melletti rubrikába. Ezt követte egy tíz tesztkérdésből álló feladatsor, ahol öt válaszlehetőség közül kellett az egyetlen helyeset megjelölni. Az ötödik válaszlehetőség mindegyik feladatnál az volt, hogy „az előzőek egyike sem". A harmadik rész öt részletes kidolgozást, levezetést is igénylő feladat volt. Ezek közül az első három számolást igényelt, a negyedik egy tétel kimondása volt (bizonyítás nélkül, de ábrával alátámasztva), az ötödik pedig egy fogalom (definíció).

A dolgozatok gyors és egyszerű javítása céljából a harmadik feladatcsoportot el kellet hagynunk, de az elsőt és a másodikat megtarthattuk.

Tavaly a tesztet a sok helyen bevett szokás szerint pontoztuk, vagyis a hibásan választott válaszért –1 pont (büntetőpont) járt. Ez a hallgatói visszajelzések alapján annyira frusztráló volt, hogy az idén a szakfelelősök kérésére nem adtunk mínusz pontot a hibás feleletválasztásra. Itt meg kell jegyeznem, hogy mióta szintfelmérőt íratunk, valamint a matematika vizsgákon is, mindig volt teszt feladatcsoport, amelyen rendszerint a helyes válasz 2 pontot, a hibás –1-et ért, ha pedig nem karikázott semmit a hallgató, akkor 0 pontot kapott. A szintfelmérőben ugyanez a pontozási mód a későbbi hasonló tesztfeladatokra is felkészített volna, és elejét vette volna annak, hogy a hallgató bármit találomra bekarikázzon a vaktában kapott pontokért.

A dolgozat tehát két részből állt. Az első rész tíz gyorsan és egyszerűen számolható feladatot tartalmazott különböző témakörökből, melyeknek csak a végeredményét kellett beírni a megfelelő mezőbe. A második rész volt a tíz kérdésből álló teszt, hasonlóan a tavalyihoz, de büntetőpont nélkül. Minden feladat 1 pontot ért így, melyet nem lehetett tovább bontani. A dolgozat megírására 45 perc állt rendelkezésre. A hallgatóknak lehetőségük volt papíron írásban számolni, de azt a javításnál nem vettük figyelembe, csak a végeredmény számított.

A feladatok összeállításánál további szempont volt az is, hogy egyfajta nehézségi sorrendben legyenek a feladatok, a könnyűek elöl, a nehezebbek később. Az első néhány feladat ezért nem is középiskolai, hanem mindössze általános iskolai ismereteket kívánt (törtek összeadása és alapvető százalékszámítási feladatok mindkét résznél). Ez szellemileg ugyanazt a célt szolgálja, mint testmozgás előtt a bemelegítés: a hallgató ezekkel a könnyű feladatokkal hangolódik rá a dolgozatírásra, és az agy felkészül az intenzívebb igénybevételre. A könnyű feladat megoldása során némiképp oldódik a feszültség, lenyugszik a lélek, és nagyobb önbizalommal áll neki a nehezebb feladatok megoldásának.

A feladatlap két teljes oldalt tett ki, ezért itt azt teljes formájában terjedelmi okokból nem közölöm. Néhány feladatot fogok kiemelni, azokat, amelyekre meglepő válaszok vagy tömegével hibás válaszok érkeztek. A hibás válaszok nagy része tükrözi a válaszadó hibás gondolatmenetét. Ennek megismerésével nagyobb eséllyel tudjuk azt kijavítani, segítve ezzel a hallgatót.

4. A dolgozat eredményei

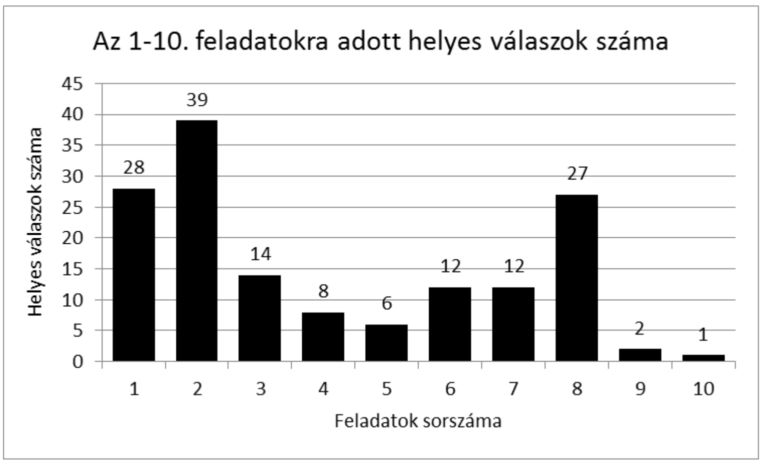
Jelen írásnak nem célja a különböző karokra felvett hallgatók eredményeinek összehasonlítása, így csak az egyik mérnöki kar hallgatóinak eredményeit elemzem. A dolgozatot negyvennégyen írták meg. Az elérhető 20 pontból átlagosan 6,05 pontot értek el, 2,92 pont szórással. A hallgatók elért pontszám szerinti eloszlását az 1. ábra szemlélteti.

1. ábra. A dolgozatírók elért pontszámok szerinti eloszlása

Az első rész – rövid számolásos feladatok – kérdéseire adott válaszok eredményeit az 1. táblázat tartalmazza és a 2. ábra szemlélteti.

Feladat sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Helyes választ adott	28	39	14	8	6	12	12	27	2	1
Hibás választ adott	13	2	19	15	30	21	25	10	26	20
Nem írt semmit	3	3	11	21	8	11	7	7	16	23
Helyes választ adók aránya	64%	89%	32%	18%	14%	27%	27%	61%	4,5%	2,3%

1. táblázat. A rövid számolásos feladatok eredményeinek összesítése

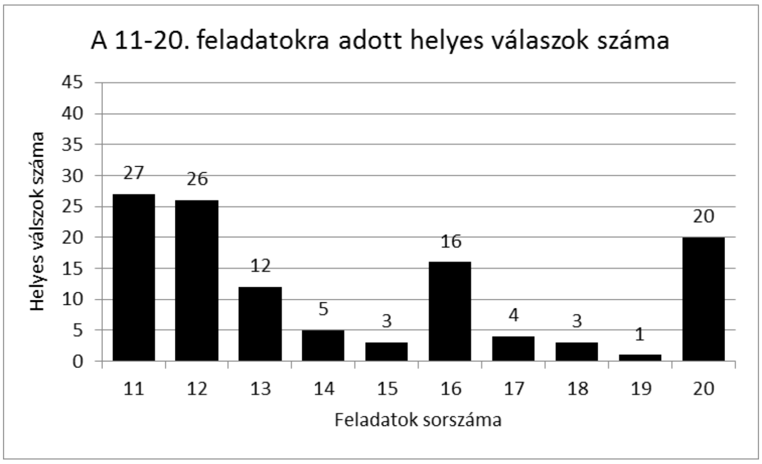


2. ábra. A rövid számolásos feladatokra adott helyes válaszok száma

A második rész – tesztfeladatok – kérdéseire adott válaszokat a 2. táblázat tartalmazza és a 3. ábra szemlélteti.

Feladat sorszáma	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
A	5	**26**	**12**	15	**3**	**16**	4	26	28	4
B	5	13	7	9	28	6	6	4	8	**20**
C	5	0	4	11	5	7	9	**3**	**1**	10
D	**27**	3	8	3	3	8	15	6	3	3
E	2	2	12	**5**	4	3	**4**	2	2	4
Nem írt semmit	0	0	1	1	1	4	6	3	2	3
Helyes választ adók aránya	61%	59%	27%	11%	7%	36%	9%	7%	2%	45%

2. táblázat. A tesztfeladatok eredményeinek összesítése. A bekeretezett mezők jelzik az adott feladat helyes válaszát, benne a vastagon szedett szám a helyes választ adók számát jelzi. Szürke mezővel emeltem ki a legtöbb megjelölt választ



3. ábra. A tesztfeladatokra adott helyes válaszok száma

5. Az eredmények elemzése

Az első ábráról látható, hogy az eredmény meglehetősen gyenge lett. Az évfolyamban a legmagasabb pontszám 13 volt. Ez a maximális 20 pontnak a 65 %-a, ami az általunk oktatott matematika tárgyak osztályzási kategóriáit tekintve a közepes jegy alsó határa. Ezt az eredményt mindössze ketten érték el. Az elégséges osztályzathoz a pontszámok 40 %-ának elérését szoktuk elvárni, ez itt 8 pontot jelentett, amit kilencen, vagyis az évfolyam alig több mint 20 %-a ért el. Az aláíráshoz a matematika tárgyaknál nálunk általánosan 20 %-ot kell elérni, ami ennél a dolgozatnál 4 pontot jelentett. Ez alatt hatan teljesítettek, ami az évfolyam 14 %-a. Ezek persze csak tájékoztató jellegű adatok, hiszen a szintfelmérő dolgozatnak semmilyen retorziója nem lehetett, nem is volt.

A rövid számolást igénylő feladatok eredményei azt mutatják, hogy a hallgatóknak a 2. feladat volt a legkönnyebb, ezt oldották meg a legtöbben. A kérdés a következő volt: „Mennyi 180-nak a 15 %-a?" Annak ellenére, hogy ez nem is középiskolai, hanem általános iskolai feladat, és valóban számolható fejben is, öten (13 %) nem adtak rá helyes választ.

Az 1. feladatot helyesen megoldók aránya 64 % volt, amely két tört összeadása volt: „Mivel egyenlő: $\frac{3}{7}+\frac{5}{4}$?” Szintén általános iskolai feladat. Tanulságos elgondolkodni a beírt válaszokon. Hárman írták végeredménynek a $\frac{8}{11}$-ed, ami a számlálók és a nevezők külön-külön történő összeadásával jöhetett létre. Szintén hárman írták a 47-et végeredménynek (a helyes eredmény számlálója). Valószínűleg elfelejtették a nevezőt is odaírni. De egyszerre hárman is? Egy hallgató írt tévesen $\frac{48}{28}$-ot, amit figyelmetlenségnek értékelek: tudja, hogyan kell törtet törttel összeadni, de a két kétjegyű szám összeadásánál hibát vétett. Egy hallgató $\frac{11{,}75}{7}$-et írt, ami matematikailag helyes ugyan, de így nem adhatunk meg törtet, ezért pontot sem kapott rá. Hogy ezt számológép nélkül hogyan számolta ki, arra nem derült fény. A maradék hibás válaszok között a következők fordultak elő egyedi esetekként: $\frac{15}{28}$ (összeszorozta a két törtet); $\frac{8}{28}$ (a számlálókat összeadta, a nevezőket összeszorozta); $\frac{37}{28}$ (valószínűleg összeadási hiba a számlálónál); $\frac{26}{14}$ (nem tudtam megfejteni, milyen gondolatmenettel jutott erre az eredményre).

A legtöbb helyes választ kapó feladatok harmadik helyezettje a 8. feladat lett, ezt 27 főnek, (61 %-nak) sikerült helyesen megoldania. Ez a következő volt: „Hány fokos szöget zár be egymással az origóból a $(8;\,-3)$ és a $(3;\,8)$ pontokba mutató két vektor?” Ilyen jellegű feladatot, vagyis olyat, hogy két origóból kiinduló vektor szögére kérdezzünk rá, kiváltképpen akkor, ha ragaszkodunk az egész koordinátájú végpontokhoz és a számológép nélküli meghatározáshoz, csak igen korlátozottan adhatunk fel. A feladat megoldása két elemi tudáselemből áll. Az egyik az, hogy ismerni kell azt, hogy mit értünk két vektor egymással bezárt szöge alatt. A másik a merőlegesség feltételének felismerése a feladat adataiból. Ez utóbbi ismeret hiánya esetén ennél a feladatnál a pontok helyes felvázolása nem biztos, hogy helyes végeredményt ad. A hibás válaszok között a 25, 45, 60 és 110 fokok szerepeltek. Mivel a vonalzó és a szögmérő ott lapulhatott a tolltartókban, és nem volt kizárva ezek használata, elképzelhető, hogy egy helytelen vagy pontatlan ábrázolás után a szögmérővel leolvasott értéket írták be a hibás választ adók.

Kiugróan gyengének mutatkozott a 9. és a 10. feladatoknak a megoldása. A 10. feladat egy algebrai tört egyszerűsítése volt: „Mennyivel egyenlő a $\frac{2(9-a^2)-(3-a)^2}{(a+1)(a-3)}$ tört egyszerűsítés után?” Ennek a feladatnak a létjogosultsága megkérdőjelezhető itt, az rövid számolást igénylő feladatok körében. Mivel a sokéves tapasztalat az, hogy a hallgatók a legtöbb hibát az algebrai átalakítások során vétik, valamilyen formában képviseltetni kellett ezt a feladattípust is. Mivel ezen tíz feladat mindegyikének végeredménye egy valós szám volt, ezt a feladatot is úgy kellett megkonstruálni, hogy ne egy egyszerűsített algebrai kifejezést kapjunk, hanem egy valós számot. Ennek –3 volt a végeredménye. Egyetlen hallgató adta ezt a választ, és egy volt, aki 3-at írt. A feladat megoldása során egy ponton a $(3-a)$-t kell egyszerűsíteni az $(a-3)$-mal, ami –1. Ezt véthette el a hallgató. A többi hibás válasz mindegyike valamilyen algebrai kifejezést tartalmazott, ami vagy egy helyes köztes állapotot jelentett, vagy helytelen volt.

A 9. feladat a következő volt: „Mennyivel egyenlő $27^{\frac{4}{3}}$?” Mindössze ketten adtak rá helyes választ (81), míg a hibás válaszok aránya több mint 50 % volt. Ez utóbbiak nagy része megfejthető, hogy miként keletkezett. A $\frac{85}{3}$ a $27\frac{4}{3}$-dal egyenlő, a 36 a $27\cdot\frac{4}{3}$ eredménye (heten adták ezt megoldásként!), a $\frac{108}{81}$-re pedig nincs más ötletem, minthogy a $27\cdot\frac{4}{3}$ szorzás helytelenül elvégzett végeredménye lehet, amikor is beszorozta a számlálót és a nevezőt is 27-tel. Mindössze hárman írták eredménynek a $\sqrt[3]{27^4}$ kifejezést, ami helyes ugyan, de még nem a végeredmény.

A többi öt feladatot is tanulságos lenne hasonló szempontok szerint elemezni, de terjedelmi okok miatt nem teszem. Abból a célból, hogy teljes képet kapjunk az érintett témakörökről és a feladatok nehézségi fokáról, ezeknek csak a szövegét közlöm.

3. Ha egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm, a rajta fekvő szöge 45°, akkor mekkora az átfogója?

4. Mivel egyenlő: $\log_2 32$?

5. Tíz hallgató közül hányféleképpen lehet egy kétfős küldöttséget kiválasztani?

6. Mennyi az $x + 7 = 5 - 2(x + 3)$ egyenlet megoldása?

7. Egy négyzet alapú egyenes hasáb magassága kétszer akkora, mint alaplapjának oldala. Ezt a hasábot az alaplapokkal párhuzamos síkkal kettévágjuk. Hány százaléka az így kapott két test összfelszíne az eredeti hasáb felszínének?

Térjünk át a tesztfeladatok eredményeinek elemzésére. A két feladatcsoportot összehasonlítva megállapítható, hogy a dolgozatírók közül huszonegyen (nagyjából a társaság fele) több pontot szereztek a rövid számolós feladatokkal, mint a teszttel. Ezek zöme a 7-13 pontot elérők közül került ki, míg az alacsonyabb pontszámot elérők (0-3 pont) inkább a tesztfeladatokkal szerezték meg a pontjaikat. Tizenketten egyenlő pontszámot szereztek a két feladatcsoportból, míg tizenegyen a teszttel szereztek több pontot. Ketten-ketten értek el 6 illetve 5 pontot a teszttel, a többiek 50 % alatt teljesítettek. Ennek egyik oka lehetett az is, hogy itt már a feladatok egy leheletnyivel több gondolkodást igényeltek.

A 2. táblázat tartalmazza azt, hogy az egyes feladatok esetében melyik válaszlehetőséget hányan jelölték meg. A bekeretezett mező jelzi a helyes választ, benne a vastagon szedett szám azt, hogy ezt hányan jelölték meg. A szürke mező jelöli a legtöbb szavazatot kapott választ. Látható, hogy a feladatoknak mindössze felénél kapta a helyes válasz a legtöbb megjelölést, és azoknál is meglehetősen alacsony arányban. Az első két helyezett itt is az első két feladat lett, témakörét illetve két egyszerű algebrai tört összeadása és egy százalékszámítási feladat. Szövegük a következő volt:

11. *Az alábbiak közül melyikkel egyenlő az $\frac{1}{3x} + \frac{1}{8x}$ kifejezés?*

A) $\frac{1}{11x}$ **B)** $\frac{2}{11x}$ **C)** $\frac{2}{24x}$ **D)** $\frac{11}{24x}$ **E)** *egyikkel sem*

12. *Egy termék árát először csökkentették 10 %-kal, majd két hónap múlva felemelték 20 %-kal. Hány százaléka most a termék ára az eredetinek?*

A) *108 %-a* **B)** *110 %-a* **C)** *127 %-a* **D)** *csak a termék eredeti árának ismeretében állapítható meg* **E)** *az előzőek egyike sem*

A 11. feladat válaszlehetőségei között a helyes D) mellett olyan végeredmények szerepeltek még, amelyek tipikus számolási hibaként adódhatnak két tört összeadásakor. A 12. feladatnál a helyes A) válasz mellett a típushibaként a B) jöhetett még számításba, amire érkezett is szép számmal megjelölés (29,5 %). A légből kapott, semmilyen logikával nem kihozható C)-t viszont szerencsére senki nem jelölte.

A harmadik helyezett a 20. feladat volt:

20. *Hányféleképpen oszthatunk szét 7 gyerek között 3 különböző könyvjutalmat úgy, hogy egy gyerek több könyvet is kaphat?*

A) *2187* **B)** *343* **C)** *210* **D)** *35* **E)** *az előzőek egyike sem*

Azok után, hogy az első rész kombinatorikai feladatára (5. feladat) mindössze hatan adtak helyes választ, ennél a feladatnál egész magas számban, húszan választották a helyes B) választ.

A C) kapott még viszonylag magas szavazatot, ami a 7 elem 3-ad osztályú ismétlés nélküli variációinak a száma (azaz egy gyerek csak egy könyvet kaphatna).

A tesztkérdések fele esetében kirívóan nagy a különbség azok száma között, akik a helyes válaszlehetőséget választották, és azok száma között, akik a legtöbb szavazatot kapó válaszlehetőséget választották. Ezek a 14., 15., 17., 18. és 19. kérdések. Tanulságos lenne ezek okán elgondolkodni. Mit mutathat az, hogy egyes kérdések esetében tömegével jelölték meg ugyanazt hibás válaszlehetőséget? Vajon találomra karikázták-e be a „ránézésre leglogikusabb" választ, vagy hibásan rögzült tudáselemről van-e szó? Vagy a dolgozat vége felé már az egymásnak súgás lehetősége is közrejátszhatott? Az is kérdés, hogy a kevés számú helyes választ adó valódi tudás alapján választotta-e a helyeset, vagy esetleg találomra karikázott?

Nem kívánom az öt feladat mindegyikét egyenként elemezni, egyedül a 14.-et vegyük górcső alá.

14. *Bármely a valós számra igaz, hogy* $\sqrt{a^2+25} =$

A) $a+5$ ***B)*** $|a|+5$ ***C)*** $|a+5|$ ***D)*** $\pm a+5$ ***E)*** *az előzőek egyike sem*

Sajnos a matematika dolgozatok írása során nagy számban fordul elő az a hiba, hogy a hallgató egy gyökös kifejezés estén tagonként von gyököt a gyökjel alatti összegből. E hibás műveleti eljárás meglétének tesztelésére tettük bele ezt a feladatot a kérdéssorba. A válaszadók 35 %-a jelölte meg az A) választ. Ha valakinek eszébe jutott, hogy az *a* esetleg negatív számot is jelölhet, akkor a B)-t vagy a C)-t jelölte meg. Mindhárom válaszlehetőség a tagonkénti gyökvonás valamely módját takarja. E három választ összesen 35-en, a válaszadók 81 %-a jelölte meg. Döbbenetesen magas arány! A helyes E) választ mindössze 5-en jelölték.

6. Az eredmények és a dolgozat értékelése, következtetések

A dolgozat eredményei alátámasztják azt a feltételezést, hogy a hallgatók matematika tárgyakból való gyenge teljesítésüknek egyik alapvető oka az, hogy már a középiskolai matematikai ismereteik sem kielégítőek. A gyenge alapokra ráépíteni a sokkal gyorsabb tempóban elsajátítandó, témáját tekintve sokkal nehezebb egyetemi tananyagot, csaknem lehetetlen. Emiatt nagy szükség van a hallgatók intenzív felzárkóztatására, elsősorban a középiskolai matematikai ismeretek azon részeinek szinte újra tanítására, amelyek elengedhetetlenek az egyetemi tanulmányok – és itt nem csak a matematika tárgyakra gondolok – során.

A többéves tapasztalat az, hogy a hallgatók legnagyobb hiányosságai három-négy téma köré csoportosulnak. Az egyik a logaritmus, a logaritmusos kifejezésekkel való számolás. Az utóbbi időben már olyan esetek is előfordultak, hogy még zsebszámológéppel sem (!) tudta a hallgató meghatározni, hogy mennyi az $ln1$. A másik az algebrai átalakítások. Tipikus hibák a törtek hibás összevonása, hibás egyszerűsítés, tagonkénti gyökvonás. A harmadik a törtkitevős és negatív kitevős hatványokkal való számolás, velük kapcsolatos átalakítások. Más területeken is fordulnak elő hiányosságok, de ezek a legsúlyosabbak, amelyek a matematika tárgyak kapcsán már a kezdetekben felfedezhetők.

A szintfelmérő dolgozat ezeket a hiányosságokat egyértelműen feltárta. A két logaritmusos feladatra (4. és 17.) mindössze 4-4 hallgató adott helyes választ. Az algebrai átalakításokat felmérő feladatokat (10., 11., 13., 14.) a legegyszerűbb 11. kivételével szintén nagyon alacsony számban oldották meg helyesen. Az egyetlen törtkitevős hatvánnyal kapcsolatos feladatot mindössze egyetlen dolgozatíró oldotta meg helyesen.

A dolgozat tehát ebben a formájában megfelelt a célkitűzéseknek. Egyszerű, rövid gondolkodást vagy számolást igényelt valamennyi feladat, és azokra a tudáselemekre fókuszált, amelyeket a későbbi egyetemi tanulmányok – elsősorban a matematika tárgyak – során is használni fognak. Ugyanakkor véleményem szerint a tesztfeladatok nem feltétlenül tükrözik a valóságos tudást. Nem állíthatjuk biztosan, hogy az, aki a helyes válasz betűjelét karikázta be, valóban tudta-e a helyes választ, vagy csak találomra karikázott, és véletlenül éppen a jó választ. A hibás választ jelölőkre már nagyobb biztonsággal mondhatjuk azt, hogy nem tudja a helyes választ. Azt azonban, hogy milyen gondolatmenet alapján jutott arra a válaszra, amit megjelölt, nem feltétlenül következtethetünk, hiszen mivel nem járt mínusz pont a hibás válaszra, büntetlenül karikázhatott bármit. Mi sem mutatja jobban a meggondolatlan karikázás tényét, mint az, hogy a tesztfeladatokra a 440 esetből mindösszesen 21 esetben nem érkezett válasz, azaz ennyi feladat esetén nem jelöltek meg egyetlen választ sem a dolgozatírók, ugyanakkor a rövid számolós feladatoknál 110 esetben maradt üresen a feladat melletti rubrika. Az első rész feladataira aki helyes végeredményt adott meg, arról nagyobb biztonsággal mondhatjuk, hogy birtokában van annak az ismeretnek, amelynek meglétét hivatott eldönteni a feladat.

Levonhatjuk azt a következtetést, hogy a tesztfeladatok kevésbé mutatják reálisan a meglévő tudásszintet, mint a számolós feladatok. Szükségmegoldásként mégis többször alkalmazunk – többnyire büntetőpontos – teszteket. Létjogosultságukat javítástechnikai okok indokolják. Egyrészt gyors és egyszerű a javításuk. Másrészt a feltett kérdésre a válasz nem mindig adható meg olyan egyszerű formában, hogy a javító egyetlen szempillantás alatt megállapíthassa, hogy az jó-e vagy sem, ezért kész kifejezéseket kínál fel megoldásként.

Egy ilyen módon összeállított felmérő dolgozattal elemi tudáselemek meglétére vagy hiányára tudunk következtetni, de alkalmatlan arra, hogy többlépéses eljárások, algoritmusok hibáit tárja fel, vagy fogalmak, tételek ismeretét mérje fel. A szintfelmérőnek az előbbi a célja. Az eredmények ismeretében aztán a hallgató dönti el, hogy felveszi-e a felzárkóztató kurzust, vagy megpróbálja az alapvető középiskolai ismeretek hiánya ellenére a matematika tárgyakat abszolválni.

Még egy kérdés vetődött fel a felsőbb éves hallgatók részéről. Hogyan készüljenek az elsőévesek a szintfelmérőre? Adunk-e ki olyan feladatsort, amelyen gyakorolhatnak? A válaszunk az volt, hogy nem adunk ki gyakorlófeladatokat. A szintfelmérőre nem kell készülni. Ez a dolgozat egy pillanatnyi matematikai tudásszintet kíván mérni. A célirányosan „olyan feladatok begyakorlása, amilyenek várhatók", hamis képet adhat a valódi tudásról. Másrészt semmilyen hátrányos következménye nincs, ha a hallgatónak nem sikerül jól a dolgozat. A vártnál jobban sikerülő dolgozat abba a hamis illúzióba ringathatja az íróját, hogy nincs olyan nagy baj a matematikai tudásával, hogy felzárkóztató kurzusra kelljen mennie.

Összefoglaló

Írásomban a tavalytól újra bevezetett, új formába öntött szintfelmérő dolgozatot mint mérőeszközt tekintettem, mely arra hivatott, hogy az egyetemünkre felvett új elsőévesek középiskolai matematikai ismeretanyagának egyes tudáselemeit mérje. Ismertettem a dolgozat célkitűzéseit és az összeállításánál figyelembe vett szempontokat. A dolgozatot magát teljes terjedelmében nem közöltem. Összesítve és feladatcsoportonként is elemeztem az eredményeket. Néhány feladat kiemelésével rámutattam az alapvető hiányosságokra és a típushibákra. A dolgozat eredményeit összevetettem a kollégák tapasztalataival azon a téren, hogy milyen matematikai hiányosságokat látnak hallgatóink körében. A dolgozat eredményei és a sokéves tapasztalat nagyban egyezett. Végül értékeltem a dolgozatot, és megállapítottam, hogy ebben a formában alkalmas az egyetemünkre bekerülő elsőévesek középiskolai matematikai tudásszintjének felmérésére.