

## ÁRHULLÁMKÉP GYAKORLATI MEGHATÁROZÁSA AZ ÁTVONULÁSI ELMÉLET ALAPJÁN

### A tanulmány célja

Az elmúlt néhány év során egy gyakorlati feladat megoldásának a keretében új elméletet dolgoztunk ki a vízhozam-hullámképek áthelyezésére. Az elmélet levezetése során követett gondolatmenetet és az elmélet igazolása érdekében végzett kísérletek eredményeit korábbi tanulmányainkban [1., 2., 3., 4., 5.] már közreadtuk. A jelenlegi tanulmány célja, hogy ezek kiegészítéseként tisztázza gyakorlati alkalmazás részletkérdéseit, és könnyen kezelhető módszert adjon a számítások elvégzéséhez.

### Alapösszefüggések

#### A $\mathcal{S}$ operátor értelmezése

Kitűzött célunkat figyelembe véve — a levezetés mellőzésével — lássuk tehát mindenekelőtt a legfontosabb alapösszefüggéseket.

Az átvonulási elmélet megadja egy felső, „indulási” és egy alatta levő, „érkezési” szelvény vízhozam-idősora közötti összefüggést.

Közelebbről:

ha  $Q_0(T)$  az indulási szelvény és  $Q_L(t)$  az attól lefelé,  $L$  távolságra levő érkezési szelvény vízhozam-idő függvényét jelöli, akkor a kettő között fennáll a

$$Q_L(t) = \mathcal{S}[Q_0(T)] \quad (1)$$

operátorral értelmezett kapcsolat, ahol

$$\mathcal{S}[Q_0(T)] = \int_0^{T^*} [1 - e^{-\lambda r(t-T-\Delta T+\Delta T_0)}] dQ_0(T) \quad (2)$$

Stieltjes integrál, azaz

$$Q_0(T) \equiv Q_0(T - 0)$$

(a  $Q_0(T)$  függvény  $T$  időponthoz tartozó értéke azonos a függvény  $T$  időponthoz tartozó bal oldali határértékével),

$$dQ_0(T) = Q_0(T + 0) - Q_0(T)$$

(a  $T$  időponthoz tartozó függvénynövekmény), ha a  $Q_0(T)$  függvénynek a  $T$  pontban véges nagyságú szakadása van, és

$$dQ_0(T) = q_0(T + 0) dT, \text{ ahol } q_0(T + 0) = \frac{dQ_0(T + 0)}{dT}$$

(a  $Q_0(T)$  függvény  $T$  időponthoz tartozó jobb oldali differenciálhányado-  
 $T$  sa, amennyiben az létezik), továbbá  
 az indulási szelvényben bekövetkező vízhozamváltozás, s  $T = 0$  az  
 ottani első vízhozamváltozás időpontja,  
 $t$  a  $T = \Delta T_0$  időponttól számított idő,  
 $\Delta T_0$ , illetve  $\Delta T$  a  $T = 0$ , illetve  $T > 0$  időpontban az indulási szelvényből  
 elinduló, s az érkezési szelvénybe befutó elemi magasságú lökéshullám  
 átvonulási ideje (az adott időponthoz tartozó legrövidebb átvonulási  
 idő), amely megfelel a lökéshullám sebességére vonatkozó

$$w = \frac{v_k}{2} \sqrt{\frac{v_k^2}{4} + gm_k} \quad (3)$$

képlettel számítható értékek, ahol  $v_k$  a szelvény középsébségét,  $m_k$   
 a középnyéltségét jelöli, s  $g$  a nehézségi gyorsulás jele,

$$T^* = \sup T, \text{ ha } T \leq t + \Delta T$$

(azon  $T$  értékek felső határa, melyek kisebbek, vagy legfeljebb egyenlők  
 a  $t + \Delta T$  értékekkel), végül  
 $\lambda_{T-t}$  a következő összefüggés értelmézi:

$$\lambda_T = \frac{1}{T_{kT} - \Delta T}, \quad (4)$$

ahol

$$T_{kT} = \frac{dV_T}{dQ_0(T)} \quad (5)$$

a  $T$  időponthoz tartozó úgynevezett „átlagos átvonulási idő”,

$$dV_T \text{ a } Q + Q_0(T) \text{ és a } [Q + Q_0(T) + dQ_0(T)]$$

vízhozamnak megfelelő két permanens szint között, az  $L$  hosszon tározó-  
 dó vízmennyiség, illetve az utóbbi jelölések közül  
 $Q$  a  $T = 0$  időpontbeli permanens vízhozam,

azzal a feltétellel, hogy

a) a vizsgált szakaszba csak az indulási szelvényen keresztül juthat be,  
 s abból csak az érkezési szelvényen keresztül távozzhat a víz;

b) a szakasz minden szelvényében a permanens állapothoz tartozó víz-  
 állás a szakaszon átfolyó vízhozam — esetleg szelvényről szelvényre vál-  
 tozó — folytonos, monoton növekvő függvénye;

c) az indulási szelvény vízhozamában bekövetkező bármely változás  
 véges vagy elemi nagyságú, ugrásszerű vízhozamváltozások összegeként fog-  
 ható fel; és végül

d) a vizsgált szakasz hidraulikai adottságai olyanok, hogy az indulási  
 szelvényből elinduló lökéshullámok meredek homlokfala az érkezési szelvény-  
 ben már nem észlelhető.

### Az $\mathcal{S}^*$ operátor értelmezése

Az (1), illetve (2) összefüggéssel jellemzett transzformáció utasításainak követése általában meglehetősen bonyolult munkát ad. Az elmélet alkalmazását viszont igen megkönnyíti az a körülmény, hogy a legtöbb gyakorlati esetben fennáll — vagy legalábbis jó közelítéssel teljesül —, a következő két kikötés:

$$\frac{dV_T}{dQ_0(T)} = T_{kT} = T_k = C_V = \text{konstans} \quad (6a)$$

és

$$\Delta T = \Delta T_0 = C_T = \text{konstans}, \quad (6b)$$

azaz, hogy a vízhozamváltozás tartományában a legrövidebb átvonulási idő gyakorlatilag független a szakaszon mozgó vízhozamok nagyságától, s ugyanakkor e tartományon belül a permanens vízhozamok és a tározótérfogatok összefüggése egyenessel helyettesíthető.

Bebizonyítható ugyanis, hogy ezeknek a feltételeknek a teljesülése esetén az (1), illetve (2) összefüggés átmeny a

$$Q_L(t) = \mathcal{S}^* [Q_0(T)], \quad (7)$$

$$\mathcal{S}^* [Q_0(T)] = \int_0^t [1 - e^{-\lambda(t-T)}] dQ_0(T) \quad (8)$$

transzformációba, ahol

$$\lambda = \frac{1}{C_V - C_T} = \text{konstans}. \quad (9)$$

Ha tehát az  $\mathcal{S}^*$  transzformáció alkalmazhatóságának feltételei teljesülnek, a  $t$  időpontban az érkezési szelvényen keresztül átvonuló teljes vízhozamváltozás azonos a (8) képlettel definiált *Stieltjes* integrállal. Következésképpen az érkezési szelvényben a vízhozamváltozás kezdetétől a  $t$  időpontig lezajló vízhozamváltozást csak az indulási szelvény hasonló  $T = t$  időtartamon belüli árhullámképe befolyásolja.

### A szuperpozíció elve

Az alapösszefüggések tárgyalása során még feltétlenül meg kell végül emlékezni két olyan tételről is, amely további, lényeges könnyítést jelent az árhullámképek gyakorlati meghatározásánál.

Az első, általánosabb érvényű tétel az  $\mathcal{S}$  operátorral elvégzett műveletekre vonatkozik. Eszerint:

#### 1. tétel

A  $Q_0(T)$  függvényt a  $0 \leq T < +\infty$  intervallumban  $n$  darab  $T_i$  osztóponttal a

$$T_{i-1} < T_i < T_{i+1}, \quad T_0 = 0, \quad T_{n+1} \rightarrow +\infty$$

kikötés mellett

$$Q_{oi}(T) \begin{cases} Q_{oi}(T) = 0, & \text{ha } T < T_i \\ Q_{oi}(T) = Q_0(T) - Q_0(T_i), & \text{ha } T_i \leq T < T_{i+1} \\ Q_{oi}(T) = Q_0(T_i) - Q_0(T_{i-1}), & \text{ha } T_{i+1} \leq T \end{cases}$$

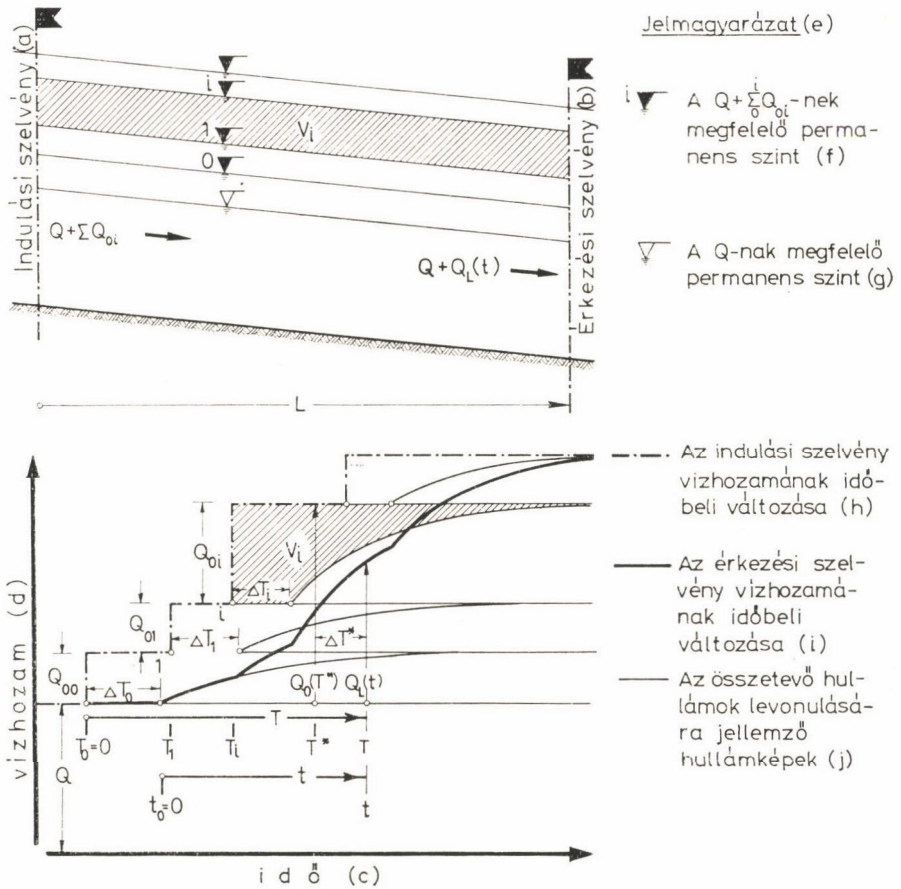
függvények

$$Q_0(T) = \sum_{i=0}^n Q_{oi}(T)$$

összegére bontva a transzformált  $\mathcal{S}[Q_0(T)]$  függvény azonos lesz a transzformált  $\mathcal{S}[Q_{oi}(T)]$  függvények

$$\mathcal{S}[Q_0(T)] = \sum_{i=0}^n \mathcal{S}[Q_{oi}(T)]$$

összegével; feltéve, hogy az  $\mathcal{S}[Q_{oi}(T)]$  transzformációkat az  $i$ -nek megfelelő sorrendben végzik el.



1. ábra. Példa a szuperpozíció elvének alkalmazására

Az indulási szelvény egymás utáni vízhozamváltozásai által az érkezési szelvényben előidézett vízhozamváltozások tehát csupán annyiban függenek egymástól, amennyiben a  $\lambda_T$  és  $\Delta T$  értékét a mindenkori mederteltség határozza meg, s e megkötés figyelembevételével az érkezési szelvény vízhozamváltozásai szuperponálódnak (az 1. ábra grafikonján a vastag folytonos vonallal kihúzott görbe).

\*

A második, szűkebb érvényességi körű, viszont a gyakorlati munka szempontjából az előzővel teljesen egyenértékű tétel ugyanezt a szuperpozíciós elvet a következőképpen fogalmazza meg:

## 2. tétel

Ha a  $Q_0(T)$  függvény felbontható  $n + 1$  darab  $c_i Q_{0j}(T - T_i)$  függvény

$$Q_0(T) = \sum_{i=0}^n c_i Q_{0j}(T - T_i)$$

lineáris kombinációjára, akkor az  $\mathcal{S}^*[Q_0(T)]$  transzformált függvény is egyenlő az  $\mathcal{S}^*[c_i Q_{0j}(T - T_i)]$  transzformált függvények hasonló lineáris kombinációjával:

$$\mathcal{S}^*\left[\sum_{i=0}^n c_i Q_{0j}(T - T_i)\right] = \sum_{i=0}^n c_i \mathcal{S}^*[Q_{0j}(T - T_i)].$$

### A transzformációhoz szükséges hidraulikai paraméterek meghatározása

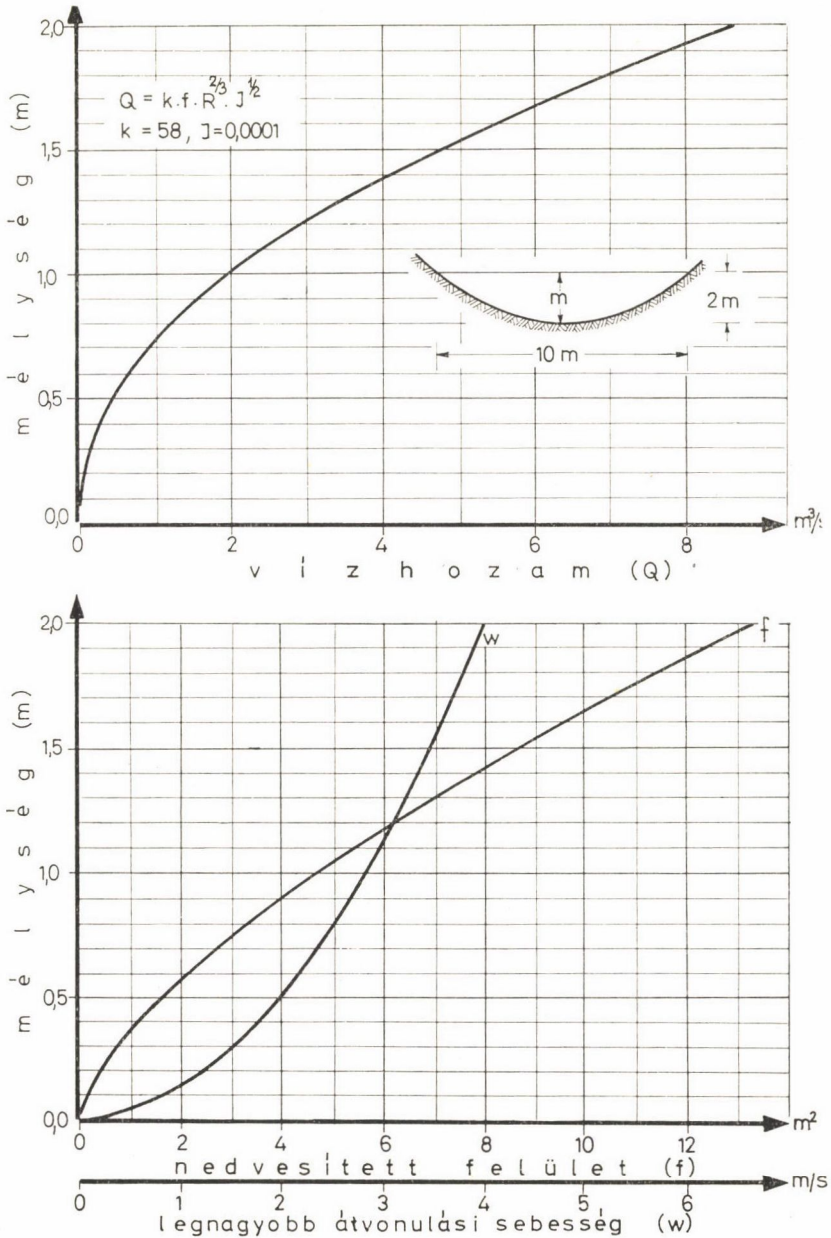
Az  $\mathcal{S}$ , illetve az  $\mathcal{S}^*$  transzformációról elmondottakat még egyszer átgondolva láthatjuk, hogy alkalmazásuk esetén a vizsgált mederszakaszt két hidraulikai paraméterrel: a  $\Delta T$ -vel jelölt legrövidebb átvonulási idővel, illetve az indulási szelvényben hirtelen bekövetkező, s ott végtelen ideig állandósuló  $dQ_0(T)$  vízhozamváltozás során a vizsgált szakaszon feltöltődő, azaz a különböző permanens vízhozamoknak megfelelő szintek közötti  $dV_T$  tározótérfogattal kell jellemeznünk.

Mivel  $\Delta T$  nagysága a (3) összefüggés értelmében a középsebességtől és a mederteltségtől, vagyis lényegében a szakaszon mozgó vízhozamoktól függ, ahhoz, hogy a transzformáció különböző esetekben elvégezhető legyen, nélkülözhetetlen a különböző permanens szintekhez tartozó legrövidebb átvonulási idők, illetve az azok alatti tározótérfogatok ismerete.

A gyakorlati feladat jellegéből adódóan viszont ezek meghatározására két út kínálkozik.

Az első szabálytalan medrek esetében kell követnünk. Ekkor feltétlenül szükség van a meder megfelelő sűrűséggel és pontossággal felvett kereszt-szelvényeire. Ezeknek, továbbá a különböző permanens vízhozamokhoz tartozó rögzített szinteknek a birtokában ugyanis a tározótérfogat és a permanens vízhozamok közötti kapcsolat meghatározása egyszerű geometriai feladat megoldására redukálódik, és nincs semmi akadálya annak sem, hogy a  $w$  értékét az egyes rögzített szintek esetében, a (3) összefüggés alapján, szelvényről szelvényre haladva meghatározzuk, ebből a felvett szelvények közötti átvonulási résidőket kiszámítsuk, és ezeket a teljes vizsgált szakaszra összegezzük.

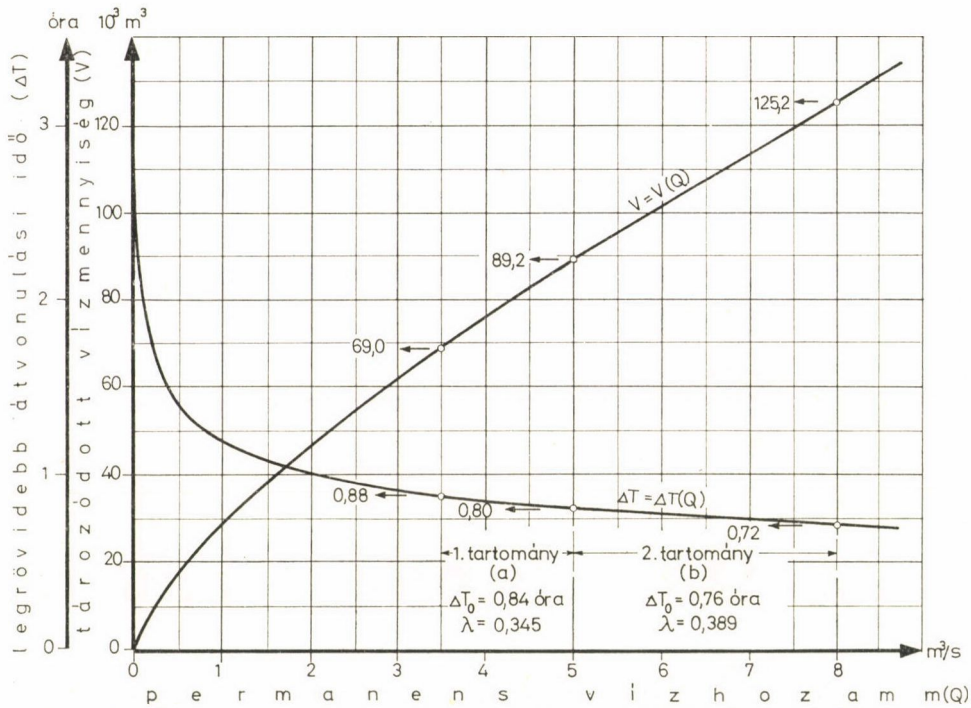
Némileg bonyolódik a helyzet akkor, ha szabálytalan meder esetében úgy kell árhullámképet áthelyeznünk, hogy csak a keresztmetszvények állnak rendelkezésre, s a szakaszon vízszintrögzítés vagy egyáltalán nem, vagy csak olyan régen volt, hogy azt a jelenlegi állapotra semmiképpen sem lehet jellem-



2. ábra. Egy parabola szelvényű, közepes méretű, 10 km hosszú földcsatornát jellemző hidraulikai összefüggések

zónék elfogadni. Ilyen esetben ugyanis a különböző permanens vízhozamokhoz tartozó felszín görbékét már számítani kell. E számításokhoz igen célszerű módon felhasználhatók a különböző szelvényekre vonatkozó vízhozamgörbék, — ha vannak. Ha viszont vízhozamgörbéink sincsenek, nincs más választásunk, mint a mederérdesség gyakorlati tapasztalatokon alapuló becslése, s a felszín görbék meghatározása ezzel a becslött értékkel.

Szabálytalan medrek esetében tehát a hullámképek meghatározásához elengedhetetlen a szakasz geometriai adatainak az ismerete, s ha rögzített felszín görbék nem állnak a rendelkezésre, esetenként meglehetősen nagy gya-



3. ábra. Segédlet a 2. ábrán bemutatott csatornán levonuló árhullámok hullámképének számításához

korlati tapasztalat kell ahhoz, hogy a mederérdességet a valóságnak megfelelően vegyük fel.

A másik lehetséges eset, amikor egy szabályos meder felsőbb szelvényéből kell az árhullámképet egy alsóbb szelvénybe áthelyezni. Ilyenkor már egészen más a helyzet, mivel — a korábbi tervezési munka eredményeként — mind a szelvényalak, mind a meder esése, mind pedig a meder érdessége ismertnek vehető. Következésképpen a teljes vizsgált szakaszt szükség szerint egységes rész-szakaszokra bontva, s ezeken belül megfelelő mélységlépcsőket felvéve, a permanens viszonyokra vonatkozó, összetartozó vízhozam, nedvesített felület és legnagyobb átvonulási sebesség értékek minden rész-szakaszra egyszerűen meghatározhatók.

Ezeknek a számításoknak az eredménye alapján olyan összefüggéseket kapunk, mint amilyeneket példaképpen a 2. ábrán mutatunk be (s amelyek

egy 10 km hosszú, parabola szelvényű, közepes méretű földcsatornára vonatkoznak).

Ilyen ábrák birtokában már nincs semmi akadályja annak, hogy a mélységlépcsők helyett célszerűen választott vízhozamlépcsőket felvéve, minden egyes rész-szakaszon belül meghatározzuk az azokhoz tartozó vízmélységet, a vízmélység alapján a nedvesített felületet és a legnagyobb átvonulási sebességet; ezekből az adott rész-szakaszhoz és vízhozamhoz tartozó permanens szint alatti víztérfogatot, illetve az ahhoz rendelhető legrövidebb átvonulási időt, végül a rész-szakaszok értékeinek az összegezésével a teljes vizsgált szakaszra vonatkozó keresett értékeket: az adott permanens szinthez tartozó víztérfogatot és legrövidebb átvonulási időt.

Ha az előkészítő munka befejezéseként az így kapott permanens vízhozam-víztérfogat, illetve permanens vízhozam — legrövidebb átvonulási idő értékeket ábrázoló pontokat grafikonban összesítjük, a 3. ábrához hasonló összefüggésekre jutunk — amely a már említett, 10 km-es, egységes mederszakaszra vonatkozó számítások végeredményét mutatja be.

A különböző szelvényalakokra, esésviszonyokra, mederérdességre és a különböző hosszú mederszakaszokra vonatkozó összefüggéseket ábrázoló görbék az itt bemutatott két görbétől természetesen lényegesen eltérnek. A görbék jellege azonban még a szabálytalan meder esetében is hasonló lesz.

A permanens vízhozam-tározódott vízmennyiség összefüggés tehát, — elsősorban a nagyobb vízhozamok tartományában — meglehetősen hosszú szakaszokon igen jól közelíthető egyenessel, azaz ezeken a szakaszokon

$$\frac{dV_T}{dQ_0(T)} = C_V$$

igen jó közelítéssel konstans; s ugyanakkor a legrövidebb átvonulási idő változása is elhanyagolhatóan kis mértékű,

$$\Delta T = \Delta T_0 = C_T$$

ugyancsak állandónak tekinthető, más szóval *elsősorban a nagyobb vízhozamok tartományában lejátszódó vízhozamváltozások transzformálásakor az  $\mathcal{S}$  transzformáció helyett az  $\mathcal{S}^*$  operátor alkalmazása az esetek igen nagy részében indokolt.*

### Árhullámképek meghatározása az $\mathcal{S}^*$ operátor segítségével

Az előzőkben láttuk, hogy az  $\mathcal{S}^*$  operátor alkalmazásakor az elvégzendő műveletek lényegesen egyszerűsödnek, továbbá, hogy ugyanakkor számos gyakorlati esetben az  $\mathcal{S}^*$  operátor alkalmazhatóságának — legalábbis igen jó közelítéssel — teljesülnek a feltételei is.

Ezért mindenképpen helyesnek látszik először ezzel az egyszerűsített árhullámkép transzformációval foglalkozni, s csak ennek ismertetése után térni át a bonyolultabb módszer tárgyalására.

Végül, figyelembe véve azt, hogy egy-egy eljárás alkalmazása során a szükséges lépéseket legjobban megfelelő példák szem előtt tartásával lehet követni, a leghelyesebbnek az látszik, hogyha a transzformáció gyakorlati végrehajtásának a bemutatását jellegzetes példák segítségével végezzük el. Így annak érdekében, hogy az érdeklődő olvasó a számára szokatlan paraméterekkel végzett műveleteket valamiképpen korábbi ismeretköréhez kap-



csolja, a bemutatott példákban az árhullámokat a 2. és 3. ábrán jellemzett hidraulikai adottságokkal rendelkező 10 km-es mederszakaszon futtatjuk végig oly módon, hogy a szakasz felső szelvényében ismert árhullámképeket veszünk fel, s megvizsgáljuk, hogy az miképpen deformálódik a szakasz végéig.

### Az $\mathcal{S}^*$ operátor paramétereinek meghatározása

A kitűzött célnak megfelelően első feladat a következőkben felhasználásra kerülő  $\mathcal{S}^*$  operátor paramétereinek a meghatározása. Ennek érdekében — a 3. ábra szemügyre vétele után — határozzunk úgy, hogy az indulási szelvényben felvett árhullámképek mind az 5,0—8,0 m<sup>3</sup>/s vízhozamtartományba esnek majd. Ilyen módon ugyanis a vízhozamok ingadozása olyan intervallumon belül marad, amelynél a permanens vízhozam és a tározódott vízmennyiség közötti összefüggés gyakorlatilag egyenes, s emellett, láthatólag, a permanens állapot meghatározására vonatkozó  $\Delta T_0$  érték (s így a nem permanens állapotra vonatkozó  $\Delta T$  érték) sem változik lényegesen.

Ha már most a 8,0 és 5,0 m<sup>3</sup>/s vízhozamhoz tartozó tározótérfogatokat a 3. ábráról leolvassuk, azt találjuk, hogy az  $125,2 \cdot 10^3$ , illetve  $89,2 \cdot 10^3$  m<sup>3</sup>. A (6a) összefüggéssel definiált  $C_V$  iránytangens értékül így

$$C_V = 10^3 \frac{125,2 - 89,2}{3,0} = 12,0 \cdot 10^3 \text{ másodperc,}$$

illetve

$$C_V = 3,33 \text{ óra} \quad (10)$$

adódik.

Hasonló módon (a (6.b) összefüggés szem előtt tartásával) a  $\Delta T_0$  értéket a felvett tartomány két szélén meghatározva, s azokat közepelve azt kapjuk, hogy

$$C_T = \Delta T = \Delta T_0 = \frac{0,72 + 0,80}{2} = 0,76 \text{ óra} \quad (11)$$

(a tartományon belül valóban elhanyagolható  $\pm 0,4$  óra, azaz közelítőleg  $\pm 2$  perc maximális hibával).

Mindezeket a (9) összefüggésbe behelyettesítve a  $\lambda$  értéke

$$\lambda = \frac{1}{C_V - C_T} = \frac{1}{3,33 - 0,76} = 0,389 \text{ óra}^{-1} \quad (12)$$

lesz, vagyis a (8) összefüggést felhasználva a további számításainkhoz szükséges operátor az

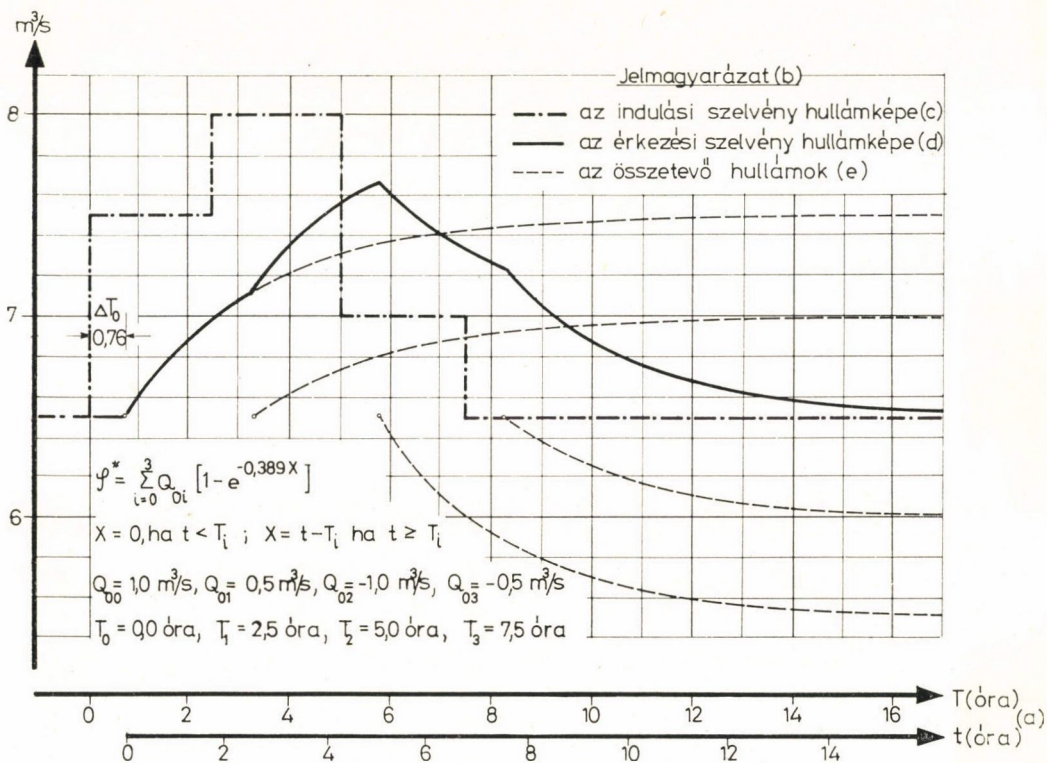
$$\mathcal{S}^* [Q_0(T)] = \int_0^t [1 - e^{-0,389(t-T)}] dQ_0(T) \quad (13)$$

alakot veszi fel.

### Ugrásszerű vízhozamváltozás transzformálása

Az  $\mathcal{L}^*$  operátor paramétereinek a meghatározása után foglalkozunk elsőnek a legegyszerűbb transzformáció fajtával, a 4. ábrán bemutatott ugrásszerű vízhozamváltozásokból álló hullámkép áthelyezésével.

Ezeknél az árhullámképeknél a transzformáció egyszerűsödését az okozza, hogy ha az indulási szelvényben a  $T_0$  időpontban hirtelen bekövetkező,



4. ábra. Példa az ugrásszerű vízhozamváltozásokból összetevődő hullámképek  $\mathcal{L}^*$  operátorral elvégzett transzformálására

s ott végtelen ideig állandósuló egységnyi vízhozamváltozás hullámképét a  $Q_{00}(T - T_0)$  szimbólummal jelöljük, akkor a  $T_i$  időpontban bekövetkező,  $c_i$  nagyságú, hasonló jellegű vízhozamváltozás indulási szelvénybeli árhullámképe mindig átírható a következő alakba:

$$Q_{0i}(T - T_i) = c_i Q_{00}(T - T_i), \quad (14)$$

azaz az összes vízhozamváltozást reprezentáló árhullámkép:

$$Q_{0i}(T) = \sum_{i=0}^n c_i \cdot Q_{00}(T - T_i), \quad (15)$$

s így a 2. tétel értelmében

$$\mathcal{S}^*[Q_0(T)] = \sum_{i=0}^n c_i \mathcal{S}^*[Q_{00}(T-T_i)]. \quad (16)$$

Továbbmenve, tekintettel arra, hogy a  $Q_{00}(T-T_i)$  árhullámkép a  $T_i$  időpontban lezajló, egyetlen, egységnyi, ugrásszerű vízhozamváltozásból áll, azaz

$$dQ_{00}(T-T_i) = 0, \quad \text{ha } T < T_i \quad (17a)$$

$$dQ_{00}(T-T_i) = 1, \quad \text{ha } T = T_i \quad (17b)$$

$$dQ_{00}(T-T_i) = 0, \quad \text{ha } T > T_i \quad (17c)$$

a Stieltjes integrálra vonatkozó szabályok értelmében az

$$\mathcal{S}^*[Q_{00}(T-T_i)] = \int_0^t [1 - e^{-\lambda(t-T)}] dQ_{00}(T-T_i) \quad (18)$$

transzformáció az egyszerű

$$\mathcal{S}^*[Q_{00}(T-T_i)] = 0, \quad \text{ha } t < T_i \quad (19a)$$

$$\mathcal{S}^*[Q_{00}(T-T_i)] = 1 - e^{-\lambda(t-T_i)} \quad \text{ha } t \geq T_i \quad (19b)$$

alakba megy át; azaz

$$\mathcal{S}^*[Q_0(T)] = \sum_{i=0}^n c_i [1 - e^{-\lambda(t-T_i)}]; \quad e^{-\lambda(t-T_i)} = 1, \quad \text{ha } t < T_i, \quad (20)$$

vagy a szokásos módon a  $c_i$  helyett  $Q_{0i}$ -t írva, s az  $x = t - T_i$  helyettesítést elvégezve:

$$\mathcal{S}^*[Q_0(T)] = \sum_{i=0}^n Q_{0i}(1 - e^{-\lambda x}); \quad x = t - T_i; \quad e^{-\lambda x} = 1, \quad \text{ha } x < 0. \quad (21)$$

A hirtelen vízhozamváltozásokból összetevődő hullámkép transzformálása így az

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (22)$$

úgynevezett „exponenciális eloszlás” különböző  $x$  értékekhez tartozó függvényértékeinek a meghatározására vezethető vissza. Tekintettel viszont arra, hogy ezeket a függvényértékeket bizonyos, célszerűen felvett  $\Delta x$  lépésközönként sorozatban kell meghatározni, e számításoknál jól felhasználható az az összefüggés, amely szerint, ha

$$x = (k + 1) \cdot \Delta x = k \cdot \Delta x + \Delta x; \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (23)$$

akkor

$$e^{-\lambda x} = e^{-\lambda \cdot k \cdot \Delta x} \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta x}, \quad (24)$$

s így

$$F(x) = F(k \cdot \Delta x + \Delta x) = 1 - e^{-\lambda \cdot k \cdot \Delta x} \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta x}. \quad (25)$$

Minekután tehát ezeknek az összefüggéseknek a felhasználásával (például az 1. táblázatban bemutatott módon) a szükséges sűrűséggel meghatároztuk az  $F(x)$  függvényértékeket, a (15) képletben rögzített leképzési utasi-

tást újból szemügyre véve a további számítás egyes lépései már rendkívül egyszerűen elvégezhetők. Az érkezési szelvény hullámképének a meghatározása érdekében a továbbiakban ugyanis már nem kell mást tennünk, mint ezeket az  $F(x)$  értékeket megszorozni a vízhozamváltozás értelmére és nagyságára jellemző  $Q_{0i}$  értékekkel, majd az így kapott újabb értékeket — esetleg grafikus úton — úgy szuperponálni, hogy a vízhozamváltozás az érkezési szelvényben a  $T = \Delta T_0$  időpontban kezdődjék el (ez feleljen meg a  $t = 0$

1. táblázat

Számítások a 4. ábrán bemutatott hullámkép transzformációjához

$k$ $x = k \cdot \Delta x$	0 0	1 1	2 2	3 3	4 4
$e^{-\lambda x}$	1,000	0,678	0,459	0,311	0,211
$F(x)$	0,000	0,322	0,541	0,689	0,789
$+1,0 \cdot F(x)$	0,000	0,322	0,541	0,689	0,789
$+0,5 \cdot F(x)$	0,000	1,161	0,270	0,344	0,394
$-1,0 \cdot F(x)$	0,000	-0,322	-0,541	-0,689	-0,789
$-0,5 \cdot F(x)$	0,000	-0,161	-0,270	-0,344	-0,394
$k$ $x = k \cdot \Delta x$	5 5	6 6	7 7	8 8	9 9
$e^{-\lambda x}$	0,1428	0,0966	0,0654	0,0444	0,0301
$F(x)$	0,857	0,903	0,935	0,956	0,970
$+1,0 \cdot F(x)$	0,857	0,903	0,935	0,956	0,970
$+0,5 \cdot F(x)$	0,428	0,452	0,468	0,478	0,485
$-1,0 \cdot F(x)$	-0,857	-0,903	-0,935	-0,956	-0,970
$-0,5 \cdot F(x)$	-0,428	-0,452	-0,468	-0,478	-0,485
$k$ $x = k \cdot \Delta x$	10 10	11 11	12 12	13 13	14 14
$e^{-\lambda x}$	0,0204	0,01381	0,00936	0,00635	0,00430
$F(x)$	0,980	0,986	0,991	0,994	0,996
$+1,0 \cdot F(x)$	0,980	0,986	0,991	0,994	0,996
$+0,5 \cdot F(x)$	0,490	0,493	0,496	0,497	0,498
$-1,0 \cdot F(x)$	-0,980	-0,986	-0,991	-0,994	-0,996
$-0,5 \cdot F(x)$	-0,490	-0,493	-0,496	-0,497	-0,498
$k$ $x = k \cdot \Delta x$	15 15	16 16	17 17	18 18	19 19
$e^{-\lambda x}$	0,00291	0,001972	0,001335	0,000905	0,000613
$F(x)$	0,997	0,998	0,999	0,999	0,999
$+1,0 \cdot F(x)$	0,997	0,998	0,999	0,999	0,999
$+0,5 \cdot F(x)$	0,498	0,499	0,500	0,500	0,500
$-1,0 \cdot F(x)$	-0,997	-0,998	-0,999	-0,999	-0,999
$-0,5 \cdot F(x)$	-0,498	-0,499	-0,500	-0,500	-0,500

Jegyzet: (a)

$$\Delta x = 1,0 \text{ óra, } F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \lambda = 0,389$$

$$\lg(e^{-\lambda \Delta x}) = -\lambda \cdot \Delta x \lg e = -0,389 \cdot 1,0 \cdot 0,4343 = 0,83106 - 1; e^{-\lambda \Delta x} = 0,678$$

időpontnak), s az  $i$ -ik vízhozamváltozás a  $t = T_i$  időponttól kezdve éreztessze a hatását.

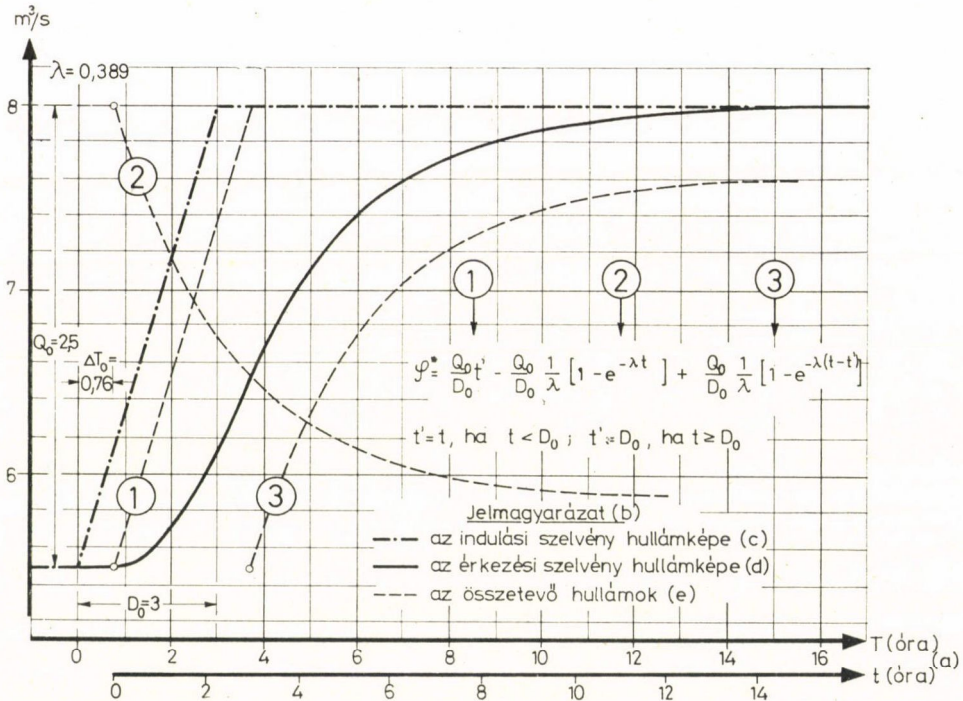
Ilyen megfontolásokkal készült el tehát a 4. ábrán vastag folytonos vonallal jelölt hullámkép, míg az azokat összetevő

$$Q_{0i}(1 - e^{-\lambda x})$$

függvényeket (előjelre helyesen) a vékony szaggatott vonalak ábrázolják.

### Lineáris vízhozamváltozás transzformálása

Nagyon tanulságos, s emellett gyakorlati szempontból is igen fontos a lineáris vízhozamváltozás transzformálása, vagyis az olyané, mint amelyet az 5. ábra tüntet fel.



5. ábra. Példa lineáris vízhozamváltozást mutató hullámképek  $\mathcal{L}^*$  operátorral elvégzett transzformálására

Foglalkozzunk először általánosságban ezzel a kérdéssel.

Legyen a  $T = 0$  időpontig a vizsgált szakaszon permanens állapot, s az azt követő  $D_0$  időtartamon belül lineáris módon változzék meg a vízhozam  $Q_0$  értékkel. Tehát legyen az indulási szelvény árhullámképét leíró összefüggés:

$$Q_0(T) = \frac{Q_0}{D_0} T, \quad \left( \text{azaz } dQ_0(T) = \frac{Q_0}{D_0} dT \right), \quad \text{ha } 0 \leq T < D_0, \quad (26a)$$

$$Q_0(T) = Q_0, \quad \left( \text{azaz } dQ_0(T) = 0 \right), \quad \text{ha } D_0 \leq T. \quad (26b)$$

Mindezt behelyettesítve a (8) kifejezésbe, az érkezési szelvény árhullám-képét leíró összefüggés tehát így alakul:

$$Q_L(t) = \mathcal{S}^* [Q_0(T)] = \int_0^t [1 - e^{-\lambda(t-T)}] \frac{Q_0}{D_0} \cdot dT, \quad \text{ha } t = T < D_0, \quad (27a)$$

$$Q_L(t) = \mathcal{S}^* [Q_0(T)] = \int_0^{D_0} [1 - e^{-\lambda(t-T)}] Q_0 \cdot dT, \quad \text{ha } t = T \geq D_0, \quad (27b)$$

hiszen a (27b) képletben elhagyott  $D_0$  és  $t$  közötti integrál a  $dQ_0(T) = 0$  következtében mindig ugyancsak zérust ad.

A számítást tovább folytatva s a kijelölt műveleteket elvégezve e kifejezések a

$$Q_L(t) = \frac{Q_0}{D_0} \left[ t - \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \right], \quad \text{ha } t < D_0, \quad (28a)$$

illetve a

$$Q_L(t) = \frac{Q_0}{D_0} \left[ D_0 - \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) + \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda(t-D_0)}) \right], \quad \text{ha } t \geq D_0 \quad (28b)$$

képletekbe mennek át, amelyek aztán végeredményként összevonhatók az egyetlen

$$Q_L(t) = \frac{Q_0}{D_0} \left[ t' - \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) + \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda(t-t')}) \right] \quad (29)$$

$(t' = t, \text{ ha } t < D_0; \quad t' = D_0, \text{ ha } t \geq D_0)$

kifejezésbe.

Eltekintve most a vízhozamváltozás értelmét és nagyságát meghatározó  $Q_0/D_0$  értéktől, a transzformáció tehát három függvény szuperpozíciójából tevődik össze. E függvények közül az első a  $t = 0$  időpontból kiindított s az indulási szelvény árhullámképének megfelelő ferde, illetve vízszintes egyenesből összetevődő törtvonallal jellemezhető. A második, a korábbiakból már jól ismert, de most  $-1/\lambda$ -val beszorzott, s a  $t = 0$  pontból kiindított ( $x = t$  feltételnek megfelelő)  $F(x)$  eloszlásfüggvény. Végül a harmadik ugyanennek az exponenciális kifejezésnek, de ellenkező előjellel vett, s a  $t = D_0$  pontból kiindított ( $x = t - D_0$  feltételhez igazodó) megfelelője.

A lineáris vízhozamváltozásból adódó árhullámkép gyakorlati meghatározásához tehát ismét elég az, ha megfelelő lépésközökben ismerjük az

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

úgynevezett exponenciális eloszlás függvényértékeit. A továbbiak érdekében ugyanis ezeket csak egyszerűen meg kell szorozni az  $1/\lambda$  értékkel, s máris rendelkezésünkre áll egy olyan

$$K(x) = \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda x}) \quad (30)$$

értékeket tartalmazó táblázat, amely bármely lineáris vízhozamváltozás transzformálásához egyaránt alkalmas.

Magát a számítást aztán a 2. és 3. táblázatban példaképpen bemutatott módon célszerű elvégezni. Így ugyanis a végeredményekben a különböző, számítás közben adódó kerekítési hibák csupán oly módon éreztetik a hatásukat, hogy azok általában három értékes számjegyre pontosnak tekinthetők.

A számítások eredményeit az 5. ábrán a 4. ábrához hasonlóan a vékony szaggatott vonalak, illetve a vastag folytonos vonal szemlélteti, oly módon,

2. táblázat

A  $K(x) = \frac{1}{\lambda}(1 - e^{-\lambda x})$  függvényértékeit tartalmazó táblázat számítása  
( $\lambda = 0,389$ )

$x$	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
$F(x)$	0,000	0,177	0,322	0,442	0,541	0,622	0,689	0,744	0,789	0,827
$K(x)$	0,000	0,456	0,829	1,14	1,39	1,60	1,77	1,91	2,03	2,12
$x$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
$F(x)$	0,857	0,873	0,903	0,921	0,935	0,946	0,956	0,964	0,970	0,975
$K(x)$	2,20	2,24	2,32	2,37	2,40	2,43	2,46	2,48	2,50	2,51
$x$	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5
$F(x)$	0,980	0,983	0,986	0,989	0,991	0,992	0,994	0,995	0,996	0,996
$K(x)$	2,52	2,53	2,54	2,54	2,55	2,55	2,55	2,56	2,56	2,56

hogy ábrázolástechnikai okokból a második összefüggést jellemző görbe pontjait (mint negatív értékeket) a 8 m<sup>3</sup>/s-nak megfelelő értéktől, mint 0-tól lefelé raktuk fel.

Végül hasznosnak látszik megjegyezni azt is, hogy negatív lineáris vízhozamváltozás esetén természetesen ugyancsak a (29) összefüggésben megadott transzformáció az érvényes, csak  $-Q_0$  behelyettesítésével. Így negatív vízhozamváltozás esetén nem történik más, mint hogy a (29) összefüggésben levő tagok rendre előjelet váltanak.

#### *Ugrásszerű és lineáris vízhozamváltozás kombinációjának transzformálása*

Az  $\mathcal{S}^*$  transzformáció jellemző sajátosságainak további megvilágítására igen alkalmas a 6. ábrán bemutatott, lineáris és ugrásszerű vízhozamváltozásból összetevődő hullámkép transzformációja.

Ezzel kapcsolatban mindenekelőtt azt kell megjegyezni, hogy az indulási szelvény  $Q_0(T)$  hullámképe ez alkalommal is részekre bontható, s felírható a

$$Q_0(T) = c_0 Q_{00}(T - T_0) + c_1 Q_{01}(T - T_1) + c_2 Q_{02}(T - T_2) \quad (31)$$

kifejezés, ahol

$Q_{00}(T - T_0)$  egy  $T_0$  időpontban elkezdődő,  $D_{01}$  óra alatt lineárisan 1 m<sup>3</sup>/s-ra növekvő, majd ezen az értéken állandósuló vízhozamváltozás,

$Q_{01}(T-T_1)$  egy  $T_1$  időpontban ugrásszerűen jelentkező, majd állandósuló, negatív értelmű, egységnyi vízhozamváltozás,  
 $Q_{02}(T-T_2)$  egy  $T_2$  időpontban elkezdődő,  $D_{02}$  óra alatt lineárisan  $1 \text{ m}^3/\text{s}$ -ra növekvő, majd ezen az értéken állandósuló vízhozamváltozás,  
 továbbá:

$$\begin{aligned} c_0 &= Q_{00} = 1,666 \text{ m}^3/\text{s}, & c_1 &= Q_{01} = -2,50 \text{ m}^3/\text{s}, & c_2 &= Q_{02} = 0,833 \text{ m}^3/\text{s} \\ T_0 &= 0 \text{ óra}, & T_1 &= 2 \text{ óra}, & T_2 &= 2 \text{ óra}, \\ D_{00} &= 2 \text{ óra}, & & & D_{02} &= 1 \text{ óra}, \end{aligned}$$

s így a már többször említett 2. tétel értelmében:

$$\mathcal{L}^*[Q_0(T)] = c_0 \mathcal{L}^*[Q_{00}(T-T_0)] + c_1 \mathcal{L}^*[Q_{01}(T-T_1)] + c_2 \mathcal{L}^*[Q_{02}(T-T_2)] \quad (32)$$

3. táblázat

Az 5. ábrán bemutatott lineáris vízhozamváltozás transzformációjának számítása

$t$	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
$\frac{Q_0}{D_0} t'$	0,00	0,42	0,83	1,25	1,66	2,08	2,50	2,50	2,50	2,50
$-\frac{Q_0}{D_0} K(t)$	0,00	-0,38	-0,69	-0,95	-1,16	-1,33	-1,48	-1,59	-1,69	-1,77
$+\frac{Q_0}{D_0} K(t-t')$	—	—	—	—	—	—	0,00	0,38	0,69	0,95
$Q_L(t)$	0,00	0,04	0,14	0,30	0,50	0,75	1,02	1,29	1,50	1,68
$t$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
$\frac{Q_0}{D_0} t'$	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50
$-\frac{Q_0}{D_0} K(t)$	-1,83	-1,87	-1,93	-1,98	-2,00	-2,02	-2,05	-2,06	-2,08	-2,09
$+\frac{Q_0}{D_0} K(t-t')$	1,16	1,33	1,48	1,59	1,69	1,77	1,83	1,87	1,93	1,98
$Q_L(t)$	1,83	1,96	2,05	2,11	2,19	2,25	2,28	2,31	2,35	2,39
$t$	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5
$\frac{Q_0}{D_0} t'$	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50
$-\frac{Q_0}{D_0} K(t)$	-2,10	-2,11	-2,12	-2,12	-2,12	-2,12	-2,12	-2,13	-2,13	-2,13
$+\frac{Q_0}{D_0} K(t-t')$	2,00	2,02	2,05	2,06	2,08	2,09	2,10	2,11	2,12	2,12
$Q_L(t)$	2,40	2,41	2,43	2,44	2,46	2,47	2,48	2,48	2,49	2,49

Jegyzet:  $Q_0/D_0 = 2,50/3,00 = 0,833$ ;  $t' = t$ , ha  $t < 3$ ;  $t' = 3$ , ha  $t \geq 3$ . (a)

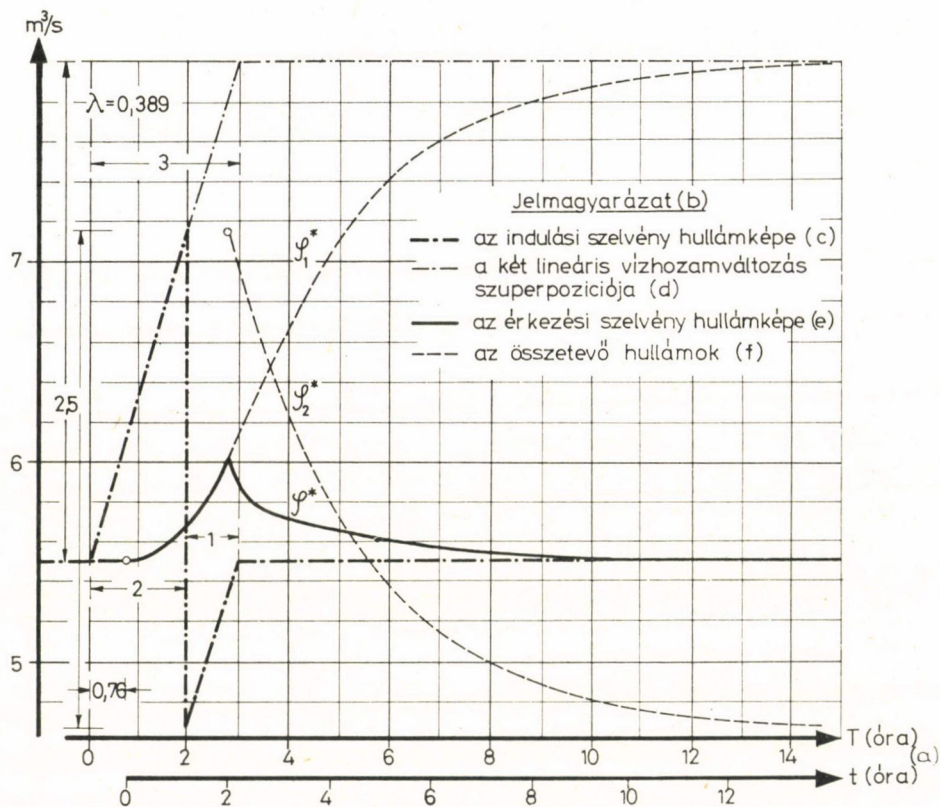


A (31) és (32) összefüggés szerint tehát az összeg tagjainak sorrendje nem változtat a transzformáció végeredményén. Így ha bevezetjük a

$$c_3 Q_{03}(T - T_3) = c_0 Q_{00}(T - T_0) + c_2 Q_{02}(T - T_2) \quad (33)$$

jelölést, a (32) összefüggés is átírható az

$$\mathcal{L}^*[Q_0(T)] = c_3 \mathcal{L}^*[Q_{03}(T - T_3)] + c_1 \mathcal{L}^*[Q_{01}(T - T_1)] \quad (34)$$



6. ábra. Példa az ugrásszerű és lineáris vízhozamváltozásból összetevődő hullámképek  $\mathcal{L}^*$  operátorral elvégzett transzformálására

kifejezésre. Más szóval, ha a (31) összefüggés bal oldalán levő összeg első és utolsó tagja összevonható, akkor a transzformáció is egyszerűsíthető.

Ezt az összevonást viszont igen könnyű elvégezni. A

$$T_2 = T_0 + D_{00} \quad (35)$$

egyenlőség, s az iránytangensek azonossága:

$$\frac{Q_{00}}{D_{00}} = \frac{Q_{02}}{D_{02}} = 0,83\bar{3} \quad (36)$$

következtében ugyanis a vizsgált két egyenes nemcsak, hogy csatlakozik egymáshoz, hanem össze is olvad egyetlen,  $T_0 = 0$  időpontban elkezdődő, s  $D_{03} = 3$  óra alatt  $Q_{03} = 2,5$  m<sup>3</sup>/s-ra emelkedő egyenessé.

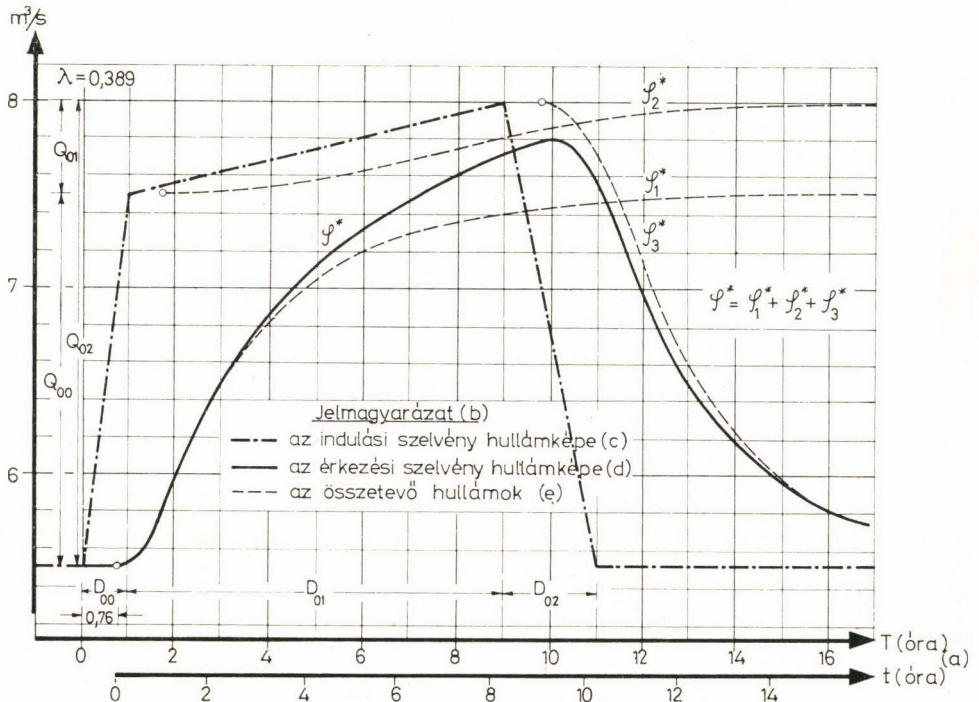
Ily módon tehát a  $Q_{03}(T-T_3) = Q_{03}(T-T_0)$  hullámkép azonos az előző példában már részletesen tárgyalt, s az 5. ábrán bemutatott lineáris hullámképpel. Következésképpen az  $\mathcal{S}^* [Q_{03}(T-T_0)]$  transzformáció eredményeként kapott összefüggés is azonos lesz a 6. ábrán vastag folytonos vonallal kihúzott görbével szemléltetett vízhozamidősorral.

Visszagondolva tehát a (34) képlettel kapcsolatban elmondottakra megállapíthatjuk, hogy a példában szereplő ár hullámkép transzformálását egyszerűen úgy végezhetjük el, hogy az előzőekben már meghatározott  $\mathcal{S}_1^*$  hullámképre egyszerűen szuperponáljuk az első példa kapcsán már részletesen tárgyalt, s itt  $\mathcal{S}_2^*$ -al jelölt hullámképet. Így kaphatjuk meg tehát azt a végeredményt, amelyet a 6. ábrán a szokásos módon, vastag, folytonos vonallal jelölt görbe ábrázol.

### Lineáris vízhozamváltások kombinációjának transzformálása

Az eddigi példák szerves folytatásaként foglalkozunk most egy gyakorlati esettel, a folyami vízerőművek csúcsrajáratása során az alvízi mederszakaszon kialakuló hullámképekkel.

Az ezzel kapcsolatos példánk jellemző adatai legyenek a következők (7. ábra): Az indulási szelvényben a  $T_0 = 0$  időpontban az alvízcsatorna



7. ábra. Példa a több lineáris vízhozamváltásból összetevődő hullámképek  $\mathcal{S}^*$  operátorral elvégzett transzformálására

vízhozama legyen  $5,5 \text{ m}^3/\text{s}$ . Erről az értékről  $D_{00} = 1$  óra alatt emelkedjen fel  $7,5 \text{ m}^3/\text{s}$ -ra ( $c_0 = Q_{00} = 2,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ), majd a további  $D_{01} = 8$  óra alatt  $8,0 \text{ m}^3/\text{s}$ -ra ( $c_1 = Q_{01} = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ ), s végül a következő,  $D_{02} = 2$  órán belül az süllyedjen le ismét az  $5,5 \text{ m}^3/\text{s}$ -os kiindulási értékre ( $c_2 = Q_{02} = -2,5 \text{ m}^3/\text{s}$ ).

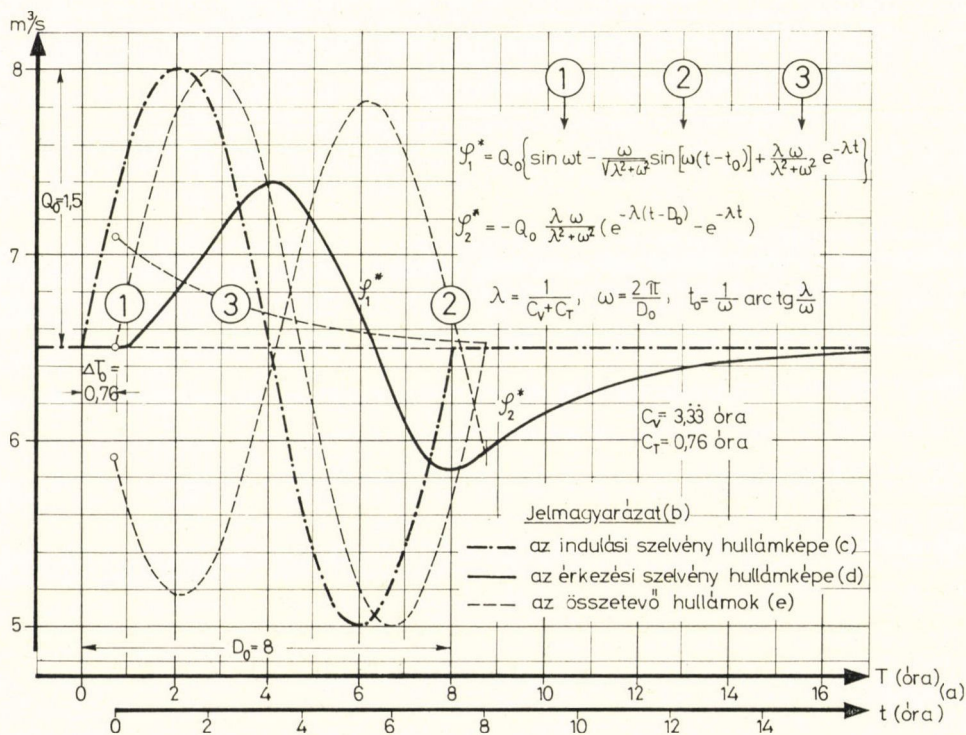
Az előzőek ismeretében nem kell különösebben indokolni azt, hogy a transzformációt ismét a szuperpozíciós elv szem előtt tartásával célszerű elvégezni. Eszerint tehát külön-külön meg kell határozni az egyes, egymáshoz csatlakozó ferde egyenes darabokkal (és a képzeletben a végükhöz illesztett, végtelenbe húzódó vízszintes egyenessel) jellemezhető hullámképek  $\mathcal{S}_1^*$ ,  $\mathcal{S}_2^*$ , és  $\mathcal{S}_3^*$  transzformációját, majd az így kapott függvényeket szuperponálni kell.

A számítások részleteit ez alkalommal már elhagyva a végeredményt a 7. ábra vastag folytonos vonalával szemléltetve, csupán grafikusán mutatjuk be.

### A szinuszos hullám transzformációja

Az  $\mathcal{S}^*$  operátorral végzett számításokra adott utolsó példaként egy, az indulási szelvényben szinuszhullámmal jellemezhető árhullámkép transzformációját mutatjuk be.

A 8. ábra jelöléseivel igazodva a szinuszhullám induljon ki a  $T_0 = 0$



8. ábra. Példa a szinuszos vízhozamváltozást mutató hullámképek  $\mathcal{S}^*$  operátorral elvégzett transzformálására

pontból, amplitúdója legyen  $1,5 \text{ m}^3/\text{s}$ , hullámhossza legyen 8 óra, vagyis legyen az egyenlete

$$Q_0(T) = Q_0 \sin \omega T, \quad \omega = \frac{2\pi}{D_0}, \quad Q_0 = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}, \quad D_0 = 8 \text{ óra}, \quad (37)$$

s foglalkozzunk először egyetlen hullám transzformálásával.

Lássuk először a leképzés általános megoldását:

A (37) kifejezés alapján nyilvánvaló, hogy a

$$Q_L(t) = \mathcal{S}^* [Q_0(t)] = \int_0^t [1 - e^{-\lambda(t-T)}] \cdot dQ_0(T)$$

transzformációs képletben szereplő  $dQ_0(T)$  tényező a

$$\frac{dQ_0(T)}{dT} = \omega Q_0 \cos \omega T \quad (38)$$

összefüggés következtében a

$$dQ_0(T) = \omega \cdot Q_0 \cos \omega T \cdot dT \quad (39)$$

alakot veszi fel. Azaz a megoldandó határozott integrál a megfelelő behelyettesítés után a

$$Q_L(t) = Q_0 \cdot \omega \int_0^t [1 - e^{-\lambda(t-T)}] \cos \omega T \cdot dT \quad (40)$$

alakra hozható.

Az érzécsi szelvény árhullámképe, mint függvénynek a  $t$  időponthoz tartozó értékét tehát a fenti  $T = 0$  és  $T = t$  időpontok közötti határozott integrál szolgáltatja. Akárcsak a lineáris vízhozamváltozás tárgyalásánál, itt is fel kell azonban hívni a figyelmet arra, hogy e határozott integrál mindazon tartományokra, ahol vízhozamváltozás nincs, azaz  $dQ_0(T) = 0$ , szükségképpen zérust ad.

Ez esetünkben azt jelenti, hogy a (40) integrál minden további megfontolás nélküli elvégzése egyúttal annak a feltételezését is jelenti, hogy az indulási szelvény (37) összefüggéssel leírt szinuszos vízhozamváltozása megszakítás nélkül tart a  $T = t$  időpontig.

Ha viszont az indulási szelvényben a vízhozam változása valamilyen (esetünkben  $t = D_0$ ) időpontban megszűnik, akkor az ezutáni  $t$  időpontokhoz tartozó integrált már két részre kell bontani. Az első lesz a vízhozamváltozás megszűnéséig (esetünkben a  $t = D_0$  időpontig) mint felső határig tartó integrál, míg a második az ez utáni időintervallumra vonatkozó határozott integrál, amely viszont szükség szerint mindig zérust ad.

Összefoglalva:

a) Ha feltételezzük, hogy az indulási szelvény vízhozamváltozása bármely  $t$  esetén is legalább a  $T = t$  ideig tart, a (40) integrál megoldása minden további megkötés nélkül szolgáltatja a végeredményt, amely aztán a megfelelő műveletek elvégzése után a

$$Q_L(t) = \mathcal{S}_1^* = Q_0 \left[ \sin \omega \cdot t - \frac{\omega}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}} \sin \omega (t + t_0) + \frac{\lambda \cdot \omega}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}} e^{-\lambda t} \right] \quad (41a)$$

$$t_0 = \frac{\varphi}{\omega}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\lambda}{\omega} \quad (41b)$$

alakra hozható.

b) Ha figyelembe vesszük, hogy az indulási szelvényben a vízhozam-változás a  $T = D_0$  időpontban megszűnik, akkor a (41) összefüggéshez még csatolni kell a

$$0 \leq t < D_0 \quad (41c)$$

feltételt is. Az érkezési szelvény árhullámképének a  $t \geq D_0$  időpontokhoz tartozó függvényértékét viszont úgy kell kiszámítani, hogy a (40) integrál felső határáként a  $t$  helyett a  $D_0$ -t kell behelyettesíteni. A megfelelő műveletek elvégzése után kapjuk aztán erre az esetre a

$$Q_L(t) = \mathcal{S}_2^* = Q_0 \frac{\lambda \cdot \omega}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}} (e^{-\lambda(t-D_0)} - e^{-\lambda t}); \quad t \geq D_0 \quad (42)$$

kifejezést.

Ezek tehát azok az összefüggések, amelyekbe a példánk elején felvett adatokat behelyettesítve, s a korábbi példákhoz hasonlóan a  $\lambda = 0,389$  és  $\Delta T_0 = 0,76$  értékkel számolva végül is a 8. ábrán feltüntetett végeredményre juthatunk.

Az ábra jól szemléltet, — amit különben a (41a) összefüggés elemzésével is ki lehet mutatni — hogy ha az indulási szelvény vízhozamváltozása elég soká tart ( $T \rightarrow \infty$ ) az érkezési szelvény vízhozamváltozása már két, azonos periódusú hullám szuperpozíciójára redukálódik. Ezt figyelembe véve ezután levezethető, hogy ilyen esetben az eredő hullám a

$$Q_L(t) = Q_0 A \sin (\omega \cdot t + \varphi') \quad (43)$$

alakra hozható, ahol  $\lambda$  csökkenésével az  $A$  értéke is a zérushoz tart.

Vagy másképpen fogalmazva: ha az indulási szelvényben a vízhozam-változás jellege oly módon állandósul, hogy azt szinusz hullámmal le lehet írni, úgy az érkezési szelvény vízhozama is szinusz hullám szerint fog változni; a hullámok periódusa mind a két szelvényben meg fog egyezni, az érkezési szelvényben pedig a vízhozamingadozás amplitúdója a két szelvény közötti távolság növekedésével a zérushoz tart.

### Az árhullámképek meghatározása általános esetben

Az előzőekben láttuk, hogy abban az esetben, ha a  $\mathcal{S}^*$  operátor alkalmazhatóságának feltételei teljesülnek, az árhullámképek áthelyezése nemcsak hogy elvi nehézséget nem jelent, hanem — még a munka gyakorlati oldalát nézve is — általában egyszerűnek nevezhető.

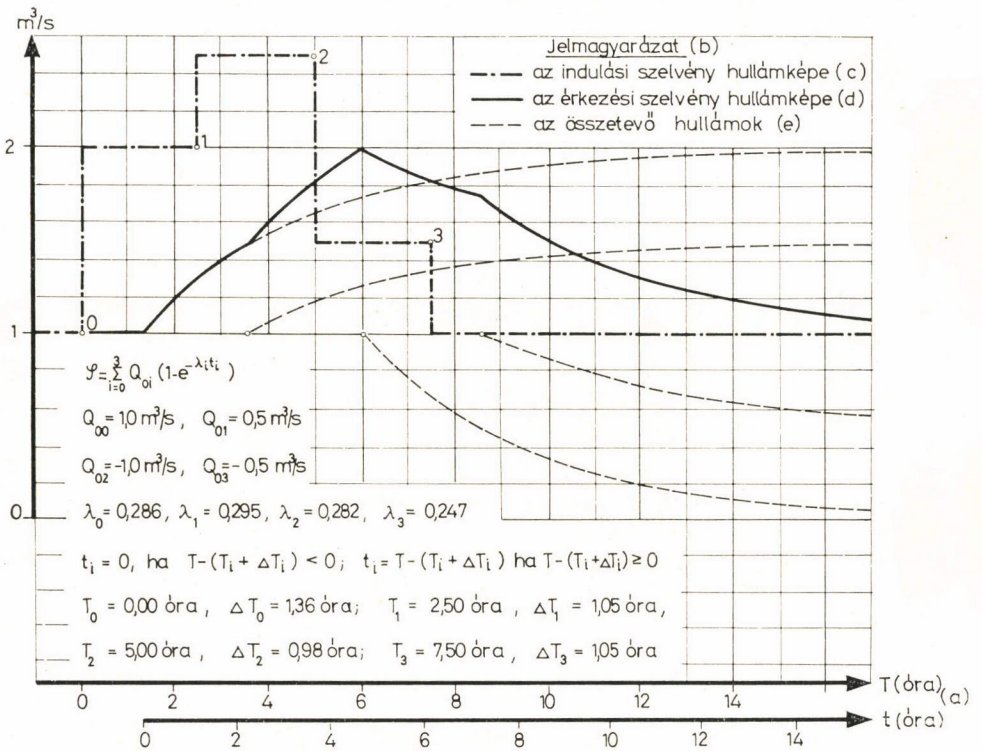
Már egészen más a helyzet akkor, ha a vízjáték olyan nagy tartományt ölel fel, hogy azon belül már nem teljesülnek az  $\mathcal{S}^*$  transzformáció feltételei. Ilyen esetben ugyanis a feladatot az  $\mathcal{S}$  operátor segítségével kell megoldani. Ez azonban még a legegyszerűbb esetet, az ugrásszerű vízhozamváltozásokból

álló hullámképet tekintve is csak bizonyos közelítésekkel oldható meg. Ezért az  $\mathcal{S}$  transzformáció használata helyett a bonyolultabb esetekben is általában — s bizonyos közelítéssel élve — az  $\mathcal{S}^*$  transzformáció, illetve az  $\mathcal{S}^*$  transzformációk különböző kombinációinak az alkalmazása javasolható.

A továbbiakban e tanulmány éppen ezért csak körvonalazni kívánja az általános esetben alkalmazható eljárásokat, s e problémakörben csupán két, gyakorlati szempontból is érdekes példát mutat be.

### Ugrásszerű vízhozamváltozás transzformálása

Amint azt az  $\mathcal{S}^*$  operátor alkalmazásának a bemutatásánál is tettük, most is foglalkozunk először az ugrásszerű vízhozamváltozások transzformálásával, s tűzzük ki célul a 9. ábrán bemutatott hullámkép áthelyezését. A transzformálandó hullámkép tehát, a vízhozamváltozások jellegét tekintve teljesen



9. ábra. Példa az ugrásszerű vízhozamváltozásokból összetevődő hullámképek  $\mathcal{S}^*$  operátorral elvégzett transzformálására

megfelel annak a hullámképnek, amelyet már a 4. ábrával kapcsolatos vizsgálatok keretében is tárgyaltunk. A vízhozamváltozások tartományában azonban már igen nagy az eltérés. A most felvett hullámkép ugyanis már olyan intervallumot fog át, amelyen belül (mint ahogy az a 3. ábrából egyszeri rátekintésre kiténik) már semmi körülmények között sem teljesülnek az  $\mathcal{S}^*$  transzformáció feltételei.

Az eddig követett tárgyalási módhoz híven, foglalkozunk először általánosságban a feladat megoldásával.

Ennek az összetett hullámképnek a transzformálásánál, akárcsak az  $\mathcal{S}^*$  operátor alkalmazása esetén, most is a szuperpozíció elvéből kell kiindulni. Ezért az indulási szelvény hullámképét az 1. tételben rögzített módon, közbeiktatott osztópontokkal először részekre kell bontani (célszerűen úgy, ahogy az a 9. ábrán látható).

Ily módon tehát az „összetett”  $Q_0(T)$  árhullámkép olyan ugrásszerűen jelentkező, majd utána ezen az értéken állandósuló vízhozamváltozásból álló  $Q_{0i}(T)$  hullámképekre bomlik, amelyek mindegyikére a

$$T_{i-1} < T_i < T_{i+1}, \quad T_0 = 0, \quad T_{n+1} \rightarrow +\infty. \quad (44a)$$

kikötés mellett igaz a

$$Q_{0i}(T) = 0, \quad \text{ha} \quad T < T_i \quad (44b)$$

$$Q_{0i}(T) = Q_0(T) - Q_0(T_i), \quad \text{ha} \quad T_i \leq T < T_{i+1} \quad (44c)$$

$$Q_{0i}(T) = Q_0(T_i) - Q_0(T_{i-1}), \quad \text{ha} \quad T_{i+1} \leq T \quad (44d)$$

$$i = 0, 1, 2, 3 \quad (44e)$$

összefüggés, továbbá fennáll közöttük a

$$Q_0(T) = \sum_{i=0}^3 Q_{0i}(T) \quad (45)$$

kapcsolat.

Az 1. tétel értelmében tehát a transzformált függvények között is fenn kell, hogy álljon az

$$\mathcal{S}[Q_0(T)] = \sum_{i=0}^3 \mathcal{S}[Q_{0i}(T)] \quad (46)$$

összefüggés — feltéve, hogy a  $\mathcal{S}[Q_{0i}(T)]$  transzformációkat az  $i$ -nek megfelelő sorrendben végzik el, s így a feladat négy, ugrásszerű vízhozamváltozás transzformálására redukálódik.

Ezek közül a hullámképek közül az elsőnek az áthelyezése gondot nem okoz, hiszen annak következtében, hogy ez a vízhozamváltozás egy permanens állapotot bont meg, a 3. ábra két grafikonja alapján az

$$\mathcal{S}[Q_{00}(T)] = Q_{00} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (47)$$

transzformáció minden szükséges állandója meghatározható.

A többi, soronkövetkező árhullámkép áthelyezés azonban már távolról sem ilyen egyszerű. Amíg ugyanis a 3. ábráról a transzformáláshoz szükséges, különböző permanens szintekhez tartozó tározótérfogatok, s így azok különbsége is könnyen meghatározható; addig az, hogy a szükséges másik paramétert, a  $\Delta T$ -t ugyanezen ábra segítségével határozzuk meg, már nehézségbe ütközik. A  $\Delta T$  ugyanis — értelmezésének megfelelően — mindig az adott, s az első vízhozamváltozás megindulása után már a nem permanens viszonyok közötti mederteltségre és sebességekre vonatkozó átvonulási időt jelenti. Ez viszont a 3. ábra alapján elvileg nem határozható meg. Így a nem permanens viszonyok közötti legrövidebb átvonulási idő megállapítása esetről esetre ismétlődő,

bonyolult számításokat igényelne. Következésképpen, ha a feladat megoldását nem akarjuk túlzottan nehézkesé és hosszadalmassá tenni, a további számításoknál mindenképpen közelítő megoldáshoz kell folyamodnunk. Ebből a szempontból aztán különös figyelmet érdemel az a tény — ami akár a (2) és (4) képlet elemzése útján, akár a korábbi példákban közvetlen szemlélet alapján is belátható —, hogy az érkezési szelvényben egy-egy egyszerű hullám levonulási ideje sokszorosa a  $\Delta T$  időnek, s így a  $\Delta T$  meghatározásában elkövetett hiba az egész transzformációt lényegesen nem befolyásolja.

Ezért közelítésként feltétlenül elfogadható az a megoldás, amely az adott időponthoz tartozó, s a további számítások szempontjából mértékadó legrövidebb átvonulási időt azonosítja az indulási és érkezési szelvény pillanatnyi vízhozamának középértékéhez (a 3. ábra alapján) hozzárendelhető  $\Delta T$  értékkel.

A számítás menete ezek szerint a következőképpen alakul:

A vízhozamváltozások megindulása előtti permanens vízhozam, s a vízhozamváltozások nagyságának, továbbá a különböző permanens szintekhez tartozó tározótérfogatoknak az ismeretében először is meg kell határozni az egyes ugrásszerű vízhozamváltozásokból álló árhullámképek transzformálásához szükséges

$$T_{ki} = \frac{dV_T}{dQ_0(T)}$$

értékeket.

Továbbmenve, a vízhozamváltozások megindulása előtti permanens vízhozam ismeretében meg kell határozni az első ugrásszerű vízhozamváltozáshoz tartozó  $\Delta T_0$  értéket.

Így most már az első vízhozamváltozás transzformálásához szükséges  $\lambda$  paraméter is számítható, s ennek segítségével meghatározható az, hogy a máso-

4. táblázat

Számítások a 9. ábrán bemutatott hullámkép transzformálásához

Függvény jel (a)	T (óra)	$Q_0(T)$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_0(T+0)$ (m <sup>3</sup> /s)	$dQ_0(T)$ (m <sup>3</sup> /s)	V(T) (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> )	V(T+0) (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> )	$dV_T$ (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> )	$T_k$ (10 <sup>2</sup> s)
$Q_{00}(T)$	0,0	1,00	2,00	+1,00	29,1	46,6	+17,5	17,5
$Q_{01}(T)$	2,5	2,00	2,50	+0,50	46,6	54,6	+ 8,0	16,0
$Q_{02}(T)$	5,0	2,50	1,50	-1,00	54,6	38,3	-16,3	16,3
$Q_{03}(T)$	7,5	1,50	1,00	-0,50	38,3	29,1	- 9,2	18,4

Függvény jel (a)	T (óra)	$T_k$ (óra)	$Q_0(T)$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_L(T-\Delta T_0)$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_k$ (m <sup>3</sup> /s)	$\Delta T$ (óra)	$t_k$ (óra)	$\lambda$ (l/óra)
$Q_{00}(T)$	0,0	4,86	1,00	1,00	1,00	1,36	3,50	0,286
$Q_{01}(T)$	2,5	4,44	2,00	1,28	1,64	1,05	3,39	0,295
$Q_{02}(T)$	5,0	4,53	2,50	1,82	2,16	0,98	3,55	0,282
$Q_{03}(T)$	7,5	5,11	1,50	1,82	1,66	1,05	4,06	0,247

Jegyzet:  $dQ_0(T) = Q_0(T+0) - Q_0(T)$ ,  $dV_T = V(T+0) - V(T)$ ,  $T_k = \frac{dV_T}{dQ_0(T)}$   
 $V(T) = V [Q_0(T)]$ ,  $V(T+0) = V [Q_0(T+0)]$ ,  $t_k = T_k - \Delta T$ ,  $\lambda = 1/t_k$ ,  $\Delta T_0 = 1,36$  óra



dik vízhozamváltozási hullám megindulásának pillanatában mekkora az érkezői szelvény vízhozama.

Ezt a vízhozamot, és az indulási szelvénynek közvetlenül a második hullám elindulása előtti vízhozamát közepelve meghatározhatjuk azt a vízhozamot, amely segítségével (közelítésként) a 3. ábra megfelelő görbéjének a felhasználásával a második hullám levonulásakor érvényes  $\Delta T$  érték megállapítható. Így minden szükséges adat ismert a második hullám transzformálásához szükséges  $\lambda$  paraméter meghatározásához, s magának az árhullámképnek az áthelyezéséhez. Ezt a hullámképet az elsőre szuperponálva ismét kiszámítható az, hogy a harmadik hullám elindulásakor mekkora az érkezői szelvény vízhozama, és így tovább.

Mindezt a felvett példánk esetében a 3. és 9. ábra, továbbá a 4. táblázat alapján lépésről lépésre nyomon lehet követni.

### *Matematikai képlettel nem jellemezhető vízhozamváltozás transzformálása*

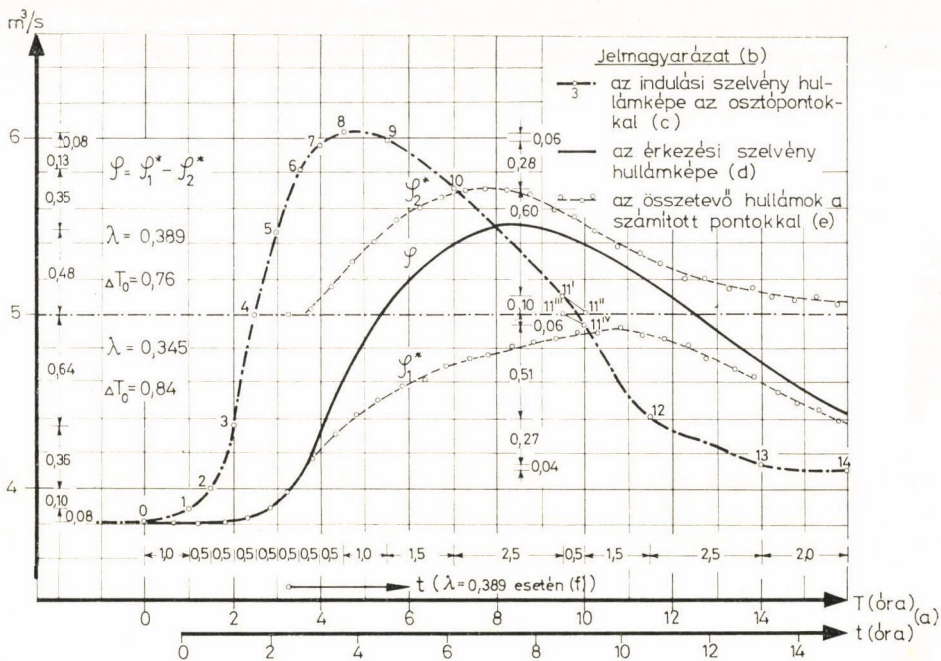
Példánk közül utolsónak egy olyan, a gyakorlatban legtöbbször előforduló esettel foglalkozunk, amelynél az indulási szelvény vízhozamát matematikai képlettel nem lehet jellemezni, s emellett a vízhozamingadozás intervalluma olyan széles, hogy azon belül az  $\mathcal{S}^*$  transzformációt — legalábbis az eddig bemutatott közvetlen módon — nem lehet alkalmazni.

Mégis, mindezek ellenére, az  $\mathcal{S}$  operátor közvetlen alkalmazásánál felmerülő nehézségek miatt, az ilyen vízhozam-hullámképek transzformálását is célszerű — jó közelítésként — az  $\mathcal{S}^*$  operátor felhasználásával megoldani. Hogy pedig ezt megtehetjük, az három körülményre vezethető vissza. Ezek közül az egyik az, hogy a levonuló minimális és maximális vízhozamokat figyelembe véve a vízhozamok ingadozási tartományát mindig fel lehet bontani olyan, egymáshoz csatlakozó rész-intervallumok sorozatára, amelyekben belül az  $\mathcal{S}^*$  transzformációt már jogosan lehet alkalmazni. A második, ugyanilyen lényeges körülmény, hogy ha már egyszer kijelölték ezeket a rész-intervallum határokat, úgy az ezekkel vízszintes csíkokra bontott hullámkép transzformálást, a már alkalmazott 1. tétel értelmében mindig el lehet csíkonként végezni. Tehát a transzformáció megoldható úgy, hogy az egyes részintervallumokra érvényes  $\mathcal{S}^*$  operátorok feltárással sorban transzformáljuk azokat a hullámképeket, amelyeket jobbról és balról az eredeti hullámkép vonala, felülről pedig (amennyiben az árhullámkép belevág a szóban forgó részintervallum feletti tartományba is) a két rész-intervallum elválasztó vonala határolja; s a végeredmény meghatározása érdekében ezeket a transzformált részeket szuperponáljuk. Végül harmadszor, a transzformációt igen megkönnyíti az, hogy a gyakorlatban előforduló, matematikai képlettel le nem írható árhullámképek bármelyikét (megfelelő rövid egyenes darabokat véve) poligonon tetszőleg pontossággal meg lehet közelíteni. Így ezeknek a hullámképeknek a transzformálása mindig visszavezethető a több, egymás utáni lineáris vízhozamváltozás  $\mathcal{S}^*$  operátorral megoldott, s már ismertett transzformálására.

Az elmondottakat figyelembe véve, s a korábban bemutatott példák megoldásánál követett irányelveket szem előtt tartva tehát már bármely vízhozamváltozás transzformálása — legalábbis jó közelítéssel — megoldható. Mégis hasznos lesz, ha elsősorban a transzformálás gyakorlati vonatkozásait szem előtt tartva; röviden áttekintjük a 10. ábrán bemutatott árhullámkép transzformálását:

A vízhozamváltozás tartományát összevetve a 3. ábra görbéivel mindenekelőtt megállapítható, hogy az árhullámképet középen ketté vágja a két szomszédos  $\mathcal{S}^*$  transzformációs tartomány határvonala. Így tehát a feladat megoldása érdekében külön kell majd transzformálni a határvonal alatti és külön az a feletti árhullámképet, s a végeredményt majd e két transzformáció szuperpozíciója adja.

A következő lépés az árhullámkép közelítése poligonnal. Ezzel kapcsolatban, a töréspontok helyének megállapításánál a figyelem egyidejűleg két szem-



10. ábra. Példa a matematikai összefüggésekkel nem jellemezhető hullámképek transzformálására

pontra kell, hogy kiterjedjen. Az egyik az, hogy a kapott poligonnak valóban jól kell közelítenie az eredeti hullámképet. A másik, hogy ezeknek a pontoknak a felvett  $T = 0$  ponttól mért távolsága valamilyen kerek értékkel osztható kell hogy legyen.

Az első kikötés magától értetődik. A második oka viszont az, hogyha a lineáris árhullámképek transzformálásakor mindig e kerek értékközöknek megfelelő lépésközökben számítjuk a transzformált függvények függő változóit (2. és 3. táblázat), akkor elérhető az, hogy az azonos  $\mathcal{S}^*$  transzformációhoz tartozó vízhozam intervallumon belül az azonos  $t$  időponthoz tartozó, szuperponálódó függvényértékek kiszámítva mind egymás alá kerüljenek, s így a szuperpozíció egyszerű összegezés alakjában közvetlenül elvégezhető legyen.

Ahhoz azonban, hogy ezt az utóbbi feltételt minden esetben, minden további nélkül, következetesen kielégíthessük, arra lenne szükség, hogy az árhullámképek az egyes  $\mathcal{S}^*$  transzformációk intervallumainak a határait ugyancsak a felvett értékköz többszörösének megfelelő távolságokban messék. Ez

viszont általában nem teljesül. Ezért ilyenkor az alsó árhullámképből valamit elvéve, s a felsőhöz ugyanennyit hozzáadva, a 10. ábrán feltüntetett árhullámkép 11. töréspontjának a környezetében látható módosítást célszerű elvégezni.

5. táblázat

Részlet a 10. ábrán bemutatott hullámkép transzformációjának számításából

Szakasz (a)	$Q_0$ m <sup>2</sup> /s	$D_0$ óra (b)	$\frac{Q_0}{D_0}$	Függ- vény- jel (c)	$t$			
					0,0	0,5	1,0	1,5
4—11''	—	—	—	$f_0$	0,00	0,48	0,83	0,96
4— 5	0,48	0,5	0,960	$f_1$	—0,00	—0,45	—0,80	—1,09
				$f_2$		0,00	0,45	0,80
5— 6	0,35	0,5	0,700	$f_1$		—0,00	—0,32	—0,58
				$f_2$			0,00	0,32
6— 7	0,13	0,5	0,260	$f_1$			—0,00	—0,12
				$f_2$				0,00
7— 8	0,08	0,5	0,160	$f_1$				—0,00
				$f_2$				
8— 9	—0,06	1,0	—0,060	$f_1$				
				$f_2$				
9—10	—0,28	1,5	—0,187	$f_1$				
				$f_2$				
10—11'	—0,60	2,5	—0,240	$f_1$				
				$f_2$				
4—11''				$Q_L(t)$	0,00	0,03	0,16	0,29

$t$								
2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
1,04	0,01	0,98	0,89	0,79	0,70	0,58	0,46	0,34
—1,34	—1,54	—1,70	—1,84	—1,95	—2,04	—2,11	—2,15	—2,23
1,09	1,34	1,54	1,70	1,84	1,95	2,04	2,11	2,15
—0,80	—0,97	—1,12	—1,24	—1,34	—1,42	—1,48	—1,54	—1,57
0,58	0,80	0,97	1,12	1,24	1,34	1,42	1,48	1,54
—0,22	—0,30	—0,36	—0,42	—0,46	—0,50	—0,53	—0,55	—0,57
0,12	0,22	0,30	0,36	0,42	0,46	0,50	0,53	0,55
—0,07	—0,13	—0,18	—0,22	—0,26	—0,28	—0,31	—0,32	—0,34
0,00	0,07	0,13	0,18	0,22	0,26	0,28	0,31	0,32
0,00	0,03	0,05	0,07	0,08	0,10	0,11	0,11	0,12
		—0,00	—0,03	—0,05	—0,07	—0,08	—0,10	—0,11
		0,00	0,09	0,16	0,21	0,26	0,30	0,33
					—0,00	—0,09	—0,16	—0,21
					0,00	0,11	0,20	0,27
0,40	0,53	0,61	0,66	0,69	0,71	0,70	0,68	0,59

Jegyzet:  $f_0$  az indulási szelvény poligonon közelített hullámképének függvényértéke (e),

$$f_1 = -\frac{Q_0}{D_0} \cdot K(x), f_2 = \frac{Q_0}{D_0} K(x - D_0),$$

ha  $x = 0$  a lineáris vízhozamváltozás kezdetének időpontja és (f)  
 $\lambda = 0,389$ .

Az indulási szelvény hullámképének a felbontását így elvégezve a következő lépés már az egyes  $\mathcal{S}^*$  transzformációk elvégzése, például úgy, mint azt az 5. táblázatban bemutatott számítási részlet szemlélteti.

A bemutatott megoldást követve, vagyis mindig legfeljebb három értékes számjeggyel számolva (azaz a logarléc pontosságához igazodva) azonban az utolsó számjegyet véletlen-jellegű hibák terhelik. Ez az oka tehát annak, hogy ábránkon a számítási eredményeket feltüntető pontsor kisebb ingadozást mutat — amit azonban grafikusán igen könnyen ki lehet egyenlíteni.

Az egyes intervallumokra vonatkozó árhullámkép birtokában aztán már csak egy utolsó lépés van hátra: azok szuperponálása. Így készült el tehát a 10. ábra vastag folytonos vonallal kihúzott hullámképe, ábrázolva az árhullámkép áthelyezés végeredményét.

### Összefoglalás

A tanulmány célja, hogy az árhullámképek áthelyezésére kidolgozott új, úgynevezett „átvonulási” elmélet [1., 2., 3., 4., 5.] tételeire támaszkodva könnyen kezelhető módszereket adjon a gyakorló mérnökök kezébe. Ennek érdekében először röviden összefoglalja az alkalmazott alapvető összefüggéseket, ismerteti az  $\mathcal{S}$  és  $\mathcal{S}^*$  operátor értelmezését, majd bemutatja a szuperpozíciós elvet, és alkalmazásának a feltételeit (1. ábra).

A gyakorlati számítások módszereit a tanulmány példák keretében mutatja be. Ezzel kapcsolatban első lépésként egy célszerűen felvett mederszakasz esetét szem előtt tartva foglalkozik a transzformációhoz szükséges hidraulikai paraméterek meghatározásával (2. és 3. ábra), majd áttér azoknak a feladatoknak az ismertetésére, amelyek megoldására az  $\mathcal{S}^*$  transzformáció közvetlenül alkalmazható.

Ehhez kapcsolódva, a példaképpen felvett mederszakasz esetét véve, a tanulmány bemutatja az  $\mathcal{S}^*$  operátor paramétereinek a meghatározását; majd sorra veszi az ugrásszerű vízhozamváltozásokból összetevődő (4. ábra, 1. táblázat), a lineáris vízhozamváltozást mutató (5. ábra, 2. és 3. táblázat), s az ezek különböző kombinációiból adódó hullámképek (6. és 7. ábra) transzformálásánál követendő eljárások részletes ismertetését.

Az  $\mathcal{S}^*$  transzformációval kapcsolatos példákat a szinusz-hullámmal jellemezhető hullámképek transzformálásának a bemutatása zárja le.

A tanulmány utolsó fejezete azzal az általános esettel foglalkozik, amely-nél a vízjáték már olyan nagy tartományt ölel fel, hogy azon belül már nem teljesülnek az  $\mathcal{S}^*$  transzformáció feltételei. Rámutat arra, hogy ilyen esetben az  $\mathcal{S}$  transzformáció bonyolultsága miatt a feladatokat általában csak közelítéssel lehet megoldani. A közelítés maga természetesen a legkülönfélébb lehet. Ezért a tanulmány csak körvonalazza az általános esetben alkalmazható eljárásokat, és e problémakörben csupán két, gyakorlati szempontból fontos példát mutat be.

E példák közül az első — akárcsak az  $\mathcal{S}^*$  transzformációnál — az ugrásszerű vízhozamváltozásokból összetevődő hullámkép áthelyezése (9. ábra, 4. táblázat). Végül befejezésként a második példa azzal a gyakorlatban leg-többet előforduló esettel foglalkozik, amely-nél a transzformálandó árhullám-képet matematikai kifejezésekkel nem lehet jellemezni; s részletesen bemutat egy, ebben az esetben célszerűen alkalmazható árhullámkép áthelyezési mód-szert (10. ábra, 5. táblázat).

## IRODALOM

- [1] Szigyártó Z.: Vízhozam-hullámképek meghatározása valószínűségelméleti alapon. *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények*, Budapest, 1965., 3—4. sz. 387—432. o.
- [2] Szigyártó Z.: Árhullámlevonulási kísérletek az átvonulási elmélet igazolására. *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények*, Budapest, 1966., 4. sz. 583—616. o.
- [3] Szigyártó Z.: Egy új eljárás a vízhozam-hullámképek számítására. *Beszámoló a Vízgazdálkodási Tudományos Kutató Intézet 1965. évi munkájáról*. Vízgazdálkodási Tudományos Kutató Intézet, Budapest, 1967., 306—327. o.
- [4] Szigyártó Z.: A New Method for Calculating Discharge Wave Profiles. *International Association for Hydraulic Research*. XI. Congress, Leningrad, 1965., No. 3. 25.
- [5] Szigyártó Z.: Experiments for the Verification of the Passage Theory. *Proceedings Twelfth Congress of the International Association for Hydraulic Research*. Fort Collins, 1967., Vol. No. 1. A31, 249—256. o.