DOMOKOS MIKLÓS[1]

A VÍZHOZAMOK ELOSZLÁSÁNAK JELLEMZÉSE TARTÓSSÁGI ALAKZATOKKAL

A vízkészletgazdálkodás, mint köztudomású, mind a vízgazdálkodásban, mind a népgazdasági tervezésben egyre fokozódó jelentőségű operatív tevékenység. Mint ilyen, új, sajátos elméleti-módszertani vizsgálatokat is igényel. Az utóbbiak elsősorban a vízkészletgazdálkodás fő munkaeszköze, a vízgazdálkodási mérleg elmélete köré csoportosulnak. Ebben az elméletben fontos szerepe van a hidrológiai (elsősorban a vízhozam-)adatok eloszlását jellemző eljárásoknak, amelyek a vízkészletek (azaz a vízhozamok) biztosítottságának, tartósságának, valószínűségének stb. valamilyen mérőszámát szolgáltatják. A vízgazdálkodási mérleg lényege ugyanis (egyszerűsítve) úgy is megfogalmazható, hogy benne e mérőszámoknak a vízigényeket jellemző hasonló mérőszámokkal (elsősorban a vízhasználatok vízhiány-tűrésének különböző mutatóival) való összehasonlítása történik.

Tanulmányunknak az a célja, hogy a vízkészletgazdálkodás sajátos szemszögéből számbavegye és egységes rendszerben újrafogalmazza a vízhozamok eloszlásának jellemzésére használt szokásos módokat és hogy ezekből néhány, a vízgazdálkodási mérleg elméletében hasznosítható általánosítást vezessen le.

1. A tartóssági alakzatok szerepe a vízkészletgazdálkodásban

A vízkészletgazdálkodásban csakúgy, mint a hidrológiai adatok és eredmények legtöbb korszerű alkalmazásában, nagy jelentősége van a hidrológiai adatok — vízhozam, vízállás, vízminőség, vízhőmérséklet stb. — tartósság függvényében való megadásának.

Így például a *vízgazdálkodási mérleg* leggyakoribb célja valamely vízgazdálkodási egységen a vízhasználatok jövőbeli fejlesztési lehetőségeinek felmérése. Ez azonban csak a vízmérleg összetevői — köztük a természetes vízkészlet — jövőbeli alakulásának ismerete, ill. becslése alapján történhet.

Valamely természeti viszonyoktól függő változó jövőbeli alakulásának becslése általában a következő lépésekben történik:

a) Meghatározzák a változó *múltbeli* alakulását jellemző eloszlási alakzatot (eloszlásfüggvényt).

b) Az *a)* alatti eloszlásfüggvényből, továbbá a változó múltbeli és a jövőbeli eloszlásnak viszonyára vonatkozó törvényszerűségek vagy feltételezések alapján meghatározzák a változó *jövőbeli* eloszlásfüggvényét. (Az egyik

[1] Vízgazdálkodási Tudományos Kutató Intézet, Budapest.

gyakran alkalmazott ilyen feltevés szerint a változó múltbeli és jövőbeli eloszlásfüggvénye azonos.)

Az eloszlás jellemzésére a jelenlegi gyakorlatban leginkább *síkgörbéket* használnak (ezeket nevezik, szűkebb értelemben, eloszlásfüggvényeknek), de bizonyos esetekben *többdimenziós alakzatok* (pl. felületek, térgörbék) alkalmazása is szükséges lehet.

Az eloszlást jellemző *síkgörbéknek* elméleti és gyakorlati szempontból három fajtáját különböztethetjük meg:

a) Az *elméleti eloszlásfüggvény* a változó eloszlását az időszaktól függetlenül, azaz végtelen hosszú időre vonatkozóan jellemzi. Matematikai absztrakcióként létező eszmei alakzat, gyakorlatilag nem állítható elő.

b) A *tapasztalati eloszlásfüggvény* (és vele együtt a vele egyenértékű tartóssági görbe), a matematikai statisztika *Glivenko*-féle alaptétele szerint, az előállításához felhasznált független és egyöntetű alapadatok számának növekedésével az elméleti eloszlásfüggvényhez tart. (Ezért engedhető meg bizonyos feltételek teljesülése esetén az a közelítés, hogy a múltbeli eloszlást jellemző eloszlásfüggvényeket a jövőre vonatkozóan is érvényesnek tekintik.)

c) A *símuló eloszlásfüggvény* — amelyet a hidrológiában, tévesen, gyakran elméleti eloszlásfüggvénynek neveznek — valamely tapasztalati eloszlásfüggvényhez jól illeszkedő, matematikailag könnyen kezelhető, általában típusával és néhány paraméterével megadható függvény. A tapasztalati eloszlásfüggvény stilizált változatának is tekinthető. A símuló eloszlásfüggvény — meghatározásából következően — az elméleti eloszlásfüggvényt általában nem közelíti jobban, mint a tapasztalati eloszlásfüggvény.

Az eloszlást jellemző *téralakzatoknak* elvileg ugyanaz a három fajtája különböztethető meg, mint az eloszlási síkgörbéknek, még akkor is, ha a téralakzatok jelenleg kisebb elterjedtsége miatt a gyakorlatban csakis tapasztalati alakzatokkal találkozhatunk.

A magyarországi vízkészletgazdálkodásban a vízhozamok eloszlását jelenleg csak a *b)* csoportba tartozó tartóssági görbékkel jellemzik. A vízkészletgazdálkodás sajátos céljaira alkalmas simuló eloszlásfüggvényekre vonatkozó vizsgálatok az utóbbi években kezdődtek [7].

Tanulmányunkban az eloszlás-jellemzés módjai közül csak a tartóssági görbékkel és az ezekből származtatott téralakzatokkal foglalkozunk. A símuló eloszlásfüggvények használatát a következő okokból mellőzzük:

a) Az eloszlás-jellemzés módja a vízgazdálkodási mérleg elmélete és módszertana szempontjából érdektelen [8]. Elvileg közömbös ugyanis, hogy az eloszlást az elméleti eloszlásfüggvényt közelítő melyik függvénnyel: tapasztalati eloszlásfüggvénnyel, ill. tartóssági görbével, vagy pedig ennek stilizált változatával jellemezzük.

b) A tapasztalati eloszlási téralakzatok símuló függvényeinek bevezetése a matematikai statisztikában még nem történt meg.

Az elmondottakkal nem foglaltunk állást általában a matematikai statisztikában bevezetett símuló eloszlásfüggvények vízkészletgazdálkodási alkalmazásával szemben. Sőt, ellenkezőleg: elismerjük, hogy a jövőben — a még szükséges alapkutatások eredményeinek felhasználásával — a tapasztalati eloszlásfüggvények, ill. tartóssági görbék helyett a símuló eloszlásfüggvények bevezetése a vízkészletgazdálkodási *gyakorlat* szempontjából is kívánatos lenne [7]. Ennek fő okai a következők:

— A símuló eloszlásfüggvények matematikailag jól kezelhetők, paramétereik földrajzi függésének megadásával általánosíthatók, adathiányt pótolhatnak.

— Símuló eloszlásfüggvény alkalmazásakor a megfelelő tapasztalati eloszlásfüggvény értelmezési tartományának célszerű bővítése is lehetséges.

Meg kell még jegyeznünk, hogy a tapasztalati eloszlásfüggvénnyel, ill. tartóssági görbével, vagy símuló eloszlásfüggvénnyel, vagy akár eloszlási téralakzattal való jellemzés *közös hátránya*, hogy a valószínűségi változó előfordulásának időrendiségét „elnyeli".

Vízkészletgazdálkodási példával: az eloszlásfüggvények valamelyikének alkalmazásával kimutathatjuk ugyan, hogy az évek várhatóan x százaléka vízhiányos lesz, azt viszont csupán az eloszlásfüggvény alapján nem jelezhetjük előre, hogy a vízhiányos évek időrendileg hogy követik egymást. Ennek ismerete pedig sokszor igen fontos lenne.

Az eloszlási téralakzatok bevezetése, mint látni fogjuk, bizonyos értelemben mérsékli ezt a fogyatékosságot, de nem szünteti meg. Az eloszlási téralakzatok fő jelentősége nem is ebben, hanem a vízmérleg-elmélet általánosítási lehetőségének megteremtésében van [8].

Az időrendiség elnyelésének kiküszöbölésére a *sztochasztikus szimulációs modellek* alkalmasak. Ezekkel tanulmányunkban nem foglalkozunk.

2. A tartósság fogalmának általános meghatározása

Valamely kiválasztott értéknek egy adathalmazra vonatkozó tartóssága az a mérőszám, amely megmutatja, hogy a halmaz adatainak hányadrésze egyenlő vagy nagyobb a kiválasztott értéknél. A tartósság fogalma folytonos függvénnyel megadott adatsorra és adathalmazok, ill. függvényszakaszok rendszerére is általánosítható.

Ehhez az általános meghatározáshoz három megjegyzést fűzünk:

a) A valószínűségelmélet a „tartósság" elnevezést nem ismeri; az imént meghatározott — a magyar és német hidrológiai gyakorlatban legtöbbször tartósságnak nevezett — fogalmat (halmozott, összegezett) *gyakoriságnak* nevezi. Egyes hidrológus szakemberek véleménye szerint — elsősorban a hidrológiai statisztika és a valószínűségelmélet nevezékrendszerének egysége érdekében — a „tartósság" megjelölést a hidrológiából is száműzni kell, s a „gyakoriság" megjelöléssel kell helyettesíteni. A szerző a „tartósság" elnevezés *megtartását* a következő okok miatt javasolja:

— A fogalom tartalmát a „tartósság" elnevezés *jobban érzékelteti.*

— Ha már van önálló elnevezésünk a fogalomra, *ne veszélyeztessük a beszéd egyértelműségét* azzal, hogy megnevezésére más — éspedig rokon — fogalom nevét használjuk.

— A „tartósság" elnevezés a magyar hidrológiai és vízkészletgazdálkodási szaknyelvben *meghonosodott.*

— A „gyakoriság" és a „tartósság" hidrológiai értelmezésének *szabatos meghatározásával* a hidrológusok és a valószínűségelmélet szakembereinek akadálytalan *gondolatcseréje biztosítható.*

b) A hidrológiában is — különösen egyes külföldi országokban — gyakran előfordul, hogy valamely érték tartósságát nem az adathalmaz vele egyenlő és nála *nagyobb*, hanem a nála *kisebb* adatainak viszonylagos számaként értelmezi. El kell ismernünk, hogy az utóbbi értelmezés bizonyos szempontból — a vízgazdálkodási mérleg elméletében pl. a vízhiánytűrés és a vízkészlet-tartósság közvetlen megfeleltetésének érdekében — nálunk is célszerűbb lenne. Itt mégis a magyar hidrológiai és vízkészletgazdálkodási gyakorlatban *meghonosodott* első értelmezést követjük. Tárgyalásunk természetesen a második értelmezés szerinti tartósságfogalomra is értelemszerűen alkalmazható.

c) Tanulmányunkban a tartóssági alakzatoknak simuló eloszlásfüggvényekkel való helyettesítésével — minthogy ennek a vízgazdálkodási mérleg általános elméletének és módszertanának kidolgozása szempontjából nincs jelentősége — nem foglalkozunk.

Tartóssági eloszlásnak — első megfogalmazásban — olyan $a = a(d)$ függvénykapcsolatot nevezünk, amelyben d a tartósság mérőszáma, a pedig az az adat (tartóssági változó), amelynek eloszlását jellemezni kívánjuk. (Az

5. szakasz ezt a meghatározást egy második tartóssági mérték bevezetésével általánosítja majd.)

A *tartóssági alakzatok* a tartóssági eloszlásfüggvények előállította geometriai alakzatok. A ,,tartóssági eloszlás'' és a ,,tartóssági alakzat'' (pl. ,,tartóssági görbe'', ,,tartóssági felület'') elnevezések egymással legtöbbször az egyértelműség rontása nélkül felcserélhetők.

Az $a(d)$ függvénynek inverze is létezik, ezért a tartóssági eloszlást lehet — és sokszor célszerű — $d(a)$ alakban is értelmezni. E tanulmányban azonban tartóssági eloszláson, ill. tartóssági alakzaton mindig $a(d)$ alakú kapcsolatot értünk, a tartóssági mértéket tehát *abszcisszának*, a függő változó (vízhozam, vízállás stb.) értékeit pedig *ordinátának* nevezzük. A vízhozamtartósságot időegységgel (nap, dekád stb.) és — egyszerű vagy százalékban megadott — viszonyszámmal is lehet mérni; a két mérőszám közötti kapcsolat egyértelmű. Itt — a magyar vízkészletgazdálkodási gyakorlathoz igazodva — tartósságon mindig viszonyszámot értünk. ($0 \leq d \leq 1$, ill. $0\% \leq \leq d \leq 100\%$).

A továbbiakban a magyar hidrológiai és vízkészletgazdálkodási gyakorlatban meghonosodott tartósságfogalom egyes változatait és bővítéseit határozzuk meg. A tartóssági alakzatokat *általános adathalmazokra* vonatkozóan értelmezzük. Az elmondottaknak a tanulmány tárgya szempontjából fontos sajátosan hidrológiai, ill. vízkészletgazdálkodási vonatkozásai a példaként közölt ábrákból olvashatók le. Ezenkívül a tartóssági alakzatok leggyakrabban alkalmazott fajtáinak, az eredő tartóssági görbéknek hidrológiai-vízkészletgazdálkodási vonatkozásaival a 4.2 pontban részletesebben is foglalkozunk.

3. Adathalmaz tartóssági görbéje

A) Diszkrét eset. Legyen A_1 az — egymástól nem feltétlenül különböző — a_k adatok ($k = 1, 2, \ldots, n$) korlátos rendezett halmaza. Valamely tetszőlegesen választott a értéknek az A_1 halmazra vonatkozó $d(a)$ tartóssága:

$$d(a) = \frac{1}{n} \sum_{a_k \geq a} 1 \qquad (0 \leq d(a) \leq 1).$$

A $d(a)$ értékek kiszámítása gyakorlatilag legegyszerűbben a következő módon történhet: Rendezzük az a_k adatokat monoton csökkenő sorozatba (i már az adatok sorozatbeli sorszámát jelöli):

$$a_1, a_2, \ldots, a_i, a_{i+1}, \ldots, a_n,$$

ahol

$$a_{i+1} \leq a_i$$

és n pozitív egész szám.

Tetszőleges a értéknek az A_1 halmazra vonatkozó $d(a)$ tartósságát a következőképpen határozzuk meg. Ha az a adat eleme az A_1 halmaznak, azaz szokásos jelöléssel $a \in A_1$, és a legnagyobb indexe a sorozatban i, akkor

$$d(a) = \frac{i}{n}.$$

Ha

$$a \notin A_1 \text{ de } a_j, a_{j+1} \in A_1 \text{ és } a > a > a_{j+1},$$

akkor

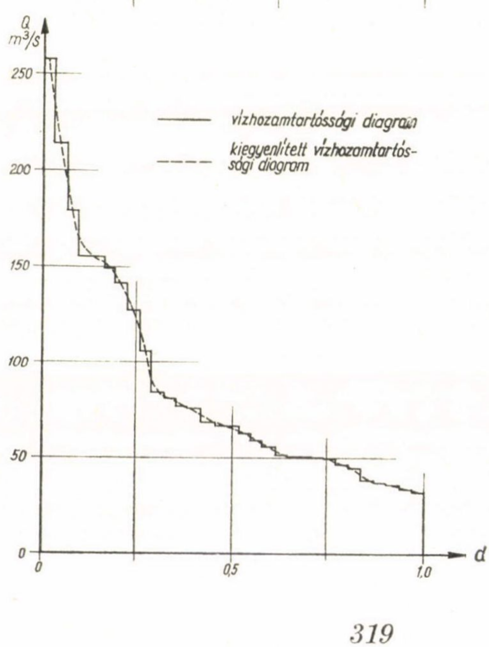
$$d(a) = d(a_j) = \frac{j}{n}.$$

Ha $a > a_1$, akkor $d(a) = 0$; ha $0 < a_n$, akkor $d(a) = 1$.

a)

Az adatok idősora		Az adatok csökkenő sorozata		Tartósság
nap	Q, m³/S	i	Q, m³/S	$d(Q) = \frac{i}{n}$
1	59,8	1	258,0	0,032
2	47,2	2	214,0	0,064
3	38,1	3	179,0	0,097
4	34,6	4	155,0	0,129
5	32,5	5	155,0	0,161
6	36,7	6	149,0	0,194
7	37,4	7	141,0	0,226
8	50,0	8	127,0	0,258
9	56,3	9	106,5	0,290
10	51,4	10	84,3	0,322
11	52,1	11	80,8	0,355
12	44,4	12	77,3	0,387
13	77,3	13	76,6	0,419
14	141,0	14	68,2	0,452
15	149,0	15	66,8	0,484
16	84,3	16	66,8	0,516
17	68,2	17	62,6	0,548
18	66,8	18	59,8	0,581
19	51,4	19	56,3	0,613
20	50,0	20	51,1	0,545
21	80,8	21	51,4	0,677
22	155,0	22	51,4	0,710
23	179,0	23	50,0	0,742
24	214,0	24	50,0	0,774
25	258,0	25	47,2	0,806
26	127,0	26	44,4	0,839
27	76,6	27	38,1	0,871
28	66,8	28	37,4	0,903
29	62,6	29	36,7	0,935
30	106,5	30	34,6	0,968
31	155,0	31	32,5	1,000

b)



1. ábra, Diszkrét adatsor tartóssági diagramja (Rába, Sárvár; 1940. augusztus) *a)* Vízhozam-idősor *b)* Vízhozamtartóssági diagram

A meghatározás, ill. az ismertetett módszer alapján a $d(a)$ függvénykapcsolat az a változó tetszőleges intervallumára értelmezhető. E függvény inverzét, az $a(d)$ kapcsolatot derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolva, a kapott ábrát az A_1 halmaz *tartóssági diagram*jának nevezzük.

Diszkrét adatok halmazának tartóssági diagramjára az *1. ábra* mutat példát. A példában az a_k elemek a Rába sárvári szelvényében 1940 augusztusában észlelt Q napi (közép)vízhozamok. Az A_1 halmaz ennek az $n = 31$ adatnak az együttese.

B) Folytonos eset. Legyen értelmezve a t változó $T : [t_1, t_2]$ intervallumában annak folytonos $a = a(t)$ függvénye. Válasszunk egy — nem szükségképpen az $a(t)$-nek T-beli értékkészletéhez tartozó — a értéket és jelöljük τ_i-vel a T egy olyan részintervallumának hosszát, amelyben $a(t) \leq a$ teljesül. Legyen T-nek összesen l darab ilyen részintervalluma. Ekkor az a értéknek az $a = a(t)$ függvény $t_1 \leq t \leq t_2$ szakaszára vonatkozó tartóssága:

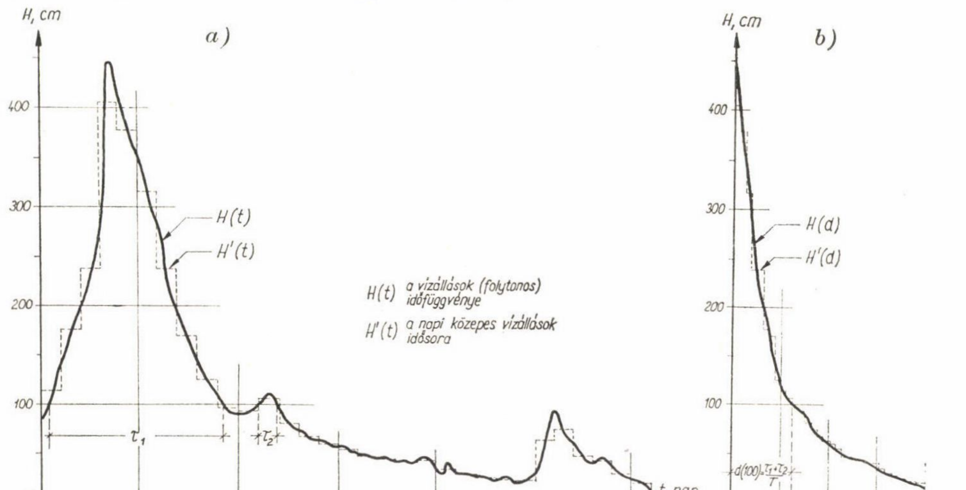
$$d(a) = \frac{1}{|t_1 - t_2|} \sum_{i=1}^{l} \tau_i \qquad (0 \leq d(a) \leq 1),$$

ahol az összegezést T valamennyi τ_i részintervallumára ki kell terjeszteni.

Az $a = a(d)$ függvényt derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolva, a kapott görbét az $a(t)$ függvény T-re vonatkozó *tartóssági görbéjé*nek nevezzük.

Folytonos függvényszakasszal megadott adathalmaz tartóssági görbéjére a *2. ábra* mutat példát. A példában az $a(t)$ függvény a Rába sárvári szelvényében folytonosan (rajzoló vízmércével) észlelt H vízállások időfüggvénye, a T intervallum pedig az 1951. év augusztusa.

Az e szakasz *A)* pontjában ismertetett tartóssági diagram *lépcsős függvény*, amely az abszcisszatengellyel párhuzamos egyenes szakaszokból áll. A hidrológiai gyakorlatban e lépcsős diagramokat sokszor kiegyenlítik, folytonossá teszik.



2. ábra. Folytonos időfüggvény és egy belőle származó idősor tartóssági görbéje (Rába, Sárvár; 1965. augusztus)

a) Vízállás-időfüggvény *b)* Vízállástartóssági görbe

A *kiegyenlítés* a tartósság 1. szerinti meghatározásától eltérést jelent ugyan (az eltérés mértéke a feldolgozott adatok számával fordítottan arányos), viszont — minthogy a természeti adatok a legritkábban változnak ugrásszerűen, csupán az általában nem-folytonos észlelések miatt kell beérnünk diszkrét adatok sorozatával — a *valóságot jobban jellemezheti.*

Hogy ezt belássuk, elég arra gondolnunk, hogy ha az adatoknak nem diszkrét, hanem folytonos sora adott és elkészítjük a tartóssági diagramot először az $a(t)$ folytonos függvényre, utána pedig az utóbbiból megfelelő sűrűséggel (esetleg egyenlőközűen) kiválasztott $a(t_i)$ értékek diszkrét sorozatára, az első tartóssági görbe a másodiknak valamilyen közelítő görbéje lesz. Ez a közelítő görbe — a *2/b ábra* tanúsága szerint — a diagramnak a $d < 0,5$ szakaszon inkább alsó, a $d > 0,5$ szakaszon inkább felső burkolója, az értelmezési tartomány középső részén pedig a „kiegyenlítő görbéhez" hasonlít leginkább.

4. Adathalmaz-rendszer eredő tartóssági görbéje

4.1 *Meghatározás*

A) Diszkrét eset. Legyenek $A_1, A_2, \dots, A_j, \dots, A_m$ az — egymástól nem feltétlenül különböző — a_{jk} adatok ($j = 1, 2, \dots, m$; $k = 1, 2, \dots, n_m$) korlátos rendezett halmazai.

a) Ha valamely a értéknek az $A_1, A_2, \dots, A_j, \dots, A_m$ halmazokra vonatkozó (3/A szerint értelmezett) tartóssága rendre $d_1(a), a_2(a), \dots, d_j(a), \dots, d_m(a)$, akkor az a értéknek e halmazok $\{A_j\}_m$ rendszerére vonatkozó *átlagos* vagy *eredő tartóssága* (röviden tartóssága):

$$d(a) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} d_j(a).$$

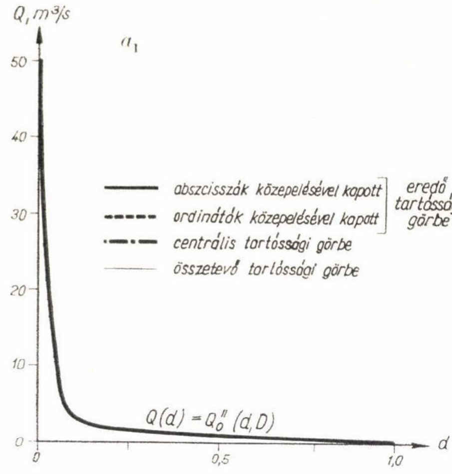
b) Abban a hidrológiában fontos különleges esetben, amikor valamennyi A_j halmaz ugyanannyi adatot tartalmaz ($n = n_1 = n_2 = \dots = n_j = \dots = n_m$) az előbbivel egyenértékű a következő meghatározás: Jelöljük A_0-val az A_j halmazok egyesítését, azaz azt a halmazt, amely valamennyi a_{jk} elemet tartalmazza. Ekkor valamely tetszőleges a elemnek az $A_1, A_2, \dots, A_j, \dots, A_m$ halmazok $\{A_j\}_m$ rendszerére vonatkozó tartóssága egyenlő ugyanennek az elemnek az A_0 halmazra vonatkozó tartósságával.

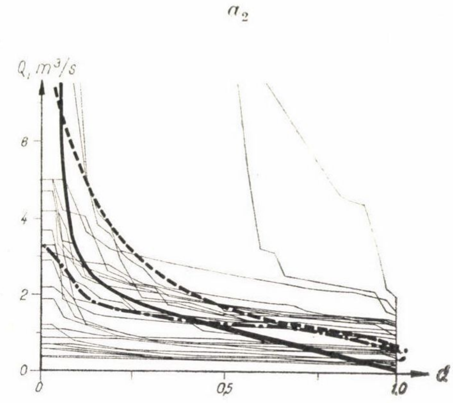
A két meghatározás egyenértékűsége a következő módon látható be:

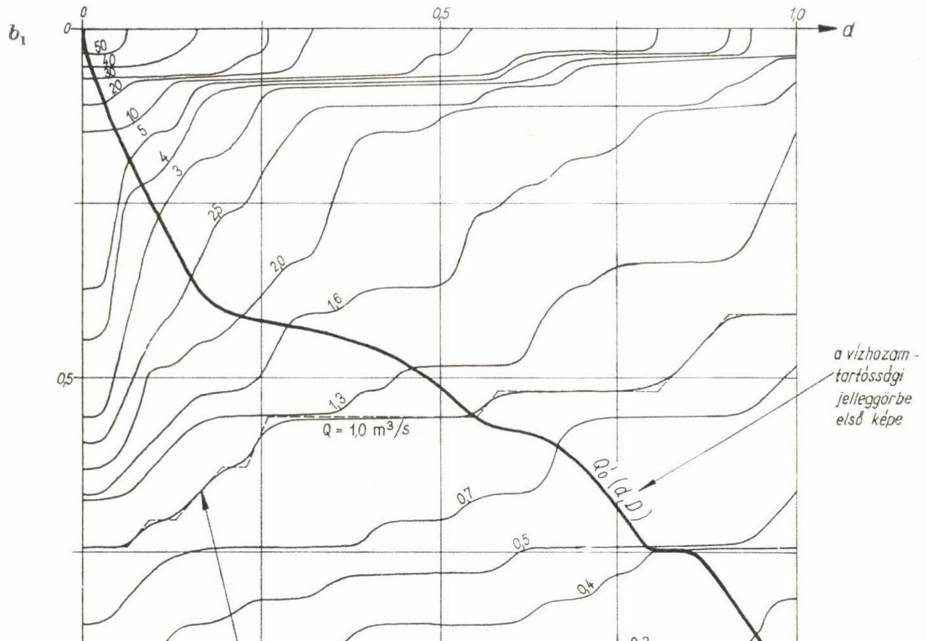
Rendezzük az egyes halmazok elemeit csökkenő sorozatokba (i az egyszerűség kedvéért már az adatok sorozatbeli sorszámát jelöli):

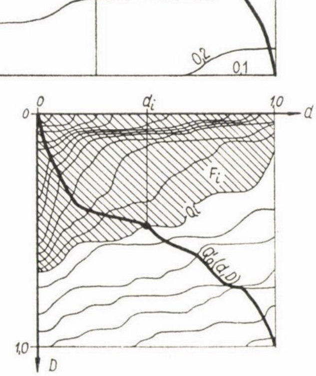
$$\begin{array}{l}
a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1i}, a_{1i+1}, \dots, a_{1n_1} \\
a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2i}, a_{2i+1}, \dots, a_{2n_2} \\
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{ji}, a_{ji+1}, \dots, a_{jn_j} \\
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mi}, a_{mi+1}, \dots, a_{mn_m}
\end{array}$$

Bevezetjük a *mértékadó index* fogalmát. Az a érték $i_j(a)$ mértékadó indexén az A_j halmaz elemeiből készített monoton csökkenő sorozatban annak az elemnek a legnagyobb sorszámát értjük, amelynek tartósságával a-nak A_j-re vonatkozó tartóssága 3/A szerint egyenlő.

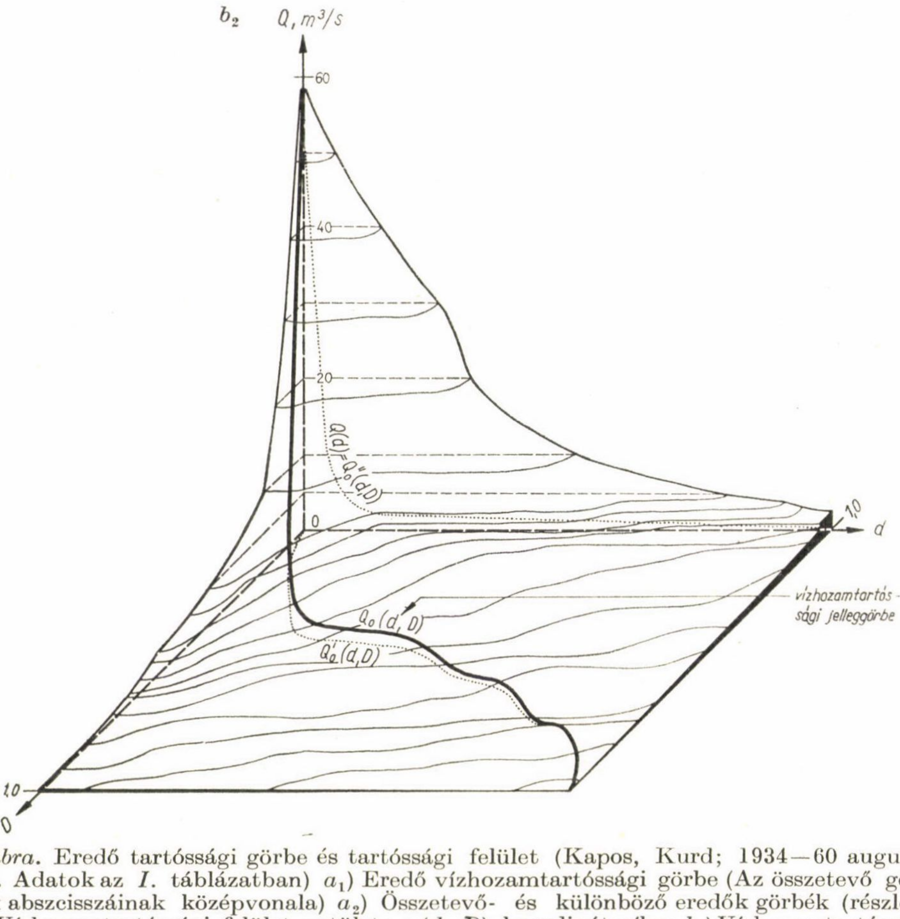








A jelleggörbe első képének tulajdonsága:
$$F_i = d_i$$



3. *ábra.* Eredő tartóssági görbe és tartóssági felület (Kapos, Kurd; 1934—60 augusztus. Adatok az *I.* táblázatban) a_1) Eredő vízhozamtartóssági görbe (Az összetevő görbék abszcisszáinak középvonala) a_2) Összetevő- és különböző eredők görbék (részlet) b_1) Vízhozamtartóssági felület vetülete a (d, D) koordinátasíkon b_2) Vízhozamtartóssági felület axonometrikus képe

Az *a)* meghatározás szerint a-nak az $\{A_j\}_m$ rendszerre vonatkozó tartóssága:

$$d(a) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} d_j(a) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\frac{i_j(a)}{n_j} = \frac{1}{mn}\sum_{j=1}^{m} i_j(a),$$

mert feltevésünk szerint $n_j = n$ $(j = 1, 2, \ldots, m)$.

Hogy ennek a *b)* meghatározással való egyenértékűségét belássuk, jelölje $k_j(a)$ azt a számot, amely megmutatja, hogy az a elem az A_j halmazban hányszor fordul elő $(k_j \geq 0)$. Az mn elemű A_0 halmaz elemeiből előállított monoton csökkenő sorozatban az a elem mértékadó $i_0(a)$ indexét így számíthatjuk:

A_0-ban az a-nál nagyobb elemek száma:

$$\sum_{j=1}^{m}[i_j(a) - k_j(a)]$$

1. táblázat

Eredő tartóssági görbe és tartóssági felület előállítása (Kapos, Kurd; 1934—60. augusztus)

Vízhozam Q_i, m³/s	1934	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	1934—1960
	augusztusában a $Q \geq Q_i$ középvízhozamú napok száma																											
60																												
50																						2						2
40							6															3						9
30							8															6						14
20					1		9															10						20
10					3		16	2														14						35
5			1	1	4		18	4	1											1	1	25				2		58
4,5			1	1	4		18	4	1											1	1	27				2	1	61
4,0			1	1	5		18	4	1											1	4	28	1			3	1	68
3,5			1	1	6		18	6	1											1	4	29	2		1	4	1	75
3,0	1		2	2	6		20	7	3									1		2	4	29	2		1	7	3	90
2,5	7		2	3	8		21	17	4									2		5	7	29	4	1	1	9	5	125
2,0	10		2	6	8		29	27	10				2					4		10	11	31	7	2	1	15	11	186
1,9	14		3	7	9		29	30	13				2		1			5		10	13	31	8	3	2	17	12	209
1,8	15		3	7	13		29	30	15				2		1			7		11	16	31	12	3	3	21	16	235
1,7	15		3	7	13		29	30	15				2		1			7		11	17	31	12	3	3	22	19	240
1,6	16		3	7	16		30	31	20				2		1			8		11	18	31	16	8	4	23	24	269
1,5	23		3	9	16		31	31	25				2		1			12		14	21	31	22	14	5	24	27	311
1,4	30		3	10	17		31	31	26				3		2			16		15	22	31	27	16	7	24	28	339
1,3	31		3	13	19		31	31	29				4		2			22		19	29	31	30	20	11	28	30	383
1,2	31	1	4	13	19		31	31	31				5		2			26		20	29	31	31	21	19	31	31	407
1,1	31	1	4	14	22		31	31	31			2	5		5			31		22	30	31	31	24	28	31	31	436
1,0	31	2	7	17	25		31	31	31			4	7		5			31		26	31	31	31	27	31	31	31	461
0,9	31	2	9	18	26		31	31	31			15	8	7	7			31		29	31	31	31	31	31	31	31	493
0,8	31	3	10	18	26		31	31	31			22	12	10	7			31		30	31	31	31	31	31	31	31	510
0,7	31	3	20	20	30	1	31	31	31			29	20	12	16	2		31		31	31	31	31	31	31	31	31	556
0,6	31	7	30	31	31	3	31	31	31	2	1	31	29	19	19	6		31		31	31	31	31	31	31	31	31	612
0,5	31	10	31	31	31	3	31	31	31	6	3	31	31	30	29	18		31		31	31	31	31	31	31	31	31	657
0,4	31	22	31	31	31	11	31	31	31	19	10	31	31	31	31	24	6	31	2	31	31	31	31	31	31	31	31	714
0,3	31	31	31	31	31	29	31	31	31	29	13	31	31	31	31	31	15	31	21	31	31	31	31	31	31	31	31	789
0,2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	28	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	834
0,1	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	837
0,0	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	837

Átlagos tartósság $d(Q_i)$	27 év augusztusa közül azoknak a száma, amelyeknek																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
	napján $Q \geq Q_i$ fordult elő																														
0,002	1	1																													
0,011	2	2	2	1	1	1																									
0,017	2	2	2	2	2	2	1	1																							
0,024	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1																					
0,042	4	4	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1															
0,069	10	5	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1						
0,073	11	5	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
0,081	12	6	6	5	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
0,090	13	7	6	6	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
0,108	15	12	8	6	5	5	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
0,149	16	14	12	11	9	7	7	5	4	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1		
0,222	17	16	13	13	12	12	11	10	9	9	6	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	1	1
0,247	18	17	15	13	13	12	12	11	10	9	8	8	7	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1
0,281	18	17	16	13	13	13	13	11	11	11	11	10	9	8	8	6	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1
0,287	18	17	16	13	13	13	13	11	11	11	11	10	9	8	8	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	2	1
0,321	18	17	16	15	14	14	14	13	11	11	11	10	10	10	10	10	7	7	6	6	5	5	5	4	3	3	3	3	3	3	2
0,372	18	17	16	15	15	14	14	14	14	13	13	13	12	12	10	10	9	9	9	9	9	8	7	6	5	4	4	3	3	3	3
0,405	18	18	17	15	15	15	15	14	14	14	13	13	13	13	13	12	10	9	9	9	9	9	8	8	7	7	6	5	4	4	3
0,458	18	18	17	16	15	15	15	15	15	15	15	14	14	13	13	13	13	13	13	11	10	10	9	9	9	9	9	9	8	6	4
0,486	19	18	17	17	16	15	15	15	15	15	15	15	15	14	14	14	14	14	14	12	11	10	10	10	10	10	9	9	9	8	8
0,521	20	19	18	18	17	15	15	15	15	15	15	15	15	15	14	14	14	14	14	14	14	14	12	12	11	11	11	11	10	10	9
0,551	20	20	19	19	18	17	17	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	14	14	14	14	14	14	14	14	13	12	11	11	11	11
0,589	21	21	20	20	20	20	20	18	17	16	16	16	16	16	16	15	15	15	14	14	14	14	14	14	14	14	13	13	13	12	12
0,609	21	21	21	20	20	20	20	19	19	19	17	17	16	16	16	16	16	16	15	15	15	15	14	14	14	14	13	13	13	13	12
0,667	23	22	21	20	20	20	20	20	20	20	20	20	19	19	19	19	18	18	18	18	15	15	15	15	15	15	15	15	15	14	13
0,731	25	24	23	22	22	22	21	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	17	16
0,785	25	25	25	23	23	23	22	22	22	22	21	21	21	21	21	21	21	21	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	19	18
0,853	27	27	26	26	26	26	25	25	25	25	24	23	23	23	23	23	23	23	23	22	22	22	21	21	20	20	20	20	20	20	20
0,943	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	26	26	25	25	25	25	25	25	24	24	24	24	24	24	24	24	22	22
0,996	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	26	26	26
1,000	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
1,000	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27

Megjegyzés: A táblázattal előállított tartóssági alakzatokat a 3. ábra szemlélteti.

Az a elem az A_0-ban összesen $\sum_{j=1}^{m} k_j(a)$-szor fordul elő. Az a elem A_0-beli mértékadó indexe így:

$$i_0(a) = \sum_{j=1}^{m} [i_j(a) - k_j(a)] + \sum_{j=1}^{m} k_j(a) = \sum_{j=1}^{m} i_j(a).$$

a-nak az mn elemű A_0-ra vonatkozó tartóssága tehát 3/A szerint

$$d(a) = \frac{1}{mn} i_0(a) = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^{m} i_j(a),$$

amit bizonyítanunk kellett. —

Megjegyzés: Az *a)* és *b)* meghatározás szigorúan csak egyenlő számú adatot tartalmazó halmazokra vonatkozóan egyenértékű. A hidrológiai adatfeldolgozási gyakorlatban – a számítási munka egyszerűsítése érdekében – sokszor mégis olyan halmazok esetében is, amelyek adatainak száma csak közelítőleg egyenlő ($n_1 \simeq n$, $n_2 \simeq n$, $\ldots$, $n_m \simeq n$), az eredő tartósságot a *b)* meghatározás szerint számítják.

Az $a(d)$ kapcsolatot derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolva, a kapott ábrát az $\{A_j\}_m$ halmazrendszer *eredő tartóssági diagramjának* nevezzük. A diagram kiegyenlítéséről a 3/B pontban mondottak értelemszerűen itt is érvényesek.

Diszkrét adatokból álló halmazok rendszerének eredő tartóssági diagramjára az *I. táblázat* és a *3/a₁ ábra* mutat példát. A példában az a_{jk} adatok a Kapos kurdi szelvényében észlelt Q napi (közép)vízhozamok. Az A_j halmazok mindegyike egy-egy augusztus hónap $n = n_j = 31$ adatát tartalmazza. Az $\{A_j\}_m$ rendszer $m = 27$ különböző év ilyen A_j halmazainak az együttese.

B) Folytonos eset. Legyen értelmezve a t változó $T_1 : [t_{11}, t_{12}]$, $T_2 : [t_{21}, t_{22}]$, $\ldots$, $T_j : [t_{j1}, t_{j2}]$, $\ldots$, $T_m : [t_{m1}, t_{m2}]$ intervallumaiban annak folytonos $a = a(t)$ függvénye.

a) Ha valamely a értéknek a $T_1, T_2, \ldots, T_j, \ldots, T_m$ intervallumra vonatkozó, 3/B szerint értelmezett tartóssága rendre: $d_1(a)$, $d_2(a)$, $\ldots$, $d_j(a)$, $\ldots$, $d_m(a)$, akkor az a értéknek az intervallumok $\{T_j\}_m$ rendszerére vonatkozó $d(a)$ *átlagos* vagy *eredő tartóssága* (röviden tartóssága:

$$d(a) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} d_j(a).$$

b) Abban a hidrológiában fontos különleges esetben, amikor valamennyi intervallum egyenlő hosszú ($|T| = t_{12} - t_{11} = t_{22} - t_{21} = \ldots = t_{j2} - t_{j1} = \ldots = t_{m2} - t_{m1}$), az előbbivel egyenértékű meghatározást kapunk, ha a 3/B alatti meghatározást a (gondolatban egymáshoz csatlakozott) T_j intervallumok egyesítésével előállított egyetlen T_0 intervallumra alkalmazzuk.

A két meghatározás egyenértékűsége a következő módon látható be:

Válasszunk tetszőleges a értéket és *jelöljük* τ_{ij}-vel T_j egy olyan részintervallumának hosszát, amelyben $a(t) \geq a$ teljesül. Legyen T_j-nek összesen l_j ilyen részintervalluma.

E jelölésekkel az *a)* meghatározás így is felírható:

$$d(a) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} d_j(a) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{t_{j2} - t_{j1}} \sum_{j=1}^{l_j} \tau_{ij}.$$

De $t_{j2} - t_{j1} = |T| =$ konstans lévén ($j = 1, 2, \ldots, m$):

$$d(a) = \frac{1}{m|T|} \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{l_j} \tau_{ij}.$$

Az *a)* és *b)* meghatározás tehát valóban egyenértékű, hiszen $m \cdot |T|$ az egyesítéssel kapott T_0 intervallum hossza, az összegezést pedig ennek valamennyi τ_{ij} részintervallumára ki kell terjeszteni, azaz a 3/B meghatározást kell a T_0 intervallumra alkalmazni. —

Az $a = a(d)$ függvénykapcsolatot ábrázolva, a kapott görbét az $a(t)$ függvény $\{T_j\}_m$ intervallumrendszerre vonatkozó *eredő tartóssági görbéjének* nevezzük.

Az eredő tartóssági görbe alapján *eszmei intervallumról* is beszélhetünk. A $\{T_j\}_m$ intervallumrendszernek az $a(t)$ függvényhez tartozó T^* eszmei intervalluma az az intervallum, amelynek tartóssági görbéje $\{T_j\}_m$ eredő tartóssági görbéjével azonos. Az eszmei intervallum különösen a $|T_j| = |T| =$ konstans esetben jól érzékelhető fogalom: az egyenlő tartamú T_j intervallumokhoz tartozó olyan, velük egyenlő tartamú, képzelt intervallum, amely az $a(t)$ függvény viselkedése szempontjából valamennyi T_j intervallumot reprezentálja.

Az eszmei intervallum — pontosabban: vízhozam-időfüggvények esetében az *eszmei időszak* — fogalmát a reprezentatív vízgazdálkodási mérleg elméletében hasznosítják.

4.2 *Eredő vízhozamtartóssági görbék fajtái*

Az előző pontban mind a diszkrét, mind a folytonos esetre adott meghatározás szerint az egyes A_j halmazok tartóssági görbéiből, azaz m darab *összetevő tartóssági görbéből* az $\{A_j\}_m$ halmazrendszert jellemző *eredő tartóssági görbét* úgy állítjuk elő, hogy az összetevő görbék azonos ordinátákhoz tartozó abszcisszáit közepeljük. A magyar hidrológiában így értelmezik az eredő vízhozamtartóssági görbéket, és általában mindenféle eredő tartóssági görbét.

Az eredő tartóssági görbe értelmezésének, ill. az összetevő görbékből való előállításának azonban nem ez az egyetlen lehetősége: az összetevő görbék abszcisszái közepelésének mintájára önként kínálkozik például az ordináták közepelésének gondolata és az eredő tartóssági görbének más meghatározásai is elképzelhetők még.

Tekintsük át röviden az *eredő vízhozamtartóssági görbék* eddig alkalmazott, ill. javasolt négy válfaját, amelyek közül háromra a *3/a_2 ábra* mutat példát.

A) Az abszcisszák szerinti közepes tartóssági görbe — mint láttuk — az egyes összetevő görbék azonos ordinátákhoz tartozó abszcisszáinak számtani közepeit összekötő vonal. Az eredő vízhozamtartóssági görbéknek ez a fajtája, — amint *Wundt* [2] és *Kirsten* [3] is hangsúlyozza — azonban csak bizonyos fenntartásokkal tekinthető valamely „átlagos" időszakot (évet, hónapot stb.) jellemző vízhozamtartóssági görbének. Mégis a legújabb vizsgálatok szerint is a vízhozamok eloszlását jellemző (síkbeli) tartóssági görbék közül e változat hidrológiai-vízkészletgazdálkodási *kifejezőereje a legnagyobb* [1].

B) Az ordináták szerinti közepes tartóssági görbe, az előbbi mintájára, az egyes összetevő-görbék azonos abszcisszákhoz tartozó ordinátáinak számtani közepeit összekötő vonal. Az eredő vízhozamtartóssági görbe e válfajának bevezetésével *Wundt* és *Kristen* az „*átlagos időszak*" (év, hónap stb.) viszonyait kívánták jellemezni. A mi hidrológiai adottságaink között azonban e görbe hidrológiai-vízkészletgazdálkodási *kifejezőereje csekély.*

Pontosabban: minél nagyobb az összetevő görbesereg szóródása, annál kisebb az ordináták szerinti közepes görbe kifejezőereje: csak olyan mértékben tekinthető jellemzőnek, amennyire a végpontjaiban felvett *KKQ* és *KNQ* értékeket annak tekintjük. Csakis szoros nyalábba tömörült vagy egymással gyakorlatilag párhuzamos összetevő görbék esetén jelent az „átlagos időszak" ilyen jellemzése az *A)* változathoz viszonyítva fejlődést.

Az abszcisszák szerinti közepes tartóssági görbe a görbesereg értékkészletének minden értékét felveszi. Az ordináták szerinti közepes tartóssági görbe értékkészlete viszont az egyes összetevő görbék legkisebb függvényértékeinek számtani közepétől a legnagyobb függvényértékek számtani közepéig terjed. Az utóbbi görbe ezenkívül általában a $0 \leq d \leq 1$ értelmezési tartományának több mint felében ugyanahhoz a tartóssághoz az előbbinél nagyobb vízhozamértékeket rendel. A két eredő görbe így legfeljebb véletlenül és csak rövid szakaszon fedi egymást.

C) A leggyakoribb tartóssági görbét *Vogl* szerint [4] a következőképpen állíthatjuk elő: A görbesereg értékkészletét kellő sűrűségű osztályokra osztjuk, és az értelmezési tartomány kellő sűrűségű felosztásával kapott minden egyes abszcisszaértékre meghatározzuk az egyes osztályközökbe eső görbék számát, azaz előállítjuk az összetevő görbék adott abszcisszához tartozó ordinátáinak gyakorisági eloszlását. A gyakorisági eloszlást kiegyenlítő görbe maximumához tartozó ordináta a kiválasztott abszcisszával együtt a leggyakoribb tartóssági görbének egy pontját határozza meg. Az eredő vízhozamtartóssági görbének ezt a fajtáját — a gyakorlatban rendelkezésünkre álló többnyire 30—40 éves adatsorok alapján — megnyugtatóan *nem lehet előállítani,* mivel a gyakorisági eloszlások maximumai 30—40 adat esetén nem jelölhetők ki egyértelműen.

D) A centrális tartóssági görbét a következőképpen szerkesztjük: Az összetevő görbék kiválasztott abszcisszához tartozó ordinátáihoz meghatározzuk azt az értéket, amelynél az ordináták fele nagyobb, fele kisebb.

Ha k természetes egészszám, akkor $2k + 1$ (páratlan számú) összetevő görbe esetén ez az érték a nagyság szerint $(k + 1)$-edik ordinátával egyenlő, $2k$ (páros számú) összetevő görbe esetén pedig a nagyság szerint k-adik és $(k + 1)$-edik ordináta számtani közepét vesszük. A kiválasztott abszcissza a hozzá a leírt módon rendelt ordinátával pontot határoz meg. A centrális tartóssági görbét az ilyen típusú pontok alkotják.

Általánosításként felvetődhet, hogy a centrális görbét még az összetevő görbék alapjául szolgált időszakok számának különböző D hányadában $(0 \leq D \leq 1)$ elért és meghaladott tartóssági görbékkel is egészítsük ki. Ez a *görbesereg* ugyanis jóval átfogóbban jellemzi a vízhozamok eloszlását, mint a többi, eddig alkalmazott eredő vízhozamtartóssági görbe.

A javaslat szerint tehát az összetevő vízhozamtartóssági görbesereget nem egyetlen eredő görbével, hanem a különböző D paraméterekhez tartozó eredő görbék seregével jellemezzük. Az m elemű eredő görbesereg tetszőleges D paraméterhez tartozó elemének valamely kiválasztott d abszcisszához tartozó ordinátája egyenlő azzal a (vízhozam-)értékkel, amelyet az összetevő görbesereg elemeinek a d abszcisszához tartozó ordinátái közül $D \cdot m$ ordináta elér vagy meghalad. Speciálisan az eredő görbesereg $D = 0$ paraméterű eleme az összetevő görbesereg felső burkolójával, a $D = 1$ paraméterű elem az összetevő görbesereg alsó burkolójával azonos, a $D = 0{,}5$ paraméterhez pedig a centrális tartóssági görbe tartozik.

A javaslat úgy is megfogalmazható, hogy a vízhozamok eloszlását (eredő) vízhozamtartóssági görbe helyett a (Q, d, D) koordináta-rendszerben megadott *vízhozamtartóssági felület*tel jellemezzük. A különböző $D = konst$ paraméterekhez tartozó görbék e felületnek a (Q, d) koordinátasíkkal párhuzamos síkmetszetei. A felület természetesen nemcsak e sikmetszetekkel, hanem pl. a (d, D) koordinátasíkkal párhuzamos síkmetszetek sorával is egyértelműen meghatározható.

Vizsgálódásaink — a centrális tartóssági görbe általánosítása révén — kivezettek a síkbeli tartóssági alakzatok köréből. A térbeli alakzatokkal a következő szakaszokban foglalkozunk.

5. Tartóssági felület

Legyen valamely a_i értéknek az $A_1, A_2, \ldots, A_j, \ldots, A_m$ halmazokra vonatkozó tartóssága rendre $d_1(a), d_2(a), \ldots, d_j(a), \ldots, d_m(a)$.

Legyen valamely a_i értéknek az $a(t)$ függvény $T_1, T_2, \ldots, T_j, \ldots, T_m$ intervallumaira vonatkozó tartóssága rendre $d_1(a), d_2(a), \ldots, d_j(a), \ldots, d_m(a)$.

Ekkor előállítható a $\{d_j(a_i)\}_m$ halmaz tartóssági függvénye is, amelyet $D(d_j(a_i))$-val jelölünk. Az (a, d, D) koordináta-rendszerben az a változó tetszőleges a_i értékéhez egy ilyen, az $a = a_i$ síkban levő $D(d(a_i))$ görbe tartozik. E görbéket szintvonalaknak tekintve, sorozatuk felületet határoz meg. Ez a felület analitikusan valamilyen $a = a(d, D)$ kapcsolattal is megadható. A kapcsolatot valamilyen módon ábrázolva, de egyéb megadása esetén is, azt az $\{A_j\}_m$ halmazrendszer tartóssági felületének, ill. az $a(t)$ függvény a $\{T_j\}_m$ intervallumrendszerre vonatkozó *tartóssági felületének* nevezzük. *(I. táblázat és $3/b_1$, ill. $3/b_2$ ábra).*

A tartóssági felület síkban pl. a három koordinátasík valamelyikével párhuzamos síkmetszeteit határoló „szintvonalak" vetületének sorával egyértelműen ábrázolható. Az (a, d) és a (d, D) síkokkal párhuzamos metszősíkok adta szintvonalakkal való ábrázolás szokásos; *vízkészletgazdálkodási* szempontból az utóbbi módon való megadás a célszerűbb. Diszkrét adatok alkotta halmazok tartóssági felületének szintvonalai lépcsős vonalak, amelyeknek 3/B szerint kiegyenlítése — a valóság jobb megközelítése céljából is — ugyancsak szokásos.

Külön-külön ugyanannyi adatot tartalmazó A_j halmazok tartóssági felületének a meghatározásából eredő jellemző tulajdonsága a következő: A „felület alatti test" — azaz az (a, d, D) koordináta-rendszerben a felület a három koordinátasík, továbbá a $d = 1$ és a $D = 1$ síkok közrezárta test — térfogata az a_{ij} adatok számtani középértékével egyenlő.

Az $a(d, D)$ tartóssági felületről pl. leolvasható, hogy valamely tetszőleges a_0 érték valamely legalább d tartóssággal ($0 \leq d \leq 1$), m halmaz közül $D \cdot m$ halmazban fordul elő ($0 \leq D \leq 1$).

A vízhozamtartóssági görbeseregek, ill. felületek bevezetése nem új gondolat, a német és magyar szakirodalomban először kb. 15 évvel ezelőtt találkoztunk vele. A vízhozam-eloszlás eredő tartóssági *görbesereggel* való jellemzését a német szerzők közül először *Pantle* javasolta [5]. A *felület*ként való — a fogalom érzékeltetése szempontjából nagyon szerencsés — értelmezést, ill. általánosítást *Lászlóffy*nak köszönhetjük [6].

A vízhozamtartóssági felület még nem közismert és elterjedt fogalom. Elméleti kidolgozása, törvényszerűségeinek vizsgálata és gyakorlati alkalmazásainak számbavétele a műszaki hidrológiának még járatlan területe, amelynek feltárása éppen a vízkészletgazdálkodás gyors kibontakozásával vált időszerűvé. E téren a kutatások megkezdése sürgető feladatunk.

6. Tartóssági jelleggörbe

Legyen az (a, d, D) koordináta-rendszerben adott az $\{A_j\}_m$ halmazrendszer tartóssági felülete vagy pedig az $a(t)$ függvénynek a $\{T_j\}_m$ intervallumrendszerre vonatkozó tartóssági felülete. Hasonlóképpen legyen adott az (a, d) koordinátasíkban ugyanezen rendszer $a(d)$ eredő tartóssági görbéje. A tartóssági felületnek azt a felületi görbéjét, amelynek (egyik) képe az $a(d)$ eredő tartóssági görbe, a rendszer *tartóssági jelleggörbéjének* nevezzük és $a_0(d, D)$-vel jelöljük *(3/b_1, ill. 3/b_2 ábra).*

A tartóssági jelleggörbe térgörbe, amelyet pl. két képe határoz meg.

A tartóssági jelleggörbe egyik — itt csak geometriai érdekességként említett — tulajdonsága a következő *(3/b_1 ábra):*

Nevezzük az (a, d) síkot második, a (d, D) síkot első képsíknak. A teljes tartóssági felület vetülete az első képsíkon a $0 \leq d \leq 1$, $0 \leq D \leq 1$ egységnégyzet. Tekintsük az egységnégyzetnek a felület valamely a_i = konstans szintvonala első képe által határolt részei közül az origó felé esőt. Jelöljük ennek területét F_i-vel ($0 \leq F_i \leq 1$). Jelöljük d_i-vel az a_i görbe és a tartóssági jelleggörbe második képének metszéspontjához tartozó abszcisszát. Ekkor a jelleggörbe meghatározásából következően:

$$d_i = F_i .$$

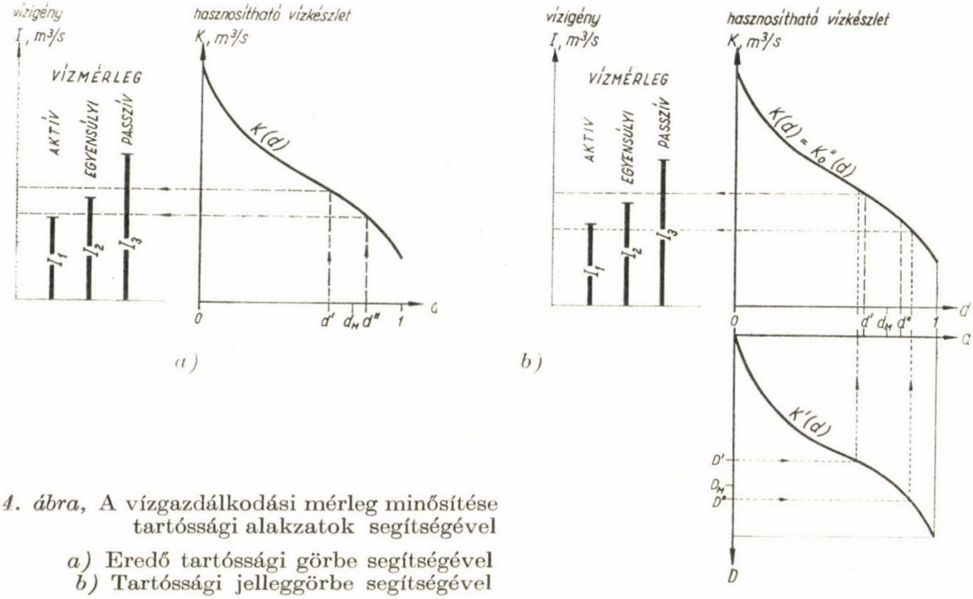
A tartóssági jelleggörbe — bár meglehetősen bonyolult, nehézkesen meghatározható alakzat — az adathalmaz eloszlásának jellemzésére kiválóan alkalmas. Ezért a vízkészletgazdálkodás korszerű elméletében is alapvető jelentősége van.

7. Összefoglalás. Gyakorlati alkalmazások

Az előadottak lényegét röviden így foglalhatjuk össze:

Egy — akár diszkrét adatcsoportok sorozatával, akár pedig folytonos függvényszakaszok sorozatával adott — adathalmazrendszer eloszlásának célszerű jellemzésére a következő tartóssági alakzatok alkalmasak:

— A rendszer *eredő tartóssági görbéje* olyan $a(d)$ síkgörbe, amelynek tetszőleges (d_1, a_1) pontja megadja, hogy a rendszer összes adatának d_1 hányada a_1-gyel egyenlő vagy nála nagyobb ($0 \leq d \leq 1$). Ezt az alakzatot a hidrológiában és a vízkészletgazdálkodásban *(4/a ábra)* általánosan alkalmazzák. Az eredő tartóssági görbe — aszerint, hogy az összetevő görbékből hogyan állítjuk elő — különbözőféleképpen értelmezhető. Különböző fajtái közül az ***abszcisszák középelésével kapott*** eredő tartóssági görbe hidrológiai-vízkészletgazdálkodási kifejezőereje a legnagyobb *(3/a_1 ábra)*.



4. ábra, A vízgazdálkodási mérleg minősítése tartóssági alakzatok segítségével

a) Eredő tartóssági görbe segítségével
b) Tartóssági jelleggörbe segítségével

— A rendszer *tartóssági felülete* olyan $a(d, D)$ felület *(3/b_1 ábra)*, amelynek tetszőleges (d_1, D_1, a_1) pontja megadja, hogy m rendszer közül $D_1 \cdot m$-ben az a_1-gyel egyenlő vagy nála nagyobb értékek hányada legalább d_1 $(0 \leq d \leq 1,\ 0 \leq D \leq 1)$.

— A rendszer *tartóssági jelleggörbéje* az az $a_0(d, D)$ térgörbe, amely az $a(d)$ eredő tartóssági görbének az $a(d, D)$ tartóssági felületre való vetítésével keletkezik. A *vízgazdálkodási mérleg* korszerű elméletében ennek az alakzatnak alapvető szerepe van *(4/b ábra)*.

*

Befejezésül röviden a tartóssági alakzatok — elsősorban a vízhozamtartóssági alakzatok — *alkalmazásait* említjük. A *hidrológiai és vízerőhasznosítási* alkalmazások általánosan elterjedtek és közismertek [1—6]. Most tehát inkább a *vízkészletgazdálkodásban*, ebben a nagyjelentőségű, de még csak napjainkban kibontakozó újszerű tevékenységben való alkalmazás *alapgondolatát* vázoljuk. (A részletesebb kifejtés már nem e tanulmány keretébe tartozik [8].)

A vízkészletgazdálkodás kulcsa a *vízgazdálkodási mérleg*. Ennek segítségével lehet ugyanis valamely vízgazdálkodási egységre — pl. egy területre, egy folyószakaszra, vagy akár a földkéreg egy darabjára — vonatkozóan megállapítani, hogy az egység vízhasználatai fejleszthetők, bővíthetők-e, ill. hogy a fejlesztésre vonatkozó elképzelések, tervek reálisak, megvalósíthatók-e.

A vízgazdálkodási mérlegben meghatározott időszakra, az ún. tárgyidőszakra vonatkozóan a két vízmérleg-kart: a vizsgált vízgazdálkodási egység hasznosítható vízkészletét és az emberi élet és tevékenység részéről jelentkező vízigényeket mérjük össze. (A vízmérleg-karoknak általában nemcsak a mennyiségi, hanem a mértékadó minőségi jellemzőit is össze kell mérni. Itt, e vázlatos ismertetésben azonban csak a mennyiségi összemérésről beszélünk.)

A jelenlegi magyar gyakorlatban a vízgazdálkodási mérlegek tárgyidőszakát úgy választják meg, hogy azon belül a vízigények időbeli ingadozása elhanyagolható, azaz mértékük egyetlen állandó számértékkel jellemezhető legyen. A másik vízmérleg-karnak, a hasznosítható vízkészletnek (vízhozamnak) a tárgyidőszakon belüli eloszlását viszont a tartóssági alakzatok valamelyikével — leginkább az eredő tartóssági görbével vagy pedig a tartóssági jelleggörbével — jellemzik.

A vízgazdálkodási mérleget (röviden: vízmérleget) aktívnak nevezik, ha a vízgazdálkodási egység vízkészletének van még szabad része, tehát a vízhasználatai fejleszthetők. A vízmérleg passzív, ha már a meglevő vízhasználatok vízigényének kielégítése sem biztosítható. E két állapot között a gyakorlatban még az ún. egyensúlyi vízmérleget is célszerű megkülönböztetni. A vízgazdálkodási mérleg eredménye a felsorolt három minősítés valamelyikének állítása.

A minősítések feltételei a tartóssági alakzatok segítségével a következőképpen fogalmazhatók meg:

a) *Eredő tartóssági görbével.* Tegyük fel, hogy ismerjük a vizsgált vízgazdálkodási egység vízhasználatainak (eredő) *vízhiány-tűrését*, azaz azt a ϑ_R számot, amely meghatározza, hogy a vízhasználatok — hosszú idő átlagában — az összidőtartamnak legfeljebb hányadrészében tűrhetnek a vízigényüknél kisebb vízszolgáltatást, úgy, hogy működésük még rendeltetésszerű, ill. gazdaságos legyen. Ha most ϑ_R-hez hozzárendeljük a $d_M = 1 - \vartheta_R$ ún. mértékadó tartósságot, ill. — gyakorlati megfontolások, ill. tapasztalatok alapján — a d_M-et közrefogó d' és d'' értékeket ($0 \leq d' \leq d_M \leq d'' \leq 1$), a vízmérleg minősítése így fogalmazható:

Legyen a vízmérleg-karok közül a hasznosítható vízkészlet eloszlása a $K(d)$ eredő tartóssági görbével, a vízigény pedig az I = konstans értékkel adott. A vízmérleg akkor aktív, ha $I < K(d'')$; akkor van egyensúlyban, ha $K(d'') \leq I \leq K(d')$ és akkor passzív, ha $I < K(d')$ *(4/a ábra)*.

b) *Tartóssági jelleggörbével.* A vízmérleg-eredmény további finomítása lehetséges akkor, ha a vízhiány-tűrés előbbi, tartamszerinti ϑ_R mérőszáma mellé egy második, az ismétlődés szerinti θ_R mutatót is bevezetjük. (Ha ϑ_R pl. azt méri, hogy sok év augusztus hónapjai össztartamának legfeljebb hányadrészében tűrhető vízhiány, θ_R azt mutatja, hogy az egyes augusztus hónapokon belül, az évek számának legfeljebb hányadrészében tűrhető ϑ_R-rel jellemzettnél hosszabb vízhiányos időszak.)

Legyen a hasznosítható vízkészlet eloszlása a $K_0(d, D)$ tartóssági jelleggörbével, a vízigény pedig az I-konstans értékkel adott. θ_R-hez — az *a)* alatti eljárás mintájára — D_M-et, ill. D'-t és D''-t rendelve ($0 \leq D' \leq D_M \leq D'' \leq 1$), a vízmérleg minősítése most már a *4/b ábrán* vázolt módon végezhető el.

Az ábrán jól látható, hogy a második vízhiány-tűrési mutató bevezetése szigorítást jelent: az I_1 értékkel kapcsolatban az *egyensúlyi* vízmérlegre mutatott példa, ha csupán a ϑ_R mutatót vettük volna figyelembe, *aktív* vízmérleget adott volna.

A vízhozamtartóssági alakzatok vázlatosan és csak kiragadott példák kapcsán bemutatott vízkészletgazdálkodási alkalmazásai meggyőzően bizonyítják gyakorlati jelentőségüket. A rájuk vonatkozó alapismeretek tisztázása és rögzítése után e téren a matematikailag könnyen kezelhető és általánosítható *simuló eloszlási alakzatok* vizsgálata, elsősorban pedig a ***térbeli tartóssági alakzatok matematikai statisztikai megfelelőinek megkeresése a következő feladatunk.***

IRODALOM ÉS DOKUMENTÁCIÓK

[1] *Spengler, R.—Richter, Cl.*. Bemerkungen zur zweckmässigsten Darstellung von Abflussdauerlinien. Wasserwirtschaft-Wassertechnik, 15. Jg. 1965/2.

[2] *Wundt, W.*: Die Streuung von Abflussmittelwerten. Die Wasserwirtschaft, Stuttgart, 42. Jg. 1952.

[3] *Kirsten, M.*: Statistische Methoden der Hydrographie . . . Mitteilungen des Institut-für Wasserwirtschaft, Nr. 9. Berlin 1959.

[4] *Vogl, K.*: Abflussdauerlinien des Oberflächenwasserdargebotes zur Wassernutzungsanalyse. Kézirat, 1958.

[5] *Pantle, R.*: Die Streuung von Dauerlinien und ihre Darstellung. Die Wasserwirtschaft, 40. Jg. 1949/50.

[6] *Lászlóffy W.*: Az árvíz és jégviszonyok figyelembevétele a vízépítési tervezéseknél. A MTA Műszaki Tudományok osztálya Közleményei. II., kötet 4. szám. 1952.

[7] *Vízgazdálkodási Tudományos Kutató Intézet (VITUKI)*: A kisvízi készlet jellemzésére szolgáló eljárások vizsgálata. Vízhozamtartóssági felületek. Témaszám: 8.02.01.03. 02—03/1966. Összefoglaló jelentés.

[8] *VITUKI*: A vízgazdálkodási mérleg eredményét kifejező kutatók vizsgálata. Témaszám: 8.02.01.01.01/1966. Összefoglaló jelentés.