

## HŐVEZETŐKÉPESSÉG MÉRÉSE ÉPÍTŐANYAGOKON IMPULZUS MÓDSZERREL

### Bevezetés

A technika nagyarányú előrehaladása megteremtette az új építési anyagok megjelenésének előfeltételeit. Ezzel egyidejűleg azonban a laboratóriumi munkákban használatos mérési módszerek nem fejlődtek megfelelő mértékben, sok esetben a mérési elvek nehézkesek, és a vizsgálatok sebessége sem elégíti ki az igényeket.

Az építőanyagok egyik karakterisztikus jellemzője a hővezetőképesség, ami a használhatóságukat befolyásolja [13].

A hővezetőképesség meghatározására többféle módszer ismeretes [11, 12]. Igen elterjedt mérési eljárás a Poensgen-féle, és annak különböző változatai. Közös jellemzőjük, hogy stacioner állapotú egyirányú hővezetés előállításával, a mért hőfokok és hőmennyiségek segítségével a hővezetési tényező,  $\lambda$ , meghatározható. A hőtechnikai szakemberek előtt nem ismeretlen, hogy egyirányú hővezetés biztosítása bonyolult feladat, emellett még költség is. Az egyirányú hővezetés biztosításának nehézsége mellett hibája még, hogy időtől független hőállapot beálltához több óra szükséges, és így egyetlen próbadarab hővezetési tényezőjének meghatározása 7–8 órát vesz igénybe.

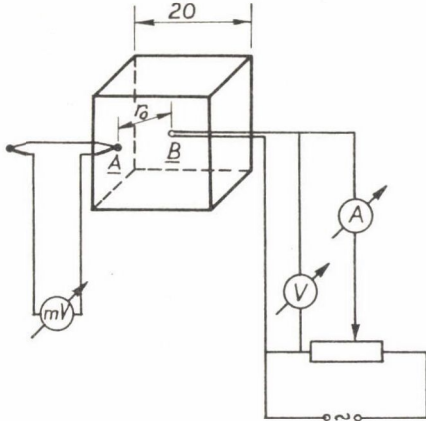
A hővezetőképesség meghatározásának ezen klasszikus mérési elve mellett, történtek próbálkozások gyorsabb mérési módszerek kialakítására [14]. A mérési sebesség gyorsítására, a hővezetés parciális differenciálegyenletének tranziens állapotra történő megoldása ad lehetőséget. Az átmeneti hőállapotból  $\lambda$  már 20–30 perces mérési idővel meghatározható, de nem hallgathatjuk el azokat a matematikai nehézségeket, amelyek akkor lépnek fel, amikor az elméleti megfontolások során támasztott hőtechnikai feltételeket összevetjük a megvalósulókkal.

A mérési idő leszorítása, bár igen kedvező, az eddig kidolgozott mérési módszerek mégsem alkalmasak a  $\lambda$  meghatározására különböző nedvességtartalmak mellett, mert a mérési idő és a szereplő hőmérsékleti értékek ellenőrizhetetlenül befolyásolják a nedvességeloszlást.

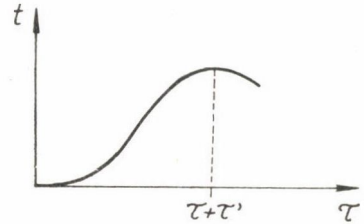
A csak vázlatosan felsorolt mérési nehézségek ismeretében egy olyan mérési eljárást dolgoztunk ki, amely egyszerű, és könnyebb kezelhetősége mellett, a fenti problémákat kiküszöböli, és a mérési időt 3–5 percre szorítja le, emellett előállítására igen olcsó. Egy további előnye még, hogy már beépített homogén szerkezeten is lehet vele méréseket végezni.

## A mérés elve

A vizsgálandó anyagból készített  $20 \times 20 \times 20$  cm méretű próbatest geometriai központjába egy  $B$  hőforrást helyezünk el, amely hőimpulzust bocsát ki  $\tau$  ideig. A hőforrástól  $r_0$  távolságra elhelyezett  $A$  termoelem méri a hőmérsékletváltozást a környezet hőmérsékletéhez képest. A termoelem által mért



1. ábra



2. ábra

$t(\tau)$  függvénynek a 2. ábrán látható, hogy a  $\tau + \tau'$  időben maximuma van. A maximumhoz tartozó  $\tau + \tau'$  idő, valamint a  $r_0$  ismeretében a hőfokvezetési tényező kiszámítható a

$$\tau + \tau' = \frac{r_0^2}{6a} \quad (1)$$

összefüggés segítségével.

A  $\lambda$  hővezetési tényező, valamint az  $a$  hőfokvezetési tényező között [1]

$$\lambda = a \cdot \rho \cdot c \quad (2)$$

kapcsolat van, ahol

$\rho$  az anyag sűrűsége  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ -ben

$c$  a fajhő  $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{fok}}$ -ban.

Az (1) mutatja, hogy a hőfokvezetési tényező meghatározását távolság- és időmérésre vezettük vissza, amelyek mérésének előnyei közismertek.

A következőkben vizsgáljuk meg azokat a hőtechnikai és határfeltételeket, amelyekkel (1)-hez eljutottunk.

A hővezetés térbeli parciális differenciálegyenlete [2]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

alakú, ahol  $t(x, y, z, \tau)$  a hőmérséklet  $^{\circ}\text{C}$ -ban

$a < 0$  és a vizsgálandó anyag hőfokvezetési tényezője.

A (3) egyenletet kielégíti a

$$t(x, y, z, \tau) = \frac{D}{8(\pi a \tau)^{3/2}} \cdot e^{-\frac{r^2}{4a\tau}} \quad (4)$$

függvény.

A (4) eleget tesz az alábbi feltételeknek.

$$\begin{aligned} a) \quad \lim_{\tau \rightarrow 0} t &= 0; & \text{ha} \quad r &\neq 0 \\ b) \quad \lim_{\tau \rightarrow 0} t &= \infty; & \text{ha} \quad r &= 0 \end{aligned}$$

A (4) megoldás egy pillanatnyi kiterjedés nélküli hőforrás hőmérséklet-terét írja le, ha  $\tau = 0$  időben a próbatest hőmérséklete az  $r = 0$  hely kivételével zérus. A (4)-ben fellépő  $D$  állandót azon fizikai feltételből határozhatjuk meg, hogy a pontszerű forrás által emittált hőmennyiség a végtelen kiterjedésűnek tekintett testben megmarad. A számítások eredménye [10]

$$D = \frac{Q}{\rho \cdot c}, \quad (5)$$

amelyet (4)-be helyettesítve:

$$t(r, \tau) = \frac{Q}{\rho \cdot c \cdot 8(\pi a \tau)^{3/2}} \cdot e^{-\frac{r^2}{4a\tau}} \quad (6)$$

adódik.

A (6) függvénynek rögzített  $r_0$  értéke mellett szélsőértéke van a

$$\tau = \frac{r_0^2}{6a} \quad (7)$$

időben.

A (6) összefüggésből látszik, hogy valahányszor az  $r = 0$  helyen egy kiterjedés nélküli hőforrásból, végtelenül rövid idő alatt egy hőimpulzust bocsátunk ki, akkor az impulzus radiális irányban terjed, és az  $r_0$  helyen a  $\tau = \frac{r_0^2}{6a}$  időben

egy hőmérsékleti maximumot hoz létre. A (7) függvényhez a következő hallgatólagos feltételezéssel jutottunk el:

- a hőforrás pontszerű, kiterjedése nincs,
- a hőforrás végtelenül rövid ideig működik,
- a próbatest végtelen kiterjedésű.

A következőkben azt vizsgáljuk, hogy egy gyakorlatilag megvalósítható elrendezésnél a (7) függvény milyen közelítésnek tekinthető.

Sorra véve az egyes pontokat:

a) A mérésekhez az általunk használt hőforrás sugara  $r' = 5 \cdot 10^{-4}$  m. Kimutatható, hogy egy ilyen méretű hőforrás által létrehozott hőmérséklet-eloszlás határeseté a (7), amiből következik az is, hogy a  $t(\tau)$  függvény maximuma is (a mérési pontosság határán belül) azon  $\tau$  értéknél van, mint egy kiterjedés nélküli pontszerű forrásnál.

Az utóbbi állítás matematikai igazolása a következőképpen történhet:

A  $\tau = 0$  időpontban felszabaduló hőmennyiség hozzon létre a  $0 \leq r \leq r'$  sugarú gömbön belül egy  $t_0$  hőmérsékletet, míg az  $r > r'$  térrészben legyen a hőmérséklet zérus.

Mivel a probléma gömbszimmetrikus, ezért a hővezetés differenciálegyenletét gömbi koordinátákban írjuk fel [2]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (8)$$

Az  $u = tr$  helyettesítéssel (8) a következő formába írható a következő mellékfeltételekkel [5]

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \quad r > 0 \quad (9)$$

$$u = t_0 r \quad \text{ha} \quad \tau = 0 \quad 0 < r < r' \quad (10)$$

$$u = 0 \quad \text{ha} \quad \tau = 0 \quad r > r'$$

$$u = 0 \quad \text{ha} \quad r = 0 \quad (11)$$

A (9) egyenlet megoldása, figyelembe véve  $r'$  kicsiny voltát [10]

$$t(r, \tau) = \frac{Q}{\rho c 8(\pi a \tau)^{3/2}} \cdot e^{-\frac{r^2}{4a\tau}} \left( 1 - \frac{3r'^2}{40a\tau} \right) \quad (12)$$

(12) azt mutatja, hogy ha  $r' \rightarrow 0$  úgy, hogy közben a felszabaduló hőmennyiség állandó, akkor határesetben (12) megegyezik (6)-tal.

b) Ha a hőforrás csak végtelenül kicsiny ideig működne, de kiterjedt lenne, akkor beérhetnénk (12) vizsgálatával. Mivel azonban a hőforrás véges  $\tau'$  ideig működik (0,1 sec-től — 1 sec-ig), azért a hőmérsékleteloszlást nem (12), hanem egy más függvény fogja leírni, melyet a következő megfontolás segítségével kaphatunk meg.

Adott  $r'$  sugarú gömb, amely mint hőforrás működik  $\tau'$  ideig, létrehoz egy hőmérsékleteloszlást a  $\tau = \tau'$  időben. Ezt a hőmérsékleteloszlást a hővezetés parciális differenciálegyenletének inhomogén alakja írja le.

A  $\tau = \tau'$  időpontban kikapcsolva a hőforrást, van egy hőmérsékleteloszlásunk a próbatestben, amelynek további alakulásáról a hővezetés parciális differenciálegyenletének homogén alakja ad számot azzal a kezdeti feltétellel, hogy a  $\tau = 0$  időpontban a hőmérséklet eloszlása egyenlő az inhomogén egyenlet megoldásával a  $\tau = \tau'$  időben.

A hővezetés inhomogén differenciálegyenlete [1]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{F}{\rho \cdot c} \quad (13)$$

amelyet  
helyettesítéssel

$$u = tr$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{F}{\rho \cdot c} r \quad (14)$$

alakba írhatunk, ahol  $F$  jelenti a térfogat és időegységenként felszabaduló hőmennyiséget [10].

A (14) egyenlet megoldása a  $t(r, 0) = 0$  kezdeti feltétellel [10]

$$t(r, \tau') = Ge^{-\frac{M}{\tau}} + He^{-2\frac{M}{\tau}} \quad (15)$$

ahol

$$N = \frac{4\pi \frac{r'^3}{3} f}{8(\pi a)^{3/2}}; f = \frac{F}{\rho \cdot c}; M = \frac{r^2}{4a}; K = \frac{3r'^2}{4a}$$

$$G = \frac{N}{6} \frac{1}{(\tau')^{1/2}} \left(1 - \frac{K}{\tau}\right); H = \frac{2}{3} N \sqrt{8} \frac{1}{(\tau')^{1/2}} \left(1 - \frac{2K}{\tau'}\right)$$

jelöléseket alkalmaztuk.

Így tehát egy  $r'$  sugarú gömbi hőforrás, amely a  $\tau = 0$ -tól  $\tau = \tau'$ -ideig működik, a (15) által leírt hőmérsékleti eloszlást fogja létrehozni a  $\tau = \tau'$  időben. A (15) függvény által leírt hőmérsékleteloszlás további alakulását a

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (16)$$

differenciálegyenlet fogja leírni azzal a mellékfeltétellel, hogy  $\tau = 0$  időpontban a hőmérsékleteloszlás (15).

A (16) egyenlet megoldása a (15) mellékfeltétellel, és felhasználva  $\tau'$  kicsiny voltát [10]

$$t(r, \tau) = \frac{e^{-\frac{r^2}{4a(\tau+\tau')}}}{(\tau+\tau')^{3/2}} (G\tau'^{3/2} + H\tau'^{3/2}) \quad (17)$$

A (17) függvény szélsőértéke rögzített  $r_0$  értéke mellett

$$\tau + \tau' = \frac{r^2}{6a} \quad (18)$$

helyen van.

A (18) mutatja, hogyha egy  $r' = 10^{-4}$  sugarú gömb a hőforrás, és a melegítés időtartama  $\tau'$  kicsiny  $\tau$ -hoz képest, akkor a szélsőérték  $\tau$  helye ugyanaz — a mérési pontosság határán belül — mint egy kiterjedés nélküli végtelenül rövid ideig működő forrás esetén.

c) A fenti megfontolásaink végtelen kiterjedésű próbatestre vonatkoztak, amely gyakorlatilag megvalósíthatatlan. Mindenesetre a próbatestet végtelen kiterjedésűnek tekinthetjük mindaddig, amíg a próbatest határán a hőmérsékleti gradiens zérus közelében van.

Ez a feltétel teljesül, ha a próbatest mérete  $20 \times 20 \times 20$  cm-es. Kimutatható ugyanis, hogy a próbatest határán, a hőimpulzus maximális értékének mérésekor a hőmérséklet  $10^{-4} \text{ C}^\circ$  a környezethez képest, ha a próbatest mérete a fenti értékkel egyezik meg.

A mérés helyén a hőmérséklet (18) és (17) felhasználásával

$$t(r_0, \tau) = 0,5 \frac{Q}{\rho c} \frac{1}{r_0^3} \frac{1}{(\sqrt{\pi e})^3} \quad (19)$$

ahol  $Q$  a betáplált hőmennyiség kcal-ban.

(19)-ből kitűnik, hogy a hőmérséklet maximális értéke anyagonként más és más az  $r_0$  helyen és a  $\tau$  időben, de az építőanyagoknál szóba jöhető  $\rho$  és  $c$  értékek mellett nem haladja meg a  $(10^{-2})$  C°-ot  $r_0 = 3 \cdot 10^{-2}$  m távolságban a hőforrástól.

Mivel a próbatest határa  $10^{-1}$  m távolságban van a hőforrástól, azért a hőmérséklet értéke a próbatest határán  $10^{-4}$  C° értékű a környezetnek képest. Így a mérés  $\tau$  időpontjában a próbatest szélén a hőmérsékleti gradiens zérusnak tekinthető, vagy ami ezzel egyenértékű, a próbatest végtelen kiterjedésű.

### A mérőberendezés és a mérési folyamat ismertetése

Az általunk kidolgozott mérési elv alkalmas laboratóriumi, valamint helyszíni mérések elvégzésére egyaránt.

Laboratóriumi körülmények között a mérés elvégzésére két módszer lehetséges.

1. Megfelelő méretű  $20 \times 20 \times 20$  cm-es próbatestsablonba előre elhelyezzük a hőforrást és a termooszlopot, majd a mérendő anyaggal kitöltve, az előírásoknak megfelelően kezelhetjük az anyagot. Amint a szóban forgó próbatesten a megfelelő, és előírt kezelést elvégeztük, megkezdhetjük a mérést a kívánt hőfokon (és így a hőfokvezetési tényezőt adott hőmérsékleten határozzuk meg), amit úgy érhetünk el, hogy termosztáljuk a próbatestet a megfelelő hőmérsékletre. Ezután egy hőimpulzust bocsátunk ki a hőforrásból, és mérjük a hőmérséklet maximális értékének a kialakulásához szükséges időt a hőforrástól néhány cm-re elhelyezett termooszlopon. A hőforrás és a termooszlop távolságának, valamint a hőforrástól  $r_0$  távolságban kialakuló hőmérsékleti maximum mérésének az idejéből a hőfokvezetési tényező meghatározható a

$$\tau + \tau' = \frac{r_0^2}{6a}$$

egyenlet segítségével.  $\tau'$  jelenti a hőimpulzus kibocsátásának idejét.

2. A második mérési módszer, amikor egy homogén szerkezeten történik a mérés.

Ebben az esetben egy 1 mm-es átmérőjű lyukat fúrva a próbatest geometriai középpontjába helyezük a hőforrást, majd egy másik lyukat fúrva elhelyezzük a termooszlopot a hőforrástól néhány cm távolságra. A hőforrásnak, valamint a termooszlopnak fűrt lyukakat az anyag porával kitöltjük. A mérést ezután már az 1. pontban leírtak szerint végezhetjük el.

### Hőforrás

Hőforrásnak ellenállásdrótot használtunk ( $\varnothing = 0,2$  mm), úgy vezetve a huzalt, hogy az közelítőleg gömb alakú legyen. A betáplált teljesítmény 50 W, amely 0,1—1 sec-ig melegítette az anyagot. A bevezetés ( $\varnothing = 0,4$  mm) vörösréz drót, amely pontheglesztéssel csatlakozott az ellenállásdróthoz.

## Termooszlop

4 db termoelemet kötöttünk sorosan ( $\varnothing = 0,1$  mm) konstantán és ugyanilyen átmérőjű vörösréz drót párosítással. Az összehasonlító hőmérséklet mindig a környezet hőmérséklete volt, ugyanis a mérés elméletének kidolgozásakor feltételeztük, hogy a próbatest hőmérséklettere homogén és egyenlő a környezet hőmérsékletével.

### Hőmérsékletmérés

Abszolút értékben hőmérsékletet nem kell mérni, csak a hőmérséklet maximális értékét kell indikálni. A termofeszültség regisztrálására bármilyen hitelesítés nélküli alapműszer megfelel.

### Mérési eredmények

Néhány mérési eredményt különböző  $r_0$  és  $\tau$  mérési idők feltüntetésével az I. táblázat tartalmazza. Az adatokból megállapítható, hogy a hővezetési tényező méréséhez szükséges idő igen rövid. Az összehasonlító próbatest  $\lambda$ -ját Bock-féle gépen mértük meg.

I. táblázat

Anyag	Sűrűség	Fajhő	$r_0$	$\tau + \tau'$	Hővezetési tényező	Etalon	Hőfok
	$\rho = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$C = \frac{\text{kcal}}{\text{kg.fok}}$	$10^{-2}\text{m}$	sec	$\lambda = \frac{\text{kcal}}{\text{m.o.C}^\circ}$	$\lambda = \frac{\text{kcal}}{\text{m.o.C}^\circ}$	C°
Kohóhabsalak beton	1700	0,24	2	178	0,55	0,52	20
			2,5	306	0,5		
			3	440	0,5		
Aszfalt	2000	0,51	2	410	0,6	—	20
			2,5	615	0,62		
			3	875	0,63		
Perlit beton	700	0,26	2	270	0,16	0,17	20
			2,5	412	0,162		
			3	610	0,162		
Hungarocell	60	0,4	2	214	0,042	0,038	20
			2,5	332	0,04		
			3	440	0,04		
Kavicsbeton	2200	0,2	2	88	1,2	1,29	20
			2,5	136	1,3		
			3	184	1,3		

### IRODALOM

1. *Carlsaw and Jaeger*: Conduction of heat in Solids.
2. *A. Kneschke*: Differenciálgleichungen und randwertprobleme. (244. o.).
3. *F. Kohlrausch*: Praktische Physik Band 1. 275. o.
4. *W. Gröbner und Hofreiter*: Integraltafel II. teil 65. o.

5. Lovering. Bull. Geol. Soc. Amer 46 (1935) 69—93. o.
6. A. N. Tyihonov, A. A. Szamarszkij: A matematika differenciálegyenletei. (242. o.)
7. Gröber, S. Erk. Fundamental of heat transfer. (129. o.)
8. I. Sz. Bjezikovics: Közelítő számítások. (235. o.)
9. Rohsenov and Choi: Heat, Mass, and momentum transfer.
10. Ring G.: Hővezetőképesség mérése építőanyagokon átmeneti hőállapotból. 1966.  
(disszertáció).
11. M. A. Mihejev: A hőátadás gyakorlati számításának alapjai.
12. Dr. Albert János: A hőszigetelés kézikönyve.
13. Dr. Gábor László: Épületszerkezetten I.