

A FESZÍTETT KÖTÉLTETŐK ELMÉLETÉNEK DIFFERENCIÁLGEOMETRIAI EGYENLETEI

Összefoglalás

A dolgozat a merev peremre feszített, kettős görbületű kötéltetők számításának differenciálgeometriai apparátussal levezetett rugalmasságtani alapegyenleteit közli. Az alapegyenletek részletezésekor a szerelés kétféle módját vettük figyelembe, és kitérünk a szerkezet különböző statikai állapotaira is.

Az egyenletek megoldási módszere speciális esetekben ismeretes.

1. Bevezetés

A két kötélseregéből álló, kettősgörbületű feszített kötéltetőket vagy úgy szerelik, hogy a kötelek egymáson szabadon csúszva jutnak feszítési alakjukba, és csomópontjaikat a burkolatteher felhordásakor rögzítik össze, vagy pedig úgy, hogy a csomópontokat (megfelelő kiosztási terv szerint) már a háló felhúzása előtt összerögzítik.

A számítás mindkét esetben a feszítési és az üzemi állapot vizsgálatát kívánja meg.

E dolgozat a kérdés elméleti alapjait tárgyalja a két szerelési lehetőségnek megfelelően.

A hálót a számítás során olyan kontinuummal modellezzük, amely ideálisan rugalmas és csak húzófeszültséget visel el. A peremtartókat teljesen merevnek tekintjük, a háló önsúlyát pedig elhanyagoljuk a burkolat súlyából és az esetleges teherből álló ún. üzemi teher mellett.

2. A kötélfelület egyensúlyi alapegyenlete

Az 1. ábrán vázolt kötélfelület egyenlete*

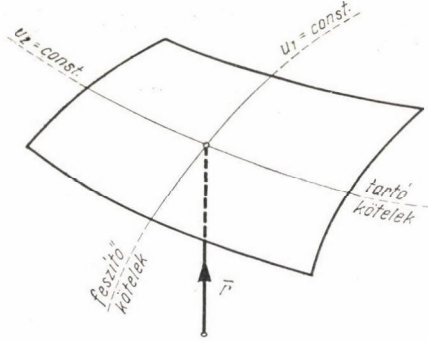
$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u_1, u_2). \quad (1)$$

Ha az u_1 paraméter a tartókötelek, — u_2 pedig a feszítőkötelek ívein mért s_1 , illetve s_2 hosszakat jelenti, akkor $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s_1}$ és $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s_2}$ egy-egy érintőirányú egységvektor.

* A differenciálgeometriai fogalmakra vonatkozólag l. [3].

A teljes kötelerő nagyságát a tartókötélen $n_1(s_1, s_2)$ -vel, a feszítőkötélen pedig $n_2(s_1, s_2)$ -vel jelölve, az érintő-irányú kötelerők vektora

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1(s_1, s_2) &= n_1(s_1, s_2) \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s_1}; \\ \mathbf{n}_2(s_1, s_2) &= n_2(s_1, s_2) \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s_2}. \end{aligned} \quad (2)$$



1. ábra

A belső erők differenciáljai egyensúlyozzák az elemi felület terhét, így

$$\frac{\partial}{\partial s_1} \left(n_1 \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s_1} \right) + \frac{\partial}{\partial s_2} \left(n_2 \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s_2} \right) = -\mathbf{p}(s_1, s_2). \quad (3)$$

Ha u_1 és u_2 jelentése általános, akkor $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u_1}$ és $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u_2}$ nem egységvektor, ezért (2) helyett

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1(u_1, u_2) &= n_1(u_1, u_2) \frac{\partial \mathbf{r} / \partial u_1}{\sqrt{(\partial \mathbf{r} / \partial u_1)^2}}; \\ \mathbf{n}_2(u_1, u_2) &= n_2(u_1, u_2) \frac{\partial \mathbf{r} / \partial u_2}{\sqrt{(\partial \mathbf{r} / \partial u_2)^2}} \end{aligned} \quad (4)$$

(3) helyett pedig

$$\frac{\partial}{\partial u_1} \left[n_1 \frac{\partial \mathbf{r} / \partial u_1}{\sqrt{(\partial \mathbf{r} / \partial u_1)^2}} \right] + \frac{\partial}{\partial u_2} \left[n_2 \frac{\partial \mathbf{r} / \partial u_2}{\sqrt{(\partial \mathbf{r} / \partial u_2)^2}} \right] = -\mathbf{p}(u_1, u_2). \quad (5)$$

3. A csúsztatva szerelt kötélterő egyenletei

3.1. A feszítési állapot elemzése

Ha az érintkezési pontokon keletkező súrlódást elhanyagoljuk, akkor a feszítési állapotban a kötélek közti kényszererő mindkét kötélcsereg görbéin pontról pontra a főnormális irányba mutat. Ezek egyben a kötélfelületnek is

normálisai. A kötélgörbék a kötélfelület geodéziai vonalai, amelyek mentén a megfelelő kötél-erő nagysága változatlan.

Bizonyításul induljunk ki a feszítési alak

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_f(s_{1f}, s_{2f}) \quad (6)$$

vektoregyenletéből, melyben s_{1f} és s_{2f} a feszítéskori ívhossz-paramétereket jelenti.

Legyen $n_{1f}(s_{1f}, s_{2f})$ és $n_{2f}(s_{1f}, s_{2f})$ az ekkor fellépő kötél-erők nagysága, $\mathbf{q}(s_{1f}, s_{2f})$ a kapcsolati erőintenzitás vektora, továbbá rövidség kedvéért

$$\left(\begin{pmatrix} \end{pmatrix} \right)' \equiv \frac{\partial}{\partial s_{1f}} \quad \left(\begin{pmatrix} \end{pmatrix} \right) \cdot \equiv \frac{\partial}{\partial s_{2f}} .$$

A háló önsúlyát elhanyagolva, (3) alapján

$$(n_{1f}\mathbf{r}'_f)' + (n_{2f}\mathbf{r}''_f) \cdot = \mathbf{0}, \quad (7)$$

illetve

$$(n_{1f}\mathbf{r}'_f)' = \mathbf{q} \quad (n_{2f}\mathbf{r}''_f) \cdot = -\mathbf{q}. \quad (8)$$

Ez utóbbiak az egyensúly követelményét a tartó- és a feszítőköteleken külön-külön fejezik ki.

Az első összefüggésből

$$(n_{1f}\mathbf{r}'_f)' = n'_{1f}\mathbf{r}'_f + n_{1f}\mathbf{r}''_f = \mathbf{q}_e + \mathbf{q}_n = \mathbf{q}. \quad (9)$$

Az első tag érintő, a második pedig főnormális irányú.

Súrlódás hiányában $\mathbf{q}_e = \mathbf{0}$; $\mathbf{q} = \mathbf{q}_n$. Így a kapcsolati erők egyrészt valóban főnormális irányúak, másrészt $\mathbf{r}'_f \neq \mathbf{0}$ folytán

$$n'_{1f} = 0. \quad (10)$$

Ebből és az analóg megfontolás szerinti $n'_{2f} = 0$ követelményből

$$n_{1f} = n_{1f}(s_{2f}) \quad n_{2f} = n_{2f}(s_{1f}) \quad (11)$$

vagyis a kötél-erők a kötélen mentén tényleg állandó értékűek, nagyságukat tehát a membrán H -erőihöz hasonló módon szabhatjuk meg.

A feszítési alak elemzése e szerint úgy történik, hogy a felület alakját kiválasztva, megállapítjuk a geodéziai vonalhálót, továbbá megadjuk a kötél-erőket. Számítási szempontból célszerű, ha az alak hiperbolikus paraboloid (l. [8]).

Ha a peremtartók tengelyvonalai a felületnek nem geodéziai vonalai, akkor a kivétel érdekében még a kötelek rögzítési pontjainak helyét és a kötél-erők peremmenti megoszlását is ki kell számítani.

3.2. Az üzemi állapot elemzése

Az üzemi teher viselése céljából a köteleket kapcsolati pontjaikon össze erősítik. A teher hatására a felület a kötél-erők megváltozása — valamint az ezzel kapcsolatos mozgás és nyúlás — árán jut az üzemi alakba.

Az üzemi alak vektoregyenlete:

$$\mathbf{r}_u\{s_{1u}, s_{2u}\} = \mathbf{r}_u(s_{1f}, s_{2f}) = \mathbf{r}_f(s_{1f}, s_{2f}) + \mathbf{q}(s_{1f}, s_{2f}). \quad (12)$$

Itt ϱ az eltolódásvektor.

A kötőfelület egyensúlyi egyenlete ekkor

$$(n_{1\ddot{u}} \hat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}})^{\wedge} + (n_{2\ddot{u}} \mathbf{r}_{\ddot{u}}^{\dagger})^{+} = -\mathbf{p}_{\ddot{u}}. \quad (13)$$

Itt

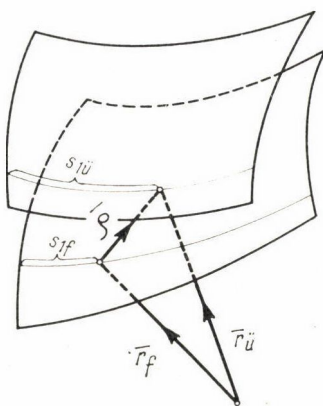
$n_{1\ddot{u}} = n_{1f} + \Delta n_{1f}$ a tartókötelek megváltozott kötélereje,

$n_{2\ddot{u}} = n_{2f} + \Delta n_{2f}$ a feszítőkötelek megváltozott kötélereje,

$\mathbf{p}_{\ddot{u}}$ az üzemi teher

(valamennyi az üzemi alakon mért $s_{1\ddot{u}}$ és $s_{2\ddot{u}}$ ívmenti hosszak függvényében), továbbá

$$\left(\right)^{\wedge} \equiv \frac{\partial}{\partial s_{1\ddot{u}}} \quad \left(\right)^{+} \equiv \frac{\partial}{\partial s_{2\ddot{u}}}.$$



2. ábra

Ha a (13) összefüggést az s_{1f} és s_{2f} koordinátáktól függő alakra transzformáljuk, ez — a kötélerők változására vonatkozó csatlakozási egyenletekkel együtt — határozott rendszert jelent a ϱ , Δn_{1f} és Δn_{2f} mennyiségek kapcsolatára nézve, amely a peremfeltétellel együtt egyértelműen jellemzi a feladatot.

A transzformáció elvégzésekor figyelembe kell venni, hogy a 2. ábrának megfelelően

$$\begin{aligned} s_{1\ddot{u}} &= s_{1\ddot{u}}(s_{1f}, s_{2f}); & s_{2\ddot{u}} &= s_{2\ddot{u}}(s_{1f}, s_{2f}) \\ \text{és} & & & \\ s_{1f} &= s_{1f}(s_{1\ddot{u}}, s_{2\ddot{u}}); & s_{2f} &= s_{2f}(s_{1\ddot{u}}, s_{2\ddot{u}}) \end{aligned} \quad (14)$$

így

$$\begin{aligned} ds_{1\ddot{u}} &= s'_{1\ddot{u}} ds_{1f} + s'_{2\ddot{u}} ds_{2f} \\ ds_{2\ddot{u}} &= s'_{2\ddot{u}} ds_{1f} + s'_{2\ddot{u}} ds_{2f}, \end{aligned} \quad (15)$$

illetve

$$\begin{aligned} ds_{1f} &= \hat{s}_{1f} ds_{1\ddot{u}} + s_{1f}^{\dagger} ds_{2\ddot{u}} \\ ds_{2f} &= \hat{s}_{2f} ds_{1\ddot{u}} + s_{2f}^{\dagger} ds_{2\ddot{u}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Az itt előforduló két deriválttenzor egymás inverze, így

$$\begin{aligned} \widehat{s}_{1f} &= \widehat{s}_{1f}(s_{1f}, s_{2f}) = \frac{s_{2\ddot{u}}}{D} & s_{1f}^+ &= s_{1f}^+(s_{1f}, s_{2f}) = -\frac{s_{2\dot{u}}'}{D} \\ \widehat{s}_{2f} &= \widehat{s}_{2f}(s_{1f}, s_{2f}) = -\frac{s_{1\dot{u}}'}{D} & s_{2f}^+ &= s_{2f}^+(s_{1f}, s_{2f}) = \frac{s_{1\ddot{u}}'}{D} \end{aligned} \quad (17)$$

Itt

$$D = s_{1\ddot{u}}' s_{2\ddot{u}} - s_{1\dot{u}}' s_{2\dot{u}}'. \quad (18)$$

A megváltozott alakú felület paramétervonalainak ívhossza

$$\begin{aligned} s_{1\ddot{u}} &= \int_0^{s_{1f}} \sqrt{(\mathbf{r}_f' + \mathbf{q}')^2} ds_{1f} & \text{ha } s_{2f} &= \text{const} \\ s_{2\ddot{u}} &= \int_0^{s_{2f}} \sqrt{(\mathbf{r}_f' + \mathbf{q}')^2} ds_{2f} & \text{ha } s_{1f} &= \text{const} \end{aligned} \quad (19)$$

Így

$$\begin{aligned} s_{2\ddot{u}} &= \sqrt{(\mathbf{r}_f' + \mathbf{q}')^2} & s_{2\dot{u}}' &= \int_0^{s_{2f}} [\sqrt{(\mathbf{r}_f' + \mathbf{q}')^2}]' ds_{2f} \\ s_{1\ddot{u}} &= \int_0^{s_{1f}} [\sqrt{(\mathbf{r}_f' + \mathbf{q}')^2}]' ds_{1f}; & s_{1\dot{u}}' &= \sqrt{(\mathbf{r}_f' + \mathbf{q}')^2} \end{aligned} \quad (20)$$

E szerint a (17) deriváltak a kiindulási alak vektorának és az eltolódásvektorának ismert függvényei, a számítás további részében előforduló

$$\begin{array}{cc} \widehat{s}_{1f}' & \widehat{s}_{1f}^+ \\ \widehat{s}_{2f}' & \widehat{s}_{2f}^+ \end{array} \quad \begin{array}{cc} s_{1f}' & s_{1f}^+ \\ s_{2f}' & s_{2f}^+ \end{array}$$

másodrendű deriváltfüggvényekkel együtt.

(12) és (14) folytán a láncszabály szerint

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}} &= \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}}(s_{1f}, s_{2f}) = \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{1f}' + \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{2f}' \\ \mathbf{r}_{\ddot{u}}^+ &= \mathbf{r}_{\ddot{u}}^+(s_{1f}, s_{2f}) = \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{1f}^+ + \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{2f}^+ \end{aligned} \quad (21)$$

Továbbá ha az n_1 mennyiséget is az eredeti koordináták függvényének tekintjük:

$$(n_{1\ddot{u}} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}})^\wedge = (n_{1\ddot{u}} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}})' s_{1f}' + (n_{1\ddot{u}} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}})^\cdot s_{2f}' \quad (22)$$

De

$$(n_{1\ddot{u}} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}})' = n_{1\ddot{u}}' \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}} + n_{1\ddot{u}} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}}' \quad (n_{1\ddot{u}} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}})^\cdot = n_{1\ddot{u}}' \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}} + n_{1\ddot{u}} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}}^\cdot \quad (23)$$

Ezek szerint

$$(n_{1\ddot{u}} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}})^\wedge = (n_{1\ddot{u}}' s_{1f}' + n_{1\ddot{u}} s_{2f}') \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}} + n_{1\ddot{u}} (\widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}}' s_{1f}' + \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}}^\cdot s_{2f}') \quad (24)$$

(21) első sorából, a láncszabály ismételt alkalmazásával

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}}' &= \mathbf{r}_{\ddot{u}}'' s_{1f}' + \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{1f}'' + \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{2f}' + \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{2f}'' \\ \widehat{\mathbf{r}}_{\ddot{u}}^\cdot &= \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{1f}^\cdot + \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{1f}^\cdot + \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{2f}^\cdot + \mathbf{r}_{\ddot{u}}' s_{2f}^\cdot \end{aligned} \quad (25)$$

(25)-öt (24)-be helyettesítve, a transzformáció első része véget ért.

Analóg műveletekkel kell elvégezni az $(n_{2\ddot{u}} \mathbf{r}_{\ddot{u}}^+)^\cdot$ vektorfüggvény transzformációját is.

Az egyensúlyi egyenletnek az s_{1f} és s_{2f} kiindulási koordinátáktól függő kifejezése végeredményben:

$$\begin{aligned} & (n'_{1\bar{u}} s_{1f} + n_{1\bar{u}} s_{2f})(\mathbf{r}'_{\bar{u}} s_{1f} + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{2f}) + n_{1\bar{u}}[(\mathbf{r}''_{\bar{u}} s_{1f} + \mathbf{r}'_{\bar{u}} s_{1f}' + \mathbf{r}'_{\bar{u}} s_{2f} + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{2f}') s_{1f} + \\ & + \mathbf{r}'_{\bar{u}} s_{1f} + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{1f}' + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{2f} + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{2f}') s_{2f}] + (n'_{2\bar{u}} s_{1f} + n_{2\bar{u}} s_{2f})(\mathbf{r}'_{\bar{u}} s_{1f} + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{2f}') + \\ & + n_{2\bar{u}}[(\mathbf{r}''_{\bar{u}} s_{1f} + \mathbf{r}'_{\bar{u}} s_{1f}' + \mathbf{r}'_{\bar{u}} s_{2f} + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{2f}') s_{1f} + \\ & + (\mathbf{r}'_{\bar{u}} s_{1f} + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{1f}' + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{2f} + \mathbf{r}_{\bar{u}} s_{2f}') s_{2f}] = -\mathbf{p}_{\bar{u}}(s_{1f}, s_{2f}) \end{aligned} \quad (26)$$

s_{1f} és s_{2f} különböző deriváltjainak képletét tekintve, az egyensúlyi feltétel egy parciális, nem lineáris integro-differenciálegyenlet a $\mathbf{q}(s_{1f}, s_{2f})$ ismeretlen eltolódásvektorra nézve. Peremfeltétele: $\mathbf{q}_{ker} = \mathbf{0}$.

A csatlakozási egyenleteket aránylag egyszerű alakban írhatjuk fel:

A tartókötel hosszváltozása geometriai alapon

$$\varepsilon_1 = \frac{ds_{1\bar{u}} - ds_{1f}}{ds_{1f}} = s'_{1\bar{u}} - 1 = \sqrt{(\mathbf{r}'_f + \mathbf{q}')^2} - 1 \quad \text{ha } s_{2f} = \text{const.} \quad (27)$$

Hooke törvénye szerint viszont

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta n_{1f}}{E\delta_1}. \quad (28)$$

Itt E a rugalmassági modulus, δ_1 pedig a tartóköteleket helyettesítő kontinuum vastagsága.

(27) és (28) alapján a tartóköteleken

$$\Delta n_{1f} = E\delta_1 [\sqrt{(\mathbf{r}'_f + \mathbf{q}')^2} - 1] \quad .$$

A feszítőköteleken pedig:

$$\Delta n_{2f} = E\delta_2 [\sqrt{(\mathbf{r}'_f + \mathbf{q}')^2} - 1] \quad . \quad (29)$$

4. A rögzítve szerelt köteltető egyenletei

A kötélfelület alakját a két vizsgált állapot egyikében most is célszerű hiperbolikus paraboloidnak választani. Ezt a felületet egy olyan, függőleges állású üzemi teherhez rendeljük, amely alapvetületben egyenletesen megoszló; a vizsgálatot az üzemi állapot elemzésével kezdjük.

4.1. Az üzemi állapot elemzése

Ha a felület alakjának egyenlete

$$\mathbf{r}_{\bar{u}} = \mathbf{r}_{\bar{u}}(u_1, u_2) = \mathbf{r}_{\bar{u}}(x, y) \quad \begin{cases} u_1 = x \\ u_2 = y \end{cases} \quad (30)$$

akkor az xyz derékszögű koordinátarendszerben

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \right)' &= \frac{\partial}{\partial x} & \left(\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \right)' &= \frac{\partial}{\partial y} \\ h_{1\bar{u}} &= \frac{n_{1\bar{u}}}{\sqrt{1+z'}} & h_{2\bar{u}} &= \frac{n_{2\bar{u}}}{\sqrt{1+z'}} \end{aligned} \quad (31)$$

jelöléssel az (5) egyenlet alapján

$$\begin{aligned} h'_{1\ddot{u}} &= -p_{x\ddot{u}} & h'_{2\ddot{u}} &= -p_{y\ddot{u}} \\ (h_{1\ddot{u}}z')' + (h_{2\ddot{u}}z'')' &= -p_{z\ddot{u}} \end{aligned} \quad (32)$$

(32)-ből $p_{x\ddot{u}} = p_{y\ddot{u}} = 0$ esetén

$$\begin{aligned} h_{1\ddot{u}} &= h_{1\ddot{u}}(y) & h_{2\ddot{u}} &= h_{2\ddot{u}}(x) \\ h_{1\ddot{u}}z'' + h_{2\ddot{u}}z''' &= -p_{z\ddot{u}} \end{aligned} \quad (33)$$

A

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \quad (34)$$

$$h_{1\ddot{u}} = \text{const} \quad h_{2\ddot{u}} = \left(\frac{h_{1\ddot{u}}}{a^2} + \frac{p_{z\ddot{u}}}{2} \right) b^2$$

választás (33)-at kielégíti, így tehát, ha a kötélgörbék a nyeregfelületnek egymásra merőleges alaprajzú translációs parabolái, a kötélérők x , illetve y irányú vetülete pedig állandó, az egyensúlyt biztosítottuk.

4.2. A feszítési állapot elemzése

Legyen a feszítési alak vektoregyenlete

$$\mathbf{r}_f \{ \xi, \eta \} = \mathbf{r}_f(x, y) = \mathbf{r}_{\ddot{u}}(x, y) + \boldsymbol{\varrho}^*(x, y) \quad (35)$$

Itt

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varrho}^* &= u(x, y) \mathbf{i} + v(x, y) \mathbf{j} + w(x, y) \mathbf{k} \\ \xi &= x + u & \eta &= y + v \end{aligned} \quad (36)$$

Vezessük be

$$\begin{aligned} h_{1f} &= \frac{1 + u'}{\sqrt{(1 + u')^2 + v'^2 + (z' + w')^2}} n_{1f} \\ h_{2f} &= \frac{1 + v}{\sqrt{(1 + v)^2 + u'^2 + (z' + w')^2}} n_{2f} \end{aligned} \quad (37)$$

jelöléssel a feszítéskor fellépő kötélérők x , illetve y irányú vetületét. (35)-öt (5)-be helyettesítve, és skalár összefüggésekre áttérve, (36) felhasználásával a 3.2 pontban ismertetetthez hasonló transzformációk és rendezés után a

$$\left. \begin{aligned} h'_{1f}(1 + v)^3 + h'_{2f}u'(1 + u')(1 + v) + h_{2f}[u''(1 + v) - v''u'](1 + u') &= \\ &= -p_{xf}(1 + u')^2(1 + v)^4 \\ h'_{2f}(1 + u')^3 + h'_{1f}v'(1 + v)(1 + u') + h_{1f}[v''(1 + u') - u''v'](1 + v) &= \\ &= -p_{yf}(1 + v)^2(1 + u')^4 \\ h'_{1f}(z' + w')(1 + u')(1 + v)^3 + h_{1f}[(z'' + w'')(1 + u') - u''(z' + \\ &+ w')](1 + v)^3 + h'_{2f}(z' + w')(1 + v)(1 + u')^3 + \\ &+ h_{2f}[(z'' + w'')(1 + v) - v''(z' + w')](1 + u') &= -p_{zf}(1 + u')^4(1 + v)^4 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

parciális differenciálegyenlet-rendszerre jutunk, amelynek peremfeltétele

$$u_{ker} = v_{ker} = w_{ker} = 0 \quad (39)$$

(38)-ban $z(x, y)$ az üzemi alakot jellemző függvény, a jobb oldal pedig $\mathbf{p}_f = \mathbf{0}$ kapcsán zérus. Részletezése a későbbiek kedvéért szükséges.

Az üzemi és feszítéskori kötélterők közti összefüggést kifejező csatlakozási egyenletek skalár alakját a (29), valamint (35)–(37) összefüggésekből kiindulva írhatjuk fel. Végeredményben

$$\begin{aligned} \Delta h_{1f}^* = h_{1f} - h_{1\bar{u}} &= E\delta_1 \frac{\sqrt{\frac{(1+u')^2 + v'^2 + (z'+w')^2}{1+z'^2}} - 1}{\sqrt{(1+u')^2 + v'^2 + (z'+w')^2}} (1+u') + \\ &+ h_{1\bar{u}} \left[\frac{(1+u') \sqrt{1+z'^2}}{\sqrt{(1+u')^2 + v'^2 + (z'+w')^2}} - 1 \right] \\ \Delta h_{2f}^* = h_{2f} - h_{2\bar{u}} &= E\delta_2 \frac{\sqrt{\frac{(1+v')^2 + u'^2 + (z'+w')^2}{1+z'^2}} - 1}{\sqrt{(1+v')^2 + u'^2 + (z'+w')^2}} (1+v') + \\ &+ h_{2\bar{u}} \left[\frac{(1+v') \sqrt{1+z'^2}}{\sqrt{(1+v')^2 + u'^2 + (z'+w')^2}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (40)$$

5. Elméleti és gyakorlati megjegyzések

Az iménti alapegyenletek néhány olyan kérdés tárgyalására is alkalmazsak, amelyekre eddig nem tértünk ki, de a gyakorlatban fontosak.

Így például a tervezéskor nem egy, de többféle üzemi állapot vizsgálata szükséges. Ezek során a 3.2 pont alkalmazása nem kíván újabb megfontolást, hiszen ott az üzemi teherre nézve nem szerepelt különleges kikötés. A 4. pont egyenleteit viszont úgy kell értelmezni, hogy $\mathbf{r}_{\bar{u}}$ és $\mathbf{p}_{\bar{u}}$ egy tervezési alapállapot-hoz (pl. $\mathbf{p}_{\bar{u}} = \mathbf{p}_a$) $\mathbf{r}_f$ és $\mathbf{p}_f$ pedig a többi, ezen kívül vizsgált (nem szükségképpen feszítéskori) állapotokhoz tartozik.

E tervezési alapállapotban a háló alaprajza ortogonális, de a kötélfelület nem okvetlenül hiperbolikus paraboloid. Ha ugyanis $h_{1\bar{u}}$ és $h_{2\bar{u}}$ nem állandó, de egyváltozós függvény, akkor minden olyan felületalakot meg lehet valósítani, amelyet a (33) Poisson-típusú differenciálegyenletnek műszakilag használható peremfeltételt kielégítő megoldásai jellemeznek.

Rögzítve szerelt kötéltetőknél természetes kíváncsi, hogy a kötéltető alakja a $\mathbf{p}_a$ állandó teher hatására váljék „szabályossá”, minthogy a szerkezet használata folyamán általában ennek a tehernek az előfordulási esélye a legnagyobb.

Csúsztatva szerelt kötéltetőknél e szempont matematikailag kielégíthetetlen, ezért elégszünk meg azzal, hogy a feszítéskori alakot választjuk hiperbolikus paraboloidnak.

A két szerelési módszer kiviteli szempontból nagyjából egyenlő munkaigényű, bár a csúsztató szerelésnél a háló csomópontjainak összejelölése elmarad. Számítási szempontból viszont éppen ez a módszer nehezebb.

A dolgozatban tárgyalt alapösszefüggések minden geometriai elhanyagolástól mentesek, ezért a 4.2 pont egyenletei speciális esetként tartalmazzák

a kötéltetők kontinuum-elméletére vonatkozó irodalom valamennyi ismert összefüggését ([1], [2], [4], [5], [7]).

Az alapegyenletek megoldására ez ideig még a speciális esetek nagy részében sem alakult ki teljesen megnyugtató numerikus módszer.

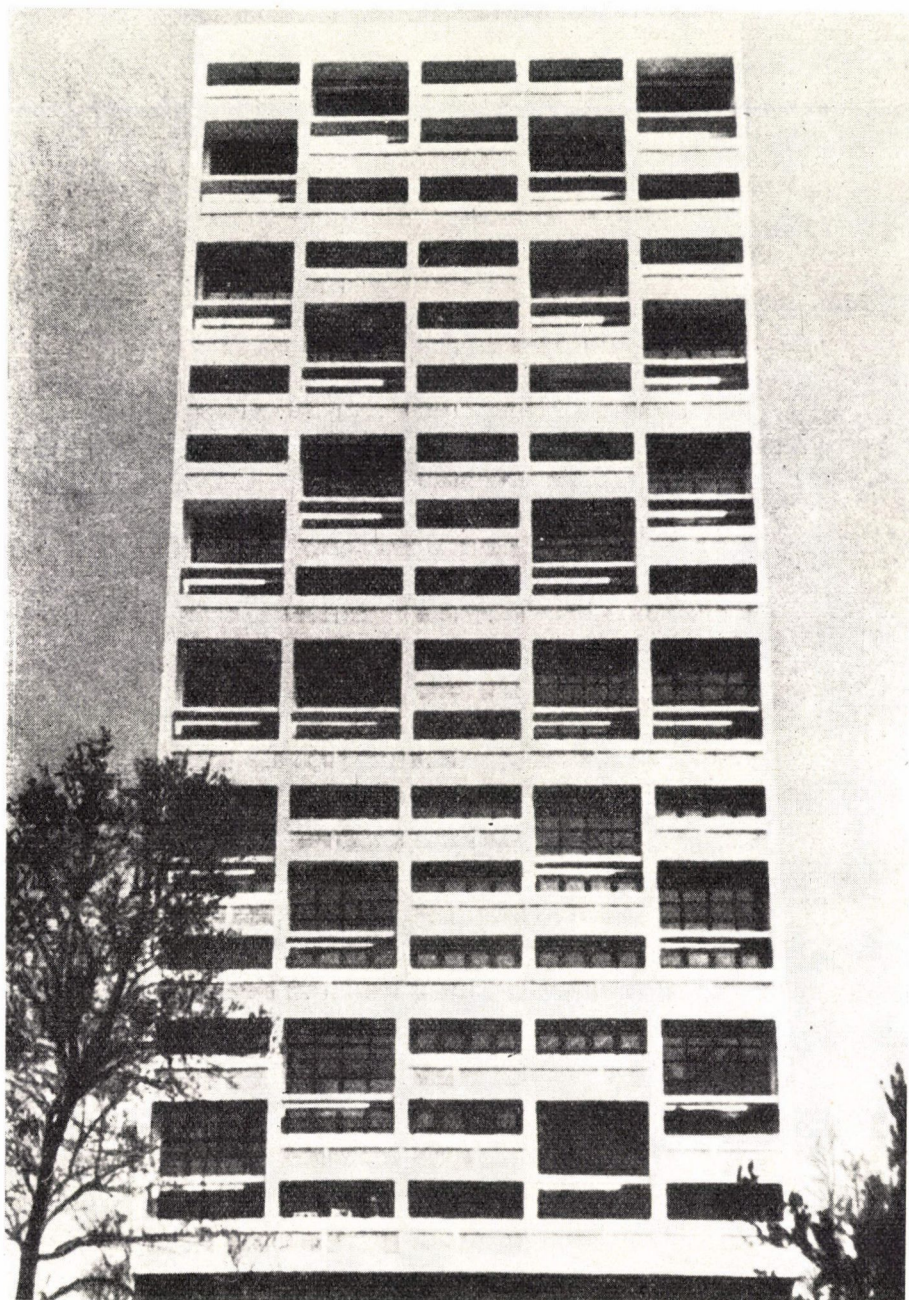
A leghaladottabb, gyakorlatban bevált eljárás a rögzítve szerelt kötéltető számítására vonatkozik és olyan feltevés alapján forrott ki, hogy az egyensúlyi összefüggést nem befolyásolja a háló torzulása. Egyidejűleg mód van e feltevés helyességének utólagos ellenőrzésére is [6]. A többi szerző a feladatot az alapegyenletek különböző tagjainak elhanyagolásával egyszerűsíti. Az egyszerűsített alapegyenletek megoldására [5] tartalmaz előnyös gyakorlati módszert.

*

A Szerző végül megköszöni dr. Soós Gyulának, a szegedi József Attila Tudományegyetem Bolyai Intézete professzorának értékes tanácsait.

IRODALOM

1. Eras, G.—Elze, H.: Berechnungsverfahren für vorgespannte, doppelt gekrümmte Seilnetzwerke. — Bauplanung und Bautechnik 1961. évi 7. füzet.
2. Rajnusz, G. E.: Teorija sztaticheszkovo raszsesota nyekatorüch tipov viszjacsih sziszem. — Kandidátusi disszertáció, Leningrád, 1963.
3. Rasevskij, P. K.: Kursz differencialnoj geometrii. — Gosz. Izd. Tech. Teor. lit., Moszkva—Leningrád, 1950.
4. Roller, B.: Berechnung doppelt gekrümmter, gespannter hängender Dächer auf Grund der Theorie II. Ordnung. — Die Bautechnik, 1963. évi 2. füzet.
5. Schleyer, F. K.: Die Berechnung von Seilnetzen. — Proc. of the IASS Colloquium Paris 9—11 july 1962. — North Holland Publ. Comp. Amsterdam, 1963.
6. Szabó J.: A térbeli tartórács egyenlete. — ÉTI Tud. Közl. 34. szám, Budapest, 1964.
7. Szmodits K.: Függesztett tetőszerkezetek méretezési eljárásai. ÉTI Tud. Közl. 14. szám, Budapest, 1959.
8. Über die Geometrie vorgespannter Seilnetzwerke. — Deutsche Bauakademie. Sektion Ing. theoretische Grundlagen, 251. 4. sz. kiadvány, évszám nélkül.



1. Marseille: Unité d'habitation, déli homlokzat. Építész: Le Corbusier. Azonos elemek ritmikus játéka függőleges és vízszintes tengelyek hálóján.