

## BOLYGÓMŰVEK FOGSZÁMVÁLASZTÁSA ÉS MÉRETEZÉSI TARTOMÁNYHATÁROK\*

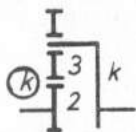
DR. TERPLÁN ZÉNÓ

tszvv. egyetemi tanár, a műszaki tudományok doktora

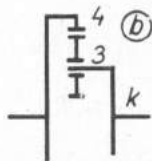
Kézirat beérkezett: 1965. január 15-én

Az *elemi bolygóművek* [ $\boxed{k}$ ] jellel, ahol a k betű a *külső* kapcsolódásra utal (1. ábra); [ $\boxed{b}$ ] jellel, ahol a b betű a *belső* kapcsolódásra utal (2. ábra)] fogszám-választását a külső- és belsőfogazatú kapcsolódások ismert határai befolyásolják (alámetszés, kapcsolószám, interferenciák, fogakadás, kerületi sebesség, teljesítmény, fogaskerékátmérő stb.).

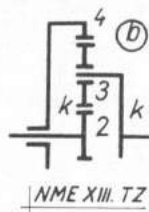
Már az *egyszerű bolygómű* [ $\boxed{kb}$ ] jellel, ahol a kb a külső és belső kapcsolódás egyidejűségére utal (3. ábra)] különleges kérdéseket vet fel [7, 10, 13, 14, 16, 17, 23, 24]. Ebben az esetben ui. olyan bolygóművet kell szerkeszteni,



1. ábra



2. ábra



3. ábra

amely *mentől kisebb méretű*; amelynek főpontjaiban a *kerületi sebesség nem túl nagy* az előírt kinematikai áttétel mellett; amelynek bolygókerékei *szerezhetőek*; amely kielégíti az *egytengelyűséget*; és amelynek bolygókerékei megfelelnek a *szomszédossági feltételnek*.

A mennél kisebb méret elérése érdekében a bolygóműn áthaladó teljesítményt több bolygókerék párhuzamos kapcsolásával osztják szét, amelyet a *csillagalakú kar* ismét összegez (4. ábra).

A fogszámoknak alkalmazkodniuk kell az előírt áttételhez, a szerelhetőségi, egytengelyűségi és szomszédossági feltételhez, ugyanakkor egész számúaknak kell lenniük.

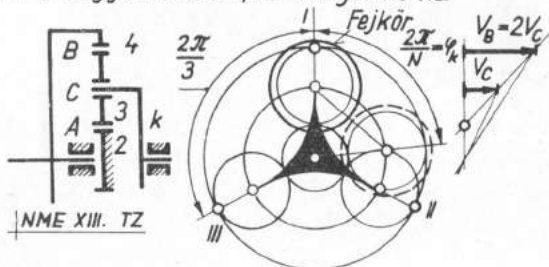
\* A várnai "Mechanizmusok és gépek., tárgyú nemzetközi tudományos ülészakon elhangzott előadás (1965. szeptember 27 – 30).

**Szerelhetőségi feltétel.** A 4. ábra szerint legyen először  $N = 3$  db párhuzamosan kapcsolt bolygókerék. Ha mindhárom bolygókerék az I. helyzetben helyesen kapcsolódik, akkor e helyes kapcsolódásnak fenn kell állnia a II. és III. helyzetben is. Tételezzük fel, hogy a 2 jelű napkerék áll, és a kart  $\varphi_k = = 2\pi/N$  szöggel elforgattuk. A kényszerkapcsolat miatt levezethető (4. ábra), hogy:

$$\frac{\omega_4}{\omega_k} = \frac{z_2 + z_4}{z_4} = \frac{\varphi_4}{\varphi_k} \quad (1)$$

Amikor az egyik bolygókerék a II. helyzetbe ér, a másiknak az I. helyzetbe kell kerülnie. Ez viszont csak akkor lehetséges, ha a befutott  $r_4 \varphi_4$  körív a  $t_0$  osztás egészszámu többszöröse, azaz  $E t_0$  (ahol  $E$  tetszőleges egészszám és  $t_0$  az osztás). Így felírható, hogy

$N = a$  bolygókerékszám;  $k =$  csillagalakú kar



$$E t_0 = r_4 \varphi_4 = r_4 \frac{z_2 + z_4}{z_4} \varphi_k = = r_4 \frac{z_2 + z_4}{z_4} \frac{2\pi}{N} = E \frac{2\pi r_4}{z_4}; \quad (2)$$

vagyis

$$E = \frac{z_2 + z_4}{N} \quad (3)$$

A szerelhetőség feltétele tehát, hogy a központi kerek (nap- és gyűrűkerék) fogszámösszege osztható legyen a bolygókerékek számával.

**Egytengelyűségi feltétel.**

Mindkét kapcsolódású (külső- és belső) fogaskerékpár tengelytávja azonos legyen. E feltételből az azonos  $m$  modul miatt:

$$z_4 - z_2 = 2z_3, \quad (4)$$

azaz a két központi kerék fogszámkülönbsége egyenlő a bolygókerék kétszeres fogszámával, ha a fogazat elemi vagy kompenzált.

**Szomszédsági feltétel.** A 4. ábra jobb oldali ábráján szaggatottan látható egy olyan bolygókerék fejköre, amely „szomszédságba” került egy másik bolygókerékkel (I. helyzetűvel). E két bolygókerék akkor fér el, ha fejköreik nem érintik egymást, azaz  $m = 1$  mm-re, elemi fogazatra és  $f'_0 = 1$  fejmagasságtényezőre:

$$z_3 + 2 \leq (z_2 + z_3) \sin \frac{\pi}{N}, \quad (5)$$

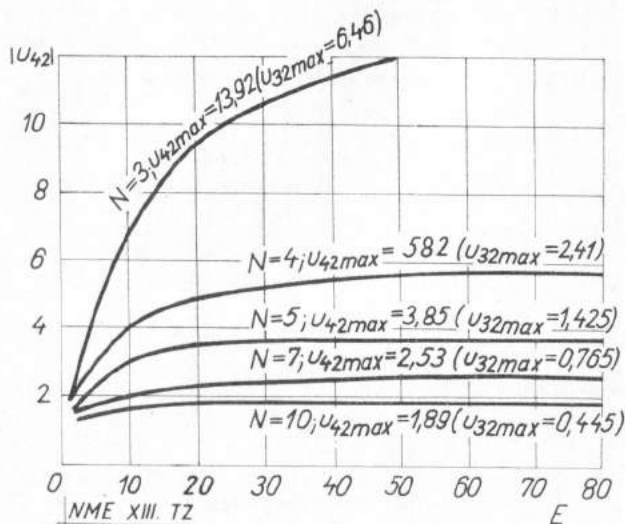
amely összefüggés kompenzált ( $\pm x$  profileltolási tényezővel) és ferde fogazatra így írható:

$$\frac{z_3}{\cos \beta_0} + 2(f'_0 \pm x) \leq \frac{z_2 + z_3}{\cos \beta_0} \sin \frac{\pi}{N}. \quad (5/a)$$

Az (5) egyenlőtlenség átalakítható és  $|u_{42}| = |-z_4/z_2|$  jelölés bevezetésével a következő két kifejezés írható fel:

$$E \cong \frac{4}{N \left( \sin \frac{\pi}{N} \frac{|u_{42}| - 1}{|u_{42}| + 1} \right)}, \text{ ill. } |u_{42}| \cong \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N} - \frac{4}{EN}}{1 - \sin \frac{\pi}{N} + \frac{4}{EN}}. \quad (6)$$

Az  $|u_{42}| = f(E; N)$  az 5. ábrán látható [13] szerint, feltüntetve a megrajzolt  $N = \text{const.}$  paraméterekhez tartozó,  $E = \infty$ -re számítható  $|u_{42}|_{\text{max}}$  értékeket. Érdekességként megemlítjük, hogy  $u_{42}$  tulajdonképpen a parazitakerékkel járatott fogaskerék-hajtás (ún. csillaghajtás)  $i_{24} = |u_{42}|$  kinematikai áttétele. Az  $u_{42 \text{ max}}$  értékekhez kiegészítésként kiszámítottuk és felírtuk az  $u_{32 \text{ max}}$  értékeit is. E diagramok jó egyezéssel megtalálhatók [14]-ben is.



5. ábra

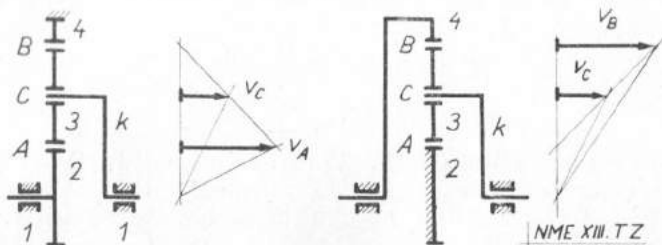
Már ez az 5. ábra is jól mutatja, hogy  $N > 3$  db bolygókerék nem érdemes választani, ha csak különleges szempontok miatt nem szükséges (pl. a repülőgépiparban a fogaskerek kis kopásának biztosításához, vagy a műszeriparban a számlálóberendezéséhez), mert leszűkíti  $u_{42}$  és így  $u_{32}$  (közvetve  $i$ ) felső határát.

Magidovics E. I. [17] a már tárgyalt [kb] jelű egyszerű bolygómuire a következőket állapította meg:

A legkisebb méret  $u_{42} = -3$ -nál adódik, amikor  $z_2 = z_3$ . A szerelhetőség miatt kívánatos, hogy  $u_{23}$  egész szám, vagy kis nevezőjű tört legyen (mentől kisebb bolygókerék fogszáma!).

A szakirodalomban a leggyakrabban alkalmazott egyszerű bolygómuire [kb] jelűre] az 1. táblázatbeli tartományhatárok olvashatók. A többi bolygómuire áttételhatárait a fogaskerékpár fogsámarányai és egyéb fogazattartomány határok korlátozzák.

1. táblázat  
(A [19] alapján)



$$i = i_{2k} = 2(1 - u_{32}) = 2\left(1 - \frac{1}{u_{23}}\right); \quad i = i_{4k} = -\frac{1 - u_{32}}{1 - 2u_{32}} = 2\frac{u_{23} - 1}{u_{23} - 2}$$

Ha  $u_{23 \min} = -0,2$  és  $u_{23 \max} = -5$ , akkor  
 $i_{\max} = 12$ ,  $i_{\min} = 2,4$   $i_{\max} = 1,72$ ,  $i_{\min} = 1,09$ .

Gyakorlatban megvalósított egyszerű bolygóművek áttételei:

Szerző	$i_{\min} \dots i_{\max}$	Szerző	$i_{\min} \dots i_{\max}$
Bachman G. [4]	... 12	Berger A. [5]	... 1,6
Mettler E. [18]	... 11	Kudrjavcev V. N. [15]	1,14 ... 1,69
Buckingham E. [9]	... 10	Seeliger K. [22]	1,09 ... 1,33
Radzimosky E. [20]	... 10	Radzimosvsky E. [20]	1,3(!) ... 1,9
Altmann F. [2]	... 8	Bramo - Fajfir-féle	
Kudrjavcev V. N. [15]	2,7 ... 8	hajtómű első lépcsője [19]	
Berger A. [5]	2,4 ...		... 1,78
Henze K. [12]	2,8 ...		
Seeliger K. [22]	4(!) ... 12		
Bramo - Fajfir-féle			
hajtómű első lépcsője [19]	2,29 ... 9,6		

2. táblázat  
(A [16] alapján)

Egyszerű bolygóművek fogszámválasztási táblázata álló gyűrűkerék esetén [részlet]

$z_2$	$z_3$	$i_{2k}$	$N$	$-u_{23} = z_2/z_3$
$z_4 = 50$				
7	21	8,1428	3	0,333
9	20	6,5555		0,450
11	19	5,5454		0,578
12	19	5,1666	2	0,632
14	18	4,5714	2,4, (8)	0,778
16	17	4,1250	2,3, (6)	0,942
18	16	3,7777	2,4	1,125
20	15	3,5000	2,5, (7)	1,333
22	14	3,2727	2,3,4,6, (8)	1,570
24	13	3,0833	2	1,850
26	12	2,9230	2,4	2,170
$z_4 = 51$				
6	22	9,5000	3	0,272
.	.	.	.	
.	.	.	.	

Az egyszerű bolygómű fogszámválasztására a szakirodalomból két szakcikket idézhetünk. Langdon H. R. [16] táblázata (részletet l. a 2. táblázatban)  $z_4 = \text{const.}$  csoportokban tartalmazza a  $z_2$  és  $z_3$  fogszámokat, a megvalósítható  $i$ -t, és megjelöli a szerelhető bolygókerekek  $N$  számát, zárójelbe téve azokat a db-számokat, amelyekkel elemi fogazattal a szomszédsági feltétel már nincs kielégítve; vastagbetűvel kiemelve azok a fogszám adatok, amelyeknél az alámetszés elkerülésére fogazat helyesbítés szükséges.

3. táblázat  
(A [3] alapján)

Egyszerű bolygóművek fogszámválasztási táblázata álló gyűrűkerék esetén  $N = 3$ -ra [részlet]

$i_{2k}$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$-u_{23} = z_2/z_3$
2,4000	60	12	84	5,000
	65	13	91	
	70	14	98	
	75	15	90	
	80	16	112	
	85	17	119	
	90	18	126	
	95	19	133	
	100	20	140	
	105	21	147	
	110	22	154	
	115	23	161	
	120	24	168	
	125	25	175	
	130	26	182	
135	27	189		
140	28	196		
145	29	203		
150	30	210		
2,4081	147	30	207	4,900
2,4084	142	29	200	4,899
2,4087	137	28	193	4,898
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

Apró F. munkatársam [3] táblázata (részletet l. a 3. táblázatban) lényegében ugyanazokra a feltételekre nyújt hasznos segítséget a tervező mérnöknek, viszont ő csak  $N = 3$  db bolygókerekes megoldásra ajánl fogszámokat ( $z_2$  és  $z_3$ ), de az  $i$  áttétel függvényében, külön csillaggal jelölve meg, amikor a belső fog;  $\circ$ -gal jelölve meg, amikor a külső fog alámetszésének elkerülése végett kompenzált fogazat kell. E táblázatban is szerepel a  $z_4$  gyűrűkerék-fogszám és az  $u_{23}$  fogszámarány.

Minkét táblázat nagyon hasznos a bolygóművet szerkesztő mérnök számára. Mivel mindkét táblázat elemi fogazatot feltételez, e tanulmány szer-

4. táblázat [23]

a) Egyszerű fogaskerekbolygómmű kompenzált fogazatának adatai, ha  $|u_{23}| > 1$  [részlet]

$z_2$	$z_3$	$u_{23}$	$x$	$\eta_2$	$\eta_3'$	$\eta_4$
22	20	1,100	0,1182	3,03	4,27	4,27
	21	1,048	0,0810	2,97	2,95	3,95
	22	1,000	0,0511	2,92	3,66	3,66
27	15	1,800	0,3304	3,03	4,14	4,14
	16	1,687	0,2935	2,95	3,88	3,88
	17	1,588	0,0576	2,88	3,64	3,63
50	10	5,000	0,5663	2,79	3,04	3,04
	11	4,545	0,5309	2,65	2,83	2,83
	12	4,167	0,4966	2,52	2,64	2,64
	18	2,778	0,2671	2,36	1,79	2,36
	19	2,632	0,2263	2,36	1,67	2,36
	20	2,500	0,1854	2,37	1,57	2,37
	25	2,000	0,2055	1,45	1,45	1,04
	32	1,563	0,1208	1,19	1,19	0,72
	40	1,250	0,0550	1,01	1,01	0,52

b) Ha  $|u_{23}| < 1$

$z_3$	$z_2$	$u_{23}$	$x$	$\eta_2$	$\eta_3'$	$\eta_4$
26	21	0,8077	0,0814	2,81	2,94	2,94
	22	0,8462	0,0704	2,73	2,74	2,74
29	15	0,5172	0,2489	3,28	4,27	4,27
	16	0,5517	0,2324	3,16	3,71	3,71
	17	0,5862	0,2168	3,05	3,30	3,30
38	12	0,3158	0,5927	3,65	1,55	3,65
	13	0,3421	0,5898	3,54	1,35	3,54
	14	0,3684	0,5872	3,44	1,21	3,44

zője továbbfejlesztette e problémakört [23], amikor kidolgozta a kompenzált fogazatok megvalósítható tartományhatárát (részletet l. a 4. táblázatban) kiegyenlített relatív csúszásokra, és ezen belül bizonyos összetartozó fogszám párokra ki is számította a kompenzált fogazathoz szükséges  $\pm x$  fajlagos profiletolási tényezőt és  $\eta$  kiegyenlített relatív csúszás értéket. A táblázat tartalmazza még a teljesség kedvéért az  $u_{23}$  fogszám arányt is. A tartományhatárt részben az I. táblázatban is bizonyított  $0,2 \leq u_{23} \leq 5$ , másrészt az

$\eta_{\max} = 4,5$  relatív csúszás maximuma szolgáltatta. A táblázat azt is megmutatja, hogy a négy fajta szélső kapcsolódás relatív csúszásai közül az adott fogszámpár esetén melyik kettőt kell kiegyenlíteni. A szerző [23]-ban bizonyítja, hogy  $\eta_2, \eta'_3, \eta''_3$  és  $\eta_4$  közül az  $\eta''_3$  mindig kisebb, mint a többi három, úgyhogy csak három variáció marad:  $\eta_2 = \eta'_3, \eta_2 = \eta_4$  és  $\eta'_3 = \eta_4$  kiegyenlítés.

Előfordul, hogy a 2. – 4. táblázat adatai sem elegendőek a feladat megoldásához. Ilyenkor az egyik lehetőség az ún. alacsony (tömpe) fogazattal próbálkozni. Másik út: az általános fogazattal megoldást találni, amely azonban a  $\overline{[kb]}$  jelű kettős kapcsolódás miatt eléggé bonyolult feladat. Konkrét megoldásokat ír le az általános fogazat alkalmazására *Bergsträsser* M. [6], *Brass* E. A. [8], *Dümsic* I. I. [11], *Kudrjavcev*, V. N. [15] és *Richter* W. [21]. E tanulmányokból az szűrhető le, hogy a fogszámválasztás nehézségei a két-fajta kapcsolószög választással, azaz az egytengelyűségnek a kizárólag fogszámoktól való függésének bizonyos fokú feloldásával áthidalható. Nem kap azonban a szerkesztő egyértelmű választ a profileltolási tényezők megválasztására.

További tartományhatárokról is gyűjthetők adatok a szakirodalomban. Pl. *All* E. [1] a ferde fogazatú bolygómuire a teljesítmény felső határát a gyűrűkerék  $d_{4\max} = 1,5$  m-s átmérőjével, ill  $v_{\max} = 100$  m/s kerületi sebességgel adja meg. *Zink* H. [25] tanulmánya szerint a teljesítmény felső határa bolygómuvekre kb.  $P_{\max} \approx 2 \cdot 10^4$  LE, míg a legnagyobb fordulatszám  $n_{\max} = 10^5$ /min. Azt is ajánlja, hogy a bolygómuvek jellemzőjéül a  $P/n$  nyomatékarányos jellemző helyett az önkényes  $Pn$  szorzatot kellene megadni. *Seeliger* K. [22] egyik cikke arra hívja fel a figyelmet, hogy az 50%-nál kisebb hatásfok tartományát ki kell rekeszteni, mert a viszonylag meredek hatásfok-karakterisztika könnyen vezethet önzárásra. *Poppinga* R. [19]  $D$ -vel jelölve a gyűrűkerék osztókörátmérőt, ill. gyűrűkerék hiányában a bolygókerék által súrolt körgyűrű szelvényű palástfelület külső átmérőjét (a fejmagasságok elhanyagolásával), a  $D/r_{\min}$  arányt maximálta 20-ra (ahol  $r_{\min}$  a bolygómuiben előforduló legkisebb fogaskerék osztókörének sugara). E további tartományhatárok a szerkesztő mérnök számára első sorban tájékoztató jellegűek.

E dolgozat első sorban az egyszerű  $\overline{[kb]}$  jelű bolygómuvekkal foglalkozott, mert a fogszámválasztás és a tartományhatárok szempontjából különleges helyet foglalnak el. Az ismertetett táblázatok használatához egy megvalósított bolygómuire [16] vonatkozó számpélda nyújt további jó áttekintést.

**Példa.** Szerkeszteni kell olyan bolygómuövet, amely  $P = 1,5$  LE-s motor  $n_m = 6500$ /min fordulatszámát  $n = 34$ /min-ra csökkenti.

Az áttétel tehát:

$$i = \frac{n_m}{n} = \frac{6500/\text{min}}{34/\text{min}} \approx 191,4$$

Mivel az 1. táblázat szerint egyszerű bolygómu egy lépesóvel  $(i_{2k})_{\max} \approx 12$  kinematikai áttételt valósít meg, azonnal belátható, hogy e nagy áttétel három, sorbakapcsolt lépesóvel valósítható meg (6. ábra), amelynek jele:  $\overline{[kb + kb + kb]}$ .

Egy lépesó áttétele tehát közelítőleg:

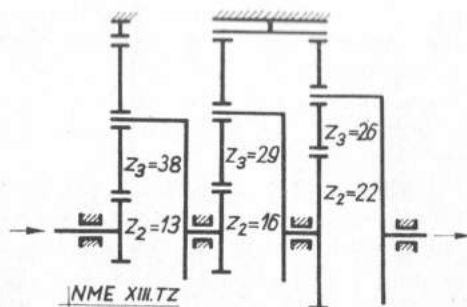
$$i' = \sqrt[3]{i} = \sqrt[3]{191} \approx 5,8$$

E hozzávetőleges részátételhez képest (amelyet a fogszámpár választás még kissé módosíthat), az első lépcső 20...30%-kal nagyobb, a harmadik lépcső pedig ugyanannyival kisebb lehet.

Induljunk ki a második lépcsőből.

Magidovics E. I. szerint a  $\boxed{\text{kb}}$  jelű bolygó-művek esetében  $u_{23} < 1$ -re mentől kisebb nevezőt kell választanunk. Ez azt jelenti, hogy az  $i' = 5,8$ -hoz legközelebb álló, de legkisebb fogszámpár választása a célszerű.

Ha eleve  $N=3$  db bolygókerékszám megvalósításából indulunk ki, akkor felhasználhatjuk az Apró-féle táblázatot. Az  $i' = 5,8$  környezetében a következő adatok írhatók ki:



6. ábra

	$i_{2k}$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$-u_{23} = z_2/z_3$
II. lépcsőre:	○ 5,571	14	25	64	0,560
	○ 5,600	15	27	69	0,555
	$\boxed{\text{○ 5,625}}$	$\boxed{16}$	$\boxed{29}$	$\boxed{74}$	$\boxed{0,550}$
	5,800	30	57	144	0,526
	○ 6,000	14	28	70	0,500

Az 5,8-as áttétel a rend kedvéért szerepel ugyan, de közvetlen környezetében is viszonylag nagy fogszámok szerepelnek. Az alámetszés jelzése nem zavaró, mert úgy is kompenzált fogazatot valósítunk meg. A bekeretezett választás indoka: 5,8-hoz ez az a legközelebbi áttétel, amelynek fogszámpárja a legkisebb.

A második lépcső  $i_2 = 5,625$ -s választásával a szokásos  $\pm 20...30\%$  figyelembevételével  $i_1 \approx 7...8$  és  $i_3 \approx 4...5$ . Ha ehhez még azt a megszorítást tesszük, hogy a második és harmadik lépcső gyűrűkeréke azonos legyen ( $D_4 = z_4 m$ ), akkor  $i_3 \approx 4...5$  mellett még  $z_4 = 74$ -et is ki kell elégítenünk. Írjuk ki a Langdon-féle táblázat  $z_4 = 74$ -hez tartozó csoportjából az  $i_3 \approx 3,8$  és  $5,2$  közé eső adatokat:

	$z_2$	$z_3$	$i_{2k}$	$N$	$-u_{23} = z_2/z_3$
	18	28	5,1111	2,4	0,641
	20	27	4,70000	2	0,740
III. lépcsőre:	$\boxed{22}$	$\boxed{26}$	$\boxed{4,3636}$	$\boxed{2, \textcircled{3}, (6,8)}$	$\boxed{0,846}$
	24	25	4,0833	$2, (7)$	0,940
	26	24	3,8461	2, 4, 5,	1,083

Látható, hogy fenti megszorításokkal csak a bekeretezett választás ad  $N=3$  db bolygókeréket. Így  $i_3 = 4,3636$  is rögzített, tehát az  $i_1$  kiszámítható:

$$i_1' = \frac{i}{i_2 i_3} = \frac{191}{5,625 \cdot 4,3636} \approx 7,78.$$

Mivel az első lépcsőhöz az áttétel előírt, ismét az Apró-féle táblázatból írhatunk ki néhány fogszámválasztási lehetőséget:

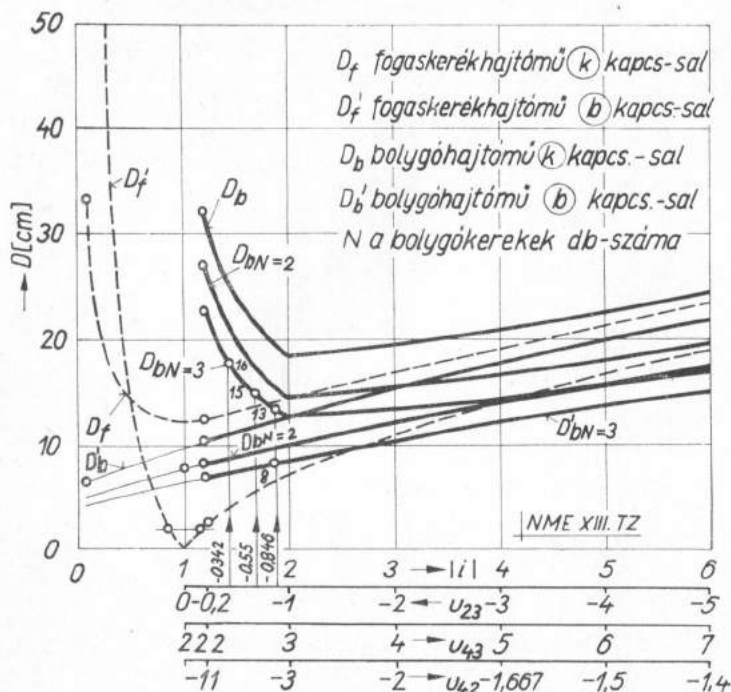
	$i_{2k}$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$-u_{23} = z_2/z_3$
	○ 7,714	14	40	94	0,349
	7,764	17	49	115	0,347
I. lépcsőre:	$\boxed{\text{○ 7,8641}}$	$\boxed{13}$	$\boxed{38}$	$\boxed{89}$	$\boxed{0,342}$
	○ 7,875	16	47	110	0,340
	7,894	19	56	131	0,339
	○ 8,000	12	36	84	0,333



A kiszámított 7,78 közelében viszonylag nagy fogszámpárok volnának választhatók (amelyeket ki sem írtunk). A kis fogszámpár lehetőségek közül a bekeretezett a legmegfelelőbb, habár így az  $i_1 = 7,8641$  rögzítésével, az előírt  $i \approx 191$ -től kissé eltérünk:

$$i_b = i_1 i_2 i_3 = 7,8641 \cdot 5,625 \cdot 4,3636 \approx 192,58.$$

A szerző egy másik tanulmányában [24] az egyszerű bolygómu méretezésére dolgozott ki eljárást. A Hertz-féle felületi szilárdságra méretezés alapján egyszerű acélfogaskerékanyagra  $k_{meg} \approx 0,2$  kp/mm<sup>2</sup>,  $P_0 = 1$  kW teljesítményre és  $n_0 = 1000$ /min bemenő fordulatszámra diagramban adta meg a gyűrűkerék  $D$  osztókörátmérőjének változását az  $u_{23}$  fogszámarány és  $N$  bolygókerékszám függvényében (7. ábra).



7. ábra

Ha ismét a második lépcsőből indulunk ki, akkor annak bemenő fordulatszáma:  $n_2 = n_m/i_1 = 6500/\text{min} : 7,8641 \approx 830/\text{min}$ . A 7. ábrából a  $D_{b,N=3}$  görbén  $u_{23} \approx -0,55$ -höz  $D_{02} \approx 15$  cm olvasható le a gyűrűkerék osztókörátmérőjéről, amelyet még módosítani kell az előírt  $P$  teljesítményhez és  $n_2$  fordulatszámhoz:

$$D'_2 = D_{02} \sqrt[3]{\frac{P/P_0}{n_2/n_0}} = 15 \text{ cm} \sqrt[3]{\frac{1,5 \text{ LE} \cdot 0,737 \frac{\text{kW}}{\text{LE}} : 1 \text{ kW}}{\frac{830/\text{min}}{1000/\text{min}}}} \approx 16,6 \text{ cm}.$$

A választott fogszámpákkal tehát a modul:

$$m = \frac{D'_2}{(z_4)_2} = \frac{166 \text{ mm}}{74} \approx 2,24 \text{ mm} \approx 2,25 \text{ mm},$$

azaz a gyűrűkerék végleges osztókörátmérője  $m = 2,25$  mm-es szabványos modullal és  $z_4 = 74$  fogszámmal:

$$D_2 = z_4 m = 74 \cdot 2,25 \text{ mm} = 166,5 \text{ mm}.$$

Megállapodásunk szerint ugyanekkora a  $D_3$  is.

Számítsuk ki, mekkora volna a harmadik lépcső gyűrűkerékének átmérője  $n_0 = n_2/i_2 = 830/\text{min} : 5,625 \approx 147/\text{min}$  fordulatszámhoz és  $u_{23} \approx -0,846$  fogszámviszonyhoz. A 7. ábra  $D_{b,N=3}$  görbéjén  $D_{03} \approx 13$  cm, vagyis

$$D'_3 = D_{03} \sqrt[3]{\frac{P/P_0}{n_3/n_0}} = 13 \text{ cm} \sqrt[3]{\frac{15 \text{ LE} \cdot 0,736 \frac{\text{kW}}{\text{LE}} : 1 \text{ kW}}{\frac{147/\text{min}}{1000/\text{min}}}} \approx 13 \text{ cm} \cdot 1,47 \approx 25,7 \text{ cm}.$$

Ha jobb minőségű anyagot választunk a nap- és bolygókerékhez, de a gyűrűkerék anyagát meg hagyjuk, akkor a  $D'_{b,N=3}$  görbén leolvasott  $D'_{03} = 8$  cm-rel a gyűrűkerék osztókör-átmérőjére

$$D'_3 = D'_{03} \cdot 1,47 = 8 \text{ cm} \cdot 1,47 = 11,8 \text{ cm}$$

adódna, amely még jóval  $D_2 = D_3$  alatt van, a gyűrűkerék anyaga tehát maradhat.

A nap- és bolygókerék jobb minőségű anyagválasztásához

$$\frac{D'_3}{D_3} = \sqrt[3]{\frac{k_{\text{meg}}}{(k_{\text{meg}})_{A 50.11}}}$$

alapján

$$k_{\text{meg}} = (k_{\text{meg}})_{A 50.11} \left(\frac{D'_3}{D_3}\right)^3 = 0,2 \frac{\text{kp}}{\text{mm}^2} \left(\frac{25,7 \text{ cm}}{16,65 \text{ cm}}\right)^3 \approx 0,7 \frac{\text{kp}}{\text{mm}^2}$$

megengedett palástnyomás tényezőjű anyag kell (pl. Cr 135 jelű nemesíthető ötvözött acél).

Az első lépcső  $n_m = 6500/\text{min}$  fordulatszámára, és az  $u_{23} = -0,342$ -höz a 7. ábrán leolvasott  $D_{01} \approx 18$  cm-re kiszámítható:

$$D'_1 = D_{01} \sqrt[3]{\frac{P/P_0}{n_m/n_0}} = 18 \text{ cm} \sqrt[3]{\frac{1,5 \text{ LE} \cdot 0,736 \frac{\text{kW}}{\text{LE}} : 1 \text{ kW}}{\frac{6500/\text{min}}{1000/\text{min}}}} \approx 10 \text{ cm}.$$

A modul tehát:

$$m_1 = \frac{D'_1}{(z_4)_1} = \frac{100 \text{ mm}}{89} \approx 1,12 \text{ mm} \approx 1,25 \text{ mm},$$

azaz az első lépcső gyűrűkerékének osztókörátmérője  $m_1 = 1,25$  mm-es szabványos modulal és  $z_4 = 89$  fogszámmal:

$$D_1 = z_4 m_1 = 89 \cdot 1,25 \text{ mm} \approx 111,25 \text{ mm}.$$

Ezzel mindhárom lépcső legfontosabb méreteit rögzítettük. A fogaskerekék főméretei a modulok és fogszámok ismeretében könnyen rögzíthetők. Mindezek azonban egyelőre *elemi fogazatra* vonatkoznak. Kicsi a valószínűsége annak, hogy elemi fogazatú elempár jó fogazati tulajdonságokkal rendelkeznenek.

A szerző által kidolgozott 4. táblázat segítségével megvalósítható a rögzített fogszámokhoz minden lépcső ún. kompenzált fogazata a kiegyenlített relatív csúszások alapján.

*Első lépcső.* Fogszámok:  $z_2 = 13$ ,  $z_3 = 38$ . A kompenzált fogazat profileltolási tényezője:  $x = \pm 0,5898$ , a kiegyenlített relatív csúszás értéke:  $\eta_2 = \eta_4 = 3,54 > \eta_3$ ,  $\eta'_3$ , azaz a napkerék és gyűrűkerék fajkőrei által a kapcsolóvonalon kimetszett szélső kapcsolási pontok relatív csúszásai kiegyenlítettek.

*Második lépcső.* Fogszámok:  $z_2 = 16$ ,  $z_3 = 29$ . A kompenzált fogazat fajlagos profileltolási tényezője:  $x = \pm 0,2324$ , a kiegyenlített relatív csúszás értéke:  $\eta'_3 = \eta_4 = 3,71 > \eta_2$ ,  $\eta'_3$ , azaz a bolygókerék-gyűrűkerék kapcsolódás bolygókerék fejköre, és a gyűrűkerék fejköre által kimetszett szélső kapcsolási pontok relatív csúszásai kiegyenlítettek.

*Harmadik lépés.* Fogszámok:  $z_2 = 22$ ,  $z_3 = 26$ . A kompenzált fogazat fajlagos profil-eltolási tényezője:  $x = \pm 0,0704$ , a kiegyenlített relatív csúszás értéke:  $\eta_3 = \eta_4 = 2,74 > \eta_2, \eta'_3$ , azaz bolygókerék-gyűrűkerék kapcsolódás bolygókerék fejköre, és a gyűrűkerék fejköre által a kapcsolóvonalon kimetszett szélső kapcsolási pontok relatív csúszásai kiegyenlítettek.

## IRODALOM

- [1] *Alt, E.*: Leistungsgrenzen von Planetengetrieben. Z. VDI. 97 (1955) 7, 214/215. p.
- [2] *Altmann, F.*: Die Bauformen gleichachsiger Stirnradumformer. Maschinenbau/Betrieb (1927) 1083/1087 p., (1930) 7/11 p.
- [3] *Apró Ferenc*: Egyszerű bolygóművek fogszámválasztása három bolygókerék esetén. Nehézipari Műszaki Egyetem magyar nyelvű Közleményei. XIII. k. Miskolc.
- [4] *Bachmann, G.*: Flanschmotor – Gelenk – Planetengetriebe. AEG-Mitteilungen. (1935) 104/106 p.
- [5] *Berger, A.*: Zur Kinematik des Umlaufgetriebes. Motortechn. Zeitschrift. (1944) 6, 67/70 p.
- [6] *Bergsträsser, M.*: Planetengetriebe mit auswechselbarer Übersetzung. Maschinenbautechnik (Getriebetechnik) 10 (1961) 4, 209/211 p.
- [7] *ten Bosch, M.*: Berechnung der Maschinenelemente. 3. Aufl. Springer. Berlin/Göttingen/Heidelberg. 1953.
- [8] *Brass, E. A.*: Nonstandard spur gears. Product Engineering. 32 (1961) 31, 31/33 p.
- [9] *Buckingham, E.*: Stirnräder mit geraden Zähnen – Zahnformen, Betriebsverhältnisse und Herstellung. Deutsche Bearbeitung von. G. Olah. Berlin, Springer. 1932.
- [10] *Dobrovolszkij, V. V.*: Teorija mehanizmov i masin. Masgiz. Moszkva. 1951.
- [11] *Dümsic, I. I.*: Ob odnom neobjazatel'nom uslovii szborniki planetarnogo rjada. Vesztnik Masinosztroeniija. 38 (1958) 4. 23/25 p.
- [12] *Henze, K.*: Berechnung von Umlaufgetrieben. ATZ-Konstruktionstafeln, 59. Beilage zu Autom. techn. U. 44 (1941) 11.
- [13] *Kozsevníkov, Sz. N.*: Teorija mehanizmov i masin. I – II. Masgiz. Kiev/Moszkva. 1949.
- [14] *Kremenstejn, L. I.*: Vübor csizsel zubev zubesatüh kolesz v planetarnüh mehanizmah. Sztanki i Insztrument. 30 (1959) 1, 22/23 p.
- [15] *Kudrjavcev, V. N.*: Planetarnüe peredacsi. Masgiz. Moszkva. 1960.
- [16] *Langdon, H. R.*: Table of gear combinations for planetary gear ratios. Machine Design. 32 (1960) 9. 161/170 p.
- [17] *Magidovics, E. I.*: Vübor csizsel zubev kolesz planetarnüh mehanizmov. Sztanki i Insztrument. 32 (1961) 4. 30/33 p.
- [18] *Mettler, E.*: Das mechanische Kleingetriebe. Schweizerische Technische Export-Zeitung. Bern. 1938. Jan. 8/I. 1/2 p.; März. 9/I. 3/6 p.
- [19] *Poppinga, R.*: Stirnrad-Planetengetriebe. Francklische Verlagshandlung. Stuttgart. 1949.
- [20] *Radzimovsky, E. I.*: Practical selection of planetary gear systems. Machine Design. 32 (1960) 19. 190/197 p.
- [21] *Richter, W.*: Auslegung von Innenverzahnungen und Planetengetrieben. Konstruktion. 14 (1962) 12. 489/497 p.
- [22] *Seeliger, K.*: Einsatzmöglichkeiten für Planetengetriebe. Maschine u. Werkzeug. (1958) 23. 11/17 p.
- [23] *Terplán, Z.*: Bestimmung des ausgeglichenen relativen Gleitens der Planetengetriebe mit Doppelengriff des einstufigen Planetenrades. Acta Technica. 53/1 – 3. Budapest 1966. 139/151 p.
- [24] *Terplán, Z.*: Die Dimensionierungsprobleme der Stirnrad-Umlauf-Getriebe. VIII. Int. Koll. TH Ilmenau (1963) 4. Teil. 431/436 p.
- [25] *Zink, H.*: Lastdruckausgleich, Laufruhe und Konstruktion. 16 (1964) 2. 41/47 p. – 2. 81/86 p. – 5. 188/191 p.

# ВЫБОР ЧИСЛА ЗУБЬЕВ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ И РАСЧЕТНЫЕ ПРЕДЕЛЫ

Др. З. ТЕРПЛАН

## Резюме

Специальная литература по планетарным зубчатым передачам весьма богата. Все-таки сравнительно мало книг или специальных статей занимается вопросами расчетов. Автор в своей статье кратко обобщает достаточные условия (требования возможности монтажа, соосности, примыкания, кинематики и ряда других) для выбора числа зубьев шестерен планетарного механизма передачи с двойным зацеплением, затем упоминает те статьи, в которых содержится таблицы для выбора числа зубьев. Далее, ссылаясь на специальную литературу, группирует факторы, влияющие на границы пределов (отношение числа зубьев, коэффициент зацепления, интерференции, окружная скорость, диаметр кольца, мощность, число оборотов). Дополняет эти пределы таблицами для компенсированного зуба, взятыми из одной из работ автора (неосуществимое смещение профиля зуба и чрезмерно компенсированное относительное скольжение). Так как размеры приведенных таблиц очень велики, автор знакомит лишь с их отдельными частями. В конце работы приводится конкретный пример расчета, с помощью которого интересующийся может познакомиться с пользованием таблицами, разложением передаточного числа многорычажного простого планетарного механизма передачи, выбором числа зубьев и, наконец, с основными размерами, по расчетной диаграмме, взятой из другого труда автора. После определения числа зубьев имеется возможность на определение коэффициента смещения профиля компенсированного зуба с установкой величины компенсированного относительного скольжения.

# WAHL DER ZÄHNEZAHL UND GRENZEN DES BEMESSUNGSBEREICHES VON PLANETENGETRIEBEN

DR. Z. TERPLÁN

## Zusammenfassung

Trotz des Umstandes, daß in Bezug auf Zahnradumlaufgetriebe eine reiche Fachliteratur zur Verfügung steht, fassen sich verhältnismäßig wenig Fachbücher oder Fachartikel mit Bemessungsfragen. Der Verfasser des vorliegenden Aufsatzes behandelt in einer kurzen Zusammenfassung zuerst jene Bedingungen (Montierbarkeit, Koaxialität, Nachbarzustand, sowie kinematische und in Bezug auf ganze Zahlen bestehende Vorschriften), welche bei der Bestimmung der Zähnezahls von Umlaufrädergetrieben mit doppelt eingreifenden Planetenrädern vorherrschen.

In Anlehnung daran führt er auch jene Fachartikel an, in welchen zur Auswahl der geeigneten Zähnezahls ausgearbeitete Tabellen enthalten sind. Dem folgt eine Sammlung aus der Fachliteratur von jenen Faktoren (Zähnezahlsverhältnis, Eingriffsverhältnis, Interferenzen, Umfangsgeschwindigkeit, Sonnenraddurchmesser, Leistung, Drehzahl), die einen Einfluß auf die Bereichsgrenzen ausüben. Diese Bereichsgrenzen werden vom Verfasser dann nach eigenen Abhandlungen mit den Grenzwerten der Tabelle der V-Null-Verzahnung (d. h. nicht zu verwirklichende Profilverschiebung und übermäßig ausgeglichenes, relatives Gleitvermögen) ergänzt. Da jedoch die angeführten Tabellen sehr umfangreich sind, werden hier nur Auszüge aus denselben angeführt. Zum Schluß enthält die Abhandlung auch ein Zahlenbeispiel, welches Anregungen zur Verwendung der Tabellen, zur Übersetzungsteilung von mehrstegigen einfachen Umlaufrädergetrieben und zur Auswahl der Zähnezahls gibt. Aus einem früheren Aufsatz des Verfassers stammt ein Bemessungskennbild mit Erläuterungen hinsichtlich der Hauptabmessungen und der richtigen Wahl des Werkstoffes für diese Zahnräder. Nach erfolgter Festsetzung der Zähnezahls ergibt sich auch eine Möglichkeit zur Bestimmung des Profilverschiebungsfaktors der V-Null-Verzahnung, bei gleichzeitiger Angabe, der ausgeglichenen relativen Gleitwerte.

# SELECTION OF TOOTH NUMBERS AND RANGE LIMITS FOR DIMENSIONING EPICYCLIC TRAINS

DR. Z. TERPLÁN

## Summary

Epicyclic gears have been pretty often discussed in literature, their dimensioning, however, is given less attention. The paper sums up the conditions of the selection of the number of teeth of epicyclic trains of double mesh: assemblability, coaxiality, vicinity, kinematic conditions, integer number, and points out a number of publications that contain tables to facilitate the selection of the number of teeth. Based on data published in literature, the author reviews the factors that influence the range limits (ratio of number of teeth, contact period, interferences, peripheral speed, ring gear diameter, output, number of revolutions). From one of his own earlier studies, he completes the definition of the range limits by the limits of the table of compensated toothing (impracticable profile displacement and excessive compensated slip). As the tables referred to are too voluminous, only excerpts are given. The paper ends by a numerical example illustrating the use of the tables, the division of transmission of multi-lever simple epicyclic gears, the selection of the number of teeth, and, by using a diagram borrowed from another paper of the same author, the dimensioning and the selection of the structural material of the toothed gears. When the numbers of teeth have been selected the profile displacement factor of the compensated toothing can be fixed by stating the compensated relative slip values.

# CHOIX DU NOMBRE DE DENTS ET LIMITES DU DOMAINE DE DIMENSIONNEMENT DES ENGRENAGES PLANÉTAIRES

DR. Z. TERPLÁN

## Résumé

La littérature spécialisée des engrenages de compensation est bien garnie. Cependant relativement peu de livres, ou d'articles spécialisés s'occupent des problèmes de dimensionnement. L'auteur donne dans son étude d'abord un aperçu succinct, concernant les conditions qui doivent être remplies pour le choix du nombre de dents du mécanisme de commande à roues planétaires à engrènement double (conditions de montage, de coaxialité, de voisinage, cinématiques et prescriptions de nombre entier) et il énumère les articles, où l'on trouve des tableaux aussi, relatifs au choix du nombre de dents. Ensuite, se référant à la littérature technique, il réunit les facteurs qui exercent une influence sur les limites de domaine (rapport des nombres de dents, nombre d'engrènement, vitesse circonférentielle, diamètre de la roue annulaire, interférences, puissance, vitesse). A l'aide d'un de ses propres études, il complète ces limites de domaine, par les limites du tableau de la denture compensée (déplacement de profile non réalisable et glissement relatif compensé trop grand). Les tableaux cités étant trop volumineux, il n'en peut communiquer que des fragments. A la fin de l'étude, on trouve un exemple numérique concret, donnant des indications concernant l'utilisation des tableaux, la subdivision du rapport d'un engrenage planétaire simple à plusieurs leviers, le choix du nombre de dents et finalement les dimensions principales, respectivement le choix de la matière de construction des roues dentées, en appliquant un diagramme de dimensionnement, prélevé d'une autre étude de l'auteur. Après avoir déterminé le nombre de dents, on peut fixer le facteur du déplacement de profile de la denture compensée, en indiquant les valeurs du glissement relatif compensé.

