

KOSZTYÁN ZSOLT TIBOR–KIRÁLY FERENC–  
KURBUCZ MARCELL TAMÁS

## Európai cégek tulajdonosi szerkezetének dinamikus hálózatelemzése

A társadalmi hálózatok elemzésének módszertanát egyre szélesebb körben alkalmazzák regionális kapcsolatok kialakulásának és fejlődésének modellezésére. Cikkünkben e módszertan, valamint a széleskörűen alkalmazott gravitációs modell segítségével megvizsgáljuk, hogy mely tényezők magyarázzák az európai vállalatok tulajdonosi szerkezetének kialakulását, illetve időbeli változásait. Az elemzés során felhasznált – 2010-től 2018-ig terjedő – adatok az európai vállalatokat tartalmazó Amadeus adatbázisból származnak, amely közel 24 millió vállalat gazdasági és tulajdonosi információit tartalmazza. A vállalati tulajdonosi kapcsolatokat NUTS3- (megyei) szinten aggregáltuk, majd az így meghatározott régiókhoz további földrajzi, technológiai és gazdasági adatokat rendeltünk.\*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C4, F1, M2, O3.

A társadalmi hálózatok elemzése (*Social Network Analysis, SNA*) egy olyan módszertan, amelynek segítségével jellemezni tudjuk a különböző hálózatok struktúráját, valamint a csomópontjaik közötti összefüggéseket (*Ye és szerzőtársai* [2022]). Az elmúlt 10-15 évben a társadalmi hálózatok elemzése a regionális tudományok és a gazdaságföldrajz fontos módszertanává vált, és sikeresen alkalmazták többek között

\* A kutatás az OTKA K 142395. sz. projekt, valamint a TKP2021-NVA-10. sz. projekt keretében, a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával valósult meg. Király Ferenc az Innovációs és Technológiai Minisztérium Kooperatív Doktori Program Doktori Hallgatói Ösztöndíj Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásában részesült. Kurbucz Marcell Tamás a Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-23-4-II-CORVINUS-11. kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásában részesült.

Kosztján Zsolt Tibor, Pannon Egyetem Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszék, Continental Teves Hungary Kft. (e-mail: kosztjan.zsolt@gtk.uni-pannon.hu).

Király Ferenc, Pannon Egyetem Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszék, Continental Teves Hungary Kft. (e-mail: kiraly.ferenc@gtk.uni-pannon.hu).

Kurbucz Marcell Tamás, HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Komputációs Tudományok Osztálya, BCE Adatelemzés és Informatika Intézet (e-mail: kurbucz.marcell@wigner.hun-ren.hu).

A kézirat első változata 2022. július 7-én érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <https://doi.org/10.18414/KSZ.2024.1.57>

a városi és gazdasági agglomeráció térszerkezetének tanulmányozására (Liu, Z. és szerzőtársai [2018], van Meeteren és szerzőtársai [2016]), az innovációs és tudáshálózatok vizsgálatára (Abonyi és szerzőtársai [2020], Czvetkó és szerzőtársai [2021], Kosztyán és szerzőtársai [2019], Sebestyén [2012], Sebestyén–Varga [2013], Weidenfeld és szerzőtársai [2021]), valamint különböző kereskedelmi (Bhattacharya és szerzőtársai [2008], Mao–Cheng [2020]) és turisztikai hálózatok (Asero és szerzőtársai [2015], D’Agata és szerzőtársai [2013], Liu, F. és szerzőtársai [2012], Mou és szerzőtársai [2020], Seok és szerzőtársai [2021]) elemzésére. Bár a társadalmi hálózatok elemzésének módszereit egyre szélesebb körben alkalmazzák a nemzetközi üzleti tevékenység vizsgálatára, ez a tudományág a regionális tudományokkal és a gazdaságföldrajzzal összehasonlítva komoly módszertani lemaradásban van (Kurt–Kurt [2020]).

A vállalatok globális tulajdonosi hálózatát tanulmányozó cikkek közül Nakamoto és szerzőtársai [2019] az úgynevezett Orbis adatbázist (Bureau van Dijk [2018]) használta a magas kockázatú nemzetközi profitátcsoportosításban részt vevő közvetítő vállalatok azonosítására és elemzésére. Ugyanezen adatbázis segítségével Khalife és szerzőtársai [2021] a tulajdonosi hálózat mintázatait és struktúráját modellezte egy úgynevezett hatásmaximalizálási módszer segítségével. Tanulmányukkal ellentétben Takes és szerzőtársai [2018] a hálózat motívumait – azaz tipikus részgráfjait – elemezte a tulajdonosi struktúra feltérképezésére. Végül Mizuno és szerzőtársai [2020] egy új modellt alkalmazott ezen a hálózaton a részvényesek vállalatirányítási képességének mérésére, amely alapján a vállalatirányítási képességről teljesebb képet kapunk, ha figyelembe vesszük az elaprózott tulajdonhoz fűződő közvetett befolyást. Továbbá Borsos–Stancsics [2020] magyar cégek tulajdonosi hálózatait vizsgálta a gazdasági sokkok terjedésének megértése érdekében.

A fent említett munkákkal összhangban ez a cikk az európai cégek Orbis-adatait tartalmazó, úgynevezett Amadeus adatbázist elemzi, hogy további betekintést nyújtson az európai vállalatok tulajdonosi hálózatának szerkezetébe. Cikkünkben a társadalmi hálózatok elemzésének eszközeivel, valamint az úgynevezett gravitációs modell felhasználásával megvizsgáljuk, hogy mely tényezők magyarázzák az európai vállalatok tulajdonosi szerkezetének kialakulását, illetve időbeli változásait. Hasonló módszertant alkalmazott Lőrincz–Németh [2022] migrációkutatás során, valamint Kurbucz és szerzőtársai [2023] egészségügyi termékek világkereskedelmi hálózatainak elemzésére. Az Amadeusból kinyert adatokat NUTS3-szinten aggregáltuk, majd az így előállított adatbázishoz további földrajzi, technológiai és gazdasági adatokat rendeltünk. A vállalatok tulajdonosi hálózatát éves szinten 2010 és 2018 között vizsgáljuk.

Tanulmányunk az eddigi szakirodalmi módszerekhez képest az alábbi területeken nyújt előrelépést, ad hozzáadott értéket.

1. A társadalmi hálózatok elemzésének és a gravitációs modelleknek az egyesítésével új módszertant javasunk az európai vállalatok tulajdonosi hálózatának vizsgálatára, amely figyelembe veszi a földrajzi, gazdasági és technológiai tényezőket is.

2. A tanulmány adatai a 2010 és 2018 közötti időszakot ölelik fel. Megmutatjuk, hogyan lehet megyei szinten eltérő szerkezetű, struktúrájú adatforrásokból vállalati, gazdasági, technológiai adatokat kinyerni és aggregálni. A tanulmány

NUTS3- (megyei) szinten aggregálja a tulajdonosi kapcsolatokat, és további adatokat rendel a régiókhoz.

3. A tanulmány rámutat arra, hogy mely (gazdasági, technológiai, vállalati) tényezők befolyásolják az európai vállalatok tulajdonosi szerkezetének kialakulását és változását, valamint hogy milyen gazdasági közösségek azonosíthatók a tulajdonosi hálózat alapján. A tanulmány rámutat a közigazgatási határok, a távolság és a technológiai fejlettség szerepére is.

Úgy gondoljuk, hogy tanulmányunk új betekintést nyújt az európai vállalati integráció jellemzőibe és dinamikájába, valamint hozzájárul a regionális tudományok, a gazdaságföldrajz és a nemzetközi üzleti tevékenység kutatásához. A gravitációs és a hálózati módszerek kombinálásával a következő kérdésekre keressük a választ:

1. KÉRDÉS. Befolyásolják-e közigazgatási határok a beruházásokat?

2. KÉRDÉS. Hogyan változnának meg a beruházások, ha a távolság nem játszana szerepet?

3. KÉRDÉS. Gazdasághálózati modellekkel milyen gazdasági-beruházási közösségek azonosíthatók? Ezek stabilak-e időben és térben?

Az 1. KÉRDÉST magyarországi tulajdonlási hálózatokon vizsgálta *Gadár és szerzőtársai* [2018], és azt találta, hogy a gravitációs modellekkel az élpredikció jelentős mértékben javítható. Éppen ezért azt reméljük, hogy az európai tulajdonlási hálózatokon is jobb becslést adnak a gravitációs modellek, mint a távolságfüggetlen (lásd *Newman–Girvan* [2004]), illetve a távolságfüggő modellek (*Expert és szerzőtársai* [2011]). Ugyanakkor a jobb illeszkedés azt is előrevetíti, hogy az így generált háló a származtatott mutatókat – így például a centralitási és modularitási mutatókat – is jobban becsli, mint a hagyományos hálózatalapú megközelítések. Nem lebecsülve a módszertani kérdések megválaszolását – hiszen ha ezek igazak, akkor lényegében a hálózat kialakulásán túl a hálózati mutatók kialakulását, sőt az idő figyelembevétele esetén azok változását is becsülni lehet – az igazán érdekes kérdések az eredmények értelmezése körül összpontosulhatnak.

Miközben ugyanis az Európai Unióban a föderalista és a szuverenista álláspontok viaskodnak egymással a döntések szinte minden területén (*Klimovich és szerzőtársai* [2022], *Saurugger* [2018]), fontos kérdés lehet, hogy a vizsgált időszakban a beruházások tekintetében vajon a közigazgatási határok – itt elsősorban az országhatárok – milyen szerepet játszottak (1. KÉRDÉS). Az anya- és a leányvállalatok közötti távolsággal mint közelítő mutatóval (proxy) jellemzett tranzakciós költségek előrevetítik, hogy a véletlen hálókat alapul vevő, úgynevezett konfigurációs modell által számított modulok egy földrajzi hely köré csoportosulnak, de a modell azt nem indikálja, hogy e csoportosulásoknak pont a földrajzi határokat kell visszaadniuk. Ha ez mégis így van, akkor más gazdasági, technológiai tényező szerepére is gyanakodhatunk. A két megközelítés egyesítése lehetőséget ad arra, hogy olyan kérdéseket is feltegyünk, hogy milyen kapcsolatok alakulnának ki, ha a távolság nem játszana szerepet (2. KÉRDÉS). Ugyanígy érdekes kérdés, hogy vajon időben és térben hogyan változik egy – ebben az esetben beruházásokon alapuló – gazdasági közösség (3. KÉRDÉS).

A tanulmány logikailag az alábbi módon épül fel. Bemutatjuk a legfontosabb hálózatelemzési és gravitációs megközelítéseket. Ismertetjük a felhasznált adatokat, valamint az általunk alkalmazott módszertant. Az eredmények ismertetését és elemzését követően összefoglaljuk a tanulmányunk megállapításait, végül javaslatot teszünk a kutatómunka lehetséges jövőbeli irányaira.

## Szakirodalmi háttér

### *Társadalmi versus földrajzi hálózatok*

A hálózatelemzés gráfelméleti gyökerei egészen a 18. századig, a königsbergi hidak problémájáig nyúlnak vissza (Euler [1736]). Bár a gráfelmélet számos területen segítette szinte valamennyi tudományterület – így a közgazdászok – munkáját is, az elmélet új reneszánszát a társadalmi kapcsolatok leírásának lehetősége jelentette. Itt érdemes kiemelni *Barabási-Albert-Albert* [1999] elméletét, amely *Erdős-Rényi* [1959] modelljével szemben – amelyben a kapcsolatok a csomópontok között véletlenszerűen jönnek létre – azt feltételezte, hogy azokhoz a csúcsokhoz, amelyek már rendelkeznek kapcsolatokkal, nagyobb valószínűséggel kapcsolódik egy újabb csomópont. Az empirikus vizsgálatok alapján mind az internet, mind a tudományos közlemények hivatkozásainak hálózata, mind pedig a konzorciumok hálózata *Barabási-Albert* [2016] sokkal inkább ezzel a *Barabási-Albert-Albert* [1999] által meghatározott szervező erővel jellemezhető, mintsem a véletlenszerű kapcsolatokkal.

Ugyanakkor, ha gazdasági vagy földrajzi hálózatot, például ellátási láncokat, mobilitási hálózatokat vagy éppen az országok közötti kereskedelmi hálózatokat szeretnénk jellemezni, akkor nem tekinthetünk el egy újabb szervező erőről, amely a távolság két ország vagy régió között (*Barthélemy* [2011], *Expert és szerzőtársai* [2011]). Még pontosabban, nem is a távolság (bár a modellek legtöbbször távolságként hivatkoznak rá), hanem sokkal inkább a tranzakciós költségek, amelyek a két, egymással kapcsolatban álló szereplő között felmerülnek (*Sachdev-Bello* [2014]). Ez azt jelenti, hogy a csomópontok – amelyek az adott vizsgálattól függően lehetnek országok, régiók, intézmények – között fellépő kapcsolatok valószínűsége nagyobb, ha a két csomópont földrajzilag is közelebb van egymáshoz. Ennek a felismerésnek alig több mint tízéves múltja van (*Barthélemy* [2011]) a hálózattudományok területén. Ugyanakkor még nagyon kevesen foglalkoznak azzal, hogy a távolság mint a tranzakciós költségeket jellemző tényező csak az egyike a kapcsolatok valószínűségét befolyásoló tényezőknek (lásd például *Bacci-Bertaccini* [2021], *Gadár és szerzőtársai* [2018], *Kosztyán és szerzőtársai* [2021]). Ha az áramlásokat egy földrajzi hálózat segítségével szeretnénk leírni, akkor az egyik kézenfekvő megoldás a gravitációs modellek alkalmazása. Ugyanakkor egyelőre a hálózatkutatók mégis ódzkodnak e módszer – például élpredikciókban történő – alkalmazásától, ugyanis e modellek a korábbi hálózati eljárásokhoz képest lényegében teljesen figyelmen kívül hagyják a hálózati paramétereket az élek becslése során (lásd például *Bacci-Bertaccini* [2021], *Kosztyán és szerzőtársai* [2021]). Tanulmányunkban bemutatjuk, hogy az élpredikcióra alkalmazott modellek segítségével hálózatokat hozhatunk

létre, amelyeket különböző hálózati mutatókkal jellemezhetünk, így jogos kérdésként merülhet fel, hogy vajon e módszerek alkalmazhatók-e az élpredikción kívül egyéb, a hálózat struktúráját jellemző mutatók modellezésére is.

Bár a szakirodalom a vállalatok tulajdonosi hálózatának elemzése során jellemzően annak topológiáját vizsgálja (lásd például *Khalife és szerzőtársai* [2021], *Mizuno és szerzőtársai* [2020], *Nakamoto és szerzőtársai* [2019], *Takes és szerzőtársai* [2018]), néhány munka, köztük *Vitali–Battiston* [2011] és *Aziani és szerzőtársai* [2021]) a vállalatok földrajzi távolságát is figyelembe vette. Míg *Vitali–Battiston* [2011] kimondottan a hálózati és földrajzi távolságok közötti összefüggést vizsgálta, *Aziani és szerzőtársai* [2021] az európai vállalatok országokon átívelő tulajdonosi kapcsolatait elemezte a gravitációs modell segítségével. Bár a tisztán topológiai elemzéseknél e megközelítés a tulajdonosi kapcsolatok kialakulásának és időbeli fejlődésének mélyebb megértését biztosítaná, legjobb tudomásunk szerint mind ez idáig nem készült hasonló elemzés megyei szintű adatokra.

### Gravitációs modellek

A gravitációs modellek közgazdasági alkalmazásai több mint fél évszázadra tekintenek vissza (*Anderson* [1979]). A modell alapötlete, hogy a két pont közötti fizikai gravitációs erőhatást általánosítja, amely a fizikában az (1) egyenlettel írható le.

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{d^2}, \quad (1)$$

ahol  $\gamma$  egy fizikai állandó,  $m_1, m_2$  tömegpontok,  $d$  pedig a távolság a két pont között. Ennek közgazdasági megfelelője:

$$Y_{ij} \sim \gamma \frac{m_i^\alpha m_j^\beta}{d^\delta}, \quad (2)$$

ahol  $Y_{ij}$  jellemzően valaminek az áramlását – például migrációt, mobilitást vagy éppen import/export volument – fejezi ki. Az  $m_i, m_j$  tömegpontokat valamely gazdasági erő, például a bruttó hazai termék (GDP) vagy annak egy főre vetített értéke (GDP/fő) jellemzi, míg az  $\alpha, \beta, \gamma$  és  $\delta$  tényezők a regressziós paraméterek. Ha a tömegpontok és az áramlási értékek nem nullák, akkor a (2) egyenlet a logaritmus azonosságait felhasználva lineárisra alakítható. Ha ez a feltétel nem teljesül, akkor logaritmizálás nélkül is meghatározhatók a regressziós paraméterek (lásd például *Martin–Pham* [2020]). E modellnek számos kiterjesztése – például további gazdasági tényezők vagy éppen az időtényező (*Sachdev–Bello* [2014]) figyelembevétele – is ismert.

$$Y_{i,j} = \gamma d_{i,j}^\delta \prod_{v=1}^N m_{i_v}^{\alpha_v} m_{j_v}^{\beta_v}, \quad (3)$$

$$Y_{i,j,t} = \gamma d_{i,j,t}^\delta \prod_{v=1}^N m_{i_{t_v}}^{\alpha_{t_v}} m_{j_{t_v}}^{\beta_{t_v}}. \quad (4)$$

Tanulmányunkban mi évenként becsült modelleket használtunk, ahol vállalati, gazdasági és technológiai környezetből adódó paramétereket is használtunk [vesd össze a (3)–(4) és a későbbi (9)–(10) egyenleteket]. Jámbor–Török [2019] például több tényező figyelembevételével, gravitációs modell segítségével vizsgálta a regionális kereskedelmi egyezmények létrejöttét befolyásoló paramétereket.

A gravitációs modellek tovább finomíthatók, ha a távolság helyett valóban tranzakciós költségekkel számolunk, egyúttal feladjuk azt a szimmetriafeltételezést, hogy a távolságokkal jellemzett – de valójában tranzakciós – költségek mindkét irányban azonosak. Bonyolultsága miatt e lehetőséget egy későbbi tanulmányban vizsgáljuk, ugyanakkor a tanulmányt lezáró utolsó fejezetben összegezzük a javasolt módszerrel kapcsolatos fejlesztési lehetőségeket. Szintén a gravitációs modell egy általánosításának tekinthető, ha a gravitációs egyenletet minden csúcspontra megoldva úgynevezett potenciálmodellt írunk fel (Lukermann–Porter [1960]). Ekkor megadható egy-egy meghatározó – magas vonzóképeségű, azaz nagy potenciálértékű – régió vonzáskörzete. Ugyanakkor e módszer sem adja meg azon úgynevezett gazdasági közösségek részhálózatát, ahol ezek a kapcsolatok a modellezett értéknél is szorosabbak. Erre csak a kétfajta megközelítés kombinálása szolgáltathat megoldást.

### *A hálózati és a gravitációs modellek egyesítése*

Általánosságban elmondható, hogy a társadalmi hálózatok vizsgálatával foglalkozó tanulmányok tipikusan a hálózatok topológiájára koncentrálnak, és csak lényegesen kevesebb munka foglalkozik a hálózat kialakulásának mechanizmusával (Barthélemy [2011]). Véleményünk szerint ez utóbbi vizsgálatok során lehet igazi relevanciája a gazdasági megközelítéseknek, főleg azokban az esetekben, ahol a tranzakciós költségek földrajzi szempontból is értelmezhetők.

A hálózatok kialakulását leíró legegyszerűbb modell szerint a kapcsolatok kialakulása véletlenszerű (Erdős–Rényi [1959]), és bár, ahogyan ezt korábban említettük, empirikus vizsgálatokkal vitatta Barabási–Albert–Albert [1999], a véletlen hálónak a modern hálózattudományban is fontos szerepük van. Mind a mai napig ez a modell szolgál alapjául például a legtöbb olyan módszernek, amelyben a közösségek azonosítása során úgynevezett modulokat kell azonosítani (Jutla és szerzőtársai [2012], Newman [2013], Traag és szerzőtársai [2019]). A véletlen kapcsolatokhoz való viszonyítás során a modulok lényegében azon csomópontokat határozzák meg, amelyek szorosabban összefüggnek egymással, mint más modulok elemeivel (Newman–Girvan [2004]).

E módszer alkalmazása gazdasági hálózatokban azt eredményezi, hogy a modulok földrajzilag összefüggő, jól elkülöníthető csoportosulásokat alkotnak (lásd például Gadár és szerzőtársai [2018]). Ugyanakkor, ha a modulok visszaadják a közigazgatási (például megye-, ország- stb.) határokat, akkor joggal vélelmezhető, hogy a kialakulásban más – például gazdasági, technológiai – tényezők is szerepet játszanak. Véleményünk szerint nem elegendő úgynevezett távolságfüggő (lásd például Expert és szerzőtársai [2011]) modulokat meghatározni, hanem szükség

lehet a gazdasági tényezők bevonására is. Így amikor például egy tulajdonosi vagy beruházási hálózatot vizsgálunk, nem tekinthetünk el az anya- és a leányvállalat közötti földrajzi távolság mellett az adott régió gazdasági és technológiai környezetétől sem. Ugyanakkor pusztán a kapcsolatok gravitációs modellekkel történő megadása, sőt még az erre épülő potenciálmodellek sem adnak választ arra, hogy melyek azok az úgynevezett gazdasági közösségek, amelyek között a kapcsolatok még a technológiai, gazdasági, vállalati paramétereken alapuló modellekkel kapott értékeknél is szorosabbak.

## Az adatforrások és az alkalmazott módszerek bemutatása

### *Az adatforrások bemutatása*

A kutatás során létrehozott adatbázis forrása egy szabadon elérhető (Eurostat) és két kereskedelmi adatbázis (Amadeus/Orbis, Patstat). Fontos megjegyezni, hogy bár az Amadeus és a Patstat kereskedelmi adatbázisok, a forgalmazó szervezetek által karbantartott, szabadon hozzáférhető adatokat tartalmaznak. Az Amadeus több mint 24 millió európai kis-, közepes és nagyvállalat adatait foglalja magában, amelyek kiterjednek a cégek székhelyén kívül a mérleg és az eredménykimutatás adataira, valamint a cégek közötti (anyavállalat–leányvállalat) tulajdonviszonyokra is. A Patstat adatbázis a benyújtott és elfogadott szabadalmakat, ipari formatervezési mintákat és védjegyeket, valamint a feltaláló és a hasznosító címét tartalmazza. A legtöbb európai székhely esetén a NUTS3 régió is fel van tüntetve az adatbázisokban. Az általunk használt harmadik adatbázisból – az Eurostatból – a vásárlóerő-paritáson mért egy főre jutó GDP-t, valamint a NUTS3 régiók közötti távolságait használtuk fel.

Két különálló adattáblázatot határoztunk meg. Az első a csomópontok – azaz a NUTS3 régiók – adatait tartalmazza. Az Amadeus oszlopai ( $m_1$ – $m_{15}$ ) a NUTS3 régiók szintjén kerültek aggregálásra, ahol az  $m_1$ – $m_{13}$  változók átlagértékeket jelölnek. Az élekre vonatkozó második tábla a régiópárokhoz kapcsolódik, amelyben a régiók közötti távolságokat a  $d_{i,j}$  változó tartalmazza. Az adatoszlopokat és az adatforrásokat az 1. táblázat szemlélteti.

Tekintettel arra, hogy az említett Eurostat adatbázis nem tartalmazott NUTS3-szintű GDP-információkat Izland (2 régió), Lichtenstein (1 régió), Svájc (25 régió) és az Egyesült Királyság (179 régió) tekintetében, ezen országok esetében az országos egy főre jutó GDP adatokat használtuk fel munkánk során.

1. táblázat  
Alkalmazott mutatók

Az indikátor		Leírás	Adatforrás	Földrajzi egység	Az aggregálás módja
jele	neve				
A CSÚCSOKAT TARTALMAZÓ ADATTÁBLA					
$m_1$	TA	Összes eszköz	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_2$	SR	Likviditás (eszközalapú) (%)	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_3$	SH	Értékpapírok	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_4$	RCB	ROCE adózás előtt (%)	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_5$	PM	Haszonkulcs (%)	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_6$	PLF	Mérleg szerinti eredmény	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_7$	PLB	Adózás előtti eredmény	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_8$	OR	Üzleti bevételek	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_9$	FA	Tárgyi eszközök	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_{10}$	EN	A dolgozók száma	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_{11}$	CR	Likviditási mutató	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_{12}$	CF	Készpénzállomány	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_{13}$	CO	A vállalatok száma	Amadeus	NUTS3	Átlag
$m_{14}$	GDP	Egy főre jutó GDP	Eurostat	NUTS3	
$m_{15}$	PI	Szabadalmak	Patstat	NUTS3	Összesen
ÉLEK					
$i$	FROM	NUTS3 ID (anyavállalatok)	Amadeus		
$j$	TO	NUTS3 ID (leányvállalatok)	Amadeus		
$d_{i,j}$	DIST	Távolság	Eurostat	NUTS3	
$a_{i,j}$	OWN	Tulajdonlás	Amadeus	NUTS3	Összesen

Forrás: saját szerkesztés.

### Alkalmazott módszerek

A TULAJDONOSI HÁLÓZAT LEÍRÁSA • A vállalatok közötti anyavállalat–leányvállalat kapcsolatot egy bináris kapcsolati mátrixszal jellemeztük. A mátrix elemei ekkor:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{ha az } i\text{-edik vállalat tulajdonolja a } j\text{-edik vállalatot,} \\ 0, & \text{különben.} \end{cases} \quad (5)$$

Fontosnak tartjuk hangsúlyozni, hogy vizsgálatunk során csak a tulajdonlás tényével foglalkoztunk, a tulajdonviszonyok mértékével nem. Az adatbázis a vállalatok pontos földrajzi helyét tartalmazta, ugyanakkor – mivel valamennyi gazdasági, technológiai adatunkat NUTS3-szinten határoztuk meg, másrészt szerettük volna megőrizni a vállalatok anonimitását – az adatokat NUTS3-as szintre aggregáltuk. Minden települést



hozzárendeltünk egy NUTS3-as régióhoz, amely Magyarország egy-egy megyéjét reprezentálja. Minden anya- ( $\mathbf{A}^{[mo, NUTS3]}$ ) és leányvállalat ( $\mathbf{A}^{[da, NUTS3]}$ ) esetén feltűntettük a székhelyének, illetve telephelyeinek megyéit az alábbiak szerint:

- $a_{i,j}^{[mo, NUTS3]}$  jelöli az  $i$ -edik anyavállalat  $j$ -edik NUTS3 régióját,
- $a_{i,j}^{[da, NUTS3]}$  jelöli az  $i$ -edik leányvállalat  $j$ -edik NUTS3 régióját.

Az adatok megyei szintű aggregálásához a (6) transzformációt alkalmaztuk:

$$\mathbf{A}^{[NUTS3]} = \left( \mathbf{A}^{[da, NUTS3]} \right)^T \times \mathbf{A} \times \mathbf{A}^{[mo, NUTS3]}. \quad (6)$$

E transzformáció előnye, hogy segítségével helyileg kötött csúcsok (itt megyék) kapcsolatait vizsgálhatjuk, ami megkönnyíti a kapcsolatok időbeli változásának elemzését. Amennyiben elemzésünk több időszakra is kiterjed, akkor a mátrixok helyett már háromdimenziós tömböket kapunk, ahol a harmadik dimenzió az idő. Mivel a továbbiakban végig megyék közötti kapcsolatokkal foglalkozunk, a NUTS3-as jelölést nem szerepeltetjük. A  $t$ -edik időszak megyéket összekötő kapcsolati mátrixát a továbbiakban  $\mathbf{A}_t = \mathbf{A}_t^{[NUTS3]}$ -mal jelöljük.

**NULLMODELLEK** • A nullmodelleket általában élek detektálására, becslésére használjuk. A leggyakrabban alkalmazott nullmodell egy egyszerű véletlen konfigurációs modellen alapul (*Newman–Girvan* [2004]), ahol azt feltételezzük, hogy a kapcsolatok véletlenszerűen alakulnak ki a csomópontok között. Ekkor az élek becslésére a (7) összefüggést használhatjuk:

$$a_{i,j} \sim p_{i,j}^{[NG]} = \frac{k_i^{[out]} k_j^{[in]}}{L}, \quad (7)$$

ahol  $k_i^{[out]} = \sum_j a_{i,j}$  a kimenő élek,  $k_j^{[in]} = \sum_i a_{i,j}$  a bejövő élek,  $L = \sum_i \sum_j a_{i,j}$  pedig az összes él összege.

Bár a modell roppant egyszerű, és éppen egyszerűsége miatt több módszer – köztük a tanulmányban is alkalmazott modularitásvizsgálat – alapját képezi (*Newman* [2013]), mégis számos kutató (lásd például *Barabási–Albert–Albert* [1999], *Liu, X. és szerzőtársai* [2013]) mutatott már rá arra, hogy a véletlen hálózat feltételezése gyakran vitatható. Bár a nullmodellek más hálózati konfigurációk esetén is alkalmazhatók, egyik legnagyobb hiányosságuk, hogy – főleg gazdasági hálózatok modellezése esetén – nem veszik figyelembe, hogy az élek kialakulásának valószínűsége függ attól, hogy a két csomópont (jelen esetben két megye) földrajzilag milyen távol van egymástól. Pontosabban maga a távolság is egy közelítő mutató (proxy), amely a távolságfüggő tranzakciós – például utazási vagy szállítási – költségeket jellemzi.

Beépítve ezt a hatást a modellbe, a következő távolságfüggő nullmodellt kapjuk, ahol a kimenő/bejövő élek helyett bármilyen fontossági tényezőt is tekinthetünk (*Barthélemy* [2011], *Expert és szerzőtársai* [2011]):

$$a_{i,j} \sim p_{i,j}^{[spat]} = \gamma \left( I_i^{[out]} \right)^\alpha \left( I_j^{[in]} \right)^\beta f(d_{i,j}), \quad (8)$$

ahol  $I_i^{[out]}$ ,  $I_j^{[in]}$  jelöli a csomópontokra vonatkozó fontossági vagy vonzóképeségi értékeket,  $\alpha$  és  $\beta$  pedig az illesztendő paraméterek.  $\sum_i \sum_j p_{i,j} = \sum_i \sum_j a_{i,j}$  miatt

$$\gamma = \frac{L}{\sum_i \sum_j \left( I_i^{[out]} \right)^\alpha \left( I_j^{[in]} f(d_{i,j}) \right)^\beta}.$$

Az  $f(d_{i,j})$  egy úgynevezett távolságfüggvény, amely megadja, hogy az élek valószínűsége hogyan módosul a távolság függvényében (*Expert és szerzőtársai* [2011]). Vegyük észre, hogy a (8) egyenlet a (7) egyenlet általánosítása, hiszen  $\alpha = \beta = f(d) = 1$ ,  $\gamma = 1/L$  esetén visszakapjuk a randomizált nullmodellt. Ugyanakkor ez a modell már egy úgynevezett hibrid modell, amely az élek becslésénél a hálózati jellemzők mellett földrajzi (itt távolság-) adatokat is beépít a modellbe.

Innen már csak egyetlen lépés, hogy az összeköttetések valószínűségét egy gravitációs modellel megbecsüljük, amelyben  $f(d_{i,j}) = d^\delta$ . Az  $I$  helyett  $m$ -mel jelöljük a csomópontokhoz tartozó jellemzőket (*Gadár és szerzőtársai* [2018] például a régió egy főre jutó GDP-jét, a lakosok számát stb.). Ugyanakkor ez a modell már tisztán gazdasági modell, ahol az élek becslésére semmilyen hálózati paramétert nem használunk fel.

Tanulmányunkban az egyszerű gravitációs modellt [(2) egyenlet] általánosítjuk az alábbiak szerint több változóra [(9) egyenlet] és idősoros adatokra [(10) egyenlet]:

$$a_{i,j} \sim p_{i,j}^{[grav]} = \gamma d_{i,j}^\delta \prod_{v=1}^N m_{i_v}^{\alpha_v} m_{j_v}^{\beta_v}, \quad (9)$$

$$a_{i,j,t} \sim p_{i,j,t}^{[grav]} = \gamma d_{i,j,t}^\delta \prod_{v=1}^N m_{i_{v_t}}^{\alpha_{v_t}} m_{j_{v_t}}^{\beta_{v_t}}, \quad (10)$$

ahol  $N$  a vállalati, gazdasági, technológiai stb. változók száma,  $t$  az év;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  és  $\delta$  a regressziós együtthatók, amelyeket statikus esetben a (11) logaritmizált regressziós egyenlettel lehet becsülni, ha a változók nem vehetnek fel negatív vagy nulla értéket:

$$\log a_{i,j} \sim \log p_{i,j}^{[grav]} = \log \gamma + \delta \log d_{i,j} + \sum_{v=1}^N \alpha_v \log m_{i_v} + \sum_{v=1}^N \beta_v \log m_{j_v}. \quad (11)$$

Ha a változók értékei tartalmaznak nullákat, akkor a logaritmizálás nem használható. Ilyen eset lehet például a hálózatokban a nulla élek vagy éppen a hurokélek becslése. Az előbbinél  $a_{i,j}$ , az utóbbiban  $d_{i,j}$  tekinthető nullának. Ekkor a (9) egyenletet kell megoldanunk *Martin–Pham* [2020] módszerével.

Mivel a gravitációs modell együtthatóit regressziós modellel becsüljük, így e modell feltételeit is kell vizsgálni: a reziduumok normalitását, homogenitását, illetve azt, hogy a magyarázó változók között nincs multikollinearitás.

A multikollinearitás hatását többféleképpen mérhetjük. Ezek közül az egyik legelterjedtebb mutató az úgynevezett varianciainflációs mutató (*variance inflation factor*, *VIF*), amelyet a (12) képlet segítségével számíthatunk ki:

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2}, \quad (12)$$

ahol  $VIF_i$  az  $i$ -edik változó varianciainflációs mutatója,  $R_i^2$  pedig az  $i$ -edik változó többi változóval vett determinációs együtthatója. A  $VIF$  azt mutatja, hogy az  $i$ -edik változó becsült együtthatójának tényleges varianciája hányszorosa annak, ami a multikollinearitás teljes hiányának esete lenne. Értéke 1 és végtelen között változhat, de Johnston és szerzőtársai [2018] szerint 2,5 felett már komoly torzító hatása lehet a multikollinearitásnak, így azokat a változókat, ahol ezt tapasztaltuk, kivettük a modellegyenletből. A nullmodellek jóságát az határozza meg, hogy mennyire jól becsülik az éleket. Éppen ezért, ahol lehet szabad paramétereket illeszteni, ott a valós és becsült élek súlyának abszolút különbségét minimalizáljuk. Formálisan:

$$\min \leftarrow \varepsilon = \| \mathbf{A} - \mathbf{P} \| . \quad (13)$$

Vegyük észre, hogy itt az optimalizációs feladat nagyon hasonló a regressziós feladathoz, ahol a négyzetes eltérést minimalizáljuk az abszolút eltérések helyett.

**MODULOK MINT KÖZÖSSÉGEK** • A nullmodellek egyik leggyakoribb felhasználási területe az úgynevezett modulok keresése. A klasszikus modularitásoptimalizáláson alapuló módszerek olyan közösségeket – vagy más néven modulokat – keresnek, amelyekben belül a kohézió (például az összeköttetések száma) nagyobb, mint a modulokon kívüli élek esetében. Formálisan a gráf egy olyan partícióját keressük, ahol a modularitás mérőszáma maximális:

$$\max \leftarrow M_c = \frac{1}{L} \sum_{(i,j) \in C_c} (a_{i,j} - p_{i,j}), \quad (14)$$

ahol  $p_{i,j}$  a nullmodell által becsült értéket jelöli. Az  $M_c$  a modularitás értéke, amely a  $C_c$  klaszterre lehet pozitív, nulla vagy negatív. Ha  $M_c$  egyenlő nullával, akkor a közösségnek annyi kapcsolata van, amennyit a nullmodell előre jelez. Ha a modularitási érték pozitív, akkor a  $C_c$  részgráf általában olyan közösség, amely erősebb fokú belső kohéziót mutat, mint a modellből származó előrejelzés.

A randomizált (más néven konfigurációs) nullmodellek használata esetén a modulok olyan közösségeket határoznak meg, ahol több kapcsolat van egy közösségen belül a tagok között, mint a két különálló közösség tagjai között (Newman [2013]). Gravitációs nullmodellek használata esetében a modulok olyan úgynevezett gazdasági közösséget adnak meg, ahol a szereplők (azaz az adott vizsgálatról függően a régiók, intézmények stb.) közötti gazdasági kapcsolat szorosabb, mint amit a gravitációs modell alapján várnánk. E tanulmány a gravitációs nullmodellek általánosítását javasolja, ami arra is rávilágít, hogy mely gazdasági és technológiai mutatók befolyásolják az ilyen gazdasági régiók kialakulását.

Általában a (14) egyenletet egy úgynevezett Louvain-algoritmussal oldják meg (Blondel és szerzőtársai [2008]), de mi a tanulmányunkban az eredmények stabilitását javító Leiden-algoritmust (Traag és szerzőtársai [2019]) használtuk a modulok keresésére. Mindkét algoritmus általánosítható többrétegű hálózatokra, ahol a rétegek egy időszakot (jelen esetben egy évet) képviselnek. Ily módon a gravitációs nullmodellek javasolt időbeli változatai becsülhetik a kapcsolatokat egy többrétegű hálózatban, a modulok pedig meghatározhatnak egy időben és térben stabil gazdasági közösséget.

Az élek előrejelzésével lényegében a teljes hálózat kialakulása előre modellezhető, így számos hálózati tulajdonság, például a különböző centralitások, becsülhetők. Továbbá e tulajdonságok kialakulása is magyarázható, és több időszakra vonatkozó adatok ismeretében a feltételek teljesülése esetén adott valószínűséggel előre is jelezhető.

**TÖBBRÉTEGŰ HÁLÓZATOK MINT A DINAMIKUS HÁLÓZATOK EGY LEHETSÉGES MODELLJE** • Egy többrétegű hálózatot az  $\mathcal{M} = (\mathcal{G}, \mathcal{C})$  formulával adhatunk meg, ahol  $\mathcal{G} = \{G_\alpha = (V_\alpha, E_\alpha), \alpha \in \{1, \dots, m\}\}$  jelöli az  $\alpha \in \{1, \dots, m\}$  rétegekben szereplő irányított vagy irányítatlan gráfok halmazát.  $V_\alpha$  a csúcsok, míg  $E_\alpha \subseteq V_\alpha \times V_\alpha$  az élek halmazát jelöli az  $\alpha$  rétegben. Továbbá:

$$\mathcal{C} = \{E_{\alpha, \beta} \subseteq V_\alpha \times V_\beta, \alpha, \beta \in \{1, \dots, m\}, \alpha \neq \beta\} \quad (15)$$

jelöli a rétegek közötti kapcsolatokat.

Ebben a tanulmányban a rétegek közötti kapcsolatok jelölésétől eltekintünk, hiszen a rétegek egy-egy időszületet reprezentálnak, vagyis esetünkben  $\mathcal{C} = \emptyset$ . Mivel a csúcsok időben állandók (megyéket jelölnek), feltételezhető továbbá, hogy  $V_\alpha = V, \forall \alpha$ . Ebben a többrétegű modellben a rétegeket az éves adatok alapján képezzük, így az  $\alpha$  jelölés helyett  $t$ -vel jelöljük mind a  $t$ -edik időszakot, mind pedig a  $t$ -edik réteget a többrétegű hálózatban. A többrétegű kialakítás lehetőséget biztosít arra, hogy a teljes dinamikus hálózatot közös, időtől független regressziós paraméterekkel becsüljük [(11) egyenlet], valamint arra, hogy az éleket rétegenként határozzuk meg [(11) egyenlet]. Első esetben az eredményeink után nem teszünk évszámot. A második esetben az évszámmal utalunk az adott év adataira, illetve gravitációs modelljére.

$$\log a_{i,j,t} \sim \log p_{i,j,t}^{[grav]} = \log \gamma + \delta \log d_{i,j} + \sum_{v=1}^N \alpha_v \log m_{i,v} + \sum_{v=1}^N \beta_v \log m_{j,v}, \quad (16)$$

$$\log a_{i,j,t} \sim \log p_{i,j,t}^{[grav]} = \log \gamma_t + \delta_t \log d_{i,j} + \sum_{v=1}^N \alpha_{v_t} \log m_{i,v} + \sum_{v=1}^N \beta_{v_t} \log m_{j,v}. \quad (17)$$

**AZ IDŐBELI VIZSGÁLATOK LEHETŐSÉGEI** • Az időbeli vizsgálatok során a regressziós paraméterek változása megmutatja, hogy mely gazdasági, földrajzi, technológiai tényező értékelődik fel. A többrétegű hálózatokon számított centralitások rétegenkénti vizsgálata megadja, hogy a régiók szerepe, beágyazottsága hogyan változik időben és térben. Végül a modulok térbeli eltolódásának elemzése mutatja a gazdasági közösségek térbeli és időbeli változásait, míg a modulok többrétegű struktúrában történő meghatározása megadja az időben és térben változatlan gazdasági közösségeket.

### Centralitások

Mivel irányított gráfot használunk az anyavállalat–leányvállalat kapcsolatának megkülönböztetésére, ezért csak a centralitások (központisági mutatók) irányított és általánosított változatait használjuk.

Tanulmányunkban az alábbi központisági mutatókkal foglalkozunk:

- fokszámcentralitás bejövő ( $C_D^+$ ) és kimenő ( $C_D^-$ ) élekre,
- közelségi centralitás bejövő ( $C_D^+$ ) és kimenő ( $C_D^-$ ) élekre,
- köztességcentralitás ( $C_B$ ),
- egyéb, sajátérték-centralitásból származtatott mutatók: *Authority* ( $C_A$ ), *Hubness* ( $C_H$ ), *PageRank* ( $C_P$ ).

Az élpredikcióra alkalmazott modellek segítségével hálózatokat hozhatunk létre, amelyeket a különböző hálózati mutatókkal jellemezhetünk. A centralitási mutatókra vonatkozó átlagos predikciós hibát a (18) összefüggés szerint határozhatjuk meg:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{N} \sum_v |C(v) - \hat{C}(v)|, \quad (18)$$

ahol  $C(v)$  az adott centralitási mutató  $v$  csúcsra,  $N$  a csúcsok száma,  $\hat{C}$  pedig a becslt hálózat centralitási mutatójának értéke.

## Eredmények

### *Leíró statisztikák*

Munkánk során a 2010–2018 közötti időszakban vizsgáltuk az európai vállalatok tulajdonosi hálózatát. Az alkalmazott Amadeus adatbázis összesen 23 381 325 vállalat adatait tartalmazta, amelyek közül 1 872 272 olyan vállalatot azonosítottunk, amely vagy anyavállalat, vagy leányvállalat szerepét tölti be a vizsgált tulajdonosi hálózatban. Az adattisztítási folyamat eredményeképpen csak olyan vállalatokat tartottunk bent a vizsgálatunkban, amelyekhez a tanulmányban szereplő teljes időszakra (2010–2018) minden vizsgált paraméter rendelkezésre állt az adatbázisokban. Az adattisztítást követően 1 464 848 anyavállalat és leányvállalat adatait tartottuk meg, amelyek összesen 1435 különböző NUTS3 régióhoz kapcsolódtak. (NUTS3 régióként átlagosan 1020,8 vállalatot azonosítottunk. Az azonosított vállalatok számának kvartilisei:  $Q1 = 103$ ,  $Q2 = 288$ ,  $Q3 = 883,5$ ,  $Q4 = 2031$ .) E régiók között hurokélekkel együtt összesen 87 708 tulajdonlást kifejező kapcsolatot azonosítottunk. Itt hurokélen azt a kapcsolatot értjük, ahol az anyavállalat és a leányvállalat azonos régióban található.

A 2. táblázat szemlélteti az elemzés során alkalmazott főbb vállalati, gazdasági és szabadalmi adatokat.

A táblázatban valamennyi esetben éves, illetve a 2010–2018 közötti időszakra vonatkozó átlagértékek szerepelnek. Így például a munkavállalók számánál 2010-ben az 51 791-es érték arra utal, hogy a vizsgált adatbázisban szereplő vállalatokat figyelembe véve átlagosan 51 791 főt foglalkoztattak, míg ez a szám 2011-re 56 005-re emelkedett. A mérleg szerinti, adózás előtti eredmények, valamint a készpénzállomány mértékegysége 1000 euró.

## 2. táblázat

Néhány regionális (NUTS3-szinten vállalati adatokból összegzett) aggregált mutató évenkénti átlagainak (valamint a szabadalmak összegének) alakulása

Év	Mérleg szerinti eredmény	Adózás előtti eredmény	Készpénz- állomány	A munkavállalók száma (fő)	A szabadalmak száma (darab)
	(ezer euró)				
2010	1083	1353	1426	51 791	26 109
2011	1122	1411	1477	56 005	27 088
2012	1167	1458	1568	59 190	27 868
2013	1262	1493	1622	63 453	28 275
2014	1353	1628	1725	66 819	28 877
2015	1473	1757	1909	72 696	29 065
2016	1648	1919	2045	77 410	24 313
2017	1874	2193	2154	80 243	9 753
2018	2008	2341	2231	81 375	1 385
Átlag (összesen)	1443	1728	1795	67 695	(202 733)

Forrás: saját szerkesztés.

Az utolsó három év kivételével a szabadalmak számának alakulása növekvő tendenciát mutat. Az utolsó években megfigyelhető alacsonyabb értékek magyarázata az, hogy az adatok forrásaként használt Patstat adatbázisban csak bejegyzett szabadalmak érhetők el. Mivel az általunk használt adatbázis 2021. tavaszi kiadás – és mivel a szabadalmi folyamat a bejelentéstől az elfogadáson át a megjelenésig több mint 18 hónapot vesz igénybe –, így az utolsó években bejelentett igényeket a vizsgált időszak végéig még nem jegyezték be.

### A nullmodellek alkalmazása élpredikcióra

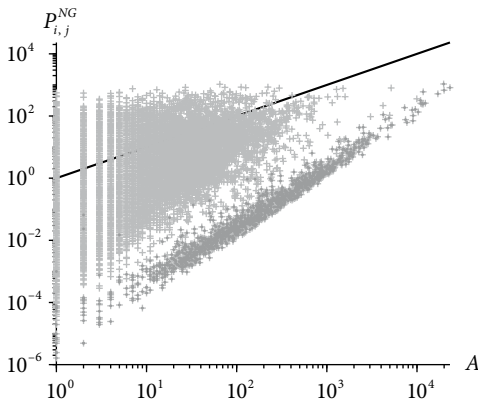
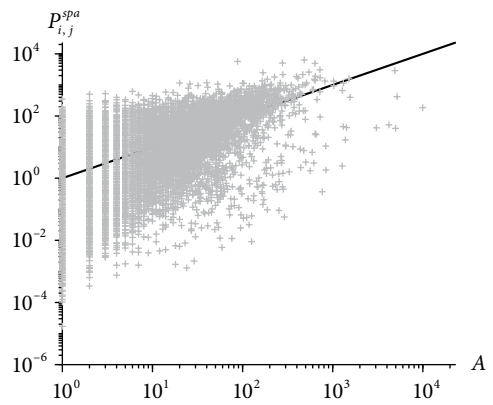
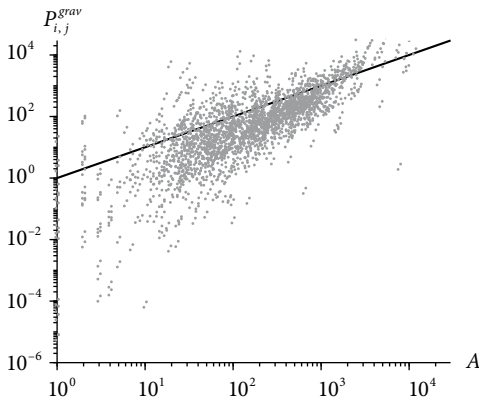
Az 1. ábra szemlélteti az egyes modellek élbecslési eredményét.

Az 1. ábra a) része Newman–Girvan [2004] módszerét mutatja, amely egy véletlen hálózatot feltételez a csúcspontok között. Ez az úgynevezett konfigurációs modell azonban nem tudja figyelembe venni a hurokéleket, valamint azt a gyakran megfigyelt tulajdonságot, amely szerint két földrajzi csomópont között a kapcsolatok valószínűsége távolságfüggő (2. ábra). Expert és szerzőtársai [2011] módszere már kompenzálja a távolságfüggést, amelynek leírására egy úgynevezett *spline* függvényt javasol (2. ábra). Ennek ellenére a legjobb illeszkedést [a (13) egyenlet alapján számolt legkisebb  $\varepsilon$  hibát] a javasolt gravitációs modell eredményezi.

A 3. táblázat a) része a javasolt gravitációs modell eredményeit, azaz a becsült együtthatók értékét ( $\beta$ ) és szignifikanciaszintjeit, valamint a modell illeszkedésének jószágát ismerteti. A táblázat b) része bemutatja az előrejelzés abszolút hibaértékeit

## 1. ábra

Nullmodellek illeszkedése, 2018

a)  $\varepsilon^{NG} = 0,0191$ b)  $\varepsilon^{spa} = 0,0112$ c)  $\varepsilon^{grav} = 0,0080$ 

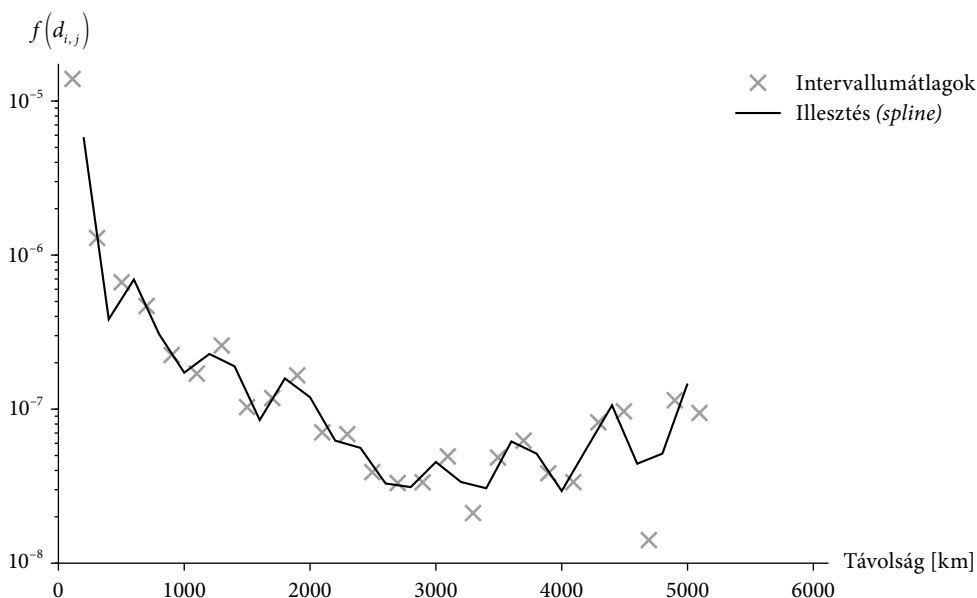
Megjegyzés: NG a Newman–Girvan [2004] modellt, *spa* a távolságfüggetlen modellt, *grav* a gravitációs modellt jelzi.

Forrás: saját szerkesztés.

( $\varepsilon^{grav}$ ), valamint a gravitációs modell által jósolt és az eredeti hálózat centralitásértékei közötti eltéréseket a teljes vizsgált időszakban.

A javasolt gravitációs modell a (9)–(11) egyenletek alapján számolja az együttthatókat minden évre. Ugyanakkor azokat a változókat, amelyek varianciainflációs értéke 2,5-nél nagyobb, kivettük a modelltől. Ezzel bár valamelyest csökkent az  $R^2$  értéke, ez a csökkenés nem számottevő, de e modellszűkítés eredményeképpen a regresszió feltételei – így a reziduumok normalitása, homogenitása és a multikollinearitás hiánya – is teljesültek. Példaképp az eredmények értelmezésére, a  $\beta_{GDP_t, 2018} = 0,0223$  azt jelenti, hogy 2018-ban a küldő oldalon a GDP 1 százalékos növekedése esetén az anyavállalat–leányvállalat kapcsolatok 0,0233 százalékos mértékben növekedtek átlagosan. A küldő

## 2. ábra

Távolságfüggés –  $f(d_{i,j})$ 

Forrás: saját szerkesztés.

( $i$ -edik) régióból pozitív (negatív) szignifikáns együtthatók azt mutatják, hogy mely vállalati, gazdasági, technológiai változók ösztönözhetik (nehezíthetik meg) a tulajdonszerzést. Hasonlóan, a fogadó régiók esetén ( $j$ -edik) a pozitív (negatív) szignifikáns együtthatók azt mutatják, hogy mely összetevők növekedése növelheti (csökkentheti) a beruházásokat és az új vállalati telephelyek létrehozását.

Az eredmények alapján az alkalmazott modell – a vizsgált időszakról függetlenül – szignifikáns volt, és megközelítőleg 0,403 korrigált  $R^2$ -értéket ért el. A determinációs együtthatóhoz hasonlóan az élpredikciót jellemző átlagos abszolút eltérés ( $\varepsilon^{\text{grav}}$ ) is csak minimális mértékben változott a vizsgált időszakban. A legtöbb együttható szignifikáns volt, és nem volt olyan együttható, amely mind a küldő ( $i$ -edik), mind a fogadó ( $j$ -edik) régió szempontjából ne lett volna szignifikáns legalább a vizsgált évek egyikében. Ugyanakkor a változópárok együtthatóinak előjelei és értékei különböznek a küldő és a fogadó régióban, ami azt jelenti, hogy különböző ismérvek lesznek fontosak egy telephely létesítése és befogadása szempontjából. Ráadásul az együtthatók előjelet is válthatnak az évek során.

A GDP a küldő oldalon csak az utolsó négy évben szignifikáns, míg a fogadó oldalon 2016 kivételével minden évben. A negatív értékek a fogadó oldalon azt jelzik, hogy a befektetők lehetőséget látnak a kevésbé fejlett régiókban való befektetésekre. Hasonló következtetésre jutunk, ha a szabadalmakat vizsgáljuk. Itt a küldő oldalon az együtthatók értéke pozitív – igaz, legtöbb esetben nem szignifikáns –, ugyanakkor a fogadó oldalon – az utolsó évtől eltekintve – valamennyi évben szignifikáns és negatív az érték. Ez azt jelzi, hogy leányvállalatokat olyan régiókba



### 3. táblázat

#### A gravitációs modellek eredményei

##### a) Regressziós eredmények ( $\beta$ értékei)

Változók	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Konstans	1,5829*	1,6187*	1,5723*	1,5766*	1,6713*	1,8964*	1,6534*	2,0972*	2,1456*
$D_{i,j}$	-0,4726*	-0,4725*	-0,4727*	-0,4729*	-0,4735*	-0,4717*	-0,4718*	-0,4711*	-0,4725*
$SR_i$	-0,1155*	-0,1193*	-0,0897*	-0,1106*	-0,1283*	-0,1316*	-0,1113*	-0,1105*	-0,0969*
$TA_i$	-0,0717*	-0,0551*	-0,0695*	-0,0603*	-0,0616*	-0,0670*	-0,0910*	-0,0747*	-0,0866*
$RCB_i$	0,0086	0,0079	-0,0035	-0,0062	-0,0214*	0,0047	0,0001	-0,0020	0,0071
$FA_i$	0,0206*	0,0183*	0,0159*	0,0163*	0,0128*	0,0210*	0,0177*	0,0149*	0,0111*
$CR_i$	0,1236*	0,1099*	0,1219*	0,1689*	0,1986*	0,1280*	0,1765*	0,1138*	0,0795*
$CO_i$	0,2193*	0,2172*	0,2215*	0,2202*	0,2209*	0,2255*	0,2287*	0,2281*	0,2299*
$GDP_i$	0,0023*	0,0019*	0,0016	0,0013	0,0023*	0,0390*	0,0258*	0,0285*	0,0223*
$PI_i$	0,0042*	0,0030*	0,004*	0,0044*	0,0029*	0,0021	0,0031*	0,0009	0,0026
$SR_j$	-0,0054	-0,0099	0,0043	0,0017	0,0158	0,0594*	0,0758*	0,0260	0,0058
$TA_j$	-0,0057	-0,0112	-0,0291*	-0,0351*	-0,0459*	-0,0430*	-0,0548*	-0,0473*	-0,0599*
$RCB_j$	-0,0152*	-0,0130*	-0,0197*	-0,0213*	-0,0326*	-0,0178*	-0,0160*	-0,0229*	-0,0134*
$FA_j$	-0,0122*	-0,0120*	-0,0114*	-0,0111*	-0,0123*	-0,0086*	-0,0107*	-0,0159*	-0,0199*
$CR_j$	0,0464*	0,0537*	0,0514*	0,0726*	0,0811*	0,0100	-0,0210	-0,0661*	-0,0583*
$CO_j$	0,2218*	0,2205*	0,2216*	0,2223*	0,2244*	0,2304*	0,2326*	0,2327*	0,2344*
$GDP_j$	-0,0076*	-0,008*	-0,0085*	-0,0082*	-0,0086*	-0,0139*	-0,0062	-0,0163*	-0,0152*
$PI_j$	-0,0105*	-0,0096*	-0,0091*	-0,0101*	-0,0095*	-0,0139*	-0,0139*	-0,0091*	-0,0089*
Kiigazított $R^2$	0,4034*	0,4029*	0,4029*	0,4032*	0,4041*	0,4026*	0,4032*	0,4019*	0,4030*

\*  $p = 0,05$  szinten szignifikáns.

Forrás: saját szerkesztés.

telepíténeke szívesebben, amelyek technológiai szempontból kevésbé fejlettek. A likviditási mutató (*Current Ratio*, *CR*) az adott vállalat fizetőképességéről ad információt. A mutató a forgóeszköz-állományt viszonyítja a rövid lejáratú kötelezettségekhez. Az erre a mutatóra vonatkozó együttható magas és szignifikáns értéket mutat a küldő oldalon, ugyanakkor alacsonyabb és csak 2015-ig pozitív a fogadó oldalon. A fizetőképességi mutató (*SR*), azaz az eszközalapú likviditási koefficiens értékei a fenti *CR* ellentétét mutatják, ami esetünkben annyit jelent, hogy az anyavállalatok sokkal inkább rendelkeznek likvid tőkével, és kevésbé eszköztúlsúlyos a vagyoniuk, mint a leányvállalatoké. A befektetett tőke megtérülése (*ROCE*) – ami a táblázatunkban *RCB* jelöléssel szerepel – a vállalatok működési hatékonyságának mérésére használható. A számított koefficiensértékeink mindkét oldal esetében szignifikánsak és negatívak, ugyanakkor abszolút értékük és szignifikanciaszintjük is magasabb a leányvállalatok esetében.

## A 3. táblázat folytatása

## b) A centralitásbecslések hibái

Hibák	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
$\varepsilon_{\text{grav}}$	0,0078	0,0073	0,0078	0,0077	0,0076	0,0076	0,008	0,0081	0,008
$\varepsilon_{C_D^+}$	3,0414	5,7021	3,3355	3,5763	4,2312	3,8885	4,6273	6,5212	4,7929
$\varepsilon_{C_D^-}$	4,5173	3,6933	5,1694	4,9229	4,9568	5,5349	4,1927	6,3334	5,5961
$\varepsilon_{C_B}$	142,7669	183,9388	139,3517	160,2476	161,99	147,5215	167,2923	185,056	182,4788
$\varepsilon_{C_C^+}$	2,72E-06	3,25E-06	2,46E-06	2,22E-06	1,75E-06	2,77E-06	2,99E-06	1,91E-06	2,43E-06
$\varepsilon_{C_C^-}$	4,62E-06	1,97E-06	4,71E-06	4,06E-06	3,60E-06	4,59E-06	2,77E-06	2,26E-06	3,77E-06
$\varepsilon_{C_H}$	1,98E-05	1,67E-05	2,06E-05	1,94E-05	1,85E-05	2,13E-05	1,81E-05	1,64E-05	2,06E-05
$\varepsilon_{C_A}$	1,42E-05	1,93E-05	1,28E-05	1,38E-05	1,39E-05	1,47E-05	1,45E-05	1,22E-05	1,53E-05
$\varepsilon_{C_P}$	2,83E-05	3,45E-05	2,62E-05	3,15E-05	3,18E-05	3,25E-05	2,23E-05	2,05E-05	3,00E-05

*Centralitásbecslések hibái:* bejövő ( $C_D^+$ ) és kimenő ( $C_D^-$ ) élekre vonatkozó foksámcentralitás,  $C_B$ : köztességcentralitás, közelségi centralitás bejövő ( $C_C^+$ ) és kimenő ( $C_C^-$ ) élekre. Sajátvektorcentralitáson alapuló mutatók: *authority* ( $C_A$ ), *hubness* ( $C_H$ ), *pagerank* ( $C_P$ ).  $\varepsilon$ : átlagos hiba.

*Forrás:* saját szerkesztés.

Annak érdekében, hogy a NUTS3 régiók gazdasági fejlettségét is vizsgálni tudjuk, bevontuk az egy főre jutó GDP-adatokat (*GDP*), valamint régióként az összesített szabadalmak számát (*PI*). Az eredmények alapján mindkét mutató negatív értékeket vett fel a fogadó oldalon, ugyanakkor azok abszolút értéke kisebb és kevésbé szignifikáns volt a küldő oldalon. Ez a megfigyelés azt mutatja, hogy az anyavállalatokhoz képest a leányvállaltok inkább az alacsonyabb egy főre jutó GDP-vel és a kevesebb szabadalmi bejelentéssel rendelkező régiókból származnak. A régiók méretére való kontrollálás érdekében meghatároztuk továbbá az adott régióban tevékenykedő vállalatok számát (*CO*). Az előzetes várakozásoknak megfelelően ezen indikátor esetében az együtthatók értéke erősen szignifikáns és pozitív értékű mind a küldő, mind a fogadó oldalon. Az anyavállalatok és leányvállalatok közötti földrajzi távolságra vonatkozó változó együtthatójának értéke negatív, és relatíve állandónak mutatkozott a vizsgált időszakon belül. Végezetül kiszámítottuk az eredeti és a gravitációs modellel megjósolt hálózatok centralitási mutatóit, és azt tapasztaltuk, hogy a valódi és a becslő mutatók átlagos abszolút eltérése éves szinten csak kismértékben változott – azaz a becslés hibája időtől független volt.

## A hálózati mutatók becslése

Azt várjuk, hogy ha az éleket sikerül jól becsülni, akkor az így kialakított hálózat jellemzői sem térnek el nagymértékben az eredeti hálózat jellemzőitől. Ahol eltérés mutatkozik, ott annak okát érdemes felderíteni, hiszen a modelltől való eltérés további többletinformációval szolgál (lásd például a modulok, közösségek kialakulását).

A 4. táblázat mutatja, hogy a becsült hálózatokra vonatkozóan mekkora az átlagos centralitási eltérés.

#### 4. táblázat

A centralitási mutatók becslési hibái

Hiba	Konfigurációs modell	Távolságfüggő modell	Gravitációs modell
$\varepsilon_{C_D^+}$	33,3668190	32,9068338	4,79292979
$\varepsilon_{C_D^-}$	33,4063724	32,9478765	5,59613725
$\varepsilon_{C_B}$	170,044571	169,956479	182,478837
$\varepsilon_{C_C^+}$	0,00000940	0,00000919	0,00000243
$\varepsilon_{C_C^-}$	0,00000938	0,00000917	0,00000377
$\varepsilon_{C_H}$	0,00002001	0,00002003	0,00002061
$\varepsilon_{C_A}$	0,00001703	0,00001704	0,00001532
$\varepsilon_{C_P}$	0,00001782	0,00001781	0,00003000

Forrás: saját szerkesztés.

Tanulmányunkban háromféle módon generáltunk hálózatokat. Az első módszer egy véletlen hálót határoz meg, amelyben *Newman–Girvan* [2004] módszerével a (7) egyenlet szerint generáljuk az éleket. Itt lényegében nem feltételezünk semmilyen szervező erőt. Az éleket két régió között kizárólag a bejövő és kimenő élek arányában fogjuk becsülni. *Expert és szerzőtársai* [2011] modellje már beépíti a régiók közötti távolságot a modellbe, így a (8) modellel becsült távolságfüggetlen hálózat már figyelembe veszi a földrajzi elhelyezkedést mint rendező erőt. Ugyanakkor annak ellenére, hogy a nullmodell illesztése jobb a távolságkompenzáció figyelembevételével ( $\varepsilon^{NG} = 0,0191$ ;  $\varepsilon^{spa} = 0,0112$ ), a centralitásokra vonatkozó átlagos abszolút eltérés csak alig javul. Érdemi változást csak a gravitációs modellek alkalmazása ad. Mivel ekkor az élek becslésére vonatkozó átlagos abszolút eltérés ( $\varepsilon^{grav} = 0,0080$ ) kisebb, így azt láthatjuk, hogy a foksámcentralitás ( $C_D$ ) átlagos hibája is egy nagyságrenddel kisebb, de kisebbek a közelségi centralitások ( $C_C$ ) átlagos abszolút eltéréseinek értékei is. A fent említett mutatókkal összehasonlítva a köztességi ( $C_B$ ) és a PageRank ( $C_P$ ) centralitások esetén valamivel nagyobb átlagos abszolút eltéréseket tapasztaltunk. Ennek okát abban kell keresnünk, hogy a gravitációs modell ott is megpróbál éleket becsülni, ahol az eredeti hálózatban nem voltak beruházások (lásd később a 3. ábrát). Itt érdekes kérdésként merülhet fel, hogy ahol a gazdasági, technológiai és vállalati paraméterek ezt lehetővé tennék, vajon miért nem alakulnak ki mégsem anyavállalat–leányvállalat kapcsolatok bizonyos régiók esetében.

A bejövő élekre vonatkozó foksámcentralitás becslésére mutatunk egy példát az 5. táblázatban, ahol a bejövő élekre vonatkozó foksámcentralitásokat becsültük gravitációs és távolságfüggő modellekkel. Itt a bejövő élekre vonatkozó öt legnagyobb foksámcentralitás azokat a régiókat adja meg, amelyek befektetési szempontból leginkább vonzóak.

5. táblázat

A bejövő élekre vonatkozó fokszámcentralitások ( $C_D^+$ ) becslései, top 5 régió, 2018

Eredeti hálózat alapján			Gravitációs modell			Távolságfüggő modell		
NUTS3	Név	Helyezés	NUTS3	Név	Helyezés	NUTS3	Név	Helyezés
ITC4C	Milánó	1.	ITC4C	Milánó	1.	DK014	Bornholm	1291.
ITC11	Torinó	2.	PL911	Varsó	3.	DK050	Nordjylland	589.
PL911	Varsó	3.	ES300	Madrid	5.	EE004	Lääne-Eesti	634.
ES511	Barcelona	4.	ES511	Barcelona	7.	EE007	Kirde-Eesti	1081.
ES300	Madrid	5.	ITI43	Róma	4.	EE008	Lõuna-Eesti	455.

Forrás: saját szerkesztés.

Az 5. táblázat azt mutatja, hogy a gravitációs modell sokkal jobban becsli meg a befektetési szempontból leginkább vonzó megyéket, mint a távolságfüggő modell. Ezek a megyék legtöbbször egyben fővárosok (például Róma, Varsó, Madrid) vagy nagyobb városok (például Milánó, Barcelona, Torinó). A távolságfüggő modellek, ahogyan az a hibák alapján várható volt, rosszul becslik – és így a centralitások alapján rosszul rangsorolják – a régiókat. A 3. ábra szemlélteti a bejövő élekre vonatkozó közelségi centralitásokat. Az ábra a) része az eredeti, míg az ábra többi része a különböző modellekkel becsült hálózatokat mutatja. Az ábrák szürke árnyalatos színezésénél minden modell esetén az eredeti hálózathoz képest alkalmazott színskálát használtuk annak érdekében, hogy a modellek eredményei vizuális módon is értelmezhetőek legyenek.

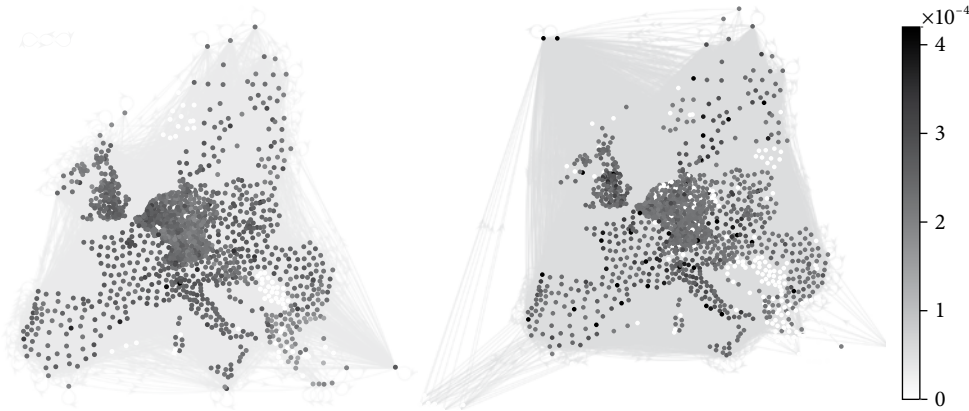
A 3. ábra c) és d) részén lévő sötét pontok azt mutatják, hogy ezek a modellek felülbecslik a NUTS3-as – ezen belül is különösen a kelet- és dél-európai – régiók szerepét. Mind az eredeti hálózatban, mind az azt becsülő gravitációs modellen alapuló hálózatban e régiók szerepe jóval mérsékeltebb. Sőt a gravitációs modell a kelet-európai

3. ábra

Modellezett hálózatok és NUTS3-as régiók bejövő élekre becsült közelségi centralitásai

a) Eredeti hálózat

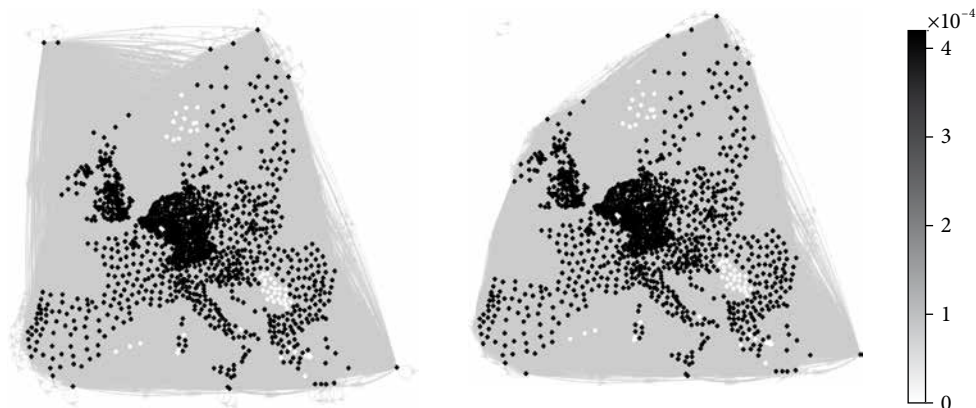
b) Gravitációs modell



## A 3. ábra folytatása

## c) Konfigurációs modell

## d) Távolságfüggő modell



Forrás: saját szerkesztés.

régiók szerepét alul is becsli. Ez azt is mutatja, hogy a Kelet-Európába és különösen a Balkán területére történő beruházások száma magasabb, mint azt a modellbe bevont gazdasági, technológiai tényezők indokolnák.

### Modulok, gazdasági közösségek

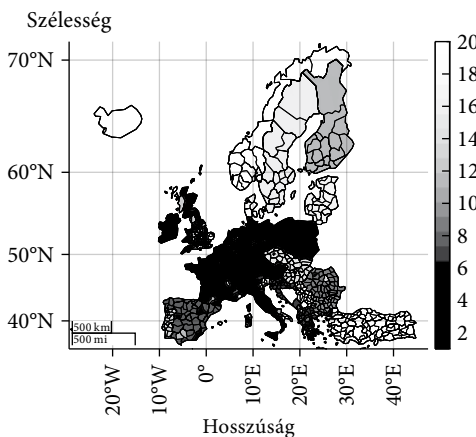
A modulok keresésénél azokat a csomópontokat keressük, amelyek szorosabban össze vannak kötve egymással, mint ahogy azt a modellek előre jeleznék. A konfigurációs modellben [lásd a 4. ábra a) részét] tehát az azonosított, egyárnyalatúra színezett modulon belüli regionális kapcsolatok szorosabbak, mint a modulok közöttiek. A bonyolultabb modellekben, amelyek illeszkedése jobb, mint a konfigurációs modellé, már földrajzi [lásd a 4. ábra b) részét], illetve gazdasági tényezőket [lásd a 4. ábra c) részét] is figyelembe veszünk. Vagyis itt már olyan földrajzi és gazdasági közösségeket kapunk, ahol a kapcsolatok szorosabbak, mint azt a földrajzi távolságok vagy a gazdasági, technológiai tényezők indokolnák. A 4. ábra mutatja a (14) egyenlet alapján kialakult modulokat. A modulokat aszerint rendeztük sorba, hogy mennyi NUTS3 régiót tartalmaznak. A több régiót tartalmazó modulokhoz kisebb számot rendeltünk, és sötétebbre színeztük őket, míg a kevesebb régiót tartalmazó modulhoz nagyobb számot rendeltünk, és a színpaletta másik végét. Azokat a modulokat, amelyek csak egy-egy régiót tartalmaztak, feketére festettük. Fontos megjegyezni, hogy bár Törökország feltűnik a térképen, adatai nem szerepeltek az adatbázisban.

A 4. ábra a) része azt mutatja, hogy ha *Newman–Girvan* [2004] módszerét alkalmazzuk egy földrajzi hálózat moduljainak keresésére, akkor a modulok visszaadják a magasabb régiók (jelen esetben NUTS1 régiók, vagyis országok) határait. Ennek földrajzi függőség esetén sem kellene automatikusan teljesülnie. A földrajzi koncentráció magyarázható a távolságfüggéssel, de ez nem jelenti azt, hogy a legtöbb esetben a közigazgatási

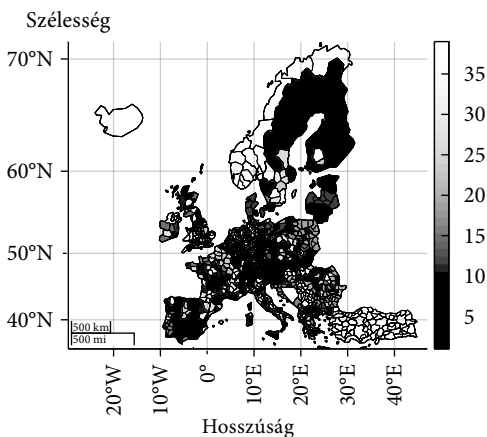
## 4. ábra

Közösségek – a (14) egyenlet alapján kialakult modulok

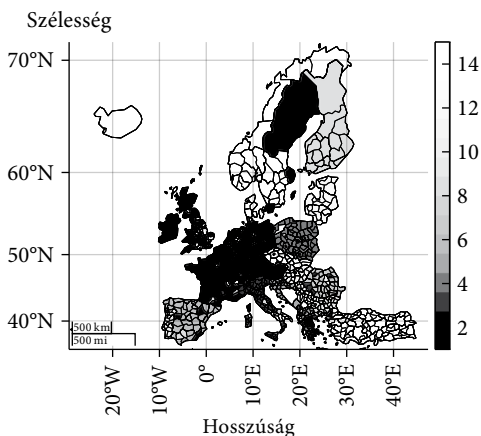
## a) Konfigurációs modell alapján



## b) Távolságfüggő modell alapján



## c) Gazdasági közösségek, gravitációs modell alapján



*Megjegyzés:* a sötét modulok tartalmaznak több NUTS3 régiót.

*Forrás:* saját szerkesztés.

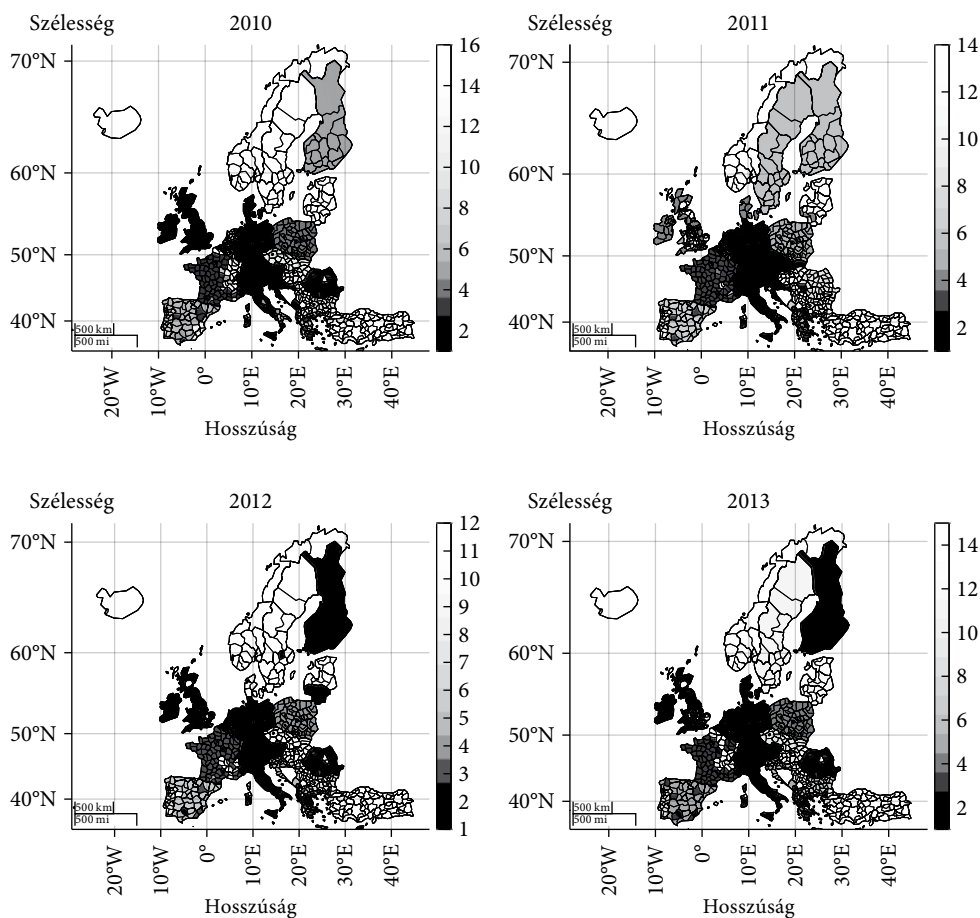
határok is visszaadódjanak. A távolságfüggőség figyelembevétele [lásd a 4. ábra b) részét] alaposan megváltoztatja a modulok alakját és elhelyezkedését. Első ránézésre a modulok elhelyezkedése inkább véletlenszerűnek tűnhet, ugyanakkor itt is megjelenik a németországi régiók vezető szerepe. A modulok azonban jobban elkülönülnek egymástól, amit a nagyobb modulszám is jelez, és emellett inkább több kisebb modulba szerveződnek a NUTS3 régiók. Lényegében ez a szerkezet úgy is felfogható, hogy a modulok hasonlóan szerveződnenek, ha nem lenne távolságfüggés, hiszen ezt a modell kompenzálja. A gravitációs modellen alapuló modellek olyan gazdasági körzeteket határozhatnak meg, amelyek túlnyúlhatnak az adminisztratív határokon. Azáltal, hogy lényegében itt

is legtöbbször visszakaptuk a közigazgatási határokat, azt láthatjuk, hogy az anyavállalatok–leányvállalatok alapítása esetében az adminisztratív korlátok megmaradtak, így a gazdasági közösségek elsősorban országhatárokon belül alakultak ki. Érdekes továbbá, hogy Nagy-Britannia, a Benelux államok, Németország egy gazdasági tömböt alkotnak. Az 5. ábra szemlélteti a gazdasági közösségek évenkénti alakulását. A modulok egy-egy réteget alkotnak az évek szerint bontott többrétegű hálózatban.

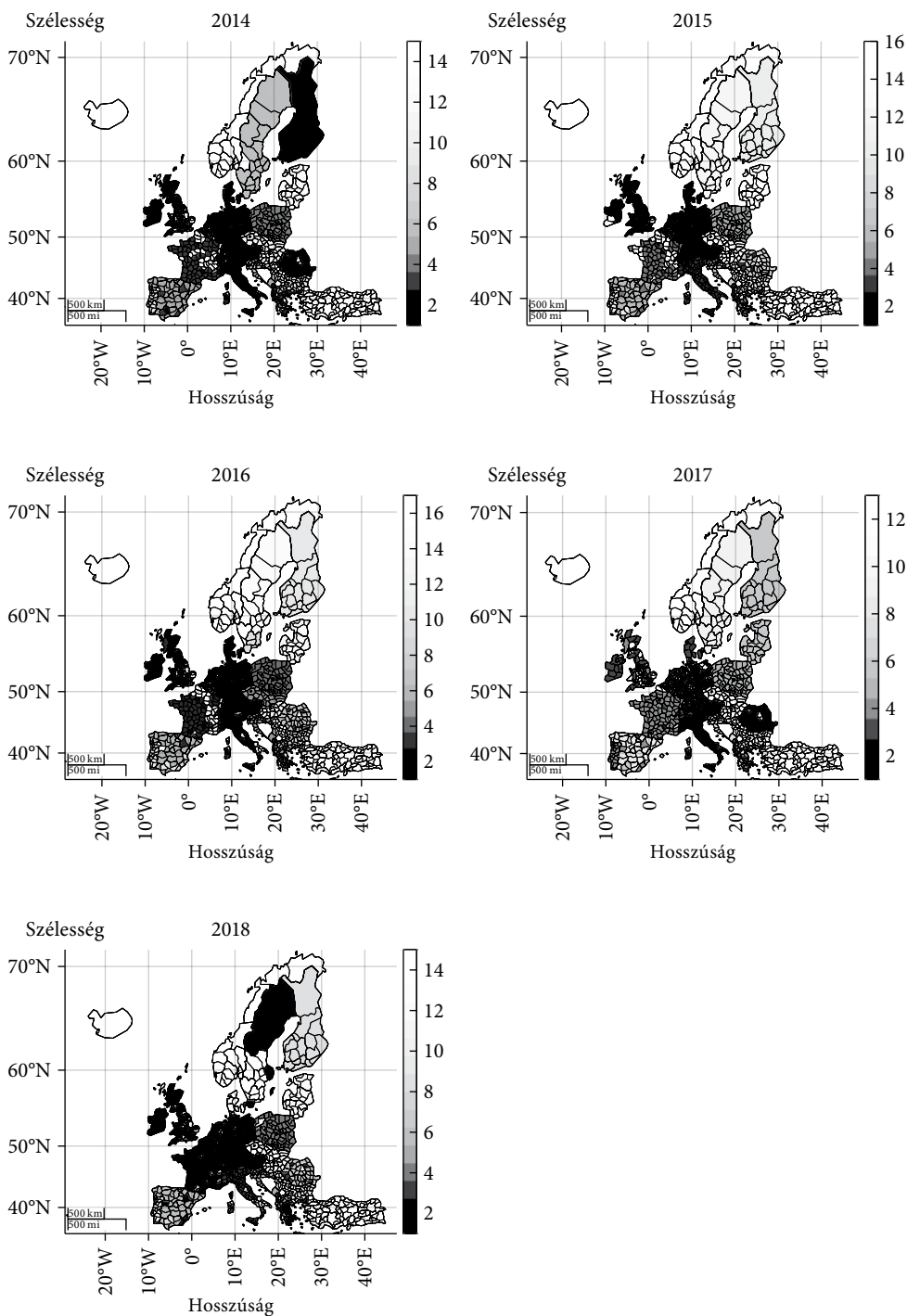
Az 5. ábra azt mutatja, hogy az adminisztratív határok, amelyek megnehezítik a gazdasági közösségek kialakulását, minden évben megfigyelhetők. A legnagyobb, legtöbb régiót tartalmazó tömb továbbra is az európai gazdaság magját alkotó Németország, Nagy-Britannia, Franciaország és Észak-Olaszország. Az árnyalatok változása elsősorban a skandináv országok közül Finnország és Svédország esetében szembetűnő, ahol a közigazgatási határok szerepe nem változik időben, ugyanakkor a színezés attól változik, hogy melyik másik modulhoz (például a Baltikumhoz, lásd a 2012-es és a 2017-es éveket) kapcsolódik inkább egy-egy ország.

### 5. ábra

Rétegek szerinti gazdasági modulok, 2010–2018



## Az 5. ábra folytatása



Forrás: saját szerkesztés.



## Következtetések

Maga a leányvállalatok alapítása is tekinthető egyfajta beruházásnak, hiszen ekkor az anyavállalat egy másik régióban vagy másik országban alapít telephelyet. Az anyavállalat az új telephely számára elérhetővé teszi a rendelkezésére álló technológiát, illetve ott új munkahelyeket teremt, éppen ezért a tulajdonosi hálózatok vizsgálata fontos kutatási terület. Tanulmányunkban a gravitációs modellek segítségével rámutattunk arra, hogy az anyavállalat–leányvállalat kapcsolatok kialakulását a technológiai és gazdasági különbségek serkentik (3. táblázat). A tőke a gazdaságilag és technológiailag fejlettebb régiókból áramlik a kevésbé fejlettek felé, ugyanakkor a hálózati modellekkel való egyesítés azt is megmutatta, hogy ez a beruházás elsősorban országon belül valósul meg (4. és 5. ábra). Bár az Európai Unió folyamatosan szorgalmazza a kevésbé fejlett európai régiók felzárkóztatását és minél nagyobb fokú integrációját, az eredmények azt mutatják, hogy az adminisztratív határok még jelentősen befolyásolják az új tulajdonosi kapcsolatok kialakulását (4. ábra), és ezek lényegében nem változtak a vizsgált időszak során (5. ábra). A legtöbb általunk használt centralitási mutató alapján (4. táblázat) a vizsgált nullmodellek közül a gravitációs nullmodellel magyarázható, illetve becsülhető leginkább a céghálózatok kialakulása (3. ábra és 5. táblázat). A gravitációs modellek és modulkeresési eljárások egyidejű alkalmazásával úgynevezett gazdasági közösségeket határozhatunk meg (1. és 2. KÉRDÉS), megvizsgálhatjuk ezek kialakulásának okait, illetve tér- és időbeli stabilitásukat (3. KÉRDÉS). E modellek rámutattak arra is, hogy a tulajdonlásban elsősorban a magországek, ezek közül is Franciaország, Németország, Nagy-Britannia, valamint a Benelux államok játszanak főszerepet (3. és 4. ábra). Érdekes továbbá, hogy Nagy-Britannia európai integrációja milyen erős, illetve hogy több magországgal beruházási-gazdasági közösséget alkot.

## Összefoglalás

Tanulmányunk kísérletet tett arra, hogy a hálózati (mint leíró) és a gazdasági (mint magyarázó) modelleket egyesítse – lehetőséget teremtve ezen megközelítések erősségeinek kiaknázására. Ehhez egy gravitációs modellt javasoltunk, amely alkalmas a vállalatok tulajdonosi hálózatának elemzésére és becslésére. Eredményeink alapján e gravitációs modell nemcsak a kapcsolatok kialakulását, de a hálózat jellemzőit – lásd a legtöbb centralitási mutatót – is pontosabban becsüli meg, mint a cikkben tárgyalt egyéb modellek. A javasolt modell segítségével végzett eljárás továbbá képes olyan gazdasági közösségeket időben és térben is azonosítani, ahol a gazdasági kapcsolatok szorosabbak annál, mint azt a hálózat struktúrája alapján várnánk.

## További kutatási lehetőségek

Ebben a kutatásban csak európai szervezetekre koncentráltunk, ugyanakkor mind a vállalati, mind a szabadalmi, mind pedig a gazdasági adatok rendelkezésre állnak világszinten is, így a kontinenseken átívelő vizsgálatra is lehetőség nyílik, bár a NUTS3 régiók kizárólag Európán belül értelmezhetők, ezért e kiterjesztés előtt szükség van az ezeknek megfelelő földrajzi területek világszintű beazonosítására. A kutatás kimutatta, hogy Nagy-Britannia, különösen Anglia ezer szálon kapcsolódik az Európai Unióhoz. Érdekes lehet ugyanakkor a hálózati struktúra vizsgálata a brexit után. Magát a gravitációs modellt is lehet pontosítani, hiszen egyrészt lehetőség van a távolságok helyett a tranzakciós költségeken alapuló komplexebb modellek használatára is. További változók is bevonhatók, hiszen a döntéshozás során a gazdasági környezet mellett az adózási környezet is szerepet játszik. Ami miatt mi mégsem vettük be ezt a változót, az elsősorban annak tulajdonítható, hogy szemben más alkalmazott mutatókkal, általában az adózási környezetet leíró mutatók nem különböztethetők meg NUTS3-as szinten. A gravitációs modellben jelenleg egyetlen hálózat, a tulajdonlási hálózat dinamikus becslésére vállalkoztunk, ugyanakkor akár több hálózat kapcsolatát feltáró, úgynevezett multiplex hálózatok becslésére is ki lehet terjeszteni a javasolt gravitációs hálózati modellt.

## Hivatkozások

- ABONYI JÁNOS–CZVETKÓ TÍMEA–HONTI GERGELY MARCELL [2020]: Are Regions Prepared for Industry 4.0? The Industry 4.0+ Indicator System for Assessment. eBook. Springer, Cham, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-53103-4>.
- ANDERSON, J. E. [1979]: A Theoretical Foundation for the Gravity Equation. *The American Economic Review*, Vol. 69. No. 1. 106–116. o.
- ASERO, V.–GONZO, S.–TOMASELLI, V. [2015]: Building Tourism Networks through Tourist Mobility. *Journal of Travel Research*, Vol. 55. No. 6. 751–763. o. <https://doi.org/10.1177/0047287515569777>.
- AZIANI, A.–FERWERDA, J.–RICCARDI, M. [2021]: Who are our owners? Exploring the ownership links of businesses to identify illicit financial flows. *European Journal of Criminology*, Vol. 19. No. 6. 1542–1573. o. <https://doi.org/10.1177/1477370820980368>.
- BACCI, S.–BERTACCINI, B. [2021]: Assessment of the University Reputation Through. *Social Indicators Research*, Vol. 156. 363–388. o. <https://doi.org/10.1007/s11205-020-02322-x>.
- BARABÁSI-ALBERT LÁSZLÓ [2016]: *Network Science*. Cambridge University Press, Cambridge, <http://networksciencebook.com/>.
- BARABÁSI-ALBERT LÁSZLÓ–ALBERT RÉKA [1999]: Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, Vol. 286. No. 5439. 509–512. o. <https://doi.org/10.1126/science.286.5439.509>.
- BARTHÉLEMY, M. [2011]: Spatial Networks. *Physics Reports*, Vol. 499. No. 1–3. 1–101. o. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2010.11.002>.
- BHATTACHARYA, K.–MUKHERJEE, G.–SARAMÄKI, J.–KASKI, K.–MANNA, S. S. [2008]: The International Trade Network: weighted network analysis and modelling. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 02002. <https://doi.org/10.1088/1742-5468/2008/02/P02002>.

- BLONDEL, V. D.–GUILLAUME, J. L.–LAMBIOTTE, R.–LEFEBVRE, E. [2008]: Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, No. 10. P10008. <https://doi.org/10.1088/1742-5468/2008/10/p10008>.
- BORSOS ANDRÁS–STANCSICS MARTIN [2020]: Unfolding the hidden structure of the Hungarian multi-layer firm network. Online: MNB Occasional Papers, 2020/139.
- BUREAU VAN DIJK [2018]: Orbis Database. Bureau van Dijk, <https://www.bvdinfo.com/en-gb/our-products/data/international/orbis>.
- CZVETKÓ TÍMEA–HONTI GERGELY MARCELL–ABONYI JÁNOS [2021]: Regional development potentials of Industry. *PLoS ONE*, Vol. 16. No. 4. 1–20. o. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0250247>.
- D'AGATA, R.–GOZZO, S.–TOMASELLI, V. [2013]: Network analysis approach to map tourism mobility. *Quality & Quantity*, Vol. 47. No. 6. 3167–3184. o. <https://doi.org/10.1007/s11135-012-9710-7>.
- ERDŐS PÁL–RÉNYI ALFRÉD [1959]: On Random Graphs I. *Publicationes Mathematicae*, No. 6. 290–297. o.
- EULER, L. [1736]: *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, 8. 128–140. o.
- EXPERT, P.–EVANS, T. S.–BLONDEL, V. D.–LAMBIOTTE, R. [2011]: Uncovering space-independent communities in spatial networks. *PNAS – Applied Mathematics*, Vol. 108. No. 19. 7663–7667. o. <https://doi.org/10.1073/pnas.1018962108>.
- GADÁR LÁSZLÓ–KOSZTYÁN ZSOLT TIBOR–ABONYI JÁNOS [2018]: The Settlement Structure Is Reflected in Personal Investments: Distance-Dependent Network Modularity-Based Measurement of Regional Attractiveness. *Complexity*, Vol. 16. <https://doi.org/10.1155/2018/1306704>.
- JÁMBOR ATTILA–TÖRÖK ÁRON [2019]: A regionális kereskedelmi egyezmények létrejöttét meghatározó tényezők. *Közgazdasági Szemle*, 66. évf. 4. sz. 418–433. o. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2019.4.418>.
- JOHNSTON, R.–JONES, K.–MANLEY, D. [2018]: Confounding and collinearity in regression analysis: a cautionary tale and an alternative procedure, illustrated by studies of British voting behaviour. *Qual Quant*, Vol. 52. 1957–1976. o. <https://doi.org/10.1007/s11135-017-0584-6>.
- JUTLA, I. S.–JEUB, L. G.–BAZZI, M.–MUCHA, P. J. [2012]: A generalized Louvain method for community detection implemented. *MATLAB*. Forrás: A generalized Louvain method for community detection implemented in MATLAB, január 1. <https://github.com/GenLouvain/GenLouvain>.
- KHALIFE, S.–READ, J.–VAZIRGIANNIS, M. [2021]: Structure and influence in a global capital-ownership network. *Applied Network Science*, Vol. 6. No. 16. 1–21. o. <https://doi.org/10.1007/s41109-021-00359-6>.
- KLIMOVICH, S.–KROPP, S.–KEIL, S. [2022]: Federal Regression and the Authoritarian Turn in Russia. Megjelent: *Keil, S.–Kropp, S. (szerk.): Emerging Federal Structures in the Post-Cold War Era*. Springer International Publishing, Cham, 73–94. o. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-93669-3\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-93669-3_4).
- KOSZTYÁN ZSOLT TIBOR–CSÁNYI VIVIEN VALÉRIA–KURBUZ MARCELL TAMÁS [2019]: A Hetedik Keretprogram többszintű, dinamikus hálózati elemzése. *Statisztikai Szemle*, 97. évf. 2. sz. 111–145. o. <https://doi.org/10.20311/stat2019.2.hu0111>.
- KOSZTYÁN ZSOLT TIBOR–CSÁNYI VIVIEN VALÉRIA–BANÁSZ ZSUZSANNA–JAKOBI ÁKOS–NEUMANNÉ VIRÁG ILDIKÓ–TELCS ANDRÁS [2021]: The role of higher education in spatial

- mobility. *Applied Network Science*, Vol. 6. No. 88. 1–30. o. <https://doi.org/10.1007/s41109-021-00428-w>.
- KURBUCZ MARCELL TAMÁS–SUGÁR ANDRÁS–KERESZTYÉN TIBOR [2023]: Analysis of the international trade networks of COVID-19 medical products. *Applied Network Science*, Vol. 8. No. 58. 1–16. o. <https://doi.org/10.1007/s41109-023-00586-z>.
- KURT, Y.–KURT, M. [2020]: Social network analysis in international business research: An assessment of the current state of play and future research directions. *International Business Review*, Vol. 29. No. 2. 1–42. o. <https://doi.org/10.1016/j.ibusrev.2019.101633>.
- LIU, F.–ZHANG, J.–ZHANG, J.–CHEN, D.–LIU, Z.–LU, S. [2012]: Roles and functions of tourism destinations in tourism region of south anhui: A tourist flow network perspective. *Chinese Geographical Science*, Vol. 22. No. 6. 755–764. o. <https://doi.org/10.1007/s11769-012-0557-6>.
- LIU, X.–MURATA, T.–WAKITA, K. [2013]: Extending modularity by capturing the similarity attraction feature in the null model. 1–10. o. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1210.4007>.
- LIU, Z.–MU, R.–HU, S.–LI, M.–WANG, L. [2018]: The Method and Application of Graphic Recognition of the Social Network Structure of Urban Agglomeration. *Wireless Personal Communications: An International Journal*, Vol. 103. No. 3. 447–480. o. <https://doi.org/10.1007/s11277-018-5454-6>.
- LUKERMANN, F.–PORTER, P. W. [1960]: Gravity and potential models in economic geography. *Annals of the Association of American Geographers*, Vol. 50. No. 4. 493–504. o. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8306.1960.tb00364.x>.
- LŐRINCZ LÁSZLÓ–NÉMETH BRIGITTA [2022]: How social capital is related to migration between communities? *European Journal of Population*, Vol. 38. No. 5. 1119–1143. o. <https://doi.org/10.1007/s10680-022-09642-3>.
- MAO, M.–CHENG, X. [2020]: Evolution Analysis of Foreign Trade Network Structure Based on Complex Network SNA. *Proceedings of the 2019 2nd International Conference on E-Business, Information Management and Computer Science*. Association for Computing Machinery, New York, 1–5. o. <https://doi.org/10.1145/3377817.3377839>.
- MARTIN, W.–PHAM, C. S. [2020]: Estimating the gravity model when zero trade flows are frequent and economically determined. *Applied Economics*, Vol. 52. No. 26. 2766–2779. o. <https://doi.org/10.1080/00036846.2019.1687838>.
- MIZUNO, T.–DOI, S.–KURIZAKI, S. [2020]: The power of corporate control in the global ownership network. *PLoS ONE*, Vol. 15. No. 8. 1–20. o. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0237862>.
- MOU, N.–ZHENG, Y.–MAKKONEN, T.–TEGNFEI, Y.–TANG, J.–SONG, Y. [2020]: Tourists' digital footprint: The spatial patterns of tourist flows in Qingdao, China. *Tourism Management*, Vol. 81. 104151. <https://doi.org/10.1016/j.tourman.2020.104151>.
- NAKAMOTO, T.–CHAKRABORTY, A.–IKEDA, Y. [2019]: Identification of key companies for international profit shifting in the Global Ownership Network. *Applied Network Science*, Vol. 4. No. 58. 1–26. o. <https://doi.org/10.1007/s41109-019-0158-8>.
- NEWMAN, M. [2013]: Spectral methods for community detection and graph partitioning. *Physical Review E*, Vol. 88. No. 4. 042822. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.88.042822>.
- NEWMAN, M.–GIRVAN, M. [2004]: Finding and evaluating community structure in networks. *Physical Review E*, Vol. 69. No. 2. 026113. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.026113>.
- SACHDEV, H. J.–BELLO, D. C. [2014]: The effect of transaction cost antecedents on control mechanisms: Exporters' psychic distance and economic knowledge as moderators.

- International Business Review, Vol. 23. No. 2. 440–454. o. <https://doi.org/10.1016/j.ibusrev.2013.07.003>.
- SAURUGGER, S. [2018]: The European Union and Federalism: possibilities and limits. Megjelent: *Gilles Grin, G.–Nicod, F.–Altermatt, B.* (szerk.): *Formes d'Europe. Forms of Europe*, Economica, Párizs, 173–200. o.
- SEBESTYÉN TAMÁS [2012]: Régiók hálózata és gazdasági teljesítmény. A régiók közötti tudáshálózati struktúra makrogazdasági szerepének vizsgálata. *Tér és Társadalom*, 26. évf. 3. sz. 69–92. o. <https://doi.org/10.17649/TET.26.3.1864>.
- SEBESTYÉN TAMÁS–VARGA ATTILA [2013]: Research productivity and the quality of interregional knowledge networks. *The Annals of Regional Science*, Vol. 51. 155–189. o. <https://doi.org/10.1007/s00168-012-0545-x>.
- SEOK, H.–BARNETT, G. A.–NAM, Y. [2021]: A social network analysis of international tourism flow. *Quality & Quantity*, Vol. 55. 419–439. o. <https://doi.org/10.1007/s11135-020-01011-8>.
- TAKES, F. W.–KOSTERS, W. A.–WITTE, B.–HEEMSKERK, E. M. [2018]: Multiplex network motifs as building blocks of corporate networks. *Applied Network Science*, Vol. 3. 1–22. o. <https://doi.org/10.1007/s41109-018-0094-z>.
- TRAAG, V. A.–WALTMAN, L.–VAN ECK, N. J. [2019]: From Louvain to Leiden: guaranteeing well-connected communities. *Scientific Reports*, Vol. 9. 5233. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-41695-z>.
- VAN MEETEREN, M.–NEAL, Z.–DERUDDER, B. [2016]: Disentangling agglomeration and network externalities: A conceptual typology. *Papers in Regional Science*, Vol. 95. 61–80. o. <https://doi.org/10.1111/pirs.12214>.
- VITALI, S.–BATTISTON, S. [2011]: Geography versus topology in the European Ownership Network. *New Journal of Physics*, Vol. 13. 063021. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/13/6/063021>.
- WEIDENFELD, A.–MAKKONEN, T.–CLIFTON, N. [2021]: From interregional knowledge networks to systems. *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 171. 120904. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2021.120904>.
- YE, M.–MAO, W.–WANG, Y. [2022]: The spatial structure of regional logistics and influencing factors: an empirical analysis based on Sichuan Province, China. *Research Square*, 1–19. o. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-1213810/v1>.