

KVANTUMOS JELENSÉGEK A CENTIMÉTERES HULLÁMHOSSZÚ ELEKTROMÁGNESES REZGÉSEK TARTOMÁNYÁBAN*

FARAGÓ PÉTER
Központi Fizikai Kutató Intézet,
Elektromágneses Hullámok Osztálya

MARX GYÖRGY
és Eötvös Loránd Tudományegyetem
Fizikai Intézete

Kvantumos energia-felvétel és leadás

Mindenek előtt le kell szögezni, hogy ez idő szerint nincs olyan kísérlet, amely annyira egyértelműen, szinte kézzelfoghatóan bizonyítaná a cm-es hullámhosszú elektromágneses sugárzások kvantumos természetét, mint ahogyan a látható és még rövidebb hullámhosszú sugárzások tartományában a fény-elektromos jelenség. Vagy talán még helyesebben: ebben a hullámhossz-tartományban nem ismerünk olyan jelenséget, amelyet kizárólag a fotonfelfogás alapján lehetne értelmezni. Ennek nyilvánvalóan az az oka, hogy ebben a hullámhossz-tartományban a feltételezett fotonok energiája igen kicsi: 1 cm hullámhosszon kb. 10^{-4} eV, ami $0,5^\circ$ K körüli hőmérsékleten levő termikus energiának felel meg. Jóllehet nem kételkedünk abban, hogy az elektromágneses sugárzás kvantumos természete teljesen általános törvényszerűség, mégis érdekes megvizsgálni az idevágó megfigyeléseket.** A mondottak értelmében ma még csak arra szorítkozhatunk, hogy megvizsgáljuk, milyen kísérletek értelmezhetők egyszerűen a foton-felfogás alapján, vagyis milyen kísérletek teszik *plauzibilissé* ezt a felfogást, majd pedig megvizsgálhatjuk, hogy milyen módon lehetne a meglévő kísérleteknél *közvetlenebb* bizonyítékot találni arra, hogy az aránylag hosszú hullámú elektromágneses rezgések is fotonokból állnak.

A kérdés első részére vonatkozólag mindig olyan kísérleteket találunk, amelyek valahogyan félig adnak feleletet a felvetett problémára: vagy azt mutatják, hogy makroszkópikus technikai eszközökkel előállított rezgéseket molekulák vagy atomok, tehát kvantumos törvényeknek alávetett rendszerek elnyelnek, vagy azt mutatják, hogy diszkrét energia-átmenetek során keletkező sugárzás makroszkópikus technikai eszközökkel észlelhető.

Az előbbi esetre példa a mikrohullámú és rádiófrekvenciás spektroszkópia egész módszere és az e területen elért eredmények. Ezekre vonatkozóan mind-

* Érkezett 1953 nov. 5.

** Felmerült u. i. olyan nézet, hogy a sugárzási energia kvantumos volta talán csak a sugárzást kibocsátó rendszer kvantumos szerkezetének megnyilvánulása, nem pedig az elektromágneses téré. Ekkor pedig a makroszkópikus adók által emittált hullámoknak nem kellene kvantumos szerkezetet mutatniok.

össze azt szeretnénk megemlíteni, hogy mindezekben az esetekben anyagminták elektromágneses sugárzást nyelnek el igen szelektív módon, megfelelően az anyagot felépítő molekulák rotációs termjei közti átmeneteknek (ezeknek cm, mm nagyságrendű hullámhosszakon felel meg éles spektrumvonal) és észlelhető e spektrumvonalaknak a Zeemann-, illetve Stark-effektus szerinti felbomlása pontosan úgy, amint a látható és az ezzel szomszédos más spektrumtartományokban ismeretes. Erős mágneses térbe helyezett anyagoknál a magspinek átmenetei még lényegesen hosszabb, 10 m nagyságrendű hullámhosszú sugárzásnak megfelelő energiakülönbséget jelentenek. A jelenséget az teszi makroszkópikus eszközökkel észlelhetővé, hogy egy makroszkópikus anyagmintában, mondjuk 1 cm^3 -ben az abszorbeáló részecskék száma igen nagy.

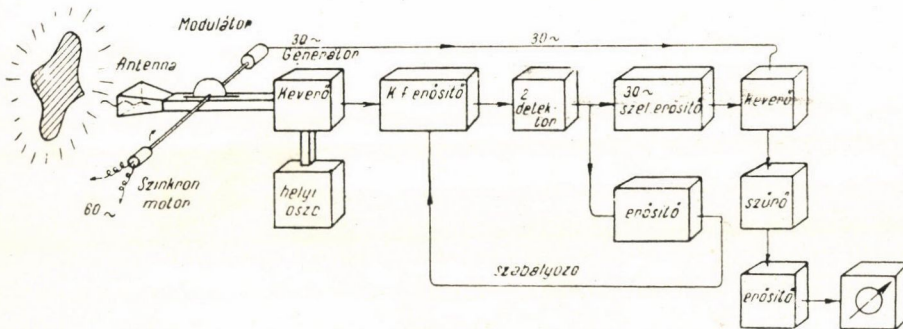
A mostani szempontunkból azért nem adnak teljesen kielégítő feleletet ezek a kísérletek, mert azt lehet mondani, hogy voltaképpen az abszorbeáló rendszernek látjuk a kvantumosságait és nem az elnyelt sugárzásnak. Ezt az ellenvetést a magunk részéről nem érezzük túlságosan súlyosnak. Gondoljuk meg, hogy a *Frank—Hertz*-kísérlettel az atomban levő elektronok diszkrét energianívóinak létezését — a spektroszkópiai tapasztalatoktól függetlenül — nemcsak bebizonyították, hanem az ütközések okozta kvantumátmeneteket elektronok energiájának a mérésére is lehet használni. Ez természetesen nem hasznosított lehetőség csupán, ellenben atommagok hasonló rezonanciasajátságait használják a bombázó részecskék energiájának mérésére. Az minden további nélkül érthető, hogy folytonos energiaeloszlású sugárzásból egy atom, vagy molekula mindig csak jól meghatározott E_0 energiameennyiséget nyel el. Az a megfigyelés azonban, hogy az E_0 energia abszorpciója csak olyan ν_0 frekvencia esetén következik be, amelynél az $E_0 = h\nu_0$ összefüggés teljesül, már nem látszik értelmezhetőnek a fotonfelfogás nélkül. Az tehát igen is nyilvánvaló az elektronmágneses sugárzások rezonanciaabszorpciójából, hogy ν frekvenciájú sugárzásnak $h\nu$ energia felel meg.

A probléma másik oldalára vonatkozólag — amikor atomi rendszer adta sugárzást technikai eszközökkel észlelünk — *Dicke* [1] kísérleteire kell utalni. *Dicke* szobahőmérsékletnél nem lényegesen magasabb hőmérsékletű test hősugárzásának a cm-es tartományba eső részét vizsgálta mikrohullámú vevővel és a hőmérsékletet $0,5^\circ \text{C}$ körüli pontossággal mérni tudta.

A berendezés vázlatát az 1. ábra mutatja. A hősugárzás tölcserén át jut egy kiegyensúlyozott kristálykeverőre és az előállított középfrekvenciát egy igen nagy (10—15 MHz) sávzélességű erősítő után viszi a második detektorra. A tölcser és a keverő között hasított tápvonal van, amelyben egy abszorbeáló tárcsa forog, oly módon, hogy 30 periódussal megmodulálja a sugárzást. Az antenna is és az abszorbeáló korong is illesztve van, tehát ha a korong nem abszorbeál, akkor az antenna által vett sugárzás mind eljut a keverőbe, ha abszorbeál, akkor az a szerepe, hogy az antennát mintegy leválasztja a vevőről és helyébe egy ekvivalens ellenállást illeszt. Ha a tárcsa ellenállása által adott zaj egyenlő azzal a sugárzási teljesítménnyel, ami kívülről éri az antennát, akkor a második detektor kimenetén a moduláció nem okoz feszültségváltozást. Ha azonban a kívülről érkező sugárzás és a tárcsa ellen-

állása által adott zajteljesítmény eltérő, akkor a második detektoron 30 periódusú moduláció észlelhető. Ennek megfelelően a második detektort egy igen szűk sávú erősítő (lock-in) követi, majd ezután egy egyenáramú erősítő és végül az indikáló műszer.

A berendezés saját zaja természetesen korlátozza ennek a „mikrohullámú radiométer”-nek az érzékenységét, illetve a mérési pontosságát, de éppen az igen nagy közép-frekvenciás sávszélesség csökkenti a végső indikátor ingadozásait, és ez annyira javítható, hogy a gyakorlati megoldásban inkább a berendezés egyéb fogyatékoságai miatt fellépő erősítés ingadozások dominálnak, mint pl. a tápfeszültségek instabilitása, hőmérséklet ingadozások, az elektroncsövek és a keverőkristályok saját zaja. Ezeknek a kiküszöbölése már többé-kevésbé kapcsolástechnikai feladat, mint például éppen a keverőfokozatnak egy hídkapcsolásszerű megoldása. Mindezek a körülmények vezettek a már említett eredményre, a $0,5^\circ\text{C}$ körüli hőmérséklet mérési pontosságra, ami 10^{-16} W teljesítmény-mérési határt jelent.



1. ábra. Dicke mikrohullámú radiométerének elvi vázlatja

Hogy a mérőberendezés kvantumos természetű elektromágneses sugárzást mér technikai eszközzel, az nyilvánvaló, hiszen a hőszugárzás kvantumos természetű minden frekvenciatartományban, abban a tartományban is, ahol a Planck-féle sugárzási törvény nem tér el kimutatható módon a klasszikus Rayleigh—Jeans-féle sugárzási törvénytől. Tehát mindenesetre technikai eszközök alkalmasak fotonok vételére, csak érzékenységük nem elegendő egyes fotonok kimutatására.

Kis intenzitású elektromágneses hullámok spektrumának mérése

Ezek után kérdésünk úgy módosul, hogy milyen jelenséget lehet vajjon találni, amelyben a sugárzás egyes diszkrét kvantumokból álló volta megnyilvánul anélkül, hogy mérőberendezés érzékenysége tekintetében magvalósíthatatlan követelményeket állítanánk. A látható fény esetében is van olyan kísérlet, amely egyes fotonok észlelésére alkalmas berendezés nélkül megmutatja, hogy a fény diszkrét energiakvantumokból áll, éspedig kis intenzitású fénynyaláb intenzitásának statisztikus ingadozásai segítségével. Vavilov [2] és mások [3] kísérleti vizsgálatai megmutatták, hogy a szem ingerküszöbe nem egy meghatározott fényintenzitásánál van, amely alatt a szem biztosan nem észlel fényt, fölülte pedig biztosan észlel, hanem van egy átmeneti tartomány,

amelyben adott intenzitással sugárzó fényforrást az esetek meghatározott százalékában a szem lát, illetve nem lát. Az ilyen kísérletek azt mutatják, hogy a jelenséget nem a szem érzékenységének ingadozása okozza, hanem az a körülmény, hogy adott intenzitással sugárzó, tehát középértékben adott számú fotont kibocsátó fényforrás ténylegesen e középérték körül ingadozó számú fotont ad. Ha a fotonok valószínűségi eloszlását *Poisson*-félének vesszük fel és kiszámítjuk, hogy adott középérték mellett mi a valószínűsége annak, hogy a szemet egy meghatározott számú fotonnál nagyobb számú éri, akkor pontosan olyan eloszlási görbét kapunk, mint amelyet a szem érzékenységi küszöbének kísérleti vizsgálatával lehet nyerni. Érdemes megjegyezni, hogy az elektromos töltés elemi töltésekből álló voltának is egyik legmeggyőzőbb bizonyítéka a sörétzaj, ami elektroncsövekben folyó elektroáramok statisztikus ingadozásának következménye.

Ilyen fajta kísérlet gondolatát a cm-hullámhosszak tartományában *Rompe* és *Jánossy* vetette fel. Egy folytonos üzemű makroszkópikus oszcillátornál a folytonos gerjesztés, például egy forgó generátor állandó szögsebességgel való forgatása, vagy elektroncsöves oszcillátornál a rezgőkör (üregrezonátor) különböző eredetű veszteségeinek folytonos pótlása, a kibocsátott sugárzás koherens voltát biztosítja. A rádiótechnikából közismert, hogy a fadingot okozó interferencia az interferáló nyalábok 100 km nagyságrendű útkülönbsége esetén is bekövetkezik, a radartechnikában pedig 30–40 km-es útkülönbséggel létesített interferenciát távolság- és sebesség-mérésre használnak. A fotonhoz rendelhető hullámvonulat hosszáról tehát olyan értelemben, mint atomok kisugárzása esetén az interferenciahossz alapján, folytonos üzemben dolgozó makroszkópikus oszcillátoroknál nem lehet beszélni. Ennek ellenére — mint láttuk — alig lehet kétségbevonni, hogy a sugárzás ebben a spektrumtartományban is fotonokban áll. El lehet azonban képzelni — itt *Jánossy* professzor nézetét idézzük, — hogy az egyes fotonokhoz tartozó hullámvonulatok egymás közt is koherensek, egymásnak mintegy helyes fázisban való folytatásai. Ebben az esetben a sugár-nyaláb intenzitásának csökkentése azzal a következménnyel jár, hogy a végtelen hosszú folytonos szinuszgörbék egyes szakaszai mintegy kiesnek és a foton-kisugárzás statisztikus volta várhatólag abban nyilvánul meg, hogy ezek a kieső szakaszok különböző hosszúságúak. Minél kisebb lesz a nyaláb intenzitása, annál nagyobb szerepet játszanak ezek az ingadozások. Ennek megfelelően a nagy intenzitásnál végtelen kiterjedésűnek tekinthető, meghatározott frekvenciával bíró, tiszta szinuszos rezgés úgy módosul, hogy a *Fourier*-spektruma egyre nagyobb spektrumtartományra terjed ki. A fenti elképzelést ellenőrizni lehetne egy mikrohullámú vevő segítségével, ha megvizsgálnánk, hogy egy adó által folytonos üzemben kisugárzott jel spektrális eloszlása kiszélesedik-e a vevőbe jutó jel intenzitásának csökkenésével.

A fenti jelenség kimutatásának lehetőségét vizsgálva a következő kérdéseket kell eldönteni. 1. Technikailag megvalósítható vevőberendezés segítségével

milyen minimális intenzitású jelet lehet észlelni. 2. Mivel a vevő oldalán végső fokon mindenképpen szűk sávú vétel szükséges, milyen mértékű stabilitást lehet elérni a jel frekvenciájában.

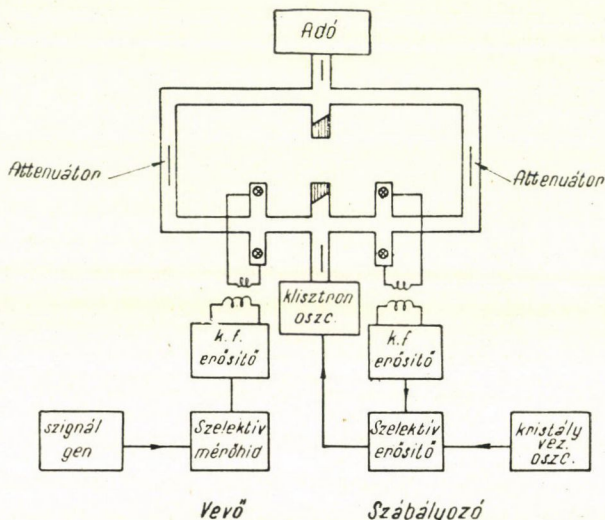
Vizsgáljuk meg e két kérdést külön-külön.

1. 3 cm hullámhosszra való mikrohullámú vevőberendezések közül a legnagyobb érzékenység a szuperheterodin elv alapján működőkkel érhető el. Ma már megvalósítható olyan vevő, amelynek a zajtényezője kb. 10 db. Ez azt jelenti, hogy a vevő bemenetére számítva a zaj-teljesítmény tízszer akkora, mint a termikus zaj alapján elméletileg várható. Szobahőmérsékleten $kT = 4,2 \cdot 10^{-14}$ erg, tehát 100 Hz sáv szélesség esetén a zaj-teljesítmény $4,2 \cdot 10^{-18}$ W. E. teljesítmény 3 cm hullámhosszal számolva megfelel $6,5 \cdot 10^7$ foton/secundumnak, vagy $6,5 \cdot 10^5$ foton/periódusnak. Ez más szóval azt jelenti, hogy ha a vevőre minden tízezredik periódusban esik egy foton, akkor a zaj mellett még éppen észlelhető jelet kapunk. Amennyiben valamilyen elméleti megfontolás azt mutatja, hogy ilyen nagyságrendű intenzitás esetén a statisztikus effektus már jelentkezik, akkor érdemes a kísérletet elvégezni, a technikai lehetőségek azonban nagyságrendileg kedvezőbb viszonyok megvalósítását már nem teszik lehetővé.

2. A fenti megfontolások, mivel 100 Hz sáv szélességet vettek alapul, igen szigorú kikötést jelentenek a berendezés frekvencia stabilitása — legalább is az adó és a helyi oszcillátor relatív stabilitása — tekintetében. Tájékoztatásul érdemes megjegyezni, hogy egy rádiófrekvenciás kvarckristály különleges óvintézkedés nélkül mintegy 10^{-6} -szoros stabilitást ad, (ν frekvencia esetén az ingadozás $\Delta\nu = 10^{-6}\nu$ sávon belül marad), de messzemenő gondosság (hőmérséklet ingadozások kiküszöbölése, stb.) esetén is alig érhető el 10^{-8} -os stabilitásnál több. Már pedig a 3 cm-es hullámhosszon dolgozva a 100 Hz-es stabilitás éppen 10^{-8} -os stabilitást jelent és a mikrohullám technikában a viszonyok általában kedvezőtlenebbek, mint az alacsonyabb rádiófrekvenciákon [4]. Az igen nehéz feladat mégis megoldhatónak látszik [5], bár kétségkívül a technikai lehetőség határa közelében, tehát igen jó felkészültséget igényel.

Tekintsük pl. a következő elrendezést. (2. ábra.) Egy reflex klisztron oszcillátor által adott rezgéseket két ágban vezetünk, a baloldali ágon át jutnak a rezgések a tulajdonképpeni vevőre, a jobboldali ágon egy a vevővel majdnem teljesen egyező elektronikus rendszeren át a helyi oszcillátor stabilizálására szolgálnak. A vevő felé menő jel egy változtatható attenuátort tartalmazó hullámvezetőn megy keresztül, ez az attenuátor szolgál a sugárzás előírás szerinti gyengítésére. A vevő egy a szokásosnál valamivel bonyolultabb szuper-elvű vevő. A helyi oszcillátor rezgését ketté ágaztatjuk. A jobboldali ágon menő rezgés a frekvencia-szabályozót táplálja, a baloldali ágon menő rezgés jut a vevő keverő fokozatába. A keverő fokozatban előálló középfrekvenciás rezgések egy középfrekvenciás erősítőre jutnak, középfrekvenciául a szokásos 30 MHz választható és a középfrekvenciás erősítő sáv szélessége 3—4 MHz lehet, ez azonban egyáltalán nem kritikus. A középfrekvencia erősítő után egy szuper-szelektív erősítő következik. (Ez az erősítő („lock-in amplifier“) lényegében véve egy keverő csöböl áll, amelynek jelerősítésére a kimutatandó jelet, a keverő rácsára pedig egy megfelelő frekvenciájú szignálgenerátorból jövő jelet adunk. A kimutatandó jel azon komponense, amelyik

a szignálgenerátor beállított frekvenciájával megegyezik, középfrekvencia gyanánt egyenáramot ad. Ha két keverő csövet veszünk megfelelő kapcsolással, akkor ezekkel egy egyenáramú mérőhidat alakíthatunk ki, amely csak arra a frekvenciára érzékeny, amely megegyezik a szignál generátorból adott frekvenciával.) Ennek a szelektív erősítőnek a sáv szélességét a mérőhid indikátorának a sáv szélessége (időállandója) szabja meg, 100 Hz sáv szélesség megvalósítása könnyű feladat.



2. ábra. A kis intenzitású sugárzás frekvenciaspektrumának vizsgálatához elgondolt kísérleti elrendezés elvi vázlata

A frekvenciaszabályozó oldalon kvarc vezérlésű oszcillátorból olyan frekvenciájú jelet adhatunk, amelyet a középfrekvencia értékének szánunk, tehát például 30 MHz-t, amelyben különleges óvintézkedések nélkül is 10^{-6} -os stabilitás elérhető. Ennek a generátornak a frekvenciája tehát 30 Hz-re megbízható. Mármost a szuper szelektív erősítő által adott egyenfeszültség eltérése egy állandó feszültségtől polarításra és nagyságra nézve arányos lesz a középfrekvencia és a kvarc oszcillátorból kapott frekvencia közti eltéréssel. A szuper-szelektív erősítő konstrukciójának részletein múlik, hogy az így kapott „hiba-feszültség“ a helyi oszcillátorként működő reflex klisztron reflektorára vive a helyi oszcillátor frekvenciáját korigálja. Jóllehet, részletes analízis tárgyává még nem tettük, az idézett Pound-féle cikk alapján várható, hogy ezzel az eljárással a 100 Hz-re való stabilizálás megoldható. Természetesen a berendezés elektronikus részeinek felépítésénél az egyes alkatrészek tartós üzembeli stabilitását és a tápfeszültségek stabilitását igen szigorúan kell biztosítani.

A kísérleti elgondolás diskussziója távolról sem teljes. Nem sikerült még biztosan eldönteni, hogy ha a várt frekvenciaspektrum-kiszéledés bekövetkezne, akkor ez a sugárzás fotontermészetét bizonyítaná-e, vagy a berendezés természete folytán lépnek fel félrevezető, zavaró jelenségek. Ennek a kérdésnek az eldöntése annál is nehezebb, mivel a kísérlet várható eredményére vonatkozó pontos elméleti számítás nem ismeretes. Nehéz u. i. az adó, átvivő és vevő berendezés olyan kvantummechanikai modelljét megszerkeszteni, amely egyrészt a jelenség kvantitatív tárgyalását lehetővé teszi, másrészt számba veszi a technikai mérőberendezés lényeges sajátosságait is. Elképzelhető pl., hogy a

fotonok energiája nem koncentrálódik korlátos térrészekre, ezért a sugárzás intenzitásának csökkentése folytonosan gerjesztett adó esetén nem vezet el a hullámvonulatok „felszakadásához“.

Szabad elektronok kvantumos energiafelvétele

Számítások szempontjából a viszonyok sokkal áttekinthetőbbek és a várható eredményre nézve kvantitatív becslést kaphatunk egy egészen más elven alapuló kísérlet esetében. Gondoljunk egy vezető fallal határolt tartományra, tehát egy üregrezonátorra. Ha ezen üregrezonátorban gerjesztett elektromágneses téren egy elektron halad át, akkor az elektron sebességének nagysága és iránya az üregből való kilépéskor általában más lesz, mint belépéskor volt. A sebesség nagyságának és irányának a megváltozását a klasszikus elektrodinamika módszereivel — legalább is elvben, egyszerű esetekben ténylegesen — ki lehet számítani. A kvantumos felfogás szerint úgy képzelhetjük el a dolgot, hogy az üregben fotongáz van és a sebességváltozás az elektron és a fotonok közötti ütközések következménye, amelyek — egy adott elrendezés esetén — statisztikus középértékben a klasszikus eredményre vezetnek, de e körül ingadozások lehetnek. (A jelenség a Brown-mozgáshoz hasonlítható.) A kísérlet feladata tehát az lenne, hogy ismert sajátosságú elektronokat belöve az üregrezonátorba, megvizsgáljuk, hogy az üregrezonátorból kilépve a klasszikus megfontolások eredményei szerint viselkednek-e, vagy ettől úgy térnek el, ahogyan a kvantumos kép alapján várható. Azt lehet mondani, hogy *az elektronok olyan próbatetek, amelyek kilépés utáni sajátosságain meglátszik, hogy az üregrezonátorban egy, a Maxwell-egyenletek által leírt erőterén mentek-e át, vagy pedig egy fotongázon.*

Azt az esetet, amidőn az elektromos erőter irányja megegyezik az elektronok beesési irányával, elméletileg tárgyalta *L. P. Smiht* [6]. Ezeknek a kvantumelektrodinamikai megfontolásoknak beható ismertetése helyett szorítkozunk néhány egyszerű becslésre olyan speciális esetben, amely a kísérlet gyakorlati kivitele esetén a legcélravezetőbb lehet. Ha egy elektron a nagyfrekvenciás erőter periódus-idejéhez képest hosszú időt tölt az üregben, akkor a gyorsító félperiódusokban energiát nyer, a fékező félperiódusokban pedig energiát veszít. A gyorsító időszakokban abszorbeáljon az elektron N_+ fotont, a fékező időszakokban pedig emittáljon N_- fotont. Ez esetben a közepes energiafelvétel

$$W = \hbar\omega(N_+ - N_-)$$

az energia-szórás pedig

$$\Delta W = \hbar\omega(N_+ + N_-)^{1/2}.$$

Ezek az összefüggések a kölcsönhatás közelebbi természetére való tekintet nélkül érvényesek, amint azt pusztán statisztikai megfontolások mutatják. Legyen az üregben a térerősség amplitúdója E_0 és az elektronoknak az üregben

megtett útja $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$, ezt az utat n egész periódus alatt tegyék meg. Ez esetben a gyorsító időszakban felvett W_+ , illetve a fékező időszakban leadott W_- energiára mondhatjuk:

$$W_+ < eE_0 \frac{\lambda}{2}, \quad W_- < eE_0 \frac{\lambda}{2},$$

tehát

$$N_+ = \frac{W_+}{\hbar\omega} < \frac{1}{2} \frac{2\pi c e E_0}{\hbar\omega^2}; \quad N_- = \frac{W_-}{\hbar\omega} < \frac{1}{2} \frac{2\pi c e E_0}{\hbar\omega^2}$$

és ezeket felhasználva

$$\Delta W_q = \hbar\omega(N_+ + N_-)^{1/2} < \hbar\omega \left(2\pi \frac{ceE_0}{\hbar\omega^2} \right)^{1/2} = (ceE_0h)^{1/2} = 3.10^{-13} E_0^{1/2} \text{ erg.}$$

$$\Delta W_q < 0.01 (E^*)^{1/2} \text{ eV.}$$

Itt példaképpen $\omega = 2\pi \cdot 10^{10}$ Hz értéket választottunk és E^* a térintenzitás amplitúdójának mérőszáma V/cm egységekben. (Ha az üreget k -szorosára nyújtjuk, akkor a szórás (k)^{1/2}-szorosára nő.) Ez a közepes tereknél tized eV nagyságrendű szórás önmagában véve még nem lenne kicsi. Azonban az üregbe belépő elektronoknak eleve van egy néhány tized eV nagyságrendű sebességszórása, ahhoz tehát, hogy e mellett a kvantumos szórás kimutatható legyen, $E^* \sim 10^3$ V/cm nagyságrendű nagyfrekvenciás térintenzitás amplitúdó szükséges. Ekkor azonban újabb elvi nehézség lép fel, u. i. klasszikus erőter esetén is létrejön szórás, mert a kísérletek kivitelekor nem tudjuk az elektronok belépési fázisát úgy megszabni, hogy energiafelvétel egyáltalán ne legyen, vagy egy meghatározott értékű legyen. (Kifogásolható, hogy *Smith* nem veszi figyelembe a belépő elektronok fázisbizonytalanságát és ezzel megsérti a bizonytalansági relációt. Az a fázisbizonytalanság, amit mi technikai okokból veszünk most figyelembe, még nagyobb, mint amekkorát a bizonytalansági reláció szab meg.) Azt kell megvizsgálni, hogy ha az üregeen egy olyan elektronnyaláb megy át, amelyben az elektronok időben egyenletesen vannak elosztva, tehát a nagyfrekvenciás erőter minden fázisában lépnek be elektronok, akkor pusztán klasszikus megfontolások szerint milyen lesz a kilépő elektronok energiaszórása.

Legyen a térerősség az üreg középvonalában, ahol az elektron áthalad,

$$E = -E_0 \sin \omega t.$$

Igy az elektron mozgásegyenlete

$$m\ddot{x}_1 = eE_0 \sin \omega t.$$

Tehát a $t = t_0$ időben v_0 kezdősebességgel belépő elektronok sebessége az üregből való kilépéskor

$$\dot{x} = v_0 + \frac{eE_0}{m\omega} (\cos \omega t_0 - \cos \omega t).$$

Ha az üreg hossza λ és $v_0 = c/n$ (n egész szám), akkor az elektron nem n perióduson át, hanem t_0 -tól függően különböző ideig tartózkodik az üregben és kilépési sebesség $v \neq c/n$, hanem t_0 függvénye lesz. Ez tehát sebességszórás eredményez:

$$v = v_0 \left(1 \pm \alpha \frac{1}{v_0} \frac{eE_0}{m\omega} \right) = v_0 \left(1 \pm \alpha \frac{1}{4\pi n} \frac{U}{U_0} \right)$$

(U : a nagyfrekvenciás feszültség-amplitúdó, U_0 : a kezdősebességet adó egyenfeszültség.)

Meg lehet mutatni, hogy $U/U_0 < 1$ és n nagy értéke esetén $\alpha \sim \frac{U}{U_0}$,
úgyhogy

$$\frac{\Delta v}{v_0} \sim \frac{1}{4\pi n} \left(\frac{U}{U_0} \right)^2$$

Ha u. i. az elektron a d hosszúságú üregben nagyfrekvenciás tér nélkül k periódust tölt, vagyis $d = v_0(2\pi k/\omega)$, akkor az általa befutott út, mint az idő függvénye a mozgásegyenlet megoldásából ilyen alakra hozható:

$$x = v_0 \tau \left\{ 1 + \frac{1}{4\pi k} \frac{U}{U_0} \left[\cos \omega t_0 \left(1 - \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} \right) + \sin \omega t_0 \frac{\sin^2 \frac{\omega \tau}{2}}{\omega \tau / 2} \right] \right\} = v_0 \frac{2\pi}{\omega} k,$$

ha τ a tényleges tartózkodási idő, vagyis

$$\omega \tau \left\{ 1 + \frac{1}{4\pi k} \frac{U}{U_0} \left[\cos \omega t_0 \left(1 - \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} \right) + \sin \omega t_0 \sin \frac{\omega \tau}{2} \right] \right\} < \omega \tau \left[1 + \frac{U/U_0}{2\pi k} \right],$$

mert

$$\frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} < 1 - \frac{\sin^2 \frac{\omega \tau}{2}}{\omega \tau} < 1 \quad \text{és} \quad |\cos \omega t_0 + \sin \omega t_0| < 2,$$

$$\omega \tau \left(1 + \frac{1}{2\pi k} \frac{U}{U_0} \right) > 2\pi k,$$

$$\frac{2\pi k}{1 - \frac{1}{2\pi k} \frac{U}{U_0}} > \omega \tau > \frac{2\pi k}{1 + \frac{1}{2\pi k} \frac{U}{U_0}},$$

$$2\pi k + \frac{U}{U_0} > \omega \tau > 2\pi k - \frac{U}{U_0}, \quad \text{ha} \quad \frac{1}{2\pi k} \frac{U}{U_0} \ll 1,$$

és
$$\cos \omega t - \cos \left(\omega t_0 \pm \frac{U}{U_0} \right) \sim \frac{U}{U_0}, \quad \text{ha} \quad \frac{U}{U_0} < 1.$$

A sebességszórásból származó, tehát klasszikus energiaszórás

$$\frac{\Delta W_k}{W_0} = 2 \frac{\Delta v}{v_0} = \frac{1}{2\pi n} \left(\frac{U}{U_0} \right)^2, \quad \Delta W_k = \frac{e}{2\pi n} \frac{U^2}{U_0} \sim \frac{10^{-3}}{\pi} \frac{U^2}{U_0^2} \text{ eV.}$$

Ez a klasszikus okból, a belépési fázis határozatlansága miatt fellépő energiaszórás a kvantumos szórásat könnyen elfedi. Ezen úgy lehet csak segíteni, hogy U ($\sim E^*$) értékét kicsire választjuk. Ekkor azonban a kvantumos szórás abszolút értéke lesz igen kicsi. A viszonyokat még csak rontja, hogy az üregbe

belépő elektronok sebessége sem szigorúan azonos, hanem az elektronágyú katódhőmérsékletétől függően eleve van egy kis sebességszórása. Éppen ezért az energiaszórás kimutatása észszerű méretek és feszültségek esetén az első pillanatban reménytelennek látszik, mert az elmondottak szerint a kvantum effektust nem lehet a klasszikus fölélt dominálóná tenni.

Az irodalomban mégis van egy közlemény [7], amely szerint a kvantum energia szórását sikerült kimutatni. A kísérlet sikerének az az alapja, hogy a klasszikus és a kvantum jelenség alapvetően eltérő módon nyilvánul meg, s ez teszi lehetővé a kettő elkülönítését, s a kisebb effektusnak a nagyobb mellett való kimutatását.

A kísérleti berendezés egy 10^4 eV energiájú elektronokat szolgáltató elektronágyúból áll, ebből jövő igen kis nyílású (0,004 rad) elektronnyaláb egy üregrezonátoron megy át az üregrezonátorbeli erőterrel párhuzamosan és ezután egy fékező téren át jut egy felfogó elektródára. Az elektronok az üregrezonátorban néhány egész periódusnyi időt töltenek. Az üregrezonátorban az erőternek nagy az amplitúdója. A kilépő elektronok klasszikus energiaszórását nagy belövési sebesség alkalmazásával sikerül kicsivé tenni az elektronok sebességének eredeti szórásához képest. A nagy amplitúdó viszont a kvantum szórását teszi aránylag nagygyá. A kvantum szórás mégis minden bizonnyal kisebb a klasszikusnál. Ennek ellenére érthető a kvantum szórás kimutatásának a lehetősége. *Shulman* a fékező elektródára érkező elektronáram intenzitását méri a nagyfrekvenciás feszültség amplitúdójának függvényében. Erre nézve a következő formulát adja meg:

$$\frac{I}{I_0} = J_0 \left(i \frac{1}{4n\pi} \frac{eU^2}{U_0 kT} \right) \exp \left(\frac{1}{\pi} \frac{eU}{kT} \frac{h\nu}{kT} \right),$$

ahol I_0 az áramintenzitás nagyfrekvenciás erőter nélkül. A J_0 Bessel-függvényes tényező adja a klasszikus szórásból eredő áramot, az exponenciális tényező pedig a kvantum szórásnak megfelelő. A klasszikus szórás t. i. valójában egy sebességmoduláció és a sebesség-modulált nyaláb alapharmonikusának intenzitása a moduláló feszültségből általában a 0-rendű Bessel-függvénnyel kifejezhető módon függ, a kvantum szórás viszont a statisztikus, tehát az elektronok Maxwell-eloszlását változtatja meg és ezért kerül bele a statisztikus eloszlásra jellemző exponenciális kifejezésbe. Ha most a mérés eredményei alapján a

$$-\log \left[\frac{I}{I_0} J_0(r) \right], \quad \left(r = \frac{i}{4n\pi} \frac{eU^2}{U_0 kT} \right)$$

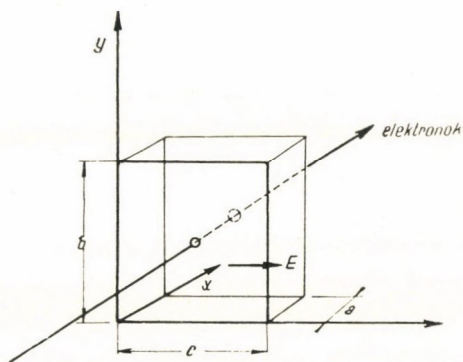
kifejezést ábrázoljuk az U nagyfrekvenciás amplitúdó függvényében, akkor a kétféle szórás hatása elválik. Ha kvantum szórás nincs, akkor a kifejezés független U -tól, ha azonban kvantum szórás van, akkor U -val lineárisan változik. Számszerű adatokat *Shulman* nem közöl ugyan, csupán azt állítja, hogy ezt a lineáris függést sikerült megtalálnia. Közleménye túlságosan rövid ahhoz,

hogy kísérletét és annak eredményét részletesebben lehetne tárgyalni. Mindenesetre igen érdekes a kétféle szórás szétválasztásának ez a módja, amellyel egy nagy effektus mellett megjelenő kisebb effektust állítólag ki tud mutatni.

A kvantumos energiafelvétel kimutatása irányszórás formájában

Tisztábbak a viszonyok akkor, ha a kvantumos szórást nem energiaszórás, hanem irányszórás alakjában próbáljuk kimutatni. Ismét csak egy szemléletes becslésre szorítkozva, tekintsünk téglalakú üregrezonátort. (3. ábra.) Egy ilyen üreg TE_{012} módusában az elektromos erőternek csak egy irányú komponense van és pedig mondjuk z -irányú:

$$E_z = E \sin \frac{2\pi x}{a} \cdot \sin \frac{\pi y}{b} \cdot \sin \omega t,$$



3. ábra. Tranzverzális erőterben mozgó elektronok tárgyalásához

ahol a és b az üreg x , illetve y irányú mérete és ω az üreg rezonanciafrekvenciája:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} = \pi c \left(\frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^{1/2}.$$

Ha λ -t megszabjuk, akkor mindig találhatunk olyan üreget, hogy az erőterre merőlegesen az x irányban $v_0 = \frac{c}{n}$ ($n > 1$) kezdősebességgel belépő elektron $k > n$ egész periódust töltsön az üregben. T. i.

$$\frac{a}{v_0} = \frac{2\pi}{\omega} k, \quad (k = 1, 2, \dots)$$

vagyis

$$a = \frac{2\pi c}{\omega} \frac{k}{n} = \lambda \frac{k}{n} \quad \text{és}$$

$$b = \frac{\lambda}{2[1 - (n/k)^2]^{1/2}} = \frac{a}{2[(k/n)^2 - 1]^{1/2}} \quad (k/n > 1).$$

Mármost ebben az esetben

$$\frac{2\pi}{a} x = \frac{2\pi}{a} v_0(t-t_0) = \frac{\omega}{k}(t-t_0)$$

és az elektronra ható erő (legyen a belépés helyén $y=b/2$)

$$E_z = E_0 \sin \frac{\omega}{k}(t-t_0) \sin \omega t.$$

A z irányú elmozdulást meghatározó mozgásegyenlet tehát:

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= -\frac{e}{m} E_0 \sin \omega t \sin \frac{\omega}{k}(t-t_0) = \\ &= \frac{eE_0}{zm} \left\{ \cos \omega \left[\left(1 + \frac{1}{k}\right)t - \frac{1}{k}t_0 \right] - \cos \omega \left[\left(1 + \frac{1}{k}\right)t + \frac{1}{k}t_0 \right] \right\}, \\ \dot{z} &= \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 + \frac{1}{k}\right)} \left\{ \sin \omega \left[\left(1 + \frac{1}{k}\right)t - \frac{1}{k}t_0 \right] - \sin \omega t_0 \right\} - \\ &- \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k}\right)} \left\{ \sin \omega \left[\left(1 - \frac{1}{k}\right)t + \frac{1}{k}t_0 \right] - \sin \omega t_0 \right\}. \end{aligned}$$

Mivel a kilépés időpontja $t = t_0 + 2\pi k/\omega$, a kilépéskor a sebesség z -komponense:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k}\right)} \left\{ \sin [\omega t_0 + 2\pi(k-1)] - \sin \omega t_0 \right\} - \\ &- \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k}\right)} \left\{ \sin [\omega t_0 + 2\pi(k-1)] - \sin \omega t_0 \right\}. \end{aligned}$$

Ha — mint kikötöttük — k egész szám, akkor $\dot{z} = 0$, vagyis független a belépési fázistól. Amennyiben fellép z -irányú sebességszórás, az csak a kvantum energiaszórás következménye.

A kilépő elektron energiája $E = (1/2)mv_0^2 + (1/2)mv_z^2$. v_0 irányú tér nincs, az energia szórása tehát csak $v_z = \dot{z}$ szórása folytán jöhet létre:

$$\Delta W = \frac{1}{2} m (\Delta v_z)^2.$$

Ez az egyenlet Δv_z kiszámítását lehetővé teszi ΔW ismeretében. Ebből viszont

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta v_z}{v_0}$$

összefüggés alapján a kirepülő elektronok irányaszórása is meghatározható.

Hogy $\Delta\varphi$ -t meghatározhassuk, becsüljük meg ΔW -t. Az előbbi jelöléseket használva

$$W_+ \sim W_- \sim \frac{1}{2} eE \bar{v}_z T,$$

ahol T az üregben tartózkodási ideje: $T \sim 2\pi k/\omega$. Így

$$N_+ \sim N_- \sim \frac{e^2 E^2 \bar{v}_z}{\hbar \omega^2} \pi k \left(\text{u. i. } N_+ = \frac{W_+}{\hbar \omega}, N_- = \frac{W_-}{\hbar \omega} \right).$$

\dot{z} pontos alakjából látható, hogy ennek nagyságrendje

$$\bar{v}_z \sim \frac{eE}{m\omega},$$

tehát

$$\Delta W = \hbar \omega (N_+ + N_-)^{1/2} \sim eE_0 \left(\frac{\hbar k}{m\omega} \right)^{1/2}.$$

Ebből az irányszórás:

$$\Delta\varphi_q = \frac{\Delta v_z}{v_0} = \frac{n}{c} \Delta v_z; \quad \Delta W = \frac{1}{2} m (\Delta v_z)^2 \sim eE_0 \left(\frac{\hbar k}{m\omega} \right)^{1/2},$$

tehát

$$(\Delta\varphi_q)^2 = \frac{n^2 2eE_0}{c^2 m} \left(\frac{\hbar k}{m\omega} \right)^{1/2},$$

vagyis

$$\Delta\varphi_q = \frac{2^{1/2} n k^{1/4} e^{1/2} \hbar^{1/4}}{c m^{3/4} \omega^{1/4}} E_0^{1/2} \sim 10^{-4} E^{*1/2} \text{ rad},$$

ha például: $\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ Hz}$, $n = 5$, azaz $v_0 = 10 \text{ kV}$, $k = 10$.

A kikötött feltételek mellett tehát, vagyis ha valamennyi elektron sebessége szigorúan egyenlő és a fénysebességnek meghatározott tört része, akkor irányszórás kizárólag az erőter kvantumossága miatt lép fel. Reális kísérletnél azonban megnehezíti ennek az effektusnak a kimutatását néhány zavaró körülmény.

Mint ismeretes, egy nagyfrekvenciás erőterre merőlegesen mozgó elektron egész számú periódus után az erőteret elhagyva az eredeti irányával párhuzamosan, de az eredetitől eltolt pályán mozog. Tehát egy párhuzamosan belépő elektronnyaláb az adott feltételek között a nagyfrekvenciás tér után is párhuzamos lesz, de a nyaláb keresztmetszete széthúzódik. Ismét csak durva becslést alkalmazva, a következőket mondhatjuk. Az elektron a belépési irányára merőleges irányban az eredeti pályájától

$$z = \int_{t_0}^t \dot{z}(t') dt'$$

értékkel eltolt pályán fog továbbmozogni, \dot{z} értékét fentebb már pontosan

kiszámoltuk, integrálásakor lényegében $\sin \omega t$ alakú függvényeket kell integrálni, ez $(-1/\omega) \cos \omega t$ -t ad, tehát a lényeges egy $1/\omega$ szorzó fellépte lesz. Ugyancsak integrálnunk kell állandókat is. Ennek integrálja $t - t_0 = 2\pi k/\omega$, itt is lényegében egy $1/\omega$ szorzó határozza meg a nagyságrendet. Így a várható széthúzódság nagyságrendje

$$\Delta z \sim \frac{eE_0}{m\omega^2}$$

lesz. Számszerű adatokat behelyettesítve látható, hogy ez $0.001 E^* \mu$ nagyságrendű. A mikrohullámú térből való kilépés után mindig van kellő hosszú szabad út, hogy az elektronok $\Delta\varphi_q$ -ból adódó széttartása ezt legyőzze (a szükséges út: $x > \Delta z/\Delta\varphi_q$).

Lényegesen nagyobb probléma az, hogy az elektronok kezdősebessége a katódból való kilépéskor nem zérus és így az üregbe belépő elektronok sem szigorúan egyenlő sebességűek. Ez a kezdeti sebességszórás már most azt eredményezi, hogy az elektronoknak az üregben való tartózkodási ideje nem lévén egyenlő, pusztán klasszikus alapon is kapunk irányszórást.

Tegyük fel, hogy $v = v_0(1 + \varepsilon)$, ekkor

$$\frac{a}{v} = \frac{a}{v_0} \frac{1}{1 + \varepsilon} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{k}{1 + \varepsilon}.$$

Legegyszerűbben úgy járhatunk el, ha az előzőleg \dot{z} -ra kapott képletben $1/k$ helyébe mindenütt $(1/k)(1 + \varepsilon)$ -t teszünk. Ekkor

$$\begin{aligned} \dot{z} = & \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 + \frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)} \left\{ \sin \omega \left[\left(1 + \frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)t - \left(\frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)t_0 \right] - \sin \omega t_0 \right\} - \\ & - \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k} - \frac{\varepsilon}{k}\right)} \left\{ \sin \omega \left[\left(1 - \frac{1}{k} - \frac{\varepsilon}{k}\right)t + \left(\frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)t_0 \right] - \sin \omega t_0 \right\}. \end{aligned}$$

Az elektron az üreget $t - t_0 \sim \frac{2\pi}{\omega} k(1 - \varepsilon)$ idő alatt futja át, tehát a kilépés t pillanatában a z -irányú sebesség:

$$\begin{aligned} v_z = & \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 + \frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)} \left\{ \sin [\omega t_0 + 2\pi(k+1) - 2\pi\varepsilon(k+\varepsilon)] - \sin \omega t_0 \right\} - \\ & - \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k} - \frac{\varepsilon}{k}\right)} \left\{ \sin [\omega t_0 + 2\pi(k-1) - 2\pi\varepsilon(k-\varepsilon)] - \sin \omega t_0 \right\}. \end{aligned}$$

Mivel az elektronok kezdősebességének a szórása kicsi, $\varepsilon \ll 1$, sorfejtést használhatunk ε szerint és az ε -ban elsőrendű taggal megelégedhetünk. Így (k egész szám lévén):

$$\begin{aligned}
 v_z &= \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 + \frac{1}{k}\right)} \{\sin(\omega t_0 - 2\pi k\varepsilon) - \sin \omega t_0\} - \\
 &- \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k}\right)} \{\sin(\omega t_0 - 2\pi k\varepsilon) - \sin \omega t_0\} \sim \\
 &\sim - \frac{eE_0}{2m\omega} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{k}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{k}} \right) 2\pi k\varepsilon \cos \omega t_0 = \frac{2\pi k^2 \varepsilon}{k^2 - 1} \frac{eE_0}{m\omega} \cos \omega t_0.
 \end{aligned}$$

Az ebből a belépési sebességszórásból adódó klasszikus irányszórás nagyságrendben:

$$\Delta\varphi_k \sim 2\pi n \frac{eE_0}{m\omega c} \varepsilon.$$

Nyilvánvaló, hogy a kvantumos szórás csak abban az esetben tudjuk kimutatni, ha ez nagyobb a klasszikus szórásnál. Ha képezzük a kétféle szórás arányát, látható, hogy ezt a feltételt elég könnyű teljesíteni:

$$\frac{\Delta\varphi_q}{\Delta\varphi_k} = \frac{k^{1/4}}{\pi(2)^{1/2}} \frac{(hm\omega^3)^{1/4}}{e^{1/2}} E_0^{-1/2} \varepsilon^{-1}.$$

A konstansok értékeit is beírva, ismét 3 cm-es hullámhosszat véve:

$$\frac{\Delta\varphi_q}{\Delta\varphi_k} \sim E^{*-1/2} \varepsilon^{-1}.$$

Ha csak 1^{0/100}-re homogén az üregbe belépő elektronok sebessége, akkor

$$\frac{\Delta\varphi_q}{\Delta\varphi_k} \sim 1000 E^{*-1/2}.$$

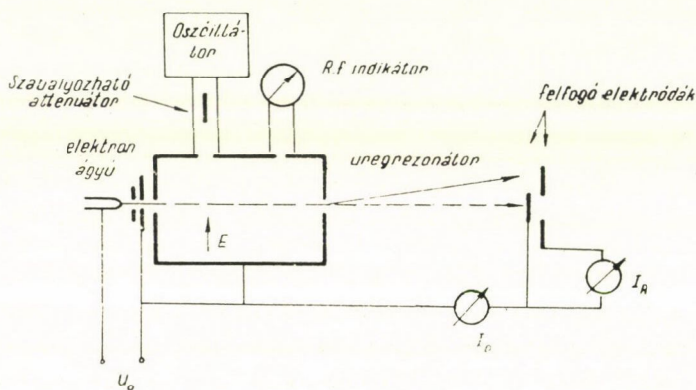
Ez az eredmény is tehát azt mutatja, hogy a kvantumos szórás az adott kísérleti feltételek mellett kimutatható. Még egy kérdést azonban meg kell fontolnunk. Az eddigiekben csak különböző effektusok viszonyát vizsgáltuk, meg kell néznünk azonban azt is, hogy abszolút értékben mekkora elmosódást jelent a felfogó ernyőn a nagyfrekvenciás térben létrejövő irányszórás. E tekintetben már elég súlyos a helyzet. Ha az elektronnyaláb intenzitását kicsire vesszük, akkor megfelelő elektronlencse segítségével a nyalábot könnyű párhuzamossá, sőt összetartóvá tenni, azonban a nyaláb által egy ernyőn hagyott folt keresztmetszetének mm nagyságrend alá való szorítása csak különleges elektronoptikai rendszerrel érhető el (pl. olyannal, amelyet elektronmikroszkópokban, főleg rászter mikroszkópokban használnak). Ha az üreg után az elektronnyaláb útját 50 cm-re szabjuk meg, akkor a nyaláb szórás okozta kiszélesedése

$$l\Delta\varphi_q \sim 50 \cdot 10^{-4} E^{*1/2} \text{ cm} = 0,05 E^{*1/2} \text{ mm}.$$

Ez első pillanatban közepes tereknél közönséges elektronoptikával alig látszik kimutathatónak.

Gondoljuk meg azt is, hogy az elektronok kezdősebességének statisztikus eloszlása miatt a nyaláb valójában nincsen élesen körülhatárolva, hanem a nyalábban az áramsűrűség a nyaláb tengelyétől számított távolság függvényében Gauss-féle eloszlást mutat. Ha a teljes nyalábáram I_T , akkor nagyfrekvenciás tér nélkül egy R sugarú körön mérhető áram

$$I_0 = I_T \exp \left[- \left(\frac{R}{r_0} \right)^2 \right].$$



4. ábra. Az irány-szórás vizsgálatára használandó berendezés elvi vázlata

A vizsgált effektus ennek a Gauss-eloszlásnak a kiszélesedését adja, tehát az intenzitás (feltéve, hogy az irány-szórás valószínűségi eloszlása is Gauss-féle, ami a becsléseink pontosságáig megengedhető) ismét a R sugarú körön kívül:

$$\frac{I}{I_0} = 1 + 2 \left(\frac{R}{r_0} \right)^2 \frac{\delta r_0}{r_0}, \quad \delta r_0 = l \cdot \Delta \varphi_q.$$

A kiszélesedés a nyaláb tengelyétől távoli helyeken a jelentősebb, tehát a nyaláb áramának a mérések akkor mutatható ki jól, ha az árammérésből a nyaláb tengelyének környezetében haladó elektronokat kirekesztjük. Tekintsünk ismét egy számpéldát.

$I_T = 10^{-4}$ A esetén $I_0 = 10^{-8}$ A igen jól mérhető, ez $\left(\frac{R}{r_0} \right)^2 = \frac{\log(I_T/I_0)}{\log e} \sim 10$ értéket enged meg. Legyen $r_0 = 1$ mm és $l = 10$ cm, akkor a korábbiak szerint:

$$\frac{\delta r_0}{r_0} = \frac{l \Delta \varphi_q}{r_0} \sim 0.01 E^{*1/2}, \quad \text{tehát} \quad \frac{I}{I_0} \sim 1 + 0.1 E^{*1/2}.$$

Elteltekintve attól, hogy a korábban mondottak szerint a klasszikus szórás a kvantumossal mellett elhanyagolhatóan kicsivé tehető, egy ilyen áramméréssel az is megmutatható, hogy valóban kvantumossal van dolgunk, mert

ebben az esetben a nagyfrekvenciás tér amplitudójától az áramintenzitás logaritmusá négyzetgyökösen függene, szemben a klasszikus effektussal, ami lineáris összefüggést kell, hogy eredményezzen.

A mérési feladatnak tehát abban kell állnia (4. ábra), hogy adott frekvencia mellett különböző amplitudóval gerjesztett üregeken az erőterre merőleges irányban küldünk át elektronokat, amelyek az üregbe jól meghatározott sebességgel lépnek be. Ha a kilépő nyalábban az áramsűrűség, illetve a nyaláb periferiájának mérhető áram intenzitása a gerjesztési amplitudó négyzetgyökével változik, akkor ez az eredmény egészen kétségtelenül közvetlenül mutatja, hogy az üregeken levő erőter diszkrét energiakvantumokból áll.

Kvantumos jelenségek váltóáramú rezgőkörökben

Az elektromágneses tér kvantumozásának egy közvetett megnyilvánulására mutatott rá egymástól függetlenül *Ginsburg* [8] és *Callen, Welton* [9], *Weber* [10]. Mivel a rezgőkörökben folyó áram- és feszültségváltozások kialakításában döntő szerep jut az áram által keltett mágneses térnek, az áram- és feszültségváltozást vezérlő tér kvantumozásának meg kell nyilvánulnia a rezgőkörökben lefolyó jelenségekben is. A számítások szerint a kvantumozás jelleg itt is egy zaj-jelenséget létesít, amely a Johnson-zajhoz hasonló jellegű, de függ a sajátrezgés frekvenciájától is. A jelenség kimutatására csak egész alacsony hőmérsékleten ($kT \leq h\nu$) végzett pontos zaj-mérésekkel volna lehetőség.

Függelék

Smith idézett cikkében meghatározza az álló elektromágneses hullámot tartalmazó üregeken áthaladó elektron energiafelvételének középértékét és az energiafelvételben mutatkozó szórást. A fotonemisszió és abszorpció törvényeire vonatkozó egyszerű statisztikus feltevés alapján a közepes energiafelvétel

$$W = \hbar \omega (N_+ - N_-),$$

az energiaszórás pedig

$$\Delta W = \hbar \omega (N_+ + N_-)^{1/2}.$$

Itt N_+ a gyorsító időszakok alatt középértékben abszorbeált kvantumok száma. Ez az időegység alatt bekövetkező abszorpció W_+ valószínűségével a következő kapcsolatban áll:

$$N_+ = \int_{(+)} w_+ dt.$$

Az integráció a gyorsítási időtartamokra terjesztendő ki. Ugyanúgy N_- a fékező időszakokban emittált fotonok számának középértéke. Ha w_- az emisszió időegység alatt való bekövetkezésének valószínűsége, akkor

$$N_- = \int_{(-)} w_- dt.$$

A kvantumelektrodinamikai számítás egyszerűsítő feltevések nélkül nem végezhető el. Ha Smith feltevései megengedettek, — vagy ha w_+ és w_- értékét a korrespondencia-elv alapján határozzuk meg, — kapjuk:

$$w_+ = -\frac{2e}{mc} \overline{\mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p}} \left(\frac{n_0}{2\hbar\omega} \right)^{1/2} \sin \omega(t-t_0) \text{ olyan } t\text{-kre, ahol ez } > 0.$$

$$= 0 \quad \text{olyan } t\text{-kre, ahol jobboldal} < 0 \text{ volna.}$$

$$\text{Ugyanígy } w_- = \frac{2e}{mc} \overline{\mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p}} \left(\frac{n_0}{2\hbar\omega} \right)^{1/2} \sin \omega(t-t_0) \text{ olyan } t\text{-kre, ahol jobboldal } > 0.$$

$$= 0 \quad \text{olyan } t\text{-kre, ahol jobboldal } < 0.$$

Itt az egyes jelek jelentése a következő:

\mathfrak{A}_ω az állóhullám térbeli alakját meghatározó, csak térkoordinátáktól függő, $4\pi c^2$ -re normált hullámfüggvény. Ez az $\mathfrak{A}(r, t)$ vektorpotenciállal a következő kapcsolatban áll:

$$\mathfrak{A}(r, t) = q(t)\mathfrak{A}_\omega(r), \quad \int \mathfrak{A}_\omega^2 dx dy dz = 4\pi c^2.$$

$\overline{\mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p}}$ a következő kifejezés:

$$\overline{\mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p}} = \int \psi^* \mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p} \psi dx dy dz,$$

ahol ψ az üregeen áthaladó elektron állapotfüggvénye, \mathfrak{p} az impulzusoperátor,

$$\mathfrak{p} = \frac{\hbar}{i} \text{grad}$$

n_0 jelenti az üregeben jelenlevő mikrohullámú sugárzást alkotó fotonok (átlagos) számát. Értéke egyszerűen az

$$n_0 \hbar \omega = \frac{1}{8\pi} \int (\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) dx dy dz$$

egyenletből határozható meg.

Mivel az elektron impulzusa már klasszikus okokból is

$$\Delta p \sim m \frac{c}{n} \varepsilon \sim \frac{mc}{1000}$$

nagyságú szórást mutat, fel lehet tételezni, hogy az elektront reprezentáló hullámcsomag kiterjedése jóval nagyobb, mint az elektron Broglie-hullámhossza, de még mindig kicsiny az elektromágneses tér hullámhosszához képest. Ezért

$$\overline{\mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p}} = \int \psi^* \mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p} \psi dx dy dz \sim \mathfrak{A} \int \psi^* \mathfrak{p} \psi dx dy dz = m v \mathfrak{A}$$

alakban írható, ahol \mathfrak{A} alatt a következőkben a fent bevezetett $\mathfrak{A}_\omega(r)$ függvénynek az elektron helyén vett értékét, v alatt az elektron tömeg közép-pontjának sebességét értjük.

Egyszerű integrálással belátható, hogy az általunk javasolt rezgésformánál a $4\pi c^2$ -re normált hullámfüggvény a következő alakú:

$$\mathfrak{A}_\omega = e_z \left(\frac{16\pi c^2}{V} \right)^{1/2} \sin \frac{2\pi}{a} x \cdot \sin \frac{\pi}{a} y.$$

Így $y = \frac{b}{2}$ magasságban áthaladó elektronra:

$$\overline{\mathfrak{A}_\omega p} = m v \mathfrak{A} = \left(\frac{16\pi c^2}{V} \right)^{1/2} \sin \frac{2\pi}{a} x \cdot m \dot{z}(t).$$

x most az elektron helyét jelenti, tehát $x = v_0 t$, ha az elektron $t = 0$ -kor lépett be.

$$\overline{\mathfrak{A}_\omega p} = m \left(\frac{16\pi c^2}{V} \right)^{1/2} \sin \frac{2\pi}{a} v_0 t \dot{z}(t).$$

w_+ és w_- felírt alakjában a tér fázisát határozatlanul hagytuk azáltal, hogy $\sin \omega(t-t_0)$ -t írtunk. Ez azt jelenti, hogy a $\Delta\Phi \cdot \Delta n_0 > 1$ határozatlansági reláció a fotonszám és fázis közt kielégül. (Hogy Smith a tér fázisát $t_0 = 0$ véve meghatározza, azt Gábor Dénes kifogásolja.)

Számítsuk ki n_0 -t. Mivel az általunk javasolt rezgéstípusnál \mathfrak{E} ilyen alakú:

$$\mathfrak{E} = e_y E_0 \sin \omega(t-t_0) \sin \frac{2\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y,$$

$$n_0 = \frac{1}{\hbar \omega} \cdot \frac{1}{4\pi} \int_0^c \int_0^b \int_0^a \mathfrak{E}^2 dx dy dz = \frac{E_0^2 V}{16\pi \hbar \omega} \sin^2 \omega(t-t_0).$$

Számítsuk ki ezek után az energiaszórást:

$$\begin{aligned} \Delta W &= \hbar \omega (N_+ + N_-)^{1/2} = \hbar \omega \left(\int_{(+)} w_+ dt + \int_{(-)} w_- dt \right)^{1/2} = \\ &= \hbar \omega \left[\int_0^{a/v_0} \left| \frac{2e}{mc} \overline{\mathfrak{A}_\omega p} \left(\frac{n_0}{2\hbar \omega} \right)^{1/2} \sin \omega(t-t_0) dt \right| \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

U. i. ha abszolút érték alatti szám pozitív, $= w_-$, ha negatív, $= -w_+$, így az integrál kiadja $N_+ + N_-$ -t. — Helyettesítsük be $\mathfrak{A} p$ és u_0 fent meghatározott értékét. Kapjuk:

$$\left(\frac{\Delta W}{\hbar \omega} \right)^2 = \frac{2^{1/2} e E}{\hbar \omega} \int_0^{a/v_0} \left| \dot{z}(t) \sin \frac{2\pi}{a} v_0 t \sin^2 \omega(t-t_0) \right| dt.$$

Írjuk be ide $\dot{z}(t)$ régebben meghatározott alakját. Kapjuk:

$$\left(\frac{\Delta W}{\hbar \omega} \right)^2 = \frac{e^2 E^2}{m \hbar \omega} \int_0^{a/v_0} F(t) dt,$$

ahol

$$F(t) = \frac{1}{2^{1/2}} \sin \frac{\omega}{k} t \cdot \sin^2 \omega (t - t_0) \left[\frac{\sin \omega \left(1 + \frac{1}{k}\right) t}{1 + \frac{1}{k}} - \frac{\sin \omega \left(1 - \frac{1}{k}\right) t}{1 - \frac{1}{k}} \right].$$

$|F(t)|$ integrálása az abszolút érték miatt nem könnyű feladat. Annyi azonban látszik, hogy $\omega t = \tau$ helyettesítéssel, $\omega t_0 = \tau_0$ írva egyszerűsödik a helyzet:

$$\left(\frac{\Delta W}{\hbar \omega}\right)^2 = \frac{e^2 E^2}{m \hbar \omega^3} \int_0^{2\pi k} |F(\tau)| d\tau,$$

ahol $F(\tau)$ már a télerősséget nem tartalmazza, csak k -t és τ_0 -t:

$$F(\tau) = \frac{1}{2^{1/2}} \sin \frac{\tau}{k} \cdot \sin^2 (\tau - \tau_0) \cdot \left[\frac{\sin \left(1 + \frac{1}{k}\right) \tau}{1 + \frac{1}{k}} - \frac{\sin \left(1 - \frac{1}{k}\right) \tau}{1 - \frac{1}{k}} \right].$$

$F(\tau)$ egységnyi nagyságrendű, amely az egységnyi nagyságrendű k -tól függ. Így az

$$\frac{1}{k} \int_0^{2\pi k} |F(\tau)| d\tau = G(\tau_0)$$

is egységnyi nagyságrendű kifejezés lesz. Az energiaszórásra kapjuk

$$\Delta W = eE \left(\frac{\hbar k}{m\omega}\right)^{1/2} \left[\frac{1}{k} \int_0^{2\pi k} |F(\tau)| d\tau \right]^{1/2}$$

Eredményünk megegyezik a szemléletes becslés eredményével, csak most azt az egységnyi nagyságrendű faktort, amit ott nem ismertünk, konkrét alakban megkaptuk. Ez függ a v_0 sebességétől k -n keresztül, valamint a belépés $\tau_0 = \omega t_0$ fázisától. Mérhető csak a fázisra közepelt érték.

$$\gamma_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{k} \int_0^{2\pi k} |F(\tau)| d\tau \right]^{1/2} dt_0$$

jelöléssel kapjuk végül:

$$\Delta W = \gamma_k eE \left(\frac{\hbar k}{m\omega}\right)^{1/2}.$$

Itt γ_k a k -tól függő, fentiek által meghatározott egységnyi nagyságrendű kifejezés.

* * *

Köszönettel tartozunk Németh Judit fizikusjelöltnek, aki a számítások elvégzésében segítségünkre volt.

IRODALOM

1. *Dicke, R. H.*: Rev. Sci. Instr. 17, 268, 1946.
2. *Vavilov, Sz. I.*: A fény mikrostrukturája. (s. a. az Akad. Kiadónál.)
3. *Pirenne, M. H.*: Vision and the Eye. London, 1948. (The Pilot Press Ltd.)
4. Összefoglaló közlemény: *Jankovich L.*: Magy. Híradástechnika, 4, 71, 1953.
5. L. pl.: *Pound, R. V.*: Rev. Sci. Instr. 17, 940, 1946.
6. *Smith, L. P.*: Phys. Rev. 69, 195, 1946.
7. *Ward, J. C.*: Phys. Rev. 80, 119, 1950.
8. *Shulman, C.*: Phys. Rev. 82, 116, 1951; 83, 4, 1951.
9. *Senitzky*: Phys. Rev. 86, 595, 1952; 90, 386, 1953.
10. В. Л. Гинзбург: Ч. Ф. Н. 46, 349, 1952.
11. *Callen, H. B.*; *Welton, T. R.*: Phys. Rev. 83, 34, 1951.
12. *Weber*: Phys. Rev. 90, 977, 1953.
13. *Gábor, D.*: Phil. Mag. 41, 1172, 1950.